

COURS DE MATHEMATIQUES
CLASSE DE QUATRIEME
(4^{ème})

Titulaire: Yao KPOMEGBE, Professeur certifié
de MATHS-SVT à l'Ecole Normale Supérieure de
Koudougou (ENSK)

SOMMAIRE

| Titres du chapitre | Cours | Exercices | Corrigés |
|---|----------------------------|-----------|----------|
| Les nombres décimaux relatifs | 1 | 3 | 66 |
| Position relative de deux droites du plan | 3 | 7 | 67 |
| Quotient d'entiers relatifs | 8 | 10 | 72 |
| Repérage linéaire | 11 | 13 | 73 |
| Projection | 13 | 17 | 73 |
| Les nombres rationnels | 19 | 22 | 76 |
| Les polygones | 24 | 25 | 77 |
| Parallélogramme et les vecteurs | 27 | 31 | 77 |
| Les nombres réels | 33 | 36 | 78 |
| Statistiques | 38 | 40 | 80 |
| Les applications | 43 | 47 | 80 |
| Monômes et polynômes (Développement-Factorisation-Identités remarquables) | 49 | 51 | 79 |
| Translation | 53 | 55 | 82 |
| Composition d'applications du plan | 56 | 57 | |
| Les solides | 59 | 61 | 82 |
| Equations et Inéquations | 62 | 65 | 82 |
| Recueil de devoirs | De la page 83 à la page 95 | | |

Chapitre 1 : LES NOMBRES DECIMAUX

Les objectifs du cours

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Ecrire un décimal sous forme de $ax10^p$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$
- Ecrire un $ax10^p$ sous forme décimal
- Multiplier deux décimaux écrits sous la forme $ax10^p$
- Additionner deux décimaux écrits sous la forme $ax10^p$
- Ecrire un décimal sous forme de $ax10^p$ avec $1 \leq a < 10$, $p \in \mathbb{Z}$

Durée : 05H

I) Puissance entière de 10

1) Activité

Calculer : 10^4 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^1 ; 10^0

Comment peut-on passer de 10^4 à 10^3 de 10^2 à 10^1 de 10^1 à 10^0

Calculer alors $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{10000}$ et écrire ces nombres sous forme de puissance de 10

Solution

$$10^4 = 10000$$

$$10^3 = 1000$$

$$10^2=100$$

$$10^1=10$$

$$10^0=1$$

On passe de 10^4 à 10^3 en divisant par 10 .Il en est de même pour passer de 10^1 à 10^0

$$\frac{1}{10} = 0,1 = 10^{-1} ; \frac{1}{100} = 0,01 = 10^{-2}$$

$$\frac{1}{1000} = 0,001 = 10^{-3} ; \frac{1}{10000} = 0,0001 = 10^{-4}$$

2) Règle

Soit n un entier naturel

* 10^n s'écrit 1 suivi de n zéro

* 10^{-n} s'écrit $\frac{1}{10^n}$ ou n zéro suivi de 1 avec une virgule après le premier zéro.

Exercice d'application

a) Ecrire sous forme de puissance de 10 les nombres suivants :

$$0,0001 ; 10000 ; \frac{1}{100} ; \frac{1}{100\ 000\ 000\ 000}$$

b) Donner l'écriture décimale de : 10^0 ; 10^{-4} ; 10^{-7}

II) Ecriture d'un nombre décimal sous la forme $a.10^p$

1) Notation

Ecrivons 5,6725 sous la forme $a.10^p$

$$5,6725 = 56725 \times 0,0001$$

$$5,6725 = 56725 \times 10^{-4}$$

$$5,6725 = 56725. 10^{-4}$$

Ecrivons sous la même forme : 7,8 ; -3,759 ; 0,0047

$$\text{On a : } 7,8 = 78 \times 0,1 = 78 \times 10^{-1}$$

$$-3,759 = -3759 \times 0,001 = -3759 \times 10^{-3}$$

$$0,0047 = 47 \times 0,0001 = 47 \times 10^{-4}$$

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme de $a.10^p$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$

2) Autres notations

$$* 10^n \times 10^m = 10^{m+n}$$

$$\text{Exemple : } 10^{-2} \times 10^{-4} = 10^{(-2)+(-4)} = 10^{-6}$$

$$* a.10^p \times b.10^q = a \times b.10^{p+q}$$

$$\text{Exemple : } 6,25 \times 10^{-2} \times 2. 10^{-4} = (6,25 \times 2).10^{(-2)+(-4)} = 12,50.10^{-6}$$

$$* \frac{1}{10^p} = 10^{-p}$$

$$\text{Exemple : } \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$$

$$* a.10^p + b.10^p = (a + b). 10^p$$

$$\text{Exemple : } 45.10^4 + 25.10^4 = (45 + 25) . 10^4 = 70. 10^4$$

2) Notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre est la notation de la forme $a.10^p$ où a est un décimal tel que $1 \leq a < 10$

Exemple : La notation scientifique de :

$$12300 = 1,23.10^4$$

$$456020 = 4,5602.10^5$$

$$0,00084 = 8,4 .10^{-4}$$

Exercice d'application

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants : 78 900 000 ; 0,00095 ; 0 ; 1414

EXERCICES

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous forme $a \cdot 10^p$ (aeZ et peZ)

$$1,02 \times 1,03 ; \frac{5,10}{0,2} ; 1,01 \cdot 10^{-8} + 40 \cdot 10^{-7} ; 54 \cdot 10^5 - 98,015 \cdot 10^5$$

Exercice 2

a) Les exportations de l'ensemble de l'Afrique de l'Ouest sont d'environ 10^{14} F.CFA.

Ecrire ce nombre sous forme d'un nombre entier.

b) Une météorite très lointaine émet un million de milliards de fois plus de lumière que le soleil. Ecrire ce nombre à l'aide d'une puissance de 10.

c) La distance Terre-Soleil est d'environ cent cinquante millions de km.

Ecrire ce nombre en notation scientifique.

Exercice 3

Un Angström (Å) est égal à 10^{-10} m.

a) Convertir en Angström, les longueurs suivantes :

$$0,000\ 000\ 001\text{m}, 10^{-8}\text{m} ; 0,000\ 000\ 027\text{m} ; 3 \cdot 10^{-9}\text{m}.$$

b) Calculer en m^3 le volume d'un cube d'arête 2Å .

Exercice 4

La taille d'un virus est de l'ordre de $300 \cdot 10^{-9}$ mètre.

a) Exprimer cette taille en fraction de millimètre.

b) Exprimer en nanomètres (nm), sachant que : 1 mètre = 1 milliard de nanomètres.

Exercice 5

Lancée en août 1977, la sonde spatiale voyager-2 a frôlé en janvier 1986 la planète Uranus en passant à environ 81.000 km de celle-ci. La sonde se trouvait alors à 3,2 milliards de km de la Terre. Combien de temps un signal radio envoyé par la sonde a-t-il mis pour atteindre la Terre ?

NB : La vitesse des ondes radio est égale à $3 \cdot 10^8$ mètres par seconde.

Exercice 6

Voici, en km, les distances moyennes qui séparent le Soleil de quelques planètes du système solaire :

Vénus : $105 \cdot 10^6$, Mars : $225 \cdot 10^6$, Terre : $15 \cdot 10^7$; Saturne : $1425 \cdot 10^6$

a) Donner l'écriture scientifique de chaque distance.

b) Ranger ces distances de la plus petite à la plus grande.

c) Comparer les autres distances à la distance Terre-Soleil.

Exercice 7

Donner la notation scientifique des nombres suivants :

1 985

$314\ 159 \times 10^{-5}$

12 milliards

$7,3 \times 10^4$

52

320 millions

91 000

$0,15 \times 10^{-7}$

$0,013 \times 10^{-4}$

Exercice 8

Calculer et exprimer les résultats en notation scientifique

Exercice 9

Calculer $A \times B$ et $\frac{A}{B}$ dans les différents cas suivants :

| | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| $P = 1\ 800 \times 40\ 000$ | $Q = 3\ 000 \times 0,000\ 05$ |
| $R = 0,000\ 007 \times 0,0004$ | $S = \frac{240000}{0,00002}$ |

1. $A = 7,8 \times 10^9$ et $B = 2,6 \times 10^6$. 2. $A = 3,8 \times 10^3$ et $B = 5,1 \times 10^{-5}$. 3. $A = 9,25 \times 10^{-7}$ et $B = 1,2 \times 10^{-2}$.

Chapitre 2 : POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES DU PLAN

Les objectifs du cours

A la fin de ce chapitre, l'élève doit :

- Connaître les propriétés du parallélisme et de l'orthogonalité de deux droites ;
- Être capable d'utiliser les propriétés du parallélisme et de l'orthogonalité pour résoudre des problèmes.

Durée : 06H

D) Position relative de deux droites

1) Rappe l

Placer deux points A et B ; tracer une droite passant par ces deux points A et B.

Peut-on tracer d'autres droites passant par A et B ?

Solution :



On ne peut tracer qu'une et une seule droite passant par A et B; cette droite se note (D) ou (AB).

Par deux points distincts on ne peut faire passer qu'une et une seule droite. Si deux droites (D) et (AB) sont confondues on note $(D)=(AB)$

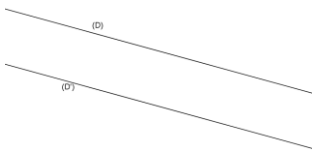
2) Droites sécantes - droites parallèles

a) Droites parallèles ou droites n'ayant pas de point commun

Tracer deux droites n'ayant pas de points communs

Solution

Dans ce cas on dit que (D) et (D') sont distinctes et on note $(D) \cap (D') = \emptyset$ qui se lit « (D) inter (D') est l'ensemble vide ». On dit aussi que $(D) // (D')$



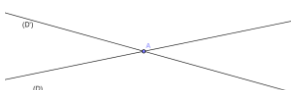
b) Droites sécantes ou droites ayant un point commun

Tracer deux droites (D) et (D') sécantes en A

Solution

Les droites (D) et (D') se coupent en A. A est le seul point commun à (D) et (D'). On note $(D) \cap (D') = \{A\}$ qui se lit (D) inter (D') est égal au singleton A.

Remarque : Deux droites du plan sont soit sécantes soit parallèles



II) Parallélisme de deux droites1) Axiome d'Euclidea) Activité

Tracer une droite (D) et marquer un point A n'appartenant pas à (D). Tracer ensuite une droite parallèle à (D) et passant en A.

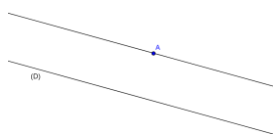
Combien de droites passant par A et parallèle(s) à (D) peut-on tracer ?

Solution

On ne peut tracer qu'une seule droite

b) Axiome d'Euclide

Etant donné une droite (D) et un point A, il existe une et une seule droite parallèle à (D) et passant par A.

2) Propriétésa) Activités 1

Tracer deux droites parallèles (Δ) et (Δ').

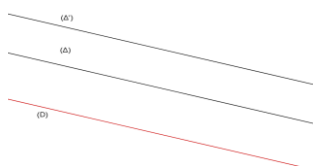
Tracer une troisième droite (D) parallèle à (Δ). Quelle est la position relative de (D) par rapport (Δ') ?

Solution

(D) est aussi parallèle à (Δ')

b) Propriété 1

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre

c) Activité 2

Tracer deux droites parallèles (Δ) et (Δ') puis une troisième (D) sécante à (Δ).

Quelle est la position relative de (D) par rapport (Δ') ?

Solution

(D) est aussi sécante à (Δ').

d) Propriété 2

Si deux droites sont parallèles alors toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre



III) Perpendicularité de deux droites

1) Droites perpendiculaires

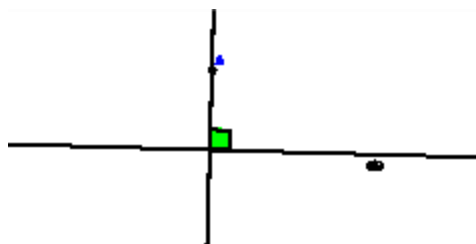
On dit que deux droites (D) et (D') sont perpendiculaires lorsqu'elles se coupent en formant un angle de 90° ; On note $(D) \perp (D')$ ou $(D') \perp (D)$

2) Propriétés

a) Activité 1

Soit une droite (Δ) et un point A dans le plan. Tracer une droite perpendiculaire à (Δ) et passant par A . Combien de droite(s) perpendiculaire(s) à (Δ) et passant par A peut-on tracer ?

Solution



On ne peut tracer qu'une seule droite.

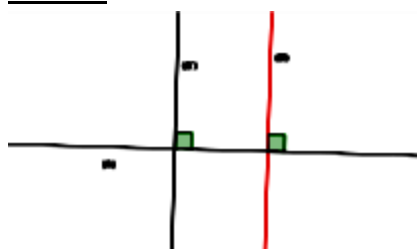
b) Propriété 1

Etant donné une droite (D) et un point A , il existe une et une seule droite perpendiculaire à (D) et passant par A .

c) Activité 2

Tracer deux droites perpendiculaires (Δ) et (Δ') et tracer une autre droite (D) perpendiculaire à (Δ) . Que peut-on dire des droites (D) et (Δ') ?

Solution



d) Propriété 2

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

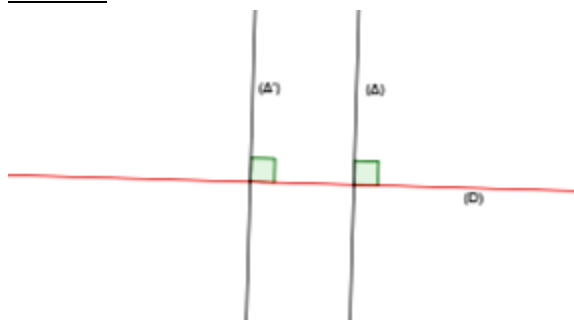
Si $(\Delta) \perp (\Delta')$ et $(\Delta) \perp (D)$ alors $(\Delta') \parallel (D)$

On peut dire que les droites (Δ') et (D) sont parallèles

e) Activité 3

Tracer deux droites parallèles (Δ) et (Δ') ; tracer une droite (D) perpendiculaire à (Δ) . Que peut-on dire des droites (Δ') et (D) ?

Solution



Propriété 3

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. On écrit : si $(\Delta) \parallel (\Delta')$ et $(\Delta) \perp (D)$ alors $(\Delta') \perp (D)$.

(D) est aussi perpendiculaire à (Δ')

EXERCICES

Exercice 1

Dessiner deux trapèzes ABCD et AEFD ayant une base commune [AD]. Tracer le quadrilatère BEFC. Que peut-on dire de ce quadrilatère ? Le démontrer.

Exercice 2

BIC et BAC sont deux triangles. Démontrer que les hauteurs issues de I et de A sont parallèles.

Exercice 3

Soit un trapèze ABCD de bases [AD] et [BC]. Les perpendiculaires à (BC) passant par B et C coupent (AD) en E et F. Démontrer que EBCF est un rectangle (c'est -à-dire un quadrilatère ayant 4 angles droits).

Exercice 4

Les droites (D_1) , (D_2) , (D_3) , (D_4) , (D_5) et (D_6) sont telles que : $(D_1) \perp (D_2)$; $(D_2) \parallel (D_3)$; $(D_3) \perp (D_4)$; $(D_4) \perp (D_5)$; $(D_5) \parallel (D_6)$. Que peut-on dire des droites (D_1) et (D_6) ? Le démontrer.

Exercice 5

Deux segments [EF] et [GH] ont la même médiatrice. Que dire des droites (EF) et (GH) ? Le démontrer.

Exercice 6

Soit ABC un triangle. E et F sont des points équidistants de B et de C. On note (Δ) la parallèle à (EF) passant par A. Démontrer que (Δ) est une hauteur du triangle ABC.

Exercice 7

1. a) Tracer une droite (Δ) , puis marquer deux points A et B non situés sur la droite (Δ) , la droite (AB) n'étant pas parallèle à la droite (Δ) .

b) Construire le symétrique du point A par rapport à la droite (Δ) .

2. A la règle seule, construire le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) .

Exercice 8

Tracer deux droites (d) et (d') perpendiculaires en O, puis marquer un point I tel que I n'appartienne ni à la droite (d), ni à la droite (d').

1. Construire le symétrique O' du point O par rapport au point I.

2. a) Construire le symétrique de la droite (d) par rapport au point I (règle et équerre).

b) Construire le symétrique de la droite (d') par rapport au point I (à l'équerre seulement).

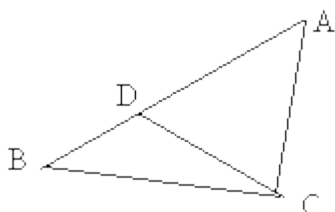
Exercice 9

1. Placer quatre points A, B, C et D. Construire le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC, puis le centre O' du cercle circonscrit au triangle ACD.

2. Montrer que la droite (OO') est la médiatrice du segment [AC].

Exercice 10

1. Calculer les mesures des angles \widehat{ADC} , \widehat{ABC} , \widehat{DCB} , \widehat{DCA} (voir la figure à main levée ci-dessous).



Données : $\widehat{BDC} = \widehat{BCA} = 68^\circ$
 $\widehat{BAC} = 44^\circ$

2. Prouver que : $CB = CD$.

Exercice 11

1. Tracer un triangle ABC isocèle en A, puis placer un point P sur le segment [BC].

Tracer la parallèle à (AC) passant par P : elle coupe (AB) en M.

Tracer la parallèle à (AB) passant par P : elle coupe (AC) en N.

2. a) Comparer les angles \widehat{BPM} et \widehat{BCA} .

b) Préciser la nature des triangles BMP et PNC.

3. Justifier l'affirmation suivante :

Quelle que soit la position du point P sur le segment [BC], le périmètre du parallélogramme AMPN est égale à AB + AC.

Chapitre 3 : QUOTIENT D'ENTIERS RELATIFS

Les objectifs du cours

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Reconnaître si deux quotients d'entiers relatifs sont égaux ou non ;
- Donner l'inverse d'un quotient non nul ;
- Donner l'opposé d'un quotient ;
- Effectuer les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication et la division) sur les quotients d'entiers relatifs ;
- Utiliser les quotients pour résoudre des problèmes

Durée : 10H

I) Egalité de deux fractions

1) Différentes écritures d'une fraction

a) Activité

Donner l'écriture décimale des fractions suivantes : $\frac{30}{8}$; $\frac{-30}{-8}$; $-\frac{2}{4}$; $\frac{-2}{4}$; $\frac{2}{-4}$. Que remarque t-on ?

Solution

$$\frac{30}{8} = 30 : 8 = 3,75 ; \frac{-30}{-8} = (-30) : (-8) = 3,75 ; -\frac{2}{4} = -(2 : 4) = -0,5 ; \frac{-2}{4} = (-2) : 4 = -0,5 ; \frac{2}{-4} = 2 : (-4) = -0,5$$

On remarque que : $\frac{30}{8} = \frac{-30}{-8}$ et $-\frac{2}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{2}{-4}$

Règle : a et b étant des entiers naturels (avec $b \neq 0$) on a :

- $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}$
- $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

2) Simplification et amplification d'une fraction

- Simplifier une fraction c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.
- Amplifier une fraction c'est multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul. L'amplification permet de réduire des fractions au même dénominateur.
- Une fraction irréductible est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

Règle : a ; b et k étant des entiers relatifs ($b \neq 0$; $k \neq 0$)

Amplification : $\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$

Simplification : $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$

Exercice d'application

1) Simplifier les fractions suivantes : $A = \frac{-140}{-75}$; $B = \frac{27}{189}$; $C = \frac{375}{261}$

2) Remplacer les pointillés par les nombres qui conviennent

a) $\frac{75}{50} = \frac{\dots}{2}$ b) $\frac{-5}{\dots} = \frac{-10}{-12}$; c) $\frac{\dots}{-2} = \frac{4}{8}$

3) Propriétés

a) Activité 1

Compléter le tableau suivant que remarque-t-on ?

| a | b | c | d | $\frac{a}{b}$ | $\frac{c}{d}$ | ad | bc |
|----|---|----|-----|---------------|---------------|----------|-----------|
| 1 | 4 | -5 | -20 | ----- 0,25 | ---- 0,25 | ---- -20 | ----- -20 |
| 3 | 4 | 2 | 5 | 0,75 | 0,4 | 15 | 8 |
| -6 | 2 | 24 | -8 | ----- -3 | ----- -3 | ----- 48 | ----- 48 |

Solution

On remarque que dans les cas où $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ on a : $ad = bc$

Propriété 1 : $a ; b ; c$ et d étant des entiers relatifs ($b \neq 0$ et $d \neq 0$) si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$.

Exercice d'application

Calculer x dans les cas suivants :

a) $\frac{x}{39} = \frac{-105}{45}$; b) $\frac{84}{-104} = \frac{-81}{x}$; c) $\frac{75}{x} = \frac{-50}{-4}$

b) Activité 2

Compléter le tableau suivant :

| a | b | c | d | ad | bc | $\frac{a}{b}$ | $\frac{c}{d}$ |
|----|----|----|-----|-----------|-----------|---------------|---------------|
| 5 | -2 | 10 | -4 | ----- -20 | ----- -20 | ----- -2,5 | ----- -2,5 |
| 2 | -3 | 5 | 6 | 12 | -15 | -0,66 | -0,83 |
| -3 | 13 | 9 | -39 | ----- 117 | ----- 117 | ----- -0,23 | ----- -0,23 |

Solution

On constate que si $ad = bc$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Propriété 2: $a ; b ; c$ et d étant des entiers relatifs ($b \neq 0$ et $d \neq 0$) si $ad = bc$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

II) Addition

Règle : Pour additionner deux fractions d'entiers relatifs, on rend les dénominateurs positifs, on les réduit au même dénominateur puis on additionne les numérateurs tout en gardant le dénominateur commun.

Exemple : Calculons $A = \frac{25}{18} + \frac{3}{-6}$

$$A = \frac{25}{18} + \frac{3}{-6} = \frac{25}{18} + \frac{-3}{6} = \frac{25}{18} + \frac{-9}{18} = \frac{25+(-9)}{18} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

Exercice d'application

Calculer :

$$A = \frac{5}{7} + \frac{8}{21} ; B = \frac{-3}{-7} + (-4) \quad C = \frac{-75}{-50} + \frac{49}{-98} \quad D = \frac{-3}{16} + \frac{3}{4}$$

III) Soustraction

1) Opposé

$$\text{Opp} \left(\frac{a}{b} \right) = -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

Exemple : $\text{opp} \left(\frac{2}{7} \right) = -\frac{2}{7} = \frac{-2}{7} = \frac{2}{-7}$

2) Soustraction

Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé. Cette règle est aussi applicable sur les fractions

Règle : $a ; b$ et c étant des entiers relatifs : $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

Exemple : $\frac{12}{7} - \frac{2}{7} = \frac{12}{7} + \frac{-2}{7} = \frac{12+(-2)}{7} = \frac{10}{7}$

Exercice d'application

Calculer : $A = \frac{-3}{-7} - (-4)$; $B = \frac{-3}{12} - \frac{3}{4}$

IV) Multiplication

Règle: a ; b ; c et d étant des entiers relatifs ($b \neq 0$ et $d \neq 0$) on a : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Calculer et simplifier si possible

$A = \frac{-3}{-7} \times \frac{3}{4}$; $B = \frac{19}{2} \times \frac{4}{11}$

V) Division

1) Inverse d'une fraction

Règle : a et b étant des entiers relatifs, l'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$ et on note : $\text{inv}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{b}{a}$

Exemple : $\text{inv}\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{7}{4}$; $\text{inv}\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{-2}{3}$

Remarque : 0 n'a pas d'inverse

Exercice d'application

Donner l'inverse de chacun des nombres suivants : $\frac{1}{4}$; $-\frac{2}{3}$; $-\frac{4}{\frac{5}{7}}$

2) L'inverse d'un nombre

Considérons le nombre 7 ; $7 = \frac{7}{1}$ et $\text{inv}\left(\frac{7}{1}\right) = \frac{1}{7}$

Ainsi l'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$

Pour tout nombre non nul "a" $\text{inv}(a) = \frac{1}{a}$

3) Division de fraction

$a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} = a \times \text{inv}(b)$; donc diviser par un nombre non nul c'est multiplier par l'inverse de ce nombre.

Cas des fractions : $\frac{2}{7} : \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21}$; $-\frac{2}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{5} \times \text{inv}\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{2}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{5}$

Règle a ; b ; c et d étant des entiers relatifs non nuls $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Exercice d'application

Calculer et simplifier si possible. $A = \frac{1}{7} : \frac{4}{5}$; $B = \frac{1+\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}+\frac{3}{2}}$; $C = \frac{3+\frac{4}{3}}{1-\frac{3}{2}-1}$

VI) Puissance d'une fraction

Calculons : $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2^3}{5^3}$

Formule : Pour tous entiers relatifs a et b ($b \neq 0$) et tout entier naturel n : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

EXERCICES

Exercice 1

Simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{3x^4}{9x^8}; \quad B = \frac{1331x^4 9x^8 1x^2}{27x^7 x^{12} 1}; \quad C = \frac{49x(-32)}{2401x(-8)}$$

Exercice 2

Calculer: $A = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7}}{\frac{1}{3}}$; $B = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$; $C = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{97}{98} \times \frac{98}{99} \times \frac{99}{100}$

Exercice 3

Donner l'inverse de chacun des nombres suivants: 5 ; $\frac{2}{7}$; $\frac{-12}{5}$; $0,2$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$

Exercice 4

Donner l'opposé de chacun des nombres suivants : 4 ; $(-12,07)$; $\frac{6}{7}$; $\frac{-9}{2}$; $\frac{1}{8}$

Exercice 5

Dans une classe de 3^e, $\frac{1}{3}$ des élèves désirent poursuivre leurs études en seconde, $\frac{1}{4}$ veulent aller en cycle court et les 10 élèves restant sont indécis.

Calculer le nombre d'élèves de la classe, ainsi que le nombre d'élèves désirant continuer en seconde

Chapitre 4 : REPERAGE LINEAIRE

Les objectifs du cours

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Calculer la distance de deux points d'une droite graduée
- Calculer l'abscisse du milieu de deux points d'une droite graduée

Durée : 04H

I) Distance de deux points sur une droite

1) Activité

Sur une droite graduée placer les point A et B dont les abscisses sont désignées par x_A et x_B . Calculer la distance AB dans chacun des cas suivants:

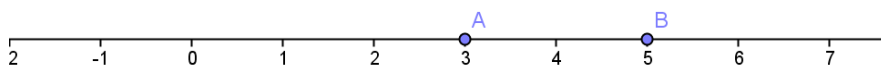
1^e cas : $x_A = +3$ et $x_B = +5$

2^e cas : $x_A = -4$ et $x_B = 1$

Exprimer AB en fonction de x_A et x_B

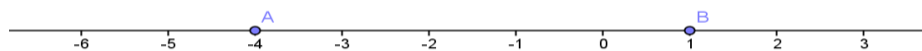
Solution

1^e cas



$$AB = x_B - x_A = 5 - 3 = 2$$

2^e cas



$$AB = x_B - x_A = 1 - (-4) = 1 + 4 = 5$$

Si $x_B > x_A$ alors $x_B - x_A > 0$ donc $AB = x_B - x_A$

2) Règle

A et B étant deux points de la droite graduée d'abscisses respectives x_A et x_B . $AB = |x_B - x_A|$

Si $x_B < x_A$ alors $x_B - x_A < 0$ donc $AB = -(x_B - x_A)$

Remarque : $AB = BA$

Exercice d'application

Soit $A(-3)$; $B(7)$; $C(-1)$; $D(4)$

Calculer les distances : AB ; BC ; CD ; AC ; AD

II) Abscisse du milieu de deux points

1) Activité 1

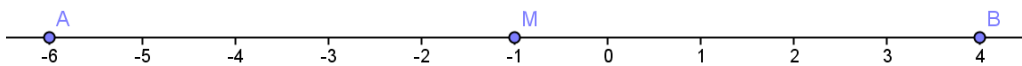
Placer le point M milieu de A et B et exprimer l'abscisse x_M de M en fonction de x_A et x_B dans les cas suivants :

1^{er} cas : $x_A = -6$ et $x_B = 4$

2^{ème} cas : $x_A = -4$ et $x_B = 2$

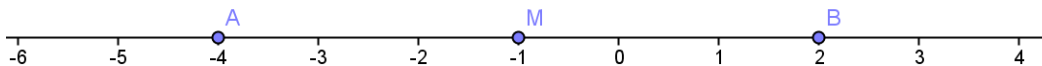
Solution

1^{er} cas



$$x_M = -1 = \frac{(-6)+4}{2} = \frac{x_A+x_B}{2}$$

2^{ème} cas



$$x_M = -1 = \frac{-4+2}{2} = \frac{x_A+x_B}{2}$$

Propriété 1
Si M est le milieu du segment [AB] alors $x_M = \frac{x_A+x_B}{2}$

2) Activité 2

On considère deux points A et B de la droite graduée d'abscisses respectives x_A et x_B et un point M de la droite d'abscisse $x_M = \frac{x_A+x_B}{2}$.

Calculer x_M et placer A ; B et M dans les cas suivants :

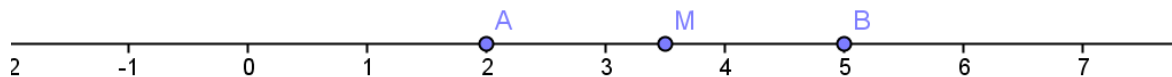
1^{er} cas : $x_A = 2$ et $x_B = 5$

2^{ème} Cas : $x_A = -1$ et $x_B = 3$

Que constate-t-on ?

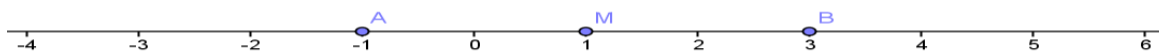
Solution

1^{er} cas $x_M = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$



M est milieu de [AB]

2^{ème} cas $x_M = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$



M est milieu de [AB]

Propriété 2
Si $x_M = \frac{x_A+x_B}{2}$ alors M est le milieu de [AB]

Exercice d'application

Soient $A(4)$; $B(-\frac{1}{2})$ et $C(5)$

- 1) Calculer l'abscisse de :
 - M milieu de [BC]
 - I milieu de [AB]
 - J milieu de [AC]
- 2) Le point E a pour abscisse 4,5. Montrer que E est le milieu de [AC]

EXERCICES

Exercice1

Sur une droite graduée on donne les points A, B, C et D d'abscisses respectives 5, -4, 8 et 2. Calculer AB, BD, DC, AC et DA.

Exercice2

- a) Tracer un axe (D) avec 1 cm comme unité de graduation.
- b) Placer les points A (-2) ; B(3) ; C (7/4).
- c) Quelle est l'abscisse du milieu I du segment [AC] ?
- d) Calculer l'abscisse du point D telle que B soit le milieu de [AD].
- e) Soient les points E et F d'abscisses respectives x et x + (-4).
- f) Calculer BC, AD et EF.

Exercice 3

- 1) Sur une droite graduée, on donne les points A et B tels que $x_A = -3$ et $x_B = 5$. Trouver les abscisses des point C ; D et E sachant que :
 - a) $AC = CB$ et $C \in [AB]$.
 - b) $BD = \frac{1}{4}AB$ et $x_D > 6$.
 - c) $AE = \frac{1}{4}AB$ et $x_E > -3$.
- 2) Soit le point F d'abscisse $x_F = 4$. Déterminer y sachant que $\frac{1}{2}AB = yAF$.

Chapitre 5 : PROJECTION

Les objectifs du cours

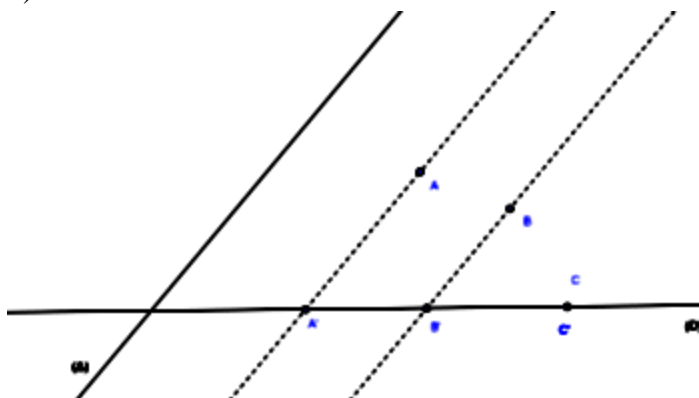
A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Construire le projeté d'un point sur une droite parallèlement à une autre droite ;
- Construire le projeté orthogonal d'un point sur une droite ;
- Reconnaître une situation de projection et donner les projetés des points ;
- Utiliser les propriétés de la projection et les propriétés de la droite des milieux dans la résolution de problèmes.

Durée : 09H

I) Projeté d'un point

1) Observation



Les droites (Δ) et (AA') sont parallèles, on dit que A' est le projeté de A sur (D) parallèlement à (Δ) .

2) Définition

Le point A' est le projeté de A sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ) signifie que les droites (AA') et (Δ) sont parallèles et que le point A' est sur (D). Si A est sur (D) alors $A' = A$

Remarques:

- La relation qui à tout point du plan associe un point de (D) par la construction précédente s'appelle : Projection du plan sur (D) parallèlement à (Δ) .
- A tout point du plan, la projection associe un point et un seul sur (D); on dit que c'est une application.

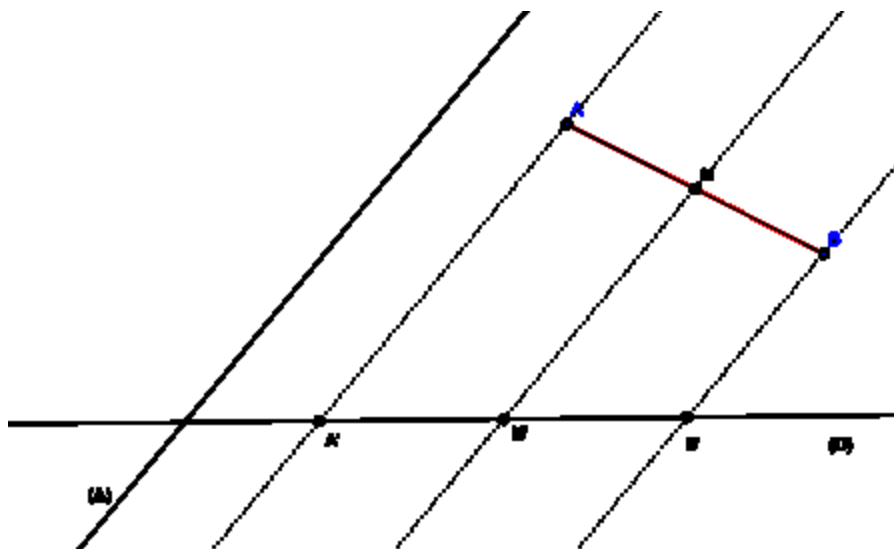
II- Projeté du milieu d'un segment

1) Propriété

Activité

Tracer deux droites sécantes (D) et (Δ) et un segment [AB]. Placer le point M milieu de [AB] puis construire les projetés A' ; B' et M' des points A ; B et M sur (D) parallèlement à la droite (Δ). Que constate t-on ?

Solution



Propriété

Les points M' ; A' et B' étant les projetés des points M ; A et B . Si M est le milieu de $[AB]$ alors M' est le milieu de $[A'B']$.

On constate que le point M' est le milieu du segment $[A'B']$

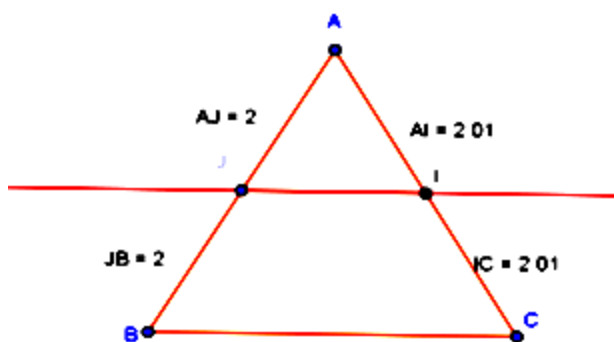
2) Applications

a) Application au triangle

Activité 1

Construire un triangle ABC et placer le point J milieu du segment [AB]. Tracer la parallèle à la droite (BC) passant par J. Elle coupe (AC) en I. Que constate-t-on ?

Solution



On constate que I est milieu de [AC]. On a une projection du plan sur la droite (AC) parallèlement à (BC) : les projetés de A ; I ; B sont respectivement A, J, C

Conclusion

Si le point J est le milieu du segment [AB] et si I est sur le segment [AC] tel que (IJ) soit parallèle à (BC) alors I est milieu du segment [AC].

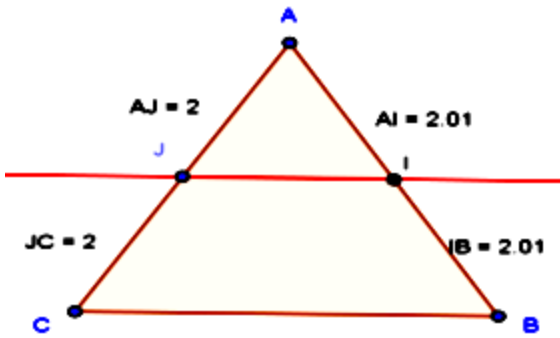
Propriété 1

La droite parallèle à un côté d'un triangle passant par le milieu d'un autre côté coupe le troisième en son milieu.

Activité 2

Construire un triangle ABC et placer le point I milieu de segment [AB] et J milieu de segment [AC]. Que peut-on dire des droites (IJ) et (BC) ?

Solution



Propriété 2
 La droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté de ce triangle.

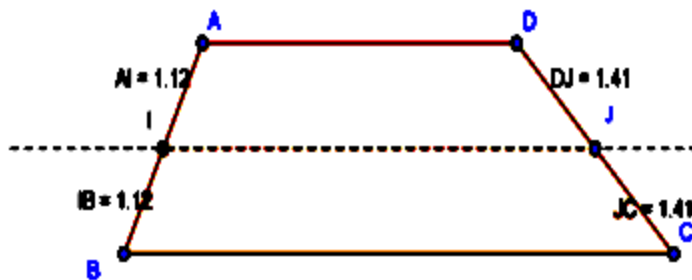
On remarque que $(IJ) \parallel (BC)$

b) Application au trapèze

Activité 3

Construire un trapèze ABCD de bases [AD] et [BC] et placer le point I milieu de [AB]. Tracer la parallèle à (BC) passant par I. Elle coupe (CD) en J. Que constate-t-on ?

Solution



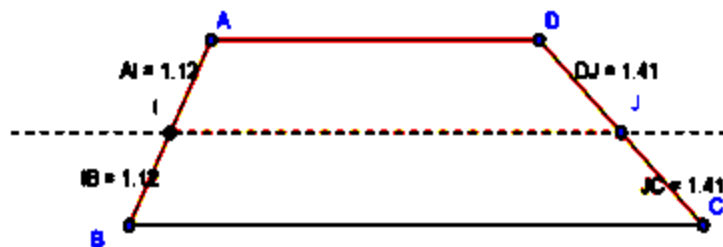
Propriété 3
 La droite parallèle aux bases [AD] et [BC] d'un trapèze ABCD et passant par le milieu du côté [AB] coupe le côté [DC] en son milieu.

J est milieu du segment [CD].

Activité 4

Construire un trapèze ABCD et placer les points I milieu de [AB] et J milieu de [CD]. Que peut-on dire des droites (IJ) et (BC) ?

Solution



Propriété 4
 La droite joignant les milieux des deux côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases de ce trapèze.

On remarque que (IJ) et (BC) sont parallèles.

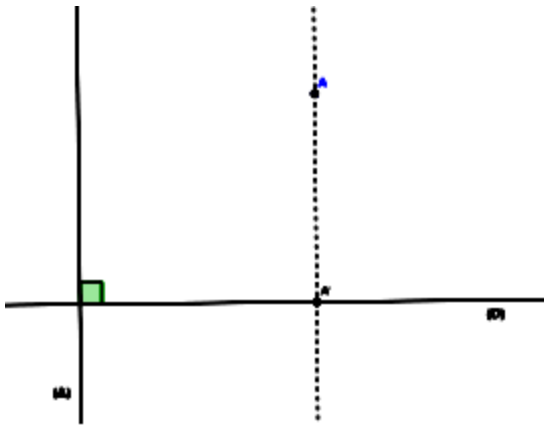
III) Projection orthogonale

1) Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Activité

Tracer deux droites (D) et (Δ) perpendiculaires. Choisir un point A dans le plan et construire le point A', projeté de A sur la droite (D) parallèlement à (Δ)

Solution



On dit que A' est le projeté orthogonal de A sur (D)

Définition
 Le point A' est le projeté orthogonal de A sur la droite (D) signifie que le point A' est sur la droite (D) et la droite (AA') est perpendiculaire à la droite (D).

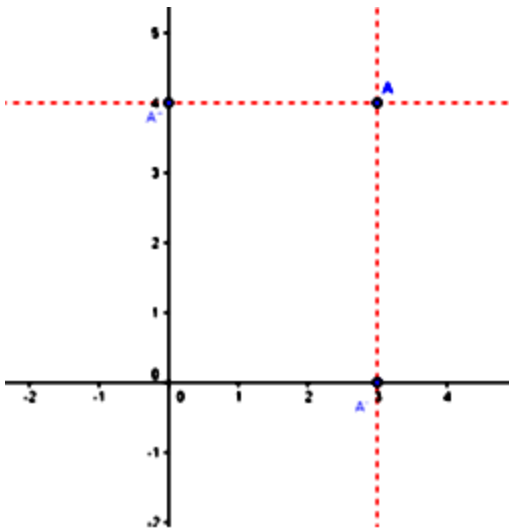
2) Repérage dans le plan

a) Repérage d'un point

Activité

Placer le point A(3;4) dans le plan muni d'un repère (O,I,J). Noter A' le point d'abscisse 3 sur (OI) et A'' le point d'ordonnée 4 sur l'axe (OJ). Que représente A' et A'' pour A ?

Solution



On remarque que A' et A'' sont respectivement les projetés orthogonaux de A sur (OI) et sur (OJ).

b) Coordonnées du milieu de deux points

Activité

Placer les points A(1 ;1) et B(5 ;4) dans un repère orthonormé du plan puis I milieu du segment [AB]. Déterminer les coordonnées de I et construire les projetés orthogonaux A' ; I' ; B' de A ,I ,B sur (OI) et A'' ; I'' ; B'' de A ,I ,B sur(OJ).

Solution

I' est milieu de [A'B'] donc son abscisse sur la droite (A'B') est $x_{I'} = \frac{x_{A'} + x_{B'}}{2}$

I'' est milieu de [A''B''] donc son abscisse sur la droite (A''B'') est $x_{I''} = \frac{x_{A''} + x_{B''}}{2}$

Propriété 5

$A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ étant deux points du plan , si $I(x_I ; y_I)$ est le milieu de [AB] alors $X_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $Y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$

Propriété 6

$A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ et $I(x_I ; y_I)$ étant trois points du plan , si $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$ alors I milieu de [AB].

EXERCICES

Exercice 1

Soit ABC un triangle rectangle en B et (Δ) la médiatrice de [BC] qui coupe (AC) en I. Démontrer que I est le milieu de [AC].

Exercice 2

GAF est un triangle. Soit B le symétrique de G par rapport à A et E celui de G par rapport à F. Démontrer que (AF) // (BE).

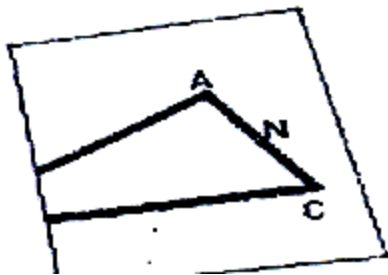
Exercice 3

ABC est un triangle. B' et C' sont les milieux respectifs des côtés [AC] et [AB], M est un point quelconque de [BC]. La droite (AM) coupe (B'C') en N.

- 1) Démontrer que N est le milieu de [AM].
- 2) Résumer la démonstration dans un déductogramme.

Exercice 4

Soit le triangle ABC dont le sommet B se trouve à l'extérieur de la feuille. N est le milieu de [AC]. Peut-on construire le milieu de [AB] sans placer le point B ? Justifier.



Exercice 5

ABCD est un parallélogramme de centre I ; H est le projeté orthogonal de D sur (AC) ; K est le projeté orthogonal de B sur (AC).

- 1) Pourquoi les droites (DH) et (BK) sont parallèles ?
- 2) Démontrer que I est le milieu de [HK]

(Pour les exercices 6 à 9, on considère un triangle ABC et on désigne par I, J et K les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].)

Exercice 6

On suppose que ABC est rectangle en A.

1. Que peut-on dire des droites (IJ) et (AB) ? des droites (IJ) et (AC) ?
2. Préciser la nature du quadrilatère AJIK.

Exercice 7

Tracer un triangle ABC sachant que AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm.

1. Prouver que la droite (BJ) coupe le segment [KI] en son milieu.
2. Calculer les périmètres du triangle IJK et des quadrilatères AKIJ, BKJI et CIKJ.

Exercice 8

On suppose que AB = 7 cm, AC = 8 cm et BC = 12 cm. On désigne par L et M les milieux respectifs de [KJ] et [KI].

1. Prouver que la droite (LM) est parallèle à la droite (AB).
2. Calculer le périmètre du triangle KLM.

Exercice 9

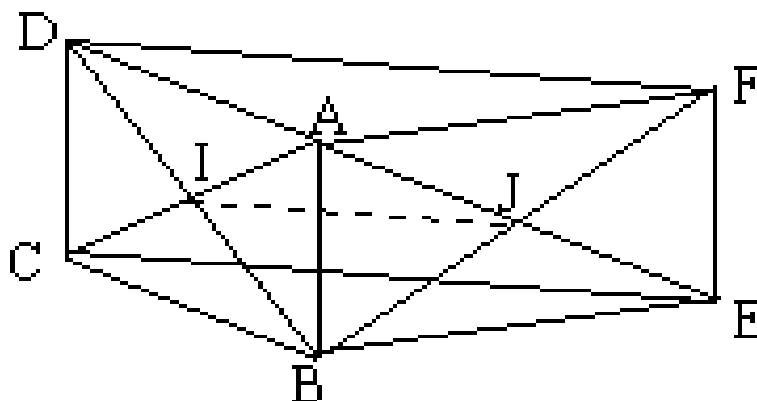
Soit M le milieu de [AK] et N celui de [KB].

1. Préciser la nature du quadrilatère MJIN.
2. Comment choisir le triangle ABC pour que MJIN soit un rectangle ? un losange ? un carré ?

Exercice 10

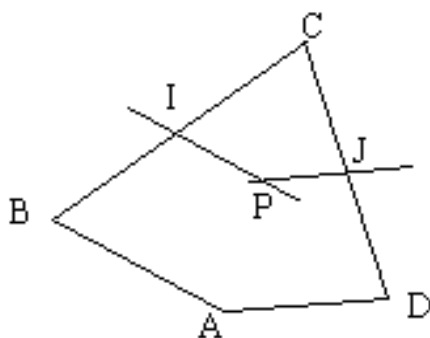
Tracer un triangle ABC, puis construire les points D, E, F, G, H et I, symétriques respectifs de A par rapport à C, de A par rapport à B, de C par rapport à B, de C par rapport à A, de B par rapport à A et de B par rapport à C.

Comparer les périmètres du triangle ABC et de l'hexagone DEFGHI.

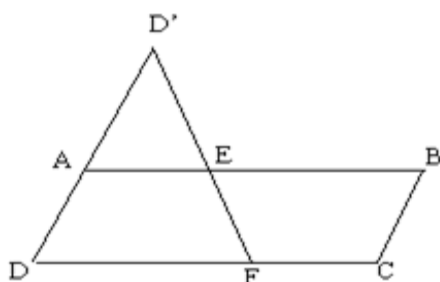
Exercice 11

Dans la figure ci-contre, ABCD et ABEF sont deux parallélogrammes de centres I et J.

1. Montrer que les droites (CE) et (DF) sont parallèles (indication : on pourra utiliser la droite (IJ)).
2. En déduire la nature du quadrilatère DFEC.

Exercice 12

I et J sont les milieux de [BC] et de [CD]. La parallèle à (AB) passant par I et la parallèle à (AD) passant par J se coupent en P. Montrer que P est le milieu de [AC].

Exercice 13

Les données :

- ▶ ABCD est un parallélogramme ;
 - ▶ D' est le symétrique de D par rapport à A ;
 - ▶ E appartient au segment [AB] et $AE = \frac{1}{3}AB$;
 - ▶ (D'E) coupe (DC) en F.
- Montrer que $CF = \frac{1}{3}CD$.

Exercice 14

1) Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan on donne

$$A(3; 5) \text{ et } B(-2; 4)$$

Calculer les coordonnées des points C et D tels que :

- a) C milieu de [AB].
 - b) B milieu de [AD].
- 2) On donne E(2 ; -2) et F(0 ; 1)

Montrer que F est milieu de [BE]

Chapitre 6 : LES NOMBRES RATIONNELS

Les objectifs du cours

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Reconnaître un nombre rationnel;
- Distinguer \mathbb{I} et \mathbb{Q} ;
- Donner une approximation décimale d'ordre n par défaut ou par excès d'un nombre rationnel ;
- Utiliser les propriétés d'« ordre et opération » et les propriétés sur les puissances dans des calculs ;
- Ecrire un rationnel sous la forme d'une S.D.I.P (Suite Décimale Illimitée Périodique) ;
- Ecrire une S.D.I.P sous la forme d'un quotient ;
- Résoudre des problèmes simples en faisant intervenir des nombres rationnels.

I- Notion de nombre rationnel

$$\frac{20}{3} = 20 : 3 = 6,666 \text{ est un nombre rationnel.}$$

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous forme de fraction.

L'ensemble des nombres rationnels se note \mathbb{Q} .

\mathbb{Q}^+ est l'ensemble des nombres rationnels positifs

\mathbb{Q}^- est l'ensemble des nombres rationnels négatifs.

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}^+ = \{0\}$$

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^+ = \mathbb{Q}$$

Remarque

-Un nombre rationnel peut être représenté par plusieurs fractions :

$$\text{Exemple : } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} \dots\dots\dots$$

-Tout entier naturel, est un rationnel, tout entier relatif est un rationnel et tout décimal est un rationnel donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

II- Ordre et Opération

1) Rappel

Pour tous nombres rationnels a et b

$a \geq b$ signifie que $a - b \in \mathbb{Q}^+$

$a \leq b$ signifie que $a - b \in \mathbb{Q}^-$

2) Ordre et additiona) Activité

Considérons les deux nombres a et b avec $a = 5,5$ et $b = 7,5$. Calculer $a + 3,5$ et $b + 3,5$ et compare a et b puis $a + 3,5$ et $b + 3,5$

Solution

$$a + 3,5 = 5,5 + 3,5 = 9$$

$$b + 3,5 = 7,5 + 3,5 = 11$$

$$a \leq b \text{ et } a + 3,5 \leq b + 3,5$$

Règle 1

Pour tous nombres rationnels a , b et c , si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$

Remarque :

Si $a \leq b$ alors $a - c \leq b - c$ car soustraire un nombre c est ajouter son opposé.

3) Ordre et multiplicationa) Activité

Considérons les nombres $a = 5,5$ et $b = 7,5$.

1) Calculer $2a$ et $2b$; $-3a$ et $-3b$.

2) Comparer a et b ; $2a$ et $2b$ et $-3a$ et $-3b$

Solution

$$\begin{aligned} 1) \text{ Calculons : } 2a &= 2 \times 5,5 \\ 2a &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2b &= 2 \times 7,5 & -3a &= -3 \times 5,5 \\ 2b &= 15 & -3a &= -16,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3b &= -3 \times 7,5 \\ -3b &= -22,5 \end{aligned}$$

$$2) \text{ Comparaison } a \leq b \text{ et } 2a \leq 2b$$

$$a \leq b \text{ et } -3a \geq -3b$$

Règle 2

Pour tous nombres rationnels a , b et c

Si $a \leq b$ et si $c \geq 0$ alors $ac \leq bc$

Si $a \leq b$ et si $c \leq 0$ alors $ac \geq bc$

On dit que la multiplication par un nombre positif conserve l'ordre tandis que la multiplication par un nombre négatif inverse l'ordre.

Remarque

Si $a \leq b$ alors $-a \geq -b$ car $-a = (-1) \times a$; $-b = (-1) \times b$ et $(-1) \leq 0$

III- Puissance dans \mathbb{Q} 1) DéfinitionActivité

Calculer 2^{-1} , 2^{-2} , 2^{-3}

$$2^{-1} = \frac{1}{2}; \quad 2^{-2} = \frac{1}{2^2}; \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

Retenons : Pour tout nombre rationnel " a " non nul et pour tout entier naturel n non nul, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

PropriétéRègle 1

Pour tout nombre rationnel « a » non nul et pour tous entiers relatifs m et n on a :

$$* a^1 = a$$

$$* a^0 = 1$$

$$* a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$* a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$* (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$* (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$* \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$* \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exercice d'application

Calculer $A = 5^2 \times 5^7$; $C = [(15)^{-2}]^{-3}$ $E = (3 \times 7)^{-2}$

IV- Approximation décimale d'un nombre rationnel

Exemple 1 : soit $a = 5,14314$ on a :

$$5 < a < 6 \text{ ou } 5.10^0 < a < 6.10^0$$

$$5,1 < a < 5,2 \text{ ou } 51.10^{-1} < a < 52.10^{-1}$$

$$5,14 < a < 5,15 \text{ ou } 514.10^{-2} < a < 515.10^{-2}$$

$$5,143 < a < 5,144 \text{ ou } 5143.10^{-3} < a < 5144.10^{-3}$$

$5,1$ ou 51.10^{-1} est l'approximation décimale au $\frac{1}{10}$ par défaut de a

$5,2$ ou 52.10^{-1} est l'approximation décimale au $\frac{1}{10}$ par excès de a

$5,143$ ou 5143.10^{-3} est l'approximation décimale au $\frac{1}{1000}$ par défaut de a

Exemple 2 : soit $b = 7,34000$

$$7,3 < b < 7,4$$

$$7,34 \leq b < 7,35$$

$$7,340 \leq b < 7,341$$

$7,340$ est aussi l'approximation décimale au $\frac{1}{1000}$ par défaut de b .

Exemple 3 : $7,563$ est l'approximation décimale au $\frac{1}{1000}$ par défaut de x .

On a : $7,563 < x < 7,564$. On dit qu'on a encadré x .

Cas général

Tout nombre rationnel x peut être encadré de la façon suivante : $a.10^{-p} < x < (a+1).10^{-p}$

$a.10^{-p}$ est l'approximation décimale au $\frac{1}{10^p}$ (ou d'ordre p) par défaut de x .

$(a+1).10^{-p}$ est l'approximation décimale au $\frac{1}{10^p}$ par excès de x .

V- Suites décimales

1) Activité 1

Calculer en posant la division ; les nombre rationnels $\frac{13}{6}$, $\frac{27}{11}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{17}{8}$

Solution

$$\frac{13}{6} = 2,166666\dots$$

$$\frac{27}{11} = 2,454545\dots$$

$$\frac{12}{7} = 1,714285714285\dots$$

$$\frac{17}{8} = 2,12500$$

Dans chaque cas on obtient une suite de nombres qui se répète.

Exemple $\frac{27}{11} = 2,45\ 45\ 45\dots\dots\dots$

2,45 est appelé une suite décimale illimitée périodique (SDIP) de période 45 (ou 54). On le note $2,\underline{45}\dots$

Propriété 1

Tout nombre rationnel peut s'écrire sous forme d'une SDIP.

2) Activité 2

Soit les SDIP suivantes: $b = 1,\underline{24}$; $c = 2,\underline{237}$. Ecrire sous forme de fraction les SDIP b et c.

Solution

$$b = 1,\underline{24}$$

$$100b = 124,\underline{24}$$

$$100b - b = 124,\underline{24} - 1,\underline{24}$$

$$99b = 123$$

$$b = \frac{123}{99} = \frac{41}{33}$$

$$C = 2,\underline{237}$$

$$10c = 22,\underline{37}$$

$$1000c = 2237,\underline{37}$$

$$1000c - 10c = 2237,\underline{37} -$$

$$22,\underline{37}$$

$$990c = 2215$$

$$C = \frac{2215}{990} = \frac{443}{198}$$

$$C = \frac{443}{198}$$

Propriété 2

Toute SDIP peut s'écrire sous forme de fraction.

Conclusion :

Tout nombre rationnel peut s'écrire sous forme de SDIP et toute SDIP est un nombre décimal.

EXERCICES

Exercice 1

Calculer de deux manières différentes :

$$A = \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}\right)^2 ; B = \left[\left(-\frac{1}{5}\right) \times \frac{3}{2}\right]^2 ; C = \left(-\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^3 ; D = \left[(-\frac{2}{3}) \times (-\frac{1}{2})\right]^3$$

Exercice 2

Encerle la bonne réponse

-2.10³ et 2.10⁻³ sont égaux

4.10⁵ et 4.(-10)⁵ sont égaux

-5.10⁻⁶ et 5(-10)⁻⁶ sont égaux

-3.10⁻⁴ et 3 (-10)⁴ sont égaux

Exercice 3

1) Ecrire les nombres suivants sous forme d'une suite décimale illimitée périodique $\frac{1}{3}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{17}{18}$; $\frac{1}{11}$

2) Ecrire sous forme de fraction les SDIP suivantes :

0,8... ; 1,4... ; 0,783... ; 1,04...

Exercice 4

7 enfants se partagent équitablement un savon de masse 6kg. Donner une valeur approchée par défaut et par excès de la masse de chaque part au dixième et au centième près.

Exercice 5

Comparaison par la méthode des différences.

1) Compléter le tableau suivant :

| a | b | a > b ou a < b | a-b | Signe de a-b |
|----------------|-----------------|-------------------|-----|--------------|
| $\frac{8}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | | | |
| $-\frac{3}{2}$ | $-\frac{6}{11}$ | | | |
| $-\frac{1}{3}$ | 5 | | | |
| $-\frac{2}{5}$ | $-\frac{7}{10}$ | | | |

2) Compléter :

a > b signifie a-b.....

a < b signifie a-b.....

3) Utiliser le résultat pour prouver que : si a,b,c,d sont des rationnels non nuls et

a) Si a < b alors a+c < b+c

b) Si a < b et c < d alors a+c < b+d

c) Si a < b et c > 0 alors ac < bc

d) Si a < b et c < 0 alors ac > bc

Exercice 6

Les parents de 3 enfants décident de cloisonner suivant la longueur une grande pièce (L = 9,4m et I = 2,9m) pour en faire trois chambres de même dimension. Les cloisons mesurent 10 cm d'épaisseur.

1) Faire un plan.

2) Déterminer une valeur approchée par défaut au dixième, au centième et au millième de mètre de la longueur des chambres.

3) Le maçon possède un mètre gradué en mm, quelle valeur va-t-il utiliser ?

Exercice 7

Un menuisier veut fabriquer une planche rectangulaire de longueur 54 cm et d'aire 230 cm².

a) Quelle devrait être la valeur exacte de la largeur l ?

b) Donner une écriture décimale de l. Quelle est la signification de chaque chiffre après la virgule.

c) Avec la précision des mesures avec la règle graduée, quelle valeur approchée de la largeur par excès au dixième près peut-il donner ?

Chapitre 7 : LES POLYGONES

Objectifs :

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

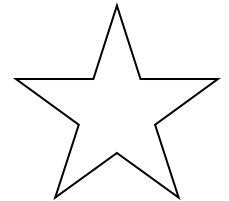
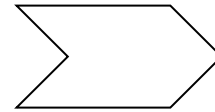
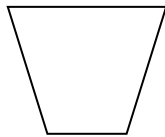
- Connaître le vocabulaire : polygone concave, polygone convexe ;
- Connaître la terminologie relative aux noms des polygones de 3 à 10 côtés ;
- Reconnaître un polygone régulier ;
- Construire un polygone régulier ;

Durée : 04H

I) Polygones convexes, concaves

1) Observations

Observons les figures suivantes :



Polygone convexe

(tous les angles intérieurs sont saillants
c-à-d compris entre 0° et 180°)

Polygone concave

(au moins l'un des angles intérieurs est rentrant
c-à-d compris entre 180° et 360°)

2) Définition

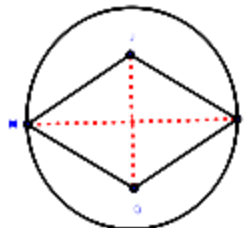
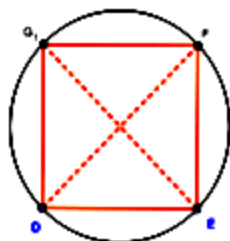
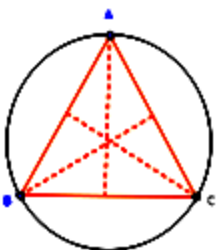
Ces figures sont appelés des polygones (grec : poly= plusieurs; gonos= côtés)

Le nom d'un polygone dépend du nombre de ses côtés :

- Le polygone à 3 côtés s'appelle le **triangle**
- le polygone à 4 côtés s'appelle le **quadrilatère**
- le polygone à 5 côtés s'appelle le **pentagone**
- le polygone à 6 côtés s'appelle l'**hexagone**
- le polygone à 7 côtés s'appelle l'**heptagone**
- le polygone à 8 côtés s'appelle l'**octogone**
- le polygone à 9 côtés s'appelle l'**enneagone**
- le polygone à 10 côtés s'appelle le **decagone**

II- Polygones réguliers

1) Observations



Le triangle équilatéral et le carré sont inscriptibles dans un cercle. Ils sont alors des polygones réguliers. Le losange n'est pas inscriptible dans un cercle, il n'est donc pas un polygone régulier.

2) Définition

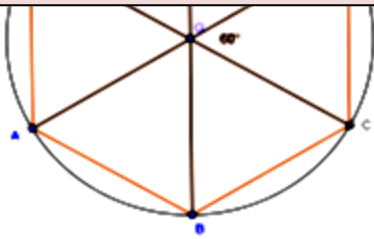
Un polygone régulier est un polygone inscrit dans un cercle et dont les côtés sont égaux.

3) Construction

a) Construction d'un hexagone régulier

Règle

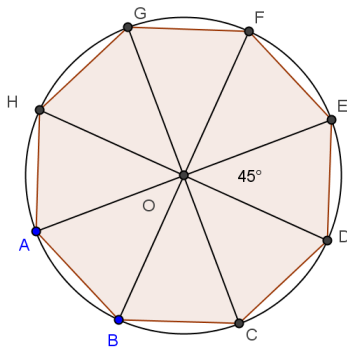
Pour construire un hexagone régulier on construit un cercle ; on place la pointe du compas sur le cercle et on reporte 6 fois le rayon du cercle le long de la circonférence, les points obtenus sont les sommets de l'hexagone.



$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOF} = \widehat{FOA} = 60^\circ$$

$$AB = BC = CD = DE = EF = FA = \text{rayon}$$

a) Construction d'un octogone régulier



Règle : Pour construire un octogone régulier on construit des angles adjacents de sommet O mesurant $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ dans un cercle

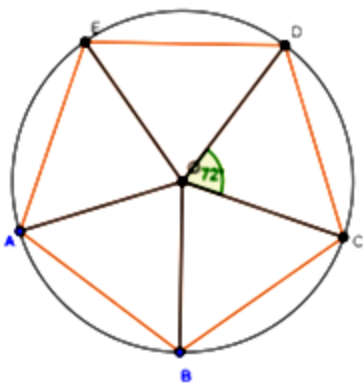
$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOF} = \widehat{FOG} = \widehat{GOH} = \widehat{HOA} = 45^\circ$$

Règle générale

Pour construire un polygone régulier de n côtés on trace un cercle de centre O et on construit des angles adjacents de sommet O et de mesure $\frac{360^\circ}{n}$. Les points obtenus sur le cercle représentent les sommets du polygone.

Exemple : Construisons un pentagone régulier.

$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$



EXERCICES

Exercice 1

1. Tracer un cercle de centre O, de rayon 4cm .Placer sur ce cercle un point A puis à l'aide du rapporteur, placer les points suivants :

-B tel que $\widehat{AOB} = 35^\circ$ dans le même sens que celui des aiguilles d'une montre.

-C tel que $\widehat{AOC} = 35^\circ$ dans le sens contraire de celui des aiguilles d'une montre.

-D tel que $\widehat{AOD} = 120^\circ$ vers " la droite " de A vers D.

-E tel que $\widehat{AOE} = 72^\circ$ vers " la gauche " de A vers E.

2. Le polygone obtenu est-il régulier ?

Exercice 2

- Marquer deux points O et A tels que $OA = 4$ cm.
- Proposer un programme de construction d'un octogone régulier ABCDEFGH de centre O.
- Vérifier que les angles de cet octogone sont égaux et donner leurs mesures
- Expliquer pourquoi ACEG et BDFG sont des carrés.

Exercice 3

Construire un pentagone régulier inscrit dans un cercle de 4cm de rayon

Exercice 4

Construire un octogone régulier inscrit dans un cercle de 4cm de rayon.

Exercice 5

- Construire un hexagone régulier ABCDEF
- En utilisant les sommets de l'hexagone :
 - Combien peut-on obtenir de triangles équilatéraux ? Les citer
 - Combien peut-on obtenir de triangles rectangles ? Les citer.
 - Combien peut-on obtenir de triangles isocèles ? Les citer.
- Indiquer les axes de symétrie de la figure.

Exercice 6

- Construire un hexagone régulier
- A partir du cercle circonscrit à l'hexagone régulier, tracer un dodécagone régulier (polygone régulier à 12 côtés). Expliquer la méthode

Exercice 7

- Construire un hexagone régulier ABCDEF de centre O
- Compléter :

| | | |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| $S_{(BE)}(C) = \dots\dots\dots$ | $S_{(BE)}(D) = \dots\dots\dots$ | $S_O(A) = \dots\dots\dots$ |
| $S_{(AD)}(B) = \dots\dots\dots$ | $S_{(AD)}(C) = \dots\dots\dots$ | $S_O(E) = \dots\dots\dots$ |
- Montrer que $(DE) \parallel (AB)$
- Trouver les valeurs des angles du quadrilatère ABEF.

Exercice 8

La mesure de l'angle au centre d'un polygone régulier est un entier naturel multiple de 10, divisible par 3 et compris entre 28 et 44. Déterminer le nombre de côtés de ce polygone et le construire.

Exercice 9

Le nombre de côtés de polygone régulier P_1 est l'entier naturel n_1 et celui du polygone régulier P_2 est l'entier naturel n_2 .

- Déterminer n_1 et n_2 sachant que leur PGCD est 4 et $4 < n_1 < n_2 < 13$.
- Déterminer la mesure de l'angle au centre de P_1 et de celui de P_2 , puis construire P_1 et P_2 .

Chapitre 8 : LE PARALLELOGRAMME

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Etablir que deux vecteurs sont égaux en utilisant les relations vectorielles dans le parallélogramme
- Utiliser l'égalité de deux vecteurs pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Durée : 2H

Caractérisation vectorielle du parallélogramme

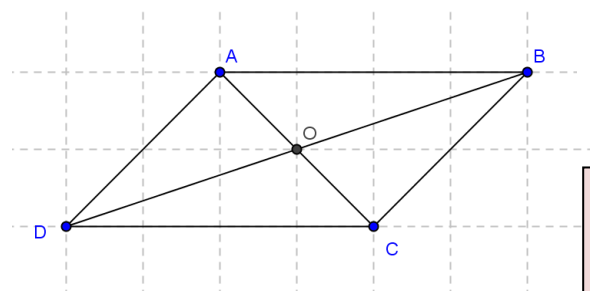
Activité

a) ABCD est un parallélogramme. Trouver :

Solution

a) $\vec{AB} = \vec{DC}$; $\vec{AD} = \vec{BC}$ et $\vec{CD} = \vec{AB}$ Car ABCD est un parallélogramme.

b) Le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme car $\vec{MN} = \vec{QP}$



- Un vecteur égal à \vec{AB}
- Un vecteur égal à \vec{AD}
- Un vecteur égal à \vec{CD}

Justifier les réponses

b) M, N, P et Q sont quatre points non alignés tels que

$\vec{MN} = \vec{QP}$. Justifier que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

Propriété

A, B, C et D sont quatre points non alignés. ABCD est un parallélogramme signifie que $\vec{AB} = \vec{DC}$

D'autre part, A, B, C et D étant des points du plan, si [AC] et [BD] ont le même milieu O, alors $\vec{AB} = \vec{DC}$ c-à-d. ABCD est un parallélogramme.

Chapitre 9 : LES VECTEURS

A la fin de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Noter et représenter un vecteur ;
- Reconnaître deux vecteurs égaux ;
- Etablir que deux vecteurs sont égaux en utilisant les relations vectorielles dans un parallélogramme ;
- Utiliser la relation de CHASLES dans les calculs vectoriels ;
- Construire le vecteur somme de deux vecteurs ;
- Caractériser vectoriellement le milieu de deux points ;
- Utiliser l'égalité de deux vecteurs pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ;
- Utiliser la caractérisation du milieu de deux points dans le calcul vectoriel.

Durée : 12H

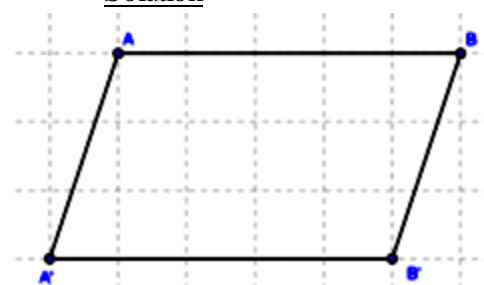
I) Bipoints Equipollents – vecteurs

1) Bipoints équipollents

Activité

Tracer un segment [AB] et un segment [B'A'] tel que ABB'A' soit un parallélogramme.

Solution



Pour que ABB'A' soit un parallélogramme il faut que les segments [AB] et [B'A'] soient parallèles et de même longueur.

Définition

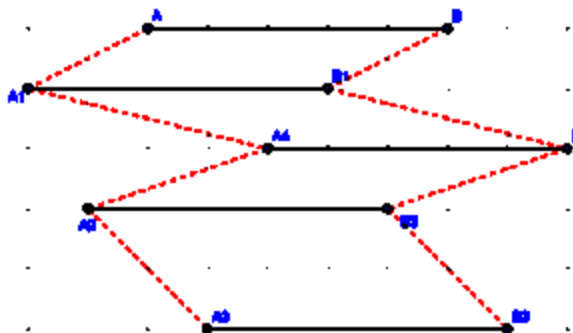
Les bipoints (couple de points) (A ; B) et (B' ; A') sont équipollents signifie que ABB'A' est un parallélogramme. A est l'origine du bipoint (A ; B) et B est son extrémité

2) Définition et Notation d'un vecteur

Activité

Construire un bipoint (A;B) et 4 bipoints équipollents distincts (A₁;B₁) ; (A₂;B₂) ; (A₃;B₃) ; (A₄;B₄).

Solution



Deux bipoints équipollents quelconques de la figure forment un parallélogramme.

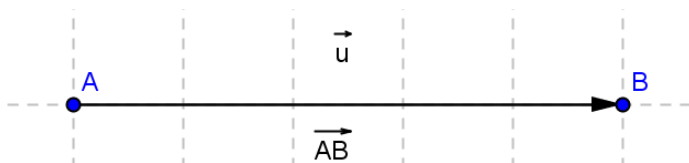
Définition

L'ensemble des bipoints équipollents au bipoint (A ; B) s'appelle un VECTEUR, chaque bipoint est un représentant du vecteur.

Un vecteur se note par une lettre surmontée d'une flèche, par exemple \vec{u} qui se lit « vecteur u »

3) Représentation d'un vecteur

Pour représenter le vecteur \vec{u} on choisit un des représentants. Le bipoint (A ; B) par exemple et on trace le segment fléché reliant A à B ; on le note \overrightarrow{AB} et on lit « vecteur AB ».



A est l'origine du vecteur \overrightarrow{AB} et B est l'extrémité.

3) Vecteur nul

L'ensemble des bipoints équipollents à (A ; A) est appelé le vecteur nul et se note $\vec{0}$ ou \overrightarrow{AA}

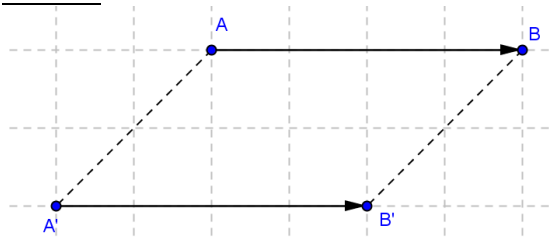
On dit alors que : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \vec{0}$

III) Egalité de deux vecteurs

Activité

Représenter deux vecteurs \overrightarrow{AB} et $\overrightarrow{A'B'}$ tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$

Solution



(A ; B) et (A' ; B') sont des représentants d'un même vecteur alors ils sont équipollents donc ABA'B' est un parallélogramme.

Propriété

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ signifie que le quadrilatère ABA'B' est un parallélogramme.

IV) Sommes de deux vecteurs

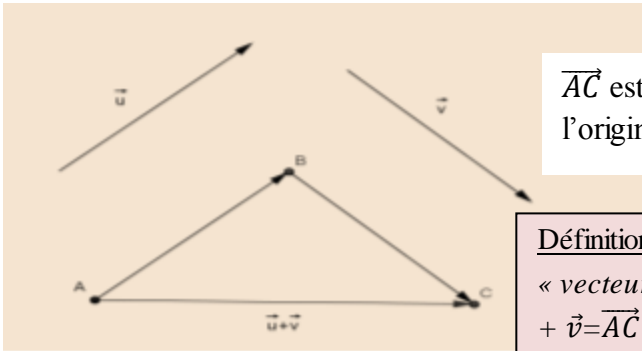
1) Définition

Activité

Soit deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} , placer deux bipoints (A;B), et (B;C) représentants respectifs des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

Que remarque-t-on ?

Solution



\vec{AC} est un représentant du vecteur $(\vec{u} + \vec{v})$. On remarque que l'origine B du bipoint $(B ; C)$ est l'extrémité du bipoint $(A ; B)$.

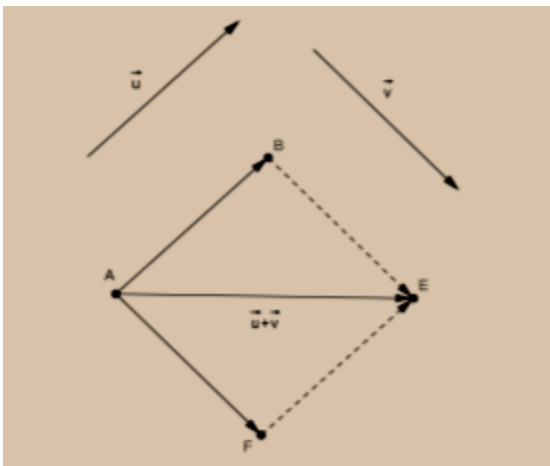
Définition : Le bipoint $(A ; C)$ est un représentant d'un vecteur appelé « vecteur somme » de \vec{u} et de \vec{v} noté $\vec{u} + \vec{v}$ avec $\vec{u} = \vec{AB}$; $\vec{v} = \vec{BC}$; et $\vec{u} + \vec{v} = \vec{AC}$. On a alors : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$; cette relation est appelée la relation de CHASLES.

2) Autre construction de la somme de deux vecteurs

Activité

\vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs. Choisir les représentants de \vec{u} et \vec{v} de même origine A. Soit le point B tel que $\vec{AB} = \vec{u}$ et le point F tel que $\vec{AF} = \vec{v}$. Construire le point E tel que ABEF soit un parallélogramme.

Solution



\vec{AC} est un représentant du vecteur $(\vec{u} + \vec{v})$ On a : $\vec{BE} = \vec{AF}$
 $\vec{u} + \vec{v} = \vec{AB} + \vec{AF}$
 $= \vec{AB} + \vec{BE}$
 $= \vec{AE}$

On remarque que l'origine B du bipoint $(B ; C)$ est l'extrémité du bipoint $(A ; B)$.

Règle : $\vec{AB} + \vec{AF} = \vec{AE}$, [AE] étant la diagonale issue de A du parallélogramme ABEF

Exercice application

Soit A ; E et F trois points du plan. Construire dans chaque cas un représentant du vecteur somme :

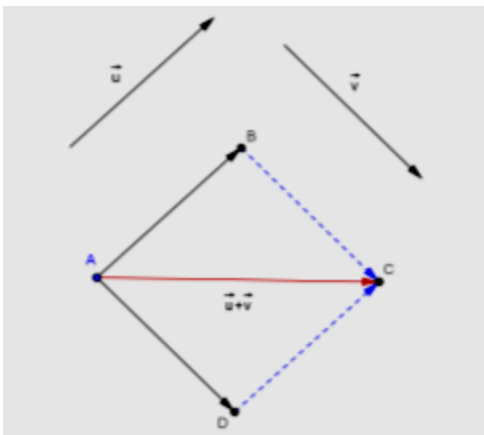
- 1) $\vec{AE} + \vec{AF}$
- 2) $\vec{EA} + \vec{EF}$

3) Propriété de l'addition vectorielle

a) Commutativité

Activité

Soit \vec{u} et \vec{v} des vecteurs quelconques. Construire un représentant de $\vec{u} + \vec{v}$.



Solution

On a : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
 $\vec{v} + \vec{u} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$ donc $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

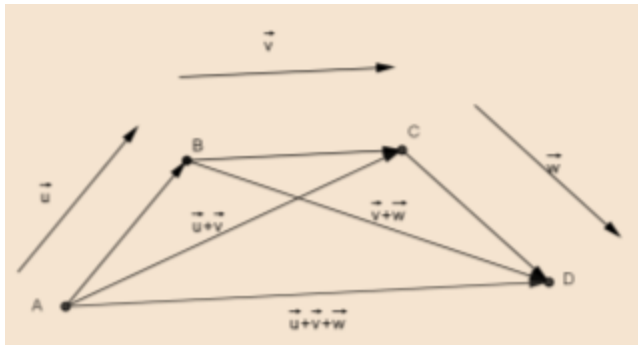
Propriété
 Pour tous vecteurs \vec{v} et \vec{u} on a : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$. On dit que l'addition vectorielle est commutative.

b) Associativité

Activité

\vec{u} ; \vec{v} et \vec{w} sont trois vecteurs de représentants respectifs (A ;B) ;(B ;C) ; (C ;D)

En utilisant la relation de Chasles calculer $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ et $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$



$$\begin{aligned} \text{On a: } (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} &= (\overline{AB} + \overline{BC}) + \overline{CD} = \overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AD} \\ \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) &= \overline{AB} + (\overline{BC} + \overline{CD}) = \overline{AB} + \overline{BD} \\ &= \overline{AD} \end{aligned}$$

Propriété

Pour tous vecteurs \vec{u} ; \vec{v} et \vec{w} on a : $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

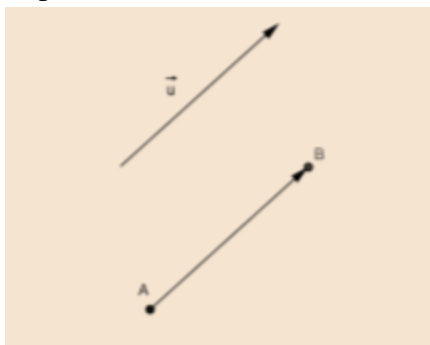
On dit que l'addition vectorielle est associative.

c) Vecteur nul

Activité

Soit \vec{u} un vecteur du plan de représentant (A;B) et $\vec{0}$ un vecteur nul de représentant (B ; B)

Représenter $\vec{u} + \vec{0}$



Solution

$\vec{u} + \vec{0} = \overline{AB} + \overline{BB} = \overline{AB}$ alors $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$; on dit que \overline{BB} est un vecteur neutre pour l'addition.

Propriété

Pour tout vecteur \vec{u} on a : $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$

d) Vecteur opposés

Activité

Calculer : $\overline{AB} + \overline{BA}$;

$\overline{EF} + \overline{FE}$;

$\overline{MN} + \overline{NM}$

Solution

On a : * $\overline{AB} + \overline{BA} = \overline{AA} = \vec{0}$

* $\overline{EF} + \overline{FE} = \overline{EE} = \vec{0}$

* $\overline{MN} + \overline{NM} = \overline{MM} = \vec{0}$

On dit que \overline{AB} et \overline{BA} sont opposés car leur somme est égale à $\vec{0}$ de même que \overline{EF} et \overline{FE} ; \overline{MN} et \overline{NM} . On note : $\overline{AB} = - \overline{BA}$ ou $\overline{BA} = - \overline{AB}$

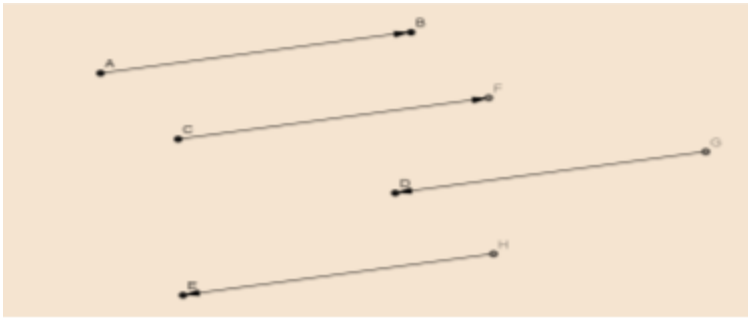
Définition : Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont opposés signifie que : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$; on note : $\vec{u} = - \vec{v}$ ou $\vec{v} = - \vec{u}$

II) Multiplication d'un vecteur par un nombre

1) Définition

*Deux vecteurs \overline{AB} et \overline{CD} ont même direction signifie que $(AB) // (CD)$

*Deux vecteurs de même direction sont de sens opposé ou de même sens.



2) Convention d'écriture

Représenter un vecteur \overrightarrow{AB} et les points E ; F et G tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FG}$



On remarque que :
 $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$
 $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$
 $\overrightarrow{AG} = 4 \overrightarrow{AB}$

Conclusion :
 Soit un vecteur \vec{u} et k un nombre non nul ; les vecteurs \vec{u} et $k \vec{u}$ sont deux vecteurs :

- Qui ont la même direction
- Qui ont le même sens si k est positif
- Qui ont des sens contraires si k est négatif

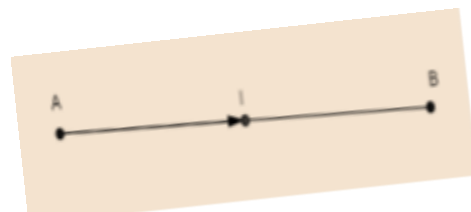
Propriétés du milieu d'un segment

Activité 1

Marque le milieu I d'un segment [AB]

- 1) Que peut-on dire de \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{IB}
- 2) Calculer : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$
- 3) Que peut-on dire de \overrightarrow{AB} et de $2\overrightarrow{AI}$

Solution



Propriété 1
 Si I est milieu d'un segment [AB] alors : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$; $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

Propriété 2
 Si $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ alors I est milieu d'un segment [AB]

EXERCICES

Exercice 1

Dans cette figure, ABFE, ABCD, DCGH sont des parallélogrammes.

1° a) Quels sont les vecteurs qui sont égaux à \overrightarrow{AE} ?
 b) Quels sont les vecteurs qui sont égaux à \overrightarrow{FE} ?

2° Moussa prétend que : $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FC}$. Est-ce vrai ?

3° Hélène quand à elle, dit que : $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{GF}$. Est-ce vrai ?

Exercice 2

ABC est un triangle, I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC] ; F est le symétrique de I par rapport à J. Il s'agit de montrer que $\vec{AI} = \vec{FC}$ et que $\vec{IF} = \vec{BC}$.

1° Faire la figure

2° a) Relever les hypothèses dans l'énoncé.

b) Donner d'autres interprétations possibles de l'énoncé « $\vec{AI} = \vec{FC}$ »

c) Rechercher l'interprétation qui vous semble pertinente au regard des hypothèses et démontrer que : $\vec{AI} = \vec{FC}$.

3°) En adoptant la même démarche, montrer que $\vec{IF} = \vec{BC}$

Exercice 3

ABC est un triangle quelconque.

1) Construire les points A', B', C' tels que : $\vec{AA'} = \vec{BC}$; $\vec{CC'} = \vec{AB}$, $\vec{BB'} = \vec{CA}$

2) Démontrer que : $\vec{AB} = \vec{A'C}$

3) Démontrer que : $\vec{A'A} = \vec{AB'}$

Exercice 4

ABCD est un parallélogramme non aplati de centre O. M est un point de (AC) distinct de A, C et O ; la parallèle à (DM) passant par B coupe (AC) en N.

1) Faire une figure.

2) Montrer que O est milieu de [MN].

3) Prouver les égalités suivantes :

a) $\vec{BN} = \vec{MD}$;

b) $\vec{AM} = \vec{NC}$.

Exercice 5

Soit MATH un parallélogramme et F un point.

1) Construire le point E tel que $\vec{FE} = \vec{MA}$.

2) Démontrer que FETH est un parallélogramme

Exercice 6

1) Tracer un triangle ABC.

2) Construire le point F tel que BCFA soit un parallélogramme.

3) Construire le point H de façon que A soit le milieu de [HB]

4) Traduire par des égalités vectorielles chacune des constructions effectuées dans les questions 2) et 3)

Exercice 7

1) Tracer un vecteur \vec{u} non nul.

2) Construire un représentant \vec{AB} de \vec{u} .

3) A parti d'un point C n'appartenant pas à (AB), construire D tel que $\vec{CD} = \vec{u}$.

4) Compléter par vrai ou faux :

| | |
|-----------------------------|--|
| ABCD est un parallélogramme | |
| BCDA est parallélogramme | |
| CBDA est un parallélogramme | |
| ABDC est un parallélogramme | |

Exercice 8

On considère un parallélogramme (non aplati) ABCD.

1) Construire les points E et F tel que ACDE et ACFB soient des parallélogrammes.

2) Démontrer que $\vec{EA} = \vec{CF}$.

3) A partir de la figure, citer les vecteurs égaux à \vec{AB} . Justifier la réponse.

Exercice 9

Soit ABCD un parallélogramme (non aplati) de centre O.

- 1) Construire le point E tel que le quadrilatère AOE soit un parallélogramme.
- 2) Que peut-on dire des vecteurs \vec{AO} et \vec{EB} ? Justifier la réponse.
- 3) Démontrer que (OC) // (EB).
- 4) Soit J le centre du parallélogramme AOE. Démontrer que :
 - a) (OI) // (BC). (On pourra considérer le triangle ACB).
 - b) (OE) // (BC).
- 5) Quelle est la nature du quadrilatère OEBC ? Justifier la réponse.

Exercice 10

Soit ABC un triangle.

I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [AC].

- 1) Faire une figure.
- 2) Peut-on dire que $\vec{IJ} = \vec{BC}$? Justifier la réponse.
- 3) Soit K le point de (BC) tel que $\vec{IK} = \vec{BC}$. Démontrer que K est le milieu de [BC].
- 4) Démontrer que $\vec{IJ} = \vec{KC}$.
- 5) En déduire que $\vec{BK} = \vec{KC}$.
- 6) A partir de la figure, quels sont les vecteurs égaux à \vec{IK} ; puis à \vec{KJ} ? Justifier la réponse dans chacun des cas.

Chapitre 10 : LES NOMBRES REELS

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Distinguer les éléments des ensembles \mathbb{Q} et \mathbb{R} ;
- Utiliser les propriétés d'« ordre et opération » dans des calculs ;
- Utiliser les propriétés sur les puissances dans les calculs.

Durée : 04H

I) Notion de nombres réels

Tous les ensembles de nombres déjà étudiés sont tous des nombres rationnels. On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
 Chacun de ses ensembles peut s'écrire sous la forme d'une SDIP

Il existe des nombres qui ne correspondent pas à des SDIP. Par exemple $\pi = 3,1415926535\dots$

Ces nombres sont appelés des nombres irrationnels.

Définition

L'ensemble des nombres rationnels et irrationnels s'appelle l'ensemble des nombres réels. Il se note \mathbb{R} .

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^-$$

\mathbb{R}^+ est l'ensemble des nombres réels positifs

\mathbb{R}^- est l'ensemble des nombres réels négatifs

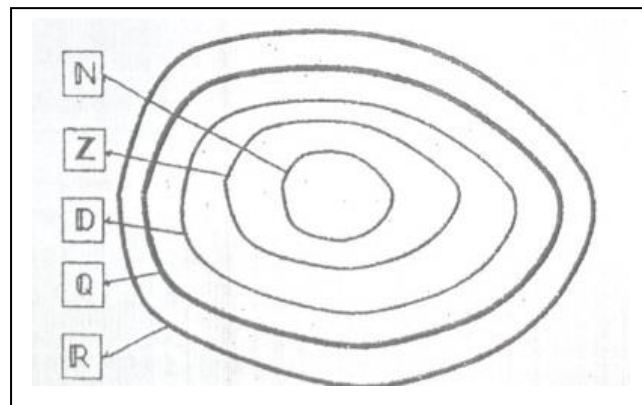
$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$ est l'ensemble des nombres réels non nul

$$\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{0\}$$

Remarque : *Tout nombre rationnel est un nombre réel mais tout nombre réel n'est pas un nombre rationnel*

Exemple : $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$ et $\frac{3}{2} \in \mathbb{R}$

$$\pi \in \mathbb{R} \text{ Mais } \pi \notin \mathbb{Q}$$



II) Opérations dans \mathbb{R}

1) Propriétés de l'addition

a) Commutativité

Exemple : Calculons $7 + 5$ et $5 + 7$. Que remarque-t-on ?

$$7 + 5 = 12 \text{ et } 5 + 7 = 12$$

On remarque que $7+5=5+7$

Pour tous nombres réels a et b on a : $a+b=b+a$; on dit que l'addition est commutative dans \mathbb{R} .

b) Associativité

Pour tous nombres réels a ; b et c on a : $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$ on dit que l'addition est associative dans \mathbb{R}

c) Elément neutre

Calculons $0+7$ et $7+0$

On a : $0+7=7$; $7+0=7$

Ainsi $0+7=7+0=7$

Pour tout nombre réel a on a : $a+0=0+a=a$. 0 est l'élément neutre de l'addition dans \mathbb{R} .

d) Opposé d'un nombre réel

Tout nombre réel a admet un opposé. $Opp(a)=-a$; $a+(-a)=0$

Remarque : La règle soustraire un nombre c est ajouter son opposé est aussi valable dans \mathbb{R} .

Pour tous nombres réels a et b $a-b=a+(-b)=a+opp(b)$.

2) Propriété de la multiplication

a) Commutativité

Pour tous nombres réels a et b on a : $a.b=b.a$. On dit que la multiplication est commutative dans \mathbb{R} .

b) Associativité

Pour tous réels a ; b et c on a : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$. On dit que la multiplication est associative dans \mathbb{R} .

c) Elément neutre

Pour tout nombre réel a on a $1 \times a = a \times 1 = a$. On dit que 1 est l'élément neutre de la multiplication dans \mathbb{R} .

d) Inverse d'un nombre

Exemple : $5 \times \frac{1}{5} = 1$; on dit que 5 est l'inverse de $\frac{1}{5}$
 $a \times \frac{1}{a} = 1$; on dit que a est l'inverse de $\frac{1}{a}$

Tout nombre réel a non nul admet un inverse noté $\frac{1}{a}$. $a \times (\frac{1}{a}) = 1$.

Règle : Pour tous nombres réels a et $b \neq 0$; $a : b = a \times \frac{1}{b}$.

e) Elément absorbant

Pour tout nombre réel a ; $0 \times a = a \times 0 = 0$. On dit que 0 est l'élément absorbant de la multiplication dans \mathbb{R} .

f) Autre propriété

Pour tous nombres réels a et b , si $a \times b = 0$ alors $a=0$ ou $b=0$

4) Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans \mathbb{R}

Pour tous nombres réels $a ; b$ et $c : a \times (b + c) = a \times b + a \times c$. On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition dans \mathbb{R} .

Remarque

-Lorsqu'on passe de $a \times (b + c)$ à $a \times b + a \times c$ on dit qu'on a **développé** $a \times (b + c)$

-Lorsqu'on passe de $a \times b + a \times c$ à $a \times (b + c)$ on dit qu'on a **factorisé** $a \times b + a \times c$

III) Puissance entière dans \mathbb{R}

On a les mêmes propriétés dans \mathbb{Q} que dans \mathbb{R}

| | |
|--|--|
| pour tout nombre réel "a" | $a^1 = a$ |
| pour tout nombre réel "a" non nul | $a^0 = 1$ |
| pour tout nombre réel "a" non nul et tout entier naturel "n" non nul. | $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ |
| pour tout nombre réel "a" non nul et tous entiers relatifs "m" et "n". | $a^m \times a^n = a^{m+n}$ |
| pour tout nombre réel "a" non nul et tous entiers relatifs "m" et "n". | $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ |
| pour tous nombres réels "a" et "b" non nuls et tout entier relatif "n". | $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ |
| pour tout nombre réel "a" non nul et tous entiers relatifs "m" et "n". | $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ |
| pour tous nombres réels "a" et "b" non nuls et tout entier relatif "n". | $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ |

IV) Ordre et opérations dans \mathbb{R} 1) Définition

Pour tous nombres réels a et b on a :

$a \leq b$ signifie $a - b \in \mathbb{R}^-$ et $b - a \in \mathbb{R}^+$

$b \leq a$ signifie $a - b \in \mathbb{R}^+$ et $b - a \in \mathbb{R}^-$

2) Ordre et addition - ordre et multiplicationa) Ordre et addition

Pour tous nombres réels $a ; b$ et c

si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$ et si $a \leq b$ alors $a - c \leq b - c$. On dit que l'addition conserve l'ordre dans \mathbb{R}

b) Ordre et multiplication

Pour tous nombres réels $a ; b$ et $c :$

* si $a \leq b$ et si $c \geq 0$ alors $a \cdot c \leq b \cdot c$

* si $a \leq b$ et si $c \leq 0$ alors $a \cdot c \geq b \cdot c$

On dit la multiplication par un nombre positif **conserve** l'ordre et la multiplication par un nombre négatif **inverse** l'ordre.

EXERCICES

Exercice 1

- 1) Construire un carré d'aire 9cm^2
- 2) Construire à partir de ce carré un autre carré d'aire 18cm^2 .
- 3) A l'aide d'une règle graduée, mesure le côté de ce deuxième carré.
- 4) Calculer alors son aire à partir de la mesure trouvée. Que constate-t-on ?

Exercice 2

Trouver une loi qui régit la succession des chiffres de l'écriture décimale illimitée non périodique dans chacun des cas suivants :

- a) 3,123 456.... b) 0,135 791 113 15..... c) 5,246 810 121 416 d) 6,214 365..... e) 0,124 578 101 113.....

Exercice 3

On pose $x = \frac{5}{4}$; $y = -\frac{2}{3}$; $z = \frac{3}{2}$. Calculer les réels ci-dessous et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles $(x + Y)z$; $x y + z$; $x + y z$; $x z \frac{1}{y}$; $x^2 y z^3$; $x y^2 z^3$.

Exercice 4

Développer les expressions suivantes $\frac{3}{4}(8a - 4b)$; $24(\frac{2x}{9} - \frac{7y}{12})$; $-5(2a + 3)$; $-3a(2a - 4,2)$; $(2a + 3b)(a - 2b)$.

Exercice 5

a et b étant des nombres réels quelconques, développer les expressions suivantes : $(a + b)(a + b)$; $(a - b)(a + b)$; $(a - b)(a - b)$.

Exercice 6

Développer et réduire les expressions suivantes :

$(7a - b)(5a + b)$; $(5 + a)(7 + a)$; $(x + 3)(x - 3)$; $(2c - 3d)(c + d)$; $(6a + b)(2a + 2b)$; $-8(5c + 3)(2a + 4)$; $(a + b - c)(-a + b - c)$; $(a + b - c)(a + b + c)$; $(x - 1)(x + 1)$; $(x + 1)(x + 1)(x + 1)$,

Exercice 7

Factoriser les expressions suivantes:

$A = -2,4a + 3,7a$; $B = a - 7a^3$; $C = 36a - 54b + 90c$; $D = \frac{2}{3}b^2a - \frac{1}{4}ba^2$; $E = 6x^4y^2 - 2x^2y^3$.

Exercice 8

Factoriser: $x^3y^2 - x^2y^3 + x^2y$; $ab + a^2b$; $7x^3y - 49$; $81ab^2 + 27a^2b + 9ab$; $8a^2 + 16a$

Exercice 9

Compléter par le symbole <ou > qui convient en justifiant la réponse.

- a) $0,857 \dots \frac{6}{7}$; b) $-0,66 \dots -\frac{2}{3}$; c) $\frac{31}{43} \dots 0,72$; d) $-\frac{11}{7} \dots -1,57$.

Exercice 10

Ranger dans l'ordre croissant les nombres réels suivants : $-3,221$; $0,128$; $\frac{2}{7}$; $\frac{5}{39}$; $-\frac{10}{3}$; $-\frac{7}{3}$; $-3,123$.

Exercice 11

Encadrer les réels suivant par deux entiers consécutifs : $-3,15$; $-\frac{4}{7}$; $31,95$; $-\frac{37}{8}$; $\frac{81}{13}$.

Exercice 12

- 1) a et b sont deux nombre réels non nuls de même signe tels que $a < b$. Comparer $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$
- 2) Ranger par ordre croissant les inverses des nombres réels suivants: 3 ; -4 ; 15 ; -5 ; 4 ; 10

Exercice 13

La chambre de Farid a une largeur comprise entre 3m et 4m et une longueur de 10m.

- 1) Trouver un encadrement de l'aire de la chambre.
- 2) Trouver le nouvel encadrement de cette aire lorsqu'on augmente la largeur de la chambre de 3m.

Exercice 14

a, b, c, d, x, et y sont des nombres réels positifs non nuls tels que $a \leq x \leq b$ et $c \leq y \leq d$.

Donner un encadrement des réels suivants : $-x$; $\frac{x}{2}$; $-\frac{5}{3}x$; $\frac{y}{5}$; $-\frac{2}{3}y$; $x+5$; $2-y$.

Exercice 15

a et b étant des nombres réels, démontrer que :

- Si $0 < a < b$ alors $1 < \frac{b}{a}$;
- Si $0 < a < b$ alors $\frac{a}{b} < 1$;
- Si $a \leq b$ alors $2a \leq 2b$;
- Si $a \leq b$ alors $2a+1 \leq 2b+1$;
- Si $a \leq 1$ alors $2a \leq 2$;
- Si $a \leq 1$ alors $3a + 4 \leq 7$;
- Si $3a \leq 5$ alors $a \leq \frac{5}{3}$;
- Si $5a + 3 \leq 2$ alors $a \leq \frac{-1}{5}$.

Exercice 16

On considère l'ensemble A des nombres réels x tels que $2x + 5 > 20$.

Compléter le tableau suivant par vrai ou faux.

| | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|-------|---------|-------|--------|--------|-------|
| 5 ∈ A | -3 ∉ A | 10 ∈ A | 0 ∈ A | 7,5 ∈ A | 2 ∉ A | 18 ∈ A | 20 ∉ A | 8 ∈ A |
| | | | | | | | | |

Exercice 17

Représenter sur une droite graduée l'ensemble des nombres réels qui vérifient :

- $-3,5 + x \leq 2,4$;
- $4 \leq x + 2,6$;
- $2x \leq 3,6$;
- $-1 \leq 0,25x$

Exercice 18

Farid dispose d'un grillage dont la longueur est supérieure à 314m. Quelle est l'aire du jardin qu'il peut clôturer avec tout le grillage si :

- Ce jardin est circulaire ?
- Ce jardin carré ? (Justifier la réponse donnée dans chaque cas). On donne $\pi = 3,14$

Exercice 19

Calculer

| | | |
|-----------|-------------|--------------|
| 3^2 | 0^{15} | $(4)^{-2}$ |
| 2^3 | $(-1)^{18}$ | $(2)^{-5}$ |
| $(3^2)^3$ | $(-1)^{13}$ | $(0,1)^{-1}$ |
| $(-5)^2$ | $(-18)^3$ | 9^0 |
| | $(1)^{13}$ | |

Exercice 20

Calculer $A = 7^5 \times 7^{-3}$; $B = 9^2 \times 9$; $C = 10^6 \times 10^7$; $D = 2^{-4} \times 2^{-1}$; $E = 5^8 \times 5^{-10}$

Exercice 21

Déterminer le plus petit entier n tel que $21\,720\,000 \times 10^n$ soit un entier.

Exercice 22

Trouver les nombres négatifs parmi : 3^7 ; $(-3)^{17}$; $(-3)^{12}$; -3^9 ; -3^{12}

Exercice 23

Remplacer chaque symbole par l'entier naturel qui convient :

$$3^{25} = 3^x \times 3^x ; (2,5)^x \times (2,5)^3 = (2,5)^7$$

Exercice 24

Sachant que $a \times b \times c = 1$, montrer que les égalités suivantes sont vraies : $a^3 \times b \times c = a^2$; $a^2 \times b^3 \times c^2 = b$; $a^3 b^3 c^4 = c$

Chapitre 11 : STATISTIQUES

Objectifs

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit :

- Connaître le vocabulaire « population » ; « effectifs » ; « caractère » ; « fréquence » ; « moyenne » ;
- Être capable de calculer la fréquence et moyenne des valeurs ;
- Être capable de représenter les données statistiques sous forme de tableau, de diagramme en bâtons ; de diagramme circulaire ; d'histogramme.

Durée : 4H

I) Quelques définitions

1) Activité

Soit le tableau suivant de données recueillies dans une classe de 4^è en 2019

| Année de naissance | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | Total |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Nombre d'élèves | 6 | 15 | 17 | 13 | 5 | 56 |
| Pourcentage(%) | 10,71 | 26,78 | 30,35 | 23,21 | 08,92 | 99,97 |

2) Population

La population est l'ensemble sur lequel on travaille. Dans notre cas la population est l'ensemble des élèves de la classe de 4^è.

3) Individu

Un individu est un élément de la population. Dans cet exemple un élève de la classe est un individu.

4) Effectif

L'effectif est le nombre total d'individu de la population. Dans l'exemple ci-dessous l'effectif est 56.

5) Caractère

Le caractère est la propriété étudiée sur la population. Dans cet exemple le caractère est l'année de naissance des élèves.

Un caractère est quantitatif s'il est exprimé par des nombres : 1 ; 2 ; 3...

Un caractère est qualitatif s'il est exprimé par des adjectifs : rouge, beau, grand, malade,...

Dans notre exemple le caractère est quantitatif.

6) Fréquence d'une valeur

Dans la colonne de 2000 on lit 10,71% ou 0,107. On dit que 10,71% ou 0,107 est la fréquence de la valeur 2000.

Dans la colonne de 2001 on lit 26,78% ou 0,267. On dit que 26,78% ou 0,267 est la fréquence de la valeur 2001.

Définition

La fréquence d'une valeur est le rapport de l'effectif correspondant à cette valeur à l'effectif total de la population.

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif correspondant à la valeur du caractère}}{\text{Effectif total}} \times 100$$

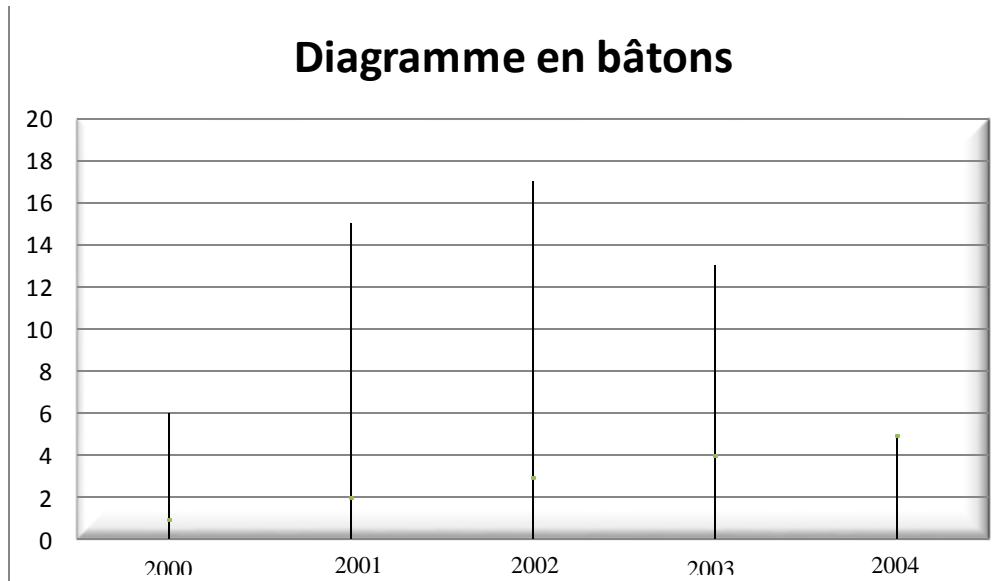
Exemple : Pour le caractère 2003 on : Fréquence = $\frac{13}{56} \times 100 = 23,21 \%$

Remarque : La somme des fréquences d'une donnée statistique est égale à 100% ou à 1. Mais souvent à cause des valeurs approchées on ne trouve pas toujours 100% ou 1.

II) Diagrammes

1) Diagramme en bâton

Construisons le diagramme en bâton à partir des résultats de notre exemple.



Remarque : Dans un diagramme en bâtons les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

2) Diagramme circulaire

Activité

Construire le diagramme circulaire à partir des résultats de l'exemple précédent.

Solution

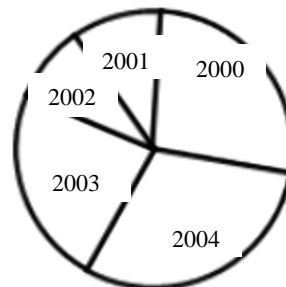
Calcul d'angle :

On : 1993 représente $\frac{6 \times 360}{56} = 38,57^\circ$

1994 représente $\frac{15 \times 360}{56} = 96,42^\circ$

1995 représente $\frac{17 \times 360}{56} = 109,28^\circ$

1996 représente $\frac{5 \times 360}{56} = 32,40^\circ$

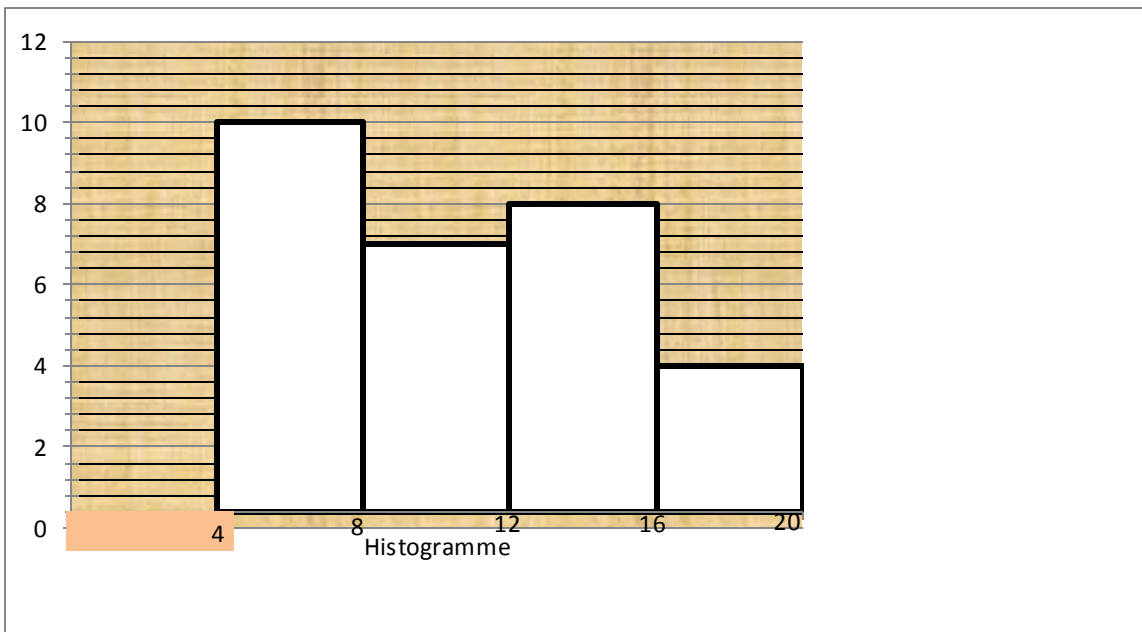


Remarque : Les mesures des angles des sections circulaires sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

1) Histogramme

Soit le tableau suivant contenant des données recueillies dans la classe de 4^e.

| Moyenne en Maths | [0;4[| [4;8[| [8;12[| [12;16[| [16;20[| Total |
|------------------|-------|-------|--------|---------|---------|-------|
| Nombre d'élèves | 0 | 10 | 7 | 8 | 4 | 29 |



Remarque : Dans un histogramme les aires des rectangles sont proportionnelles aux quantités qu'elles représentent.

III) Moyenne

Soit le tableau suivant contenant des notes obtenues par des élèves d'une classe de 4^{ème} en Maths.
Calculons la moyenne obtenue par la classe.

| | | | | | | |
|-----------------|----|----|----|----|----|-------|
| Notes | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
| Nombre d'élèves | 20 | 15 | 12 | 8 | 6 | 61 |

$$\text{Moyenne} = \frac{20 \times 8 + 15 \times 9 + 12 \times 10 + 8 \times 11 + 6 \times 12}{61} = \frac{575}{61} = 9,42$$

EXERCICES

Exercice1

Voici un tableau donnant le nombre de communications d'un télécentre en une journée.

| | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Durées (en mn) | [0,3[| [3,6[| [6,9[| [9,12[| [12,15[| [15,18[|
| Effectifs | 20 | 25 | 15 | 13 | 9 | 8 |

- 1) Combien de communications ont duré au moins 6 minutes ?
- 2) Combien de communications ont duré au plus 12 minutes ?
- 3) Combien de communications ont duré entre 9 et 15 minutes ?

Exercice2

Dans une entreprise, on a relevé les salaires mensuels (exprimés en milliers de francs) des ouvriers.
.Voici la liste obtenue :

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 102 | 100 | 100 | 107 | 105 | 102 | 100 | 100 | 96 | 107 |
| 105 | 100 | 105 | 102 | 102 | 102 | 100 | 100 | 102 | 102 |
| 96 | 102 | 102 | 100 | 102 | 100 | 102 | 100 | 100 | 100 |
| 91 | 100 | 91 | 102 | 102 | 107 | 100 | 102 | 102 | 96 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 107 | 106 | 100 | 100 | 102 | 100 | 100 | 100 | 102 | 93 |
| 102 | 100 | 106 | 100 | 105 | 107 | 102 | 100 | 100 | 105 |
| 96 | 91 | 96 | 96 | 100 | 100 | 105 | 106 | 100 | 106 |
| 100 | 102 | 100 | 96 | 102 | 100 | 93 | 100 | 106 | 100 |
| 105 | 100 | 100 | 93 | 100 | 106 | 100 | 106 | 93 | 100 |
| 105 | 102 | 96 | 107 | 100 | 102 | 106 | 100 | 17 | 107 |

- 1) Quelle est la population étudiée ?
- 2) Quel est le caractère étudié ?
- 3) Quel est le salaire le plus bas ?
- 4) Quel est le salaire le plus haut ?
- 5) Construire un tableau comprenant trois colonnes .Dans la première note les différentes modalités du caractère ,dans la seconde l'effectif correspondant et dans la troisième la fréquence.
- 6) Construire à partir de ce tableau ,le diagramme en bâton des effectifs.
- 7) Calculer le salaire moyen.
- 8) Quel est le salaire le plus fréquent ?
- 9) Combien d'ouvriers gagnent plus de 100 000 frs ?
- 10) Existe-t-il une valeur du caractère pour laquelle 50% des ouvriers ont un salaire supérieur à cette valeur et 50% des ouvriers ont un salaire inférieur ?

Exercice 3

Une enquête réalisée auprès de 120 élèves d'un lycée portait sur le moyen de transport utilisé pour se rendre à l'école et donnait le résultat suivant : 20 élèves viennent à pieds ; 36 à vélo ; 48 à mobylette ; 4 à taxi et 2 se font déposer par leurs parents à voiture.

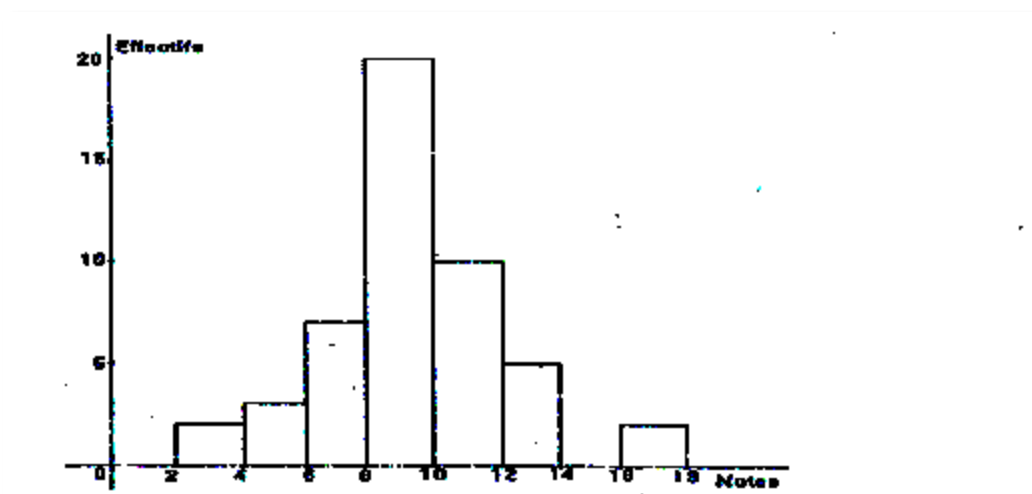
- 1) Quelle est la population étudiée ? quel est le caractère étudié ?
- 2) Compléter le tableau :

| Moyen de transport | Pieds | Vélos | Mobylettes | Taxi | Voitures |
|--------------------|-------|-------|------------|------|----------|
| Effectifs | | | | | |
| Fréquences en % | | | | | |

- 3) Illustrer le résultat de l'enquête par un diagramme circulaire.

Exercice 4

L'histogramme ci- dessous représente les résultats trimestriels en mathématiques d'une classe de 4^e dont l'effectif est de 50.



- 1) Reproduire

et

compléter le tableau ci-dessus (les fréquences seront données sous forme de fractions irréductibles)

| | | | | | | | | |
|------------|--------|--------|--------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Note | [2 ;4[| [4 ;6[| [6 ;8[| [8 ;10[| [10 ;12[| [12 ;14[| [14 ;16[| [18 ;20[|
| Effectifs | | | | | | | | |
| Fréquences | | | | | | | | |

- 1) Calculer le pourcentage des élèves qui ont une note inférieure à 10.
- 2) Calculer le pourcentage des élèves qui ont une note supérieure ou égale à 10.

Exercice 5

Voici le tarifs postaux pratiqués dans une agence pour expédier de petits colis par avion à l'intérieur d'un pays :

| | | | | | | | | |
|-----------|---------|----------|----------|-----------|------------|------------|------------|------------|
| Poids (g) | [0 ;25[| [25 ;50[| [50 ;75[| [75 ;100[| [100 ;125[| [125 ;150[| [150 ;175[| [175 ;200[|
| Prix (f) | 250 | 300 | 350 | 400 | 475 | 550 | 650 | 750 |

- 1) Quelle est la population étudiée ? quelle est la caractère étudié ?
- 2) Tracer l'histogramme des prix pratiqués par cette agence.

Exercice 6

On considère le tableau de données représentant les salaires mensuels d'une entreprise en milliers de francs.

| | | | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Salaires | [25 ;30[| [30 ;35[| [35 ;40[| [40 ;45[| [45 ;50[| [50 ;55[| [55 ;60[|
| Effectifs | 5 | 0 | 10 | 25 | 15 | 0 | 5 |

- 1) Définir la population et le caractère de ce tableau.
- 2) Tracer un diagramme circulaire des effectifs.
- 3) Quel est le nombre d'ouvrier qui gagnent au maximum 40 000 francs ?
- 4) Combien d'ouvriers gagnent un salaire supérieur ou égal à 40 000 francs ?
- 5) Combien d'ouvriers gagnent un salaire S tel que $25\ 000 \leq S < 40\ 000$.

Exercice 7

Le tableau ci- dessous représente les appréciations du travail d'une classe en fin de trimestre.

| | | | | | | |
|---------------|------|----|-------|-------------|---------------|-------|
| Appréciations | TH+E | TH | Moyen | Insuffisant | Avertissement | Blâme |
| Effectifs | 4 | 10 | 30 | 20 | 14 | 12 |

- TH +E = tableau d'honneur + Encouragements ; TH= tableau d'honneur.

- 1) Calculer les fréquences de chaque valeur du caractère.
- 2) Faire un diagramme en bâton des effectifs et des fréquences.
- 3) Faire un diagramme circulaire des effectifs.
- 4) Quel est le pourcentage des élèves qui ont une appréciation positive (travail moyen ou plus)
- 5) Quel est le pourcentage des élèves qui ont une appréciation négative (travail insuffisant ou moins) ?

Exercice 8

Le tableau ci-dessous donne des informations sur les établissements d'enseignements secondaires publics qui ont fonctionné durant l'année scolaire 1999-2000 dans certaines provinces du Burkina Faso .

| | | | | | | | | |
|-------------------------|---------|------|---------|------------|--------|---------|------|--------|
| Provinces | Kadiogo | Séno | Boulgou | Boulkiemdé | Gourma | Yatenga | Poni | Sourou |
| Nombre d'établissements | 16 | 2 | 6 | 16 | 3 | 10 | 4 | 3 |

- 1) Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ?
- 2) Calculer les fréquences correspondantes aux valeurs du caractère.
- 3) Faire le diagramme en bâtons de cette série statistique.

Exercice 9

Dans une classe de 60 élèves, chacun des élèves a été interrogé sur son loisir préféré. On a recueilli les informations suivantes :

25 élèves préfèrent le football, 20 préfèrent l'écoute de la musique ; 10 élèves aiment la lecture et le reste, le cinéma.

- 1) Quelle est la population étudiée ? quel est le caractère étudié ?

2) faire le diagramme circulaire de cette série statistique.

Exercice 10

Le tableau ci-dessous représente les notes obtenues à un devoir de mathématiques par les élèves dans une classe de 4^e.

| Note (n) | $0 \leq n < 4$ | $4 \leq n < 8$ | $8 \leq n < 12$ | $12 \leq n < 16$ | $16 \leq n < 20$ |
|------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|
| Nombres d'élèves | 4 | 18 | 32 | 20 | 6 |

- 1) Quelle est la population étudiée ? quelle est le caractère étudié, Quel est l'effectif de la population ?
- 2) Faire un histogramme circulaire de cette série statistique.

Chapitre 12 : LES APPLICATIONS

Objectifs

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- reconnaître une application;
- connaître la terminologie et la notation de la composition de deux applications ;
- doit savoir que la symétrie centrale, la symétrie orthogonale, la projection et les fonctions monômes et es fonctions polynômes sont des applications ;

Durée : 05H

I) Notion d'application

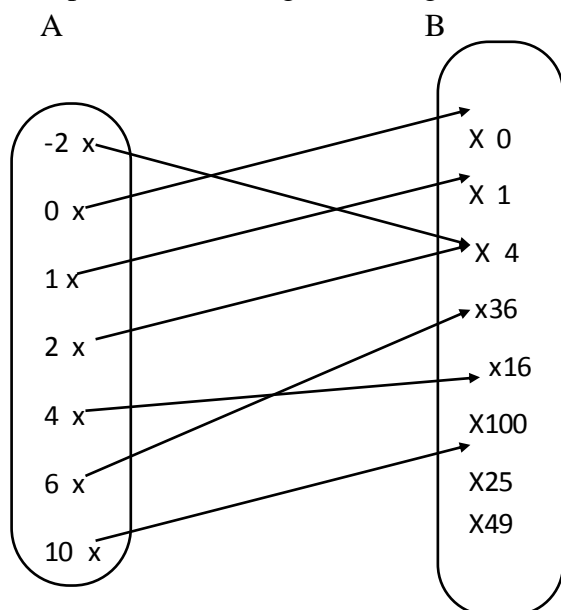
Activité

Considérons la relation R de l'ensemble $A = \{-2; 0; 1; 2; 4; 6; 10\}$ vers l'ensemble $B = \{0; 1; 4; 36; 16; 100; 25; 49\}$ de lien verbal « ...a pour carré... ».

- 1) Représenter le diagramme sagittal de la relation R
- 2) Chaque élément de l'ensemble de départ a-t-il une image ?combien ?
- 3) Cette relation est-elle une application ?

Solution

1) Représentons le diagramme sagittal



- 2) Chaque élément de l'ensemble de départ a au plus une image (0 ou 1)
- 3) Cette relation est une application

Définition

Une application est une relation qui à chaque élément de l'ensemble de départ associe un et un seul élément de l'ensemble d'arrivée.

Notation

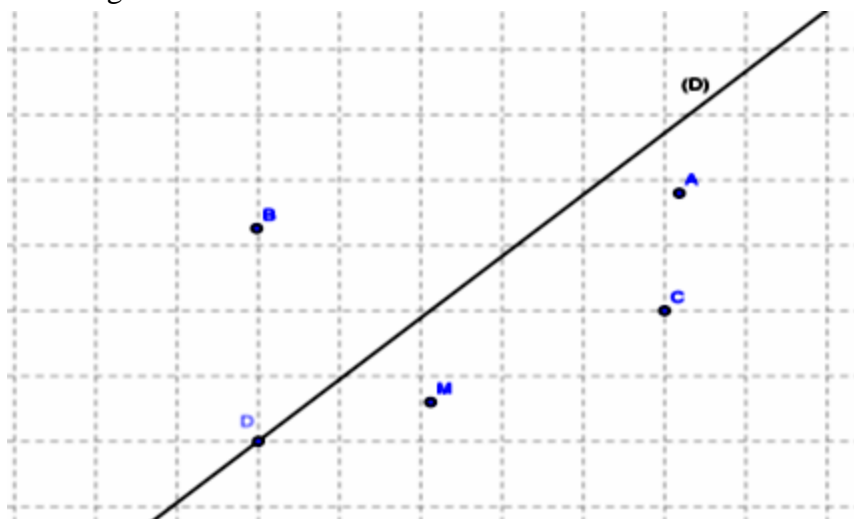
Désignons par f l'application de l'ensemble A vers l'ensemble B, par x un élément quelconque de A et par f(x) son image dans B. On note : $f: A \rightarrow B$
 $x \rightarrow f(x)$

II) Exemples d'applications du plan

1) Symétrie par rapport à une droite (D)

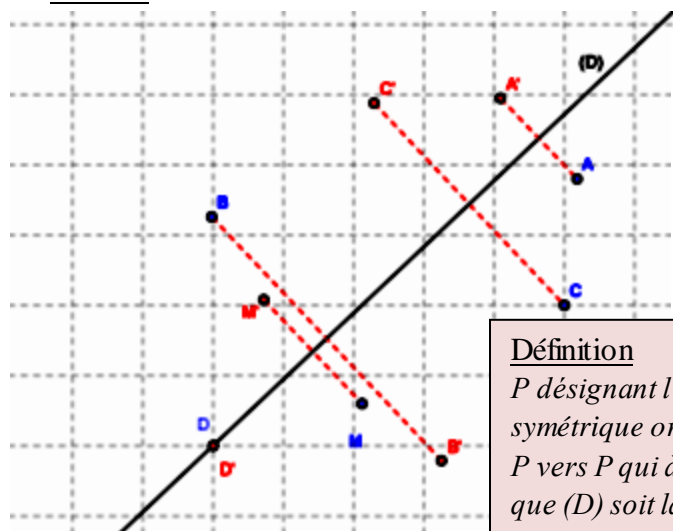
Activité

Soit la figure suivante :



- 1) Construire les points A' B' C' D' et M' symétriques de A, B, C, D et M par rapport à la droite (D).
- 2) Peut-on trouver un autre point M'' symétrique de M par rapport à (D) ?
- 3) Cette construction est-elle une application ?
- 4) Quels sont l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée ?

Solution



- 2) M' est le seul symétrique de M par rapport à (D).
- 3) Cette construction peut être considérée comme une application car tout élément de l'ensemble de départ correspond à un seul élément de l'ensemble d'arrivée.
- 4) L'ensemble de départ est le plan P et l'ensemble d'arrivée est encore le plan P.

Définition

P désignant l'ensemble des points du plan et (D) une droite de ce plan; la symétrique orthogonale par rapport à la droite (D) est l'application S_D de P vers P qui à tout point M du plan P associe le point M' du plan P tel que (D) soit la médiatrice de $[MM']$.

On note: $S_D: P \rightarrow P$

$M \mapsto S_D(M) = M'$ tel que (D) soit la médiatrice de $[MM']$.

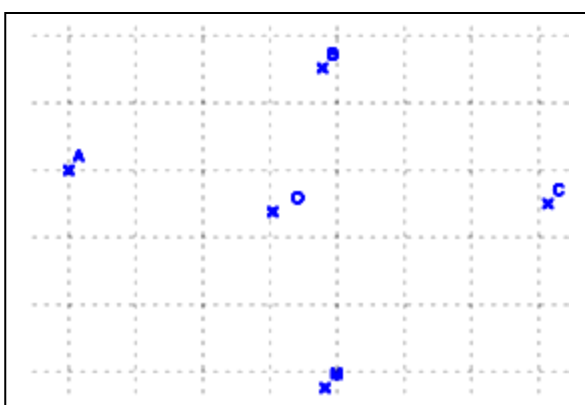
Si $M \in (D)$ alors $M' = M$

Si $M \notin (D)$ alors (D) est la médiatrice du segment $[MM']$.

2) Symétrique par rapport à un point O

a) Activité

Soit les points suivants du plan

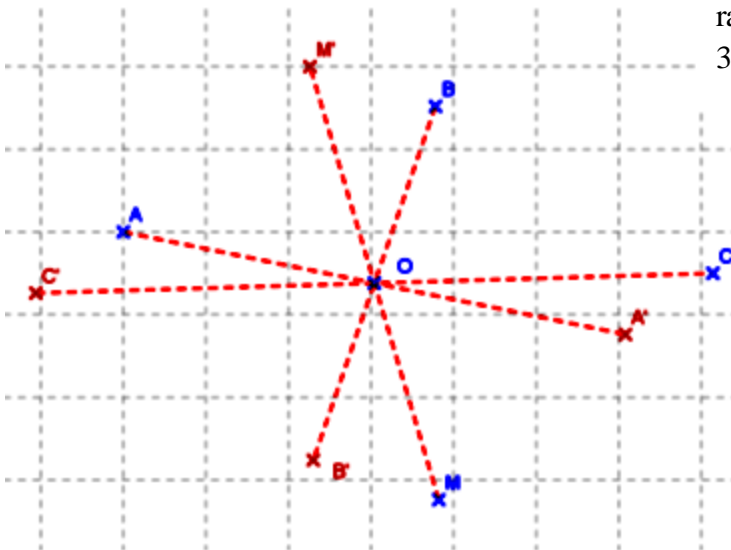


- 1) Construire les points A', B', C' et M' symétriques de A, B, C, et M par rapport à O.
- 2) Peut-on trouver un autre point M' symétrique de M par rapport à O?
- 3) Cette construction est-elle une application ?

Solution

1) Figure

- 2) M' est le seul point symétrique de M par rapport à O
- 3) Cette figure est donc une application.



Définition

P désignant l'ensemble des points du plan et O un point de ce plan, la symétrie par rapport au point O est l'application S_O de P vers P qui à tout point M du plan P , associe le point M' du plan P tel que O soit le milieu de $[MM']$.

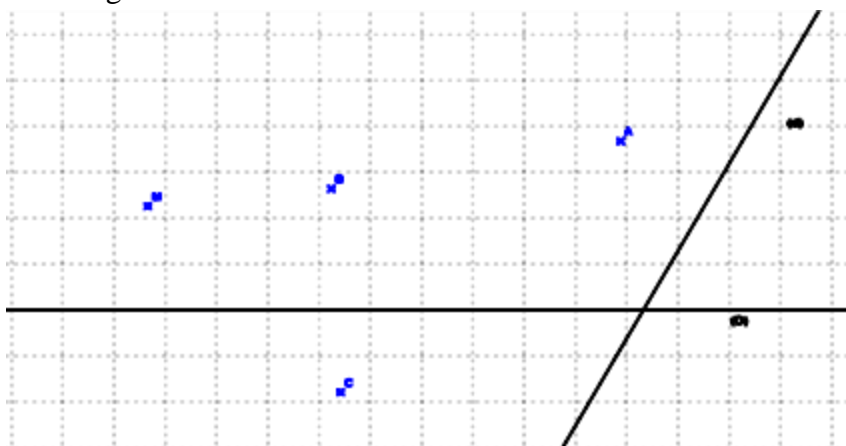
On note $S_O: P \rightarrow P$

$M \mapsto S_O(M) = M'$ tel que O est le milieu du segment $[MM']$.

3) Projection sur une droite

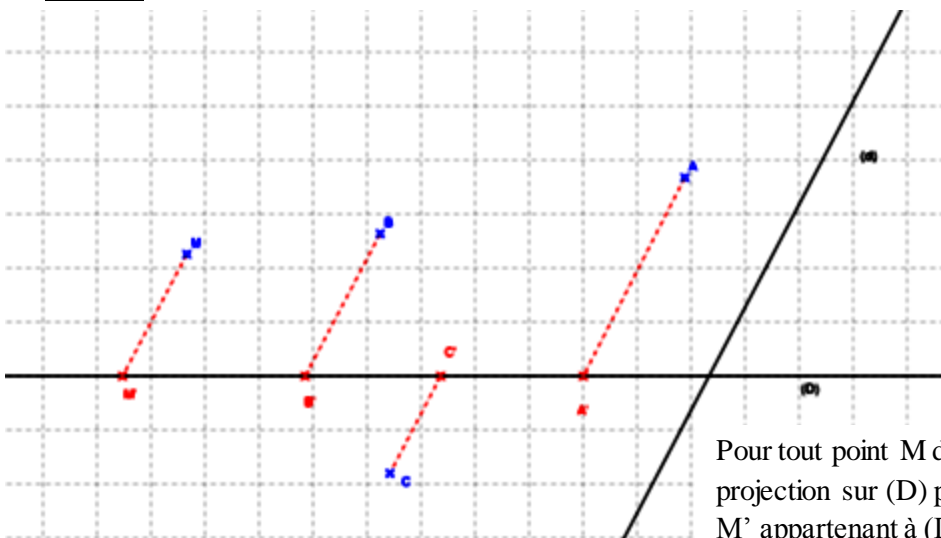
Activité

Soit la figure suivante.



- 1) Construire les points A' ; B' ; C' et M' projetés respectifs de A ; B ; C et M sur (D) parallèlement à (d) .
- 2) Cette figure est-elle une application ?

Solution



Pour tout point M du plan P , son image par la projection sur (D) parallèlement à (d) est le seul point M' appartenant à (D) . Cette construction est donc une application.

Définition

P désignant l'ensemble des points du plan ; (D) et (d) deux droites (non parallèles) de ce plan, la projection sur (D) parallèlement à (d) est l'application P de P vers (D) qui à tout point M du plan P associe le point M' de la droite (D) tel que les droites (MM') et (d) soient parallèles.

On note : $P : P \rightarrow (D)$

$$M \mapsto P(M) = M' \text{ tel que :}$$

_ si $M \in (D)$ on a : $M' = M$

_ Si $M \notin (D)$ on a $(MM') \parallel (d)$.

III) Exemples d'application dans \mathbb{R} **1) Application monôme**

Activité

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto y = 3x^2$$

Compléter le tableau suivant :

| | | | | | | | |
|--------|----|----|---|----|----|----|---|
| x | -3 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 | A |
| $3x^2$ | | | | | | | |

Définition

Soit a un nombre réel non nul et n un entier naturel non nul.

L'application. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto f(x) = ax^n \text{ est une « application monôme » de coefficient } a \text{ et de degré } n.$$

2) Application polynôme**Définition**

-Une application polynôme est une somme de monômes.

-Exemple : l'application. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto f(x) = 6x^3 + 2x^4 - x + 7 \text{ est une « application polynôme » de degré 4.}$$

-Le degré d'un polynôme est celui de son monôme de degré le plus élevé.

Remarque :

-En écrivant $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - x + 7$ on dit qu'on a ordonné le polynôme $f(x)$ selon les puissances décroissantes de x .

-En écrivant $f(x) = 7 - x + 6x^3 + 2x^4$ on a ordonné $f(x)$ selon les puissances croissantes de x .

EXERCICES

Exercice 1

On considère un plan (P) ; une droite (D), un point O de (P) et R l'ensemble des nombres réels. Recopier et compléter le tableau suivant :

| Applications | Ensemble de départ | Ensemble d'arrivée | Lien verbal |
|--|--------------------|--------------------|---|
| Application monôme | | | $x \mapsto ax^n$ |
| | R | R | $x \mapsto 5x^3 + 3x^2 - 1$ |
| Symétrie par rapport à (D) : $S_{(D)}$ | (p) | | |
| Symétrie par rapport à O : S_O | (p) | (p) | |
| | (p) | (D) | $M \mapsto M'$ Si $M \in (D)$, on a $M = M'$ Si $M \notin (D)$, on a $(MM') \parallel (d)$ |
| Projection orthogonale de(P) sur (D) | | | $M \mapsto M'$: Si $M \in (D)$, on a Si $M \notin (D)$, on a |

Exercice 2

Le plan étant rapporté à un repère (O, I, J), on considère l'application p définie par : à tout point M (x, y), on associe le point M'(x, 0). 1) Donner les coordonnées de A', B', C' images respectives des points A(3, -4) ; B(0, 2), C (-5, 0). Placer ces points et leurs images dans le repère.

2)a) Quel est l'ensemble de départ de p ?

b) Quel est l'ensemble d'arrivée de p ?

3) Remplacer les pointillés par les mots ou expressions convenables :

l'application p est unedes points du plan sur..... Parallèlement à.....

4) Déterminer l'image de M dans les cas suivants :

a) M appartient à l'axe des abscisses ;

b) M appartient à l'axe des ordonnées.

Exercice 3

Dans un repère (O, I, J) d'axes perpendiculaires, placer A (1 ; -2) ; B (0 ;4) ;C (-3 ; -1) et D (-5 ; -2)

1) Construire le point E tel que ABCE soit un parallélogramme.

2) Calculer les coordonnées de M milieu de [AD]

3) On admettra que $\widehat{AMB} = 90^\circ$; que représente la droite (EM) pour [AD] ? en déduire la nature de AED

4) soit K le symétrique de E par rapport à (AD). Démontrer que le quadrilatère AEDK est un losange

5) Citer des vecteurs égaux à \overrightarrow{AE} . En déduire la nature de BCDK.

Exercice 4

Donner le degré de chacune des applications polynômes suivants :

1) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto 5x + 3x^3 + x^2 - 3$

2) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto 3x^4 + x^2 + 8x^5 + 1$

Exercice 5

Réduire et ordonner suivant les puissances croissantes de x les polynômes suivants

$$A(x) = 2x^2 - 9x^7 + x^3 - 5x^7 + 32x^2 + 32x^3$$

$$B(x) = 14x^4 - 7x + 3x^3 + 12 + 4x - 5x^4 - 2x^5;$$

$$C(x) = 4x - 3 + 2x^5 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$D(x) = -5x^5 + x^2 + 9x + 2x^4 - x^3 - 7x$$

Exercice 6

Soit l'application f définie dans R par $f(x) = \frac{2}{3}x$. Recopier et compléter le tableau suivant :

| | | | | | | | | | |
|------|----------------|----|---|---------------|---------------|---|-----|-----------------|---|
| X | $-\frac{3}{2}$ | -2 | | | $\frac{4}{3}$ | 5 | | | A |
| f(x) | | | 6 | $\frac{5}{2}$ | | | -12 | $-\frac{12}{3}$ | |

Exercice 7

Soit f l'application polynôme définie dans R par: $f(x) = -x^2 + 3x - 7$. Calculer $f(-2)$; $f(-\frac{3}{2})$; $f(-\frac{1}{3})$; $f(0)$; $f(2)$ et $f(\frac{1}{2})$.

Exercice 8

Soient les applications f et g définies dans R par $f(x) = 3x - 1$ et $g(x) = 3x$.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

| | | | | | | |
|---------------------|----|----|---|---|---|---|
| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| f(x) | | | | | | |
| g(x) | | | | | | |
| $\frac{f(x)}{g(x)}$ | | | | | | |

2) On considère la relation h définies dans R par $h(x) = \frac{3x-1}{3x}$. h est-elle une applicaton de IR dans IR ?

Justifier.

Exercice 9

On considère l'application monôme h définie dans R par $h(x) = ax^2$

1) Déterminer a et écrire h(x) sachant que $h(2) = -12$

2) Soit p l'application polynôme définie par $p(x) = h(x) + 5x^2 - 7x^3 + 4$

a) Réduire p(x) et l'ordonner suivant les puissances décroissantes de x.

b) Calculer $p(0)$; $p(-1)$ et $p(\frac{1}{2})$.

Exercice 10

On considère l'application f définie dans R par $f(x) = |x|$.

1) Calculer $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$

2 Donner les valeurs possibles de x telles que : a) $2f(x) = 4$; b) $f(x) = -4$; c) $f(x) = 0$.

Exercice 11

Soient f et g les applications définies dans R par : $f(x) = -3x + 4$ et $g(x) = 4x - 3$

Exemple de calcul : $f(0) = 4$ et $g[f(0)] = g(4) = 13$.

En s'inspirant de l'exemple de calcul ci-dessus, recopier et compléter le tableau suivant :

| | | | | | |
|------|----|---|---|---|---|
| X | -1 | 0 | 1 | 2 | A |
| f(x) | | 4 | | | |

| | | | | | |
|----------|--|-----|--|--|--|
| g [f(x)] | | -13 | | | |
|----------|--|-----|--|--|--|

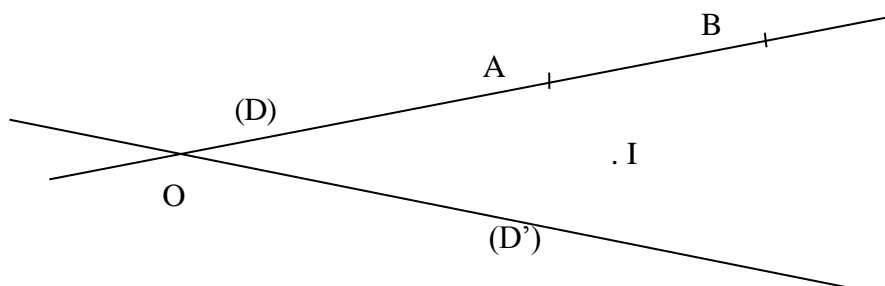
Remarque : $g[f(x)] = \text{gof}(x)$; $\text{gof}(x)$ se lit « g rond f(x) »

Exercice 12

Soit (D) et (D') deux droites sécantes en O et I un point n'appartenant ni à (D) ni à (D') .

On veut construire une application de (D) vers (D') en considérant la relation suivante :

A tout point M de (D), on associe un point M' de (D') tel que M, I et M' soient alignés.



- 1) Construire les images des points A et B.
- 2) Déterminer un point H de (D) qui n'admet pas d'image dans (D')
- 3) La relation ainsi construite est-elle une application ?
- 4) Déterminer un sous-ensemble (d) de (D) pour la relation ci-dessus soit une application de (d) vers (D')
- 5) En nommant cette application q. Donner la notation de q sous forme d'application.

Chapitre 13 : MONOMES ET POLYNOMES

Objectifs

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- Reconnaître un monôme et des polynômes
- Donner le degré et le coefficient d'un monôme;
- Développer et réduire une expression algébrique en utilisant un facteur commun ou en se servant d'identités remarquables ;
- Appliquer les propriétés des opérations et des identités remarquables dans les calculs.

Durée : 05H

I) Opérations sur les polynômes

1) Factorisation d'un polynôme

a) Exemple 1

Factorisons : $7a + 7b$; $45x + 9y$; $10x^2 - 25x^3$

$$7a + 7b = 7(a + b) \quad ; \quad 45x + 9y = 9(5x + y) \quad ; \quad 10x^2 - 25x^3 = 5x^2(2 - 5x)$$

b) Exemple 2

Factorisons : $B = 15x^3 - 20x^4 - 10x^2$

$$B = 5x^2(3x - 4x^2 - 2)$$

c) Exemple 3

Factorisons : $A = 7x + 7y + ax + ay$

$$A = (x + y)(7 + a)$$

Exercice d'application

Factoriser :

$$A = 4x + 4y \quad ; \quad B = 5y^2 - by \quad ; \quad C = 22x^2 + 2cx - 4kx^2 \quad D = ac + 2a - bc - 2b$$

2) Somme de monômes semblablesSoit $A = 7x^2 + 4x^2$ $7x^2$ et $4x^2$ sont des monômes de même degré. On a : $A = (7+4)x^2 = 11x^2$ *Règle: La somme de deux monômes de même degré est soit un monôme de même degré soit le monôme nul.*Exemple : $3x^2 + (-3)x^2 = 0$; $15x^3 - 7x^3 = 8x^3$ 3) Réduction d'un polynômeRéduire $f(x) = 4x^2 - 7x + 13 - 5x^2 + 2x + 6$ On a : $f(x) = 4x^2 - 7x + 13 - 5x^2 + 2x + 6$

$$= 4x^2 - 5x^2 - 7x + 2x + 13 + 6$$

$$= -x^2 - 5x + 19$$

 $-x^2 - 5x + 19$ est l'expression réduite de $f(x)$ Exercice d'applicationRéduire les polynômes suivants : $G(x) = -3 + 6x - 3x + 7x^3 - 7x^2 + 3x^2$ et $H(x) = 2y + 10 - 3y^2 - 17 + 2y^2 + y^3 + 6y^3$ 4) Développement de polynômeDévelopper $(a+b)(c+d)$; $(a+b)(c-d)$; $(a-b)(c-d)$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd$$

II) Produits Remarquables1) Identité 1Développer : $(a+b)(a-b)$ On a : $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$ Retenons :Pour tous réels a et b on a : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ Exercice d'application1) Développer en utilisant les identités remarquables $(2x+5)(2x-5)$; $(7-3x)(7+3x)$.2) Factoriser en utilisant les identités remarquables $4x^2 - 36$; $81 - 16y^2$ 2) Identité 2Développons $(a+b)^2$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Retenons :Pour tous réels a et b on a : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Exercice d'applicationFactoriser $x^2 + 6x + 9$ 3) Identité 3Développons $(a-b)^2$ Retenons :Pour tous réels a et b on a : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$\begin{aligned}
 (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\
 &= a^2 - ab - ab + b^2 \\
 &= a^2 - 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

Exercice d'applicationFactoriser $4x^2 - 4x + 1$ **EXERCICES**Exercice 1

D'après une étude de Lorentz, il existe une relation idéale entre la taille T (en cm) et la masse M (en kg) d'un individu.

Cette formule est pour un homme : $M = T - 100 - \frac{T-100}{4}$;

pour une femme : $M = T - 100 - \frac{T-150}{2}$.

a) Combien devrait peser un homme dont la taille est 1,86cm ? Même question pour une femme de 1,65 cm.

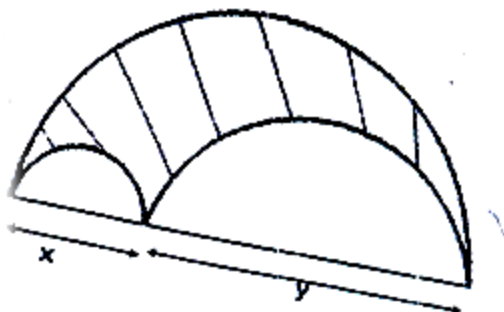
b) Réduire l'expression écrite, dans chacun des deux membres de droite des formules précédentes.

Calculer alors M lorsque $T = 160$ cm pour un homme puis pour une femme.

Exercice 2

On considère la figure suivante :

Déterminer le périmètre et l'aire de la partie grisée en fonction de x et y .

Exercice 3

Développer réduire et ordonner les expressions A; B, C suivantes :

$$A = x(x+5) + x(x-3);$$

$$B = -5(3x-4) - 2x(x^2-x-4x^3-2)$$

$$C = \frac{2x}{3}(12x^2-3x+27) - 5(6x^2-\frac{x}{3}-1).$$

Exercice 4

Parmi les polynômes suivants, lesquels sont égaux ? justifier la réponse.

$$A(x) = 2x^2 - 7x + 3 \quad B(x) = (2x-3)(x+1) \quad C(x) = (2x-1)(x-3)$$

$$D(x) = 2x^2 - 5x + 3 \quad E(x) = 2x^2 - x - 3 \quad F(x) = (2x+3)(x+2) - 2x - 3$$

Exercice 6

On considère les polynômes $f(x)$ et $g(x)$ tels que $f(x) = 4x^2 - 2x + 7$ et $g(x) = -7x^4 + 5x + 2$

1) Réduire et ordonner les expressions suivantes : $f(x)+g(x)$; $f(x)-g(x)$; $-f(x)+\frac{1}{2}g(x)$; $g(x)-2f(x)$

2) Développer, réduire et ordonner suivant les puissances croissantes de x les expressions ci-dessous.

$$f(x)g(x) ; \quad (2x+7)g(x) ; \quad (2x^2-1)f(x)-x^3g(x).$$

Exercice 7

Développer, réduire et ordonner chaque expression algébrique en utilisant les produits Remarquables.

$$A = (x+3)^2 + (x-5)^2 ; B = 4(x-1)^2 - (2x+2)^2 ; C = (x-2)(x+2) - (x+1)^2 ; D = (x+\frac{1}{2})^2 - (\frac{x}{2}+1)^2 - \frac{3}{4}(x-1)(x+1)$$

Exercice 8

En utilisant les produits remarquables, développer :

$$A = (2x-5y-4)(2x-5y+4) ;$$

$$B = (a+b)^4 \text{ (on remarquera que } (a+b)^4 = [(a+b)^2]^2 \text{)}$$

Exercice 9

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A = x^2(x-1) - 2x(3+5x) \quad B = (\frac{x}{4}-1)(2x-\frac{1}{2}) \quad C = (x^3+x^2+1)(2x-5)$$

$$D = 3(x-x^2)(x+3) \quad E = (5x-2)^2 - x^3(x+2)^2 \quad F = 7(x-2)^2 - x(3x+5)^2$$

Exercice 10

Développer ; réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x les expressions suivantes :

$$A = (2x-3)(x-1) \quad B = (x-3)(x-2) \quad C = \frac{x-1}{2}(2x+2)^2$$

$$D = (2x-2)^2 - 3(x-1)^2 \quad E = (2x-3)(3x+2) - 2(2x+3)(3x-2) + (2x-3)(3x-2)$$

Exercice 11

Factoriser les expressions suivantes.

$$5a^3 - 20a^2 ;$$

$$3a^2b - 9ab^2 + 36a^2b^2 ;$$

$$21x^4 - 14x^4 + 35x^6 ;$$

$$27a^2 + 36ab$$

$$(3x-1)^2 - 2(6x-2) ;$$

$$x(x-4) - 2(x-4) ;$$

$$-x-1+x(x+1) ;$$

$$(2x+5)^2 - 10x - 25 + 2(8x+20).$$

Exercice 12

1) A l'aide des produits remarquables, Factoriser les expressions ci-dessous.

a) x^2+4x+4 ; $9+x^2+6x$; $x^2+x+\frac{1}{4}$;

b) $x^2 - 10x+25$; $2x+x^2+1$; $x^2 - 0,2x+0,01$

c) $4a^2 - 16b^2$; $49x^2 - 1$; $1-x^2$; $4x^2 - \frac{1}{16}$; $\frac{4}{9}x^2 - \frac{25}{16}$

d) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{25}a^2$; $0,16 - 0,25x^2$; $0,01x^2 - 1$; $(x+y)^2 - (2x-y)^2$

2) Factoriser les expressions suivantes : $5x^2 - \frac{5}{9}$; $(x-1)^2 - 9(x^2+4x+4)$; $(3x+1)^2 - (x^2+x+\frac{1}{4})$

Exercice 13

Factoriser les polynômes suivants :

$$A(x) = 4(x-2)^2 - 9(x-3)^2 ; B(x) = (2x-3)(3x-2) + (2x+1)(3-2x) - 3+2x$$

$$C(x) = \frac{4}{9} - x^2 + (\frac{2}{3} + x)^2 ; D(x) = \frac{4}{9}(3x-3)^2 - \frac{1}{25}(10x-10)^2$$

$$E(x) = x^2 - 2x(x+1) + (x+1)^2 ; F(x) = (3x+2)^2 - (3x+2)(x+3) + 9x^2 - 4$$

$$G(x) = x^2 + 2x+1 - (x+1)(x+3) + (x^2 - 1) ; H(x) = 3(2x-1)(4x-5) - 7(x - \frac{1}{2})(x+1)$$

Exercice 14

Soit $A = (x+5)(2x-3)$ et $B = (2x-3)(7x+6) + 2x^2 + 7x - 15$

1) Développer, réduire et ordonner A.

2) En déduire une factorisation de B.

3) Calculer B pour $x = -1$; $x = \frac{3}{2}$.

Exercice 15

Réduire chacune des expressions suivantes :

$$A = x + 7x - 4x + 2x ;$$

$$B = 2y - 0,5y + 3,3y ;$$

$$C = -2a + 3b + 5a - 1,2b.$$

Exercice 16

Développer et réduire les expressions suivantes:

$$D = 2(x+8) - (x+6) ;$$

$$E = 5(x-1) + 3(x+1) ;$$

$$F = x - 4(x-3) + 3(x-2).$$

Exercice 17

Soient les expressions suivantes: $A = 5(x - y) + 5(x + y)$; $B = 6(2x - y) - 3(4x - 5y)$.

Calculer A pour $x = -1$ et $y = (57,6)/(23,4)$.

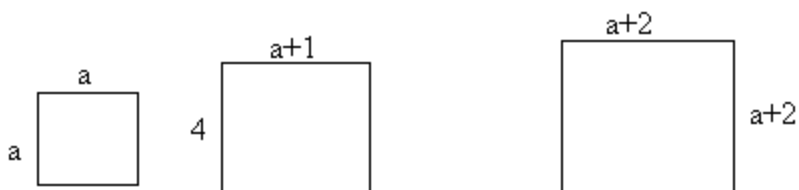
Calculer B pour $x = (-8,79)/(0,43)$ et $y = 1/9$.

Exercice 18

Factoriser les expressions suivantes :

| | | | | | | |
|-------------------|--|-------------------------|--|-----------------|--|------------------|
| a) $4x + 4y$ | | b) $6a + 6b$ | | c) $12x + 3y$ | | d) $7x - 7y$ |
| e) $5a + 5b - 5c$ | | f) $16x - 4y$ | | g) $xy + 3x$ | | h) $ab + 2a$ |
| i) $2xy + y$ | | j) $xy - 5y$ | | k) $ab - 6b$ | | l) $a - 7ab$ |
| m) $5ax + 10x$ | | n) $8nx - 4x$ | | o) $12x + 18bx$ | | p) $25y^3 - y^2$ |
| q) $14t + 35t^2$ | | r) $24x^3 + 12x^2 - 6x$ | | | | |

Exercice 19



Farid dit : "Si $a = 2$, l'aire du grand carré de côté $(a+2)$ est égale à la somme des aires du carré de côté a et du rectangle de dimensions 4 et $a+1$ ".

1. Es-tu d'accord avec Armelle ?
2. La remarque de Farid est-elle toujours vraie quel que soit la valeur de a ?

Chapitre 14 : TRANSLATION

Objectifs

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit capable de :

- reconnaître une translation;
- construire l'image d'un point, d'une figure par une translation donnée ;
- utiliser les propriétés de la translation (conservation des distances, du parallélogramme, des angles, etc.) pour résoudre des problèmes.

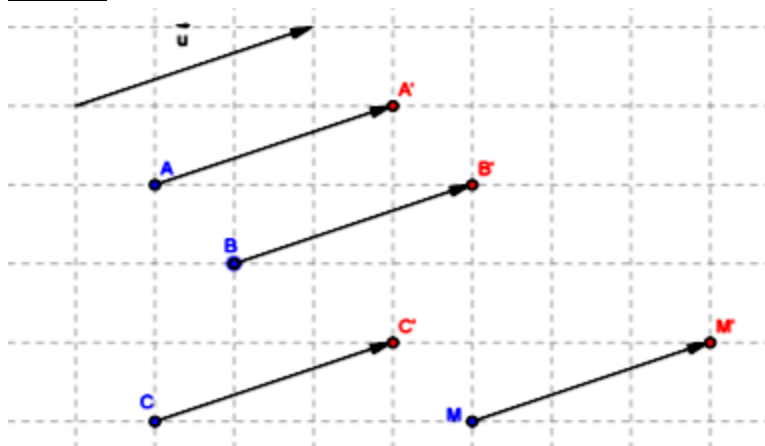
Durée : 05H

D) Définition

Activité

Construire un vecteur \vec{u} et placer les points A ; B ; C et M dans le plan. Construire les points A' ; B' ; C' et M' tels que $\overrightarrow{AA'} = \vec{u}$; $\overrightarrow{BB'} = \vec{u}$; $\overrightarrow{CC'} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

Solution



Pour tout point M, on peut associer un point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$
 Ce procédé est une application du plan dans le plan.
 Cette application est appelée translation du vecteur \vec{u} .

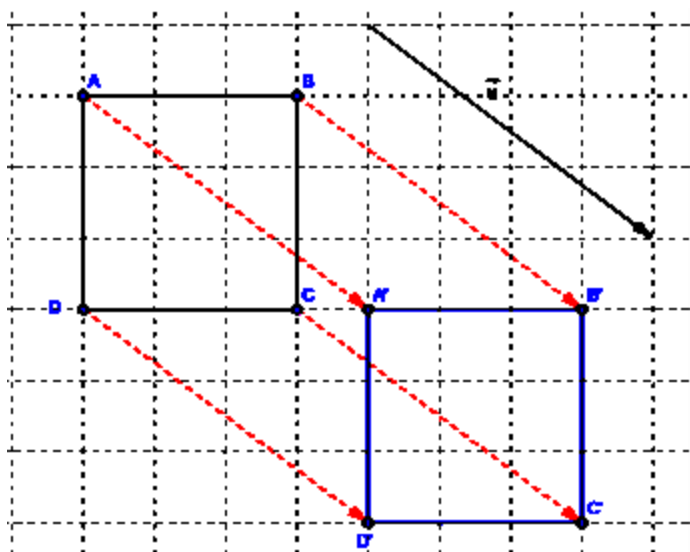
Définition

La translation de vecteur \vec{u} dans le plan P est l'application notée $t_{\vec{u}}$ du plan P dans lui-même qui à tout point M fait correspondre le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

II) Image d'une figure par une translation

Pour obtenir l'image d'une figure par une translation il faut construire les images de tous les points de cette figure par cette translation.

Traçons un vecteur \vec{u} et un carré ABCD puis construisons l'image de ABCD par la translation $t_{\vec{u}}$



On remarque que pour obtenir l'image d'une figure par la translation $t_{\vec{u}}$, on fait glisser la figure le long du vecteur \vec{u} .

III) Propriété

En observant la figure ci-dessus on obtient les propriétés suivantes :

- Si A' et B' sont les images des points A et B par la translation $t_{\vec{u}}$ alors $AA'B'B$ est un parallélogramme ;
- L'image d'un segment $[AB]$ par une translation est un segment $[A'B']$ tel que $AB = A'B'$ et $(AB) \parallel (A'B')$;
- L'image d'une figure par une translation est une figure qui lui est superposable.

Conséquences

- L'image d'un angle par une translation est un angle de même mesure ;
- L'image d'un triangle par une translation est un triangle de même nature et de même dimension (isométrique) ;
- L'image d'un rectangle (carré) par une translation est un rectangle (carré) de même dimension (isométrique) ;
- L'image d'un cercle par une translation est un cercle de même rayon.

EXERCICES

Exercice1

- 1) Dessiner un cercle (C) de centre O et de rayon 2 cm ; choisir un point A de (C) et dessiner le cercle (C') de centre A et de rayon 2cm.
- 2) On appelle P et Q les points d'intersection de (C) et (C') et B le point diamétralement opposé à O sur (C).

Construire l'image de cette figure par la translation $t_{\overrightarrow{BP}}$.

- 3) Montrer que (C'') image de (C') par $t_{\overrightarrow{BP}}$ a pour centre un point de (C).

Exercice2

- a) Marquer les points O et O' tels que OO' mesure 4 cm et le point I milieu de [OO'].
- b) Soit (C) le cercle de centre O et de rayon 2 cm.

Construire le cercle (C') translaté de (C) par la translation $t_{\overrightarrow{OI}}$

- c) Construire un parallélogramme ABCD tel que :

- A et D appartiennent à (C)
- B et C appartiennent à (C')
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OI}$

Exercice3

Marquer trois points O, A et B non alignés, puis tracer la demi-droite [AB) et son image par la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$. Construire l'image de \widehat{AOB} par $t_{\overrightarrow{AB}}$.

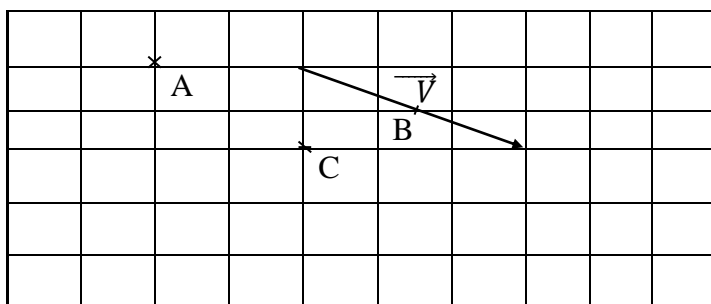
Exercice 4

Reproduire la figure ci _contre et

Construire les Points A',B'et C'

Images respectives des points A ,B

et C par la translation de vecteur \vec{V}



Exercice5

On considère A et A' deux points distincts du plan tels que $AA' = 4\text{cm}$.

- 1) a) Placer un point B n'appartenant pas à (AA').

b) Construire l'image B' de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

- 2) Quelle est l'image du segment [AB] par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$? Justifier la réponse.

Exercice 6

- 1) Construire un triangle ABC tel que $AB = 4$; $AC = 3$; $\widehat{ABC} = 80^\circ$ et $\widehat{BAC} = 40^\circ$.

- 2) a- Placer le point I milieu de [BC].

b- Construire A'B'C' image du triangle ABC par la translation de vecteur \overrightarrow{IA} .

c- Démontrer que la mesure de l'angle $\widehat{A'C'B'}$ est égale à 60° .

Chapitre 15 : COMPOSITION D'APPLICATIONS DU PLAN

Objectifs

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- construire l'image d'un point par la composée de deux translations ;
- construire l'image d'un point par la composée de deux symétries centrales ;
- construire l'image d'un point par la composée de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires.

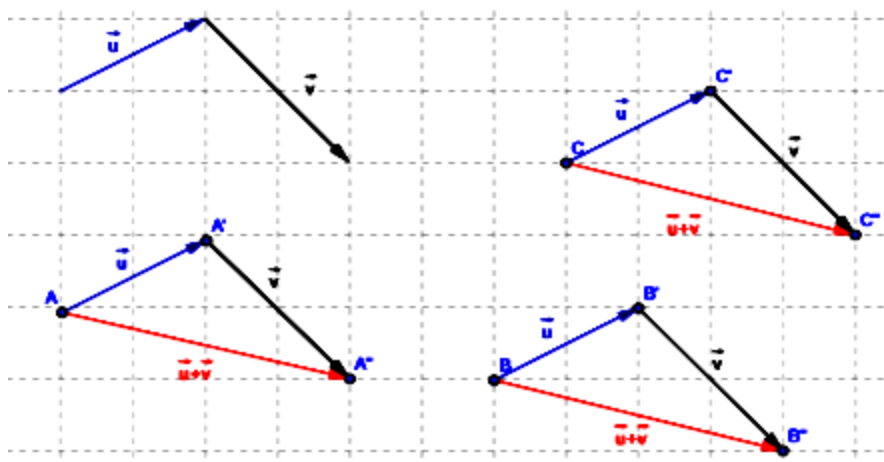
Durée : 05H

I) Composition de deux translations

Activité

Tracer deux vecteur \vec{u} et \vec{v} et placer A ; B et C. Construire le point A' image de A par la translation de vecteur \vec{u} et le point A'' image de A' par la translation de vecteur \vec{v} . Même question pour B et C.

Solution



On constate que $\overline{AA''} = \overline{BB''} = \overline{CC''} = \vec{u} + \vec{v}$. Cela signifie que les points A'' ; B'' ; C'' sont les images respectives des points A ; B ; C par la translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

On note: $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}}(M) = t_{\vec{u} + \vec{v}}(M)$

Définition
 On dit $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}}$ est la composée de l'application $t_{\vec{u}}$ suivie de l'application $t_{\vec{v}}$.
 La translation de vecteur \vec{u} suivie de la translation de vecteur \vec{v} est égale à la translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$. On note $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}} = t_{\vec{u} + \vec{v}}$

II) Symétrie orthogonales d'axes perpendiculaires

Activité

Tracer deux droites (Δ) et (Δ') perpendiculaires en I. Choisir un point M et construire le point M' tel que $M' = S_{(\Delta)}(M)$ et le point M'' tel que $M'' = S_{(\Delta')}(M')$.

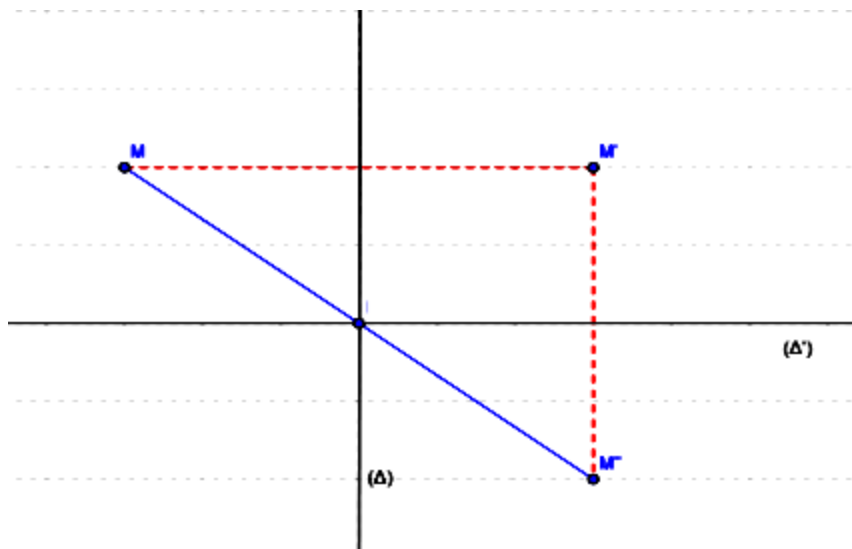
Que représente I pour le segment $[MM'']$?

Solution

I est le milieu du segment $[MM'']$. On a donc :

$S_{(\Delta)} \circ S_{(\Delta')} : P \rightarrow P$
 $M \rightarrow M''$ tel que I est le milieu $[MM'']$

$S_{(\Delta)} \circ S_{(\Delta')}$ est la symétrie de centre I ;
 on écrit : $S_{(\Delta)} \circ S_{(\Delta')} = S_I$



Conclusion
 La composition de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires en O est la symétrie de centre

III) Composition de deux symétries centrales

Activité

Placer deux points A et B et choisir un point M du plan. Construire ensuite le point M' tel que $M' = S_A(M)$ puis le point M'' tel que $M'' = S_B \circ S_A(M)$. Même question pour N

Que dire de $\overrightarrow{MM''}$ et \overrightarrow{AB} ?

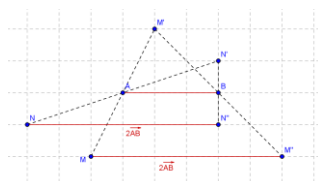
Solution

On a $\overrightarrow{MM''} = 2\overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{MM''} = \overrightarrow{NN''}$

On a donc :

$$S_B \circ S_A : P \rightarrow P' \text{ tel que } \overrightarrow{MM''} = 2\overrightarrow{AB}$$

$S_B \circ S_A$ est la translation du plan de vecteur $2\overrightarrow{AB}$

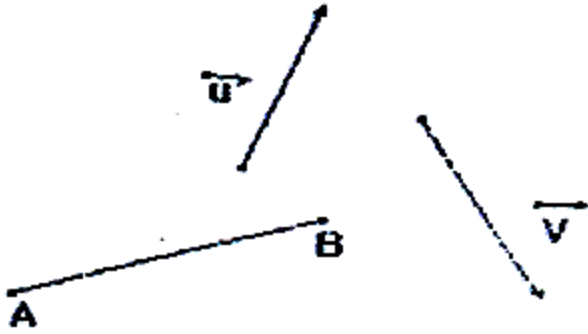


Conclusion
 La composée de deux symétries centrales est une translation. On peut écrire : $S_B \circ S_A = t_{2\overrightarrow{AB}}$

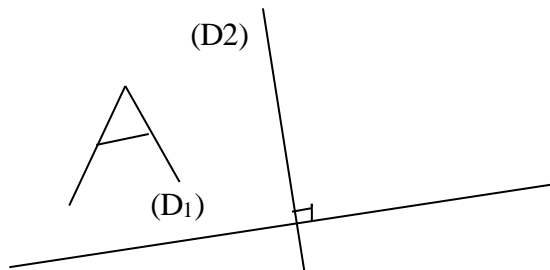
EXERCICES

Exercice 1

On note $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur \vec{u} et $t_{\vec{v}}$ la translation du vecteur \vec{v} , Construis l'image du segment [AB] par la composée $t_{\vec{u}} \circ t_{\vec{v}}$.

Exercice 2

On note S_1 la symétrie orthogonale d'axe (D_1) et S_2 la symétrie orthogonale d'axe (D_2) . Construis l'image de la lettre A dessinée ci-dessous par la composée $S_2 \circ S_1$.

Exercice 3

Soit A, B et C trois points non alignés du plan

- 1) Construire le point A_1 image de A par la symétrie S_B de centre B.
- 2) Construire le point A' image de A_1 par la symétrie S_C de centre C
- 3) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ en fonction de \overrightarrow{BC} .
- 3) Quelle est la nature de $S_C \circ S_B$?

Exercice 4

1) Construire le triangle ABC tel que $AB = 5\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 60^\circ$ et placer deux points I et J extérieurs au triangle ABC.

2) Construire l'image EFG du triangle ABC par la composée de l'application S_I suivie de l'application S_J

Exercice 5

ABC est un triangle équilatéral dont les milieux des côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$ sont respectivement I, J et K. (C_1) est le cercle de centre A passant par I.

- 1) Construire (C_2) l'image du cercle (C_1) par la symétrie de centre I et (C_3) celle de (C_2) par la symétrie de centre J. Que constate-t-on ?
- 2) Préciser la nature de l'application composée $S_J \circ S_I$
- 3) Trouver l'image de (C_2) par $S_K \circ S_J$ et celle de (C_3) par $S_I \circ S_K$.
- 4) a) Quelle est la nature de chacun des quadrilatères AIJK, BJKI et CKIJ ?
 b) Quelle est la nature du triangle IJK ?
 c) Montrer que l'aire de IJK vaut le quart de celle de ABC.

Chapitre 16 : SECTION DE SOLIDES

Objectifs

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- reconnaître des sections de solides coupées par un plan parallèle à leur base;
- représenter une perspective cavalière des sections de solides coupées par un plan parallèle à leur base

Durée : 04H

I- Position relative de deux plans

1) Plans parallèles

Activité

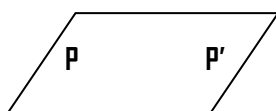
Observons le plafond et le plancher de la salle de classe et prolongeons-les en imagination de façon illimitée. On obtient deux plans sans point commun c'est-à-dire deux plans parallèles.

Définition

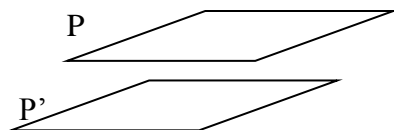
Deux plans P et P' sont parallèles lorsqu'ils n'ont pas de point commun ou lorsqu'ils sont confondus.

On note $P//P'$

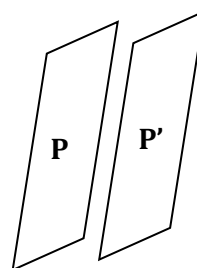
Représentation de deux plans parallèles



P et P' sont confondus



P et P' sont deux plans horizontaux parallèles.



P et P' sont deux plans verticaux parallèles.

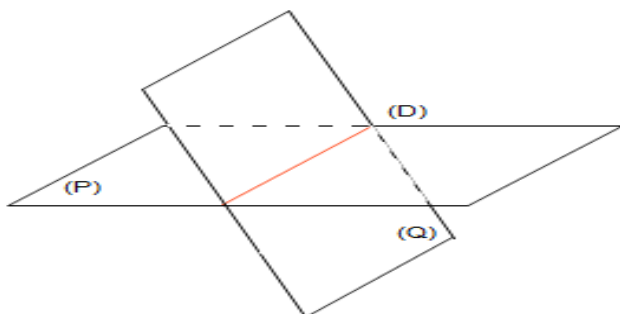
2) Plans sécants

Deux plans **sécants** sont deux plans qui se **coupent**.

L'intersection de deux plans sécants est une droite.

Exemple : deux feuilles de papier, les murs de la salle de la salle de classe.

Représentation de deux plans sécants



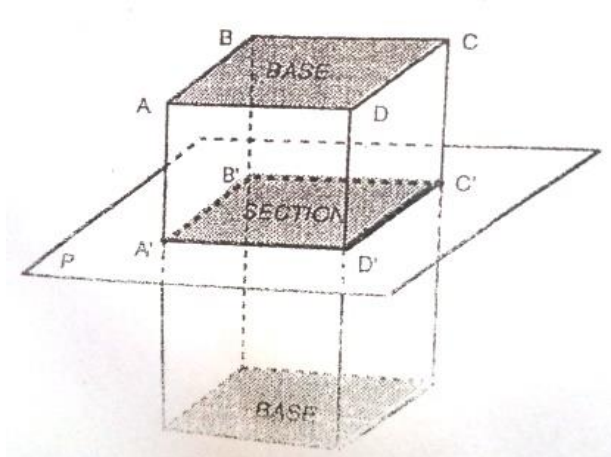
Les parties cachées sont dessinées en pointillées

II) Sections de solides par un plan

1) Définition

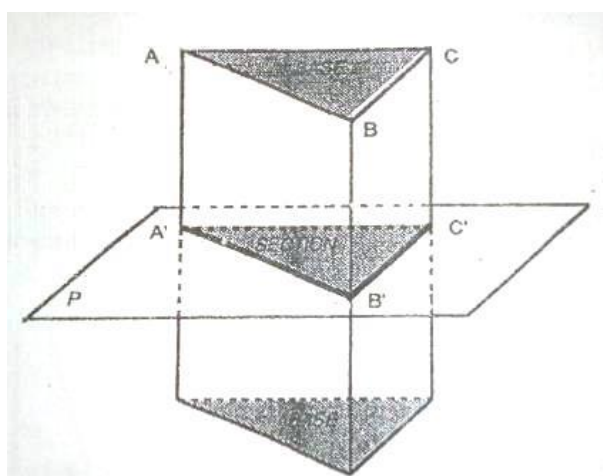
En géométrie, on appelle **section** plane, l'intersection entre un **solide** et un plan.

2) Section d'un parallépipède rectangle par un plan



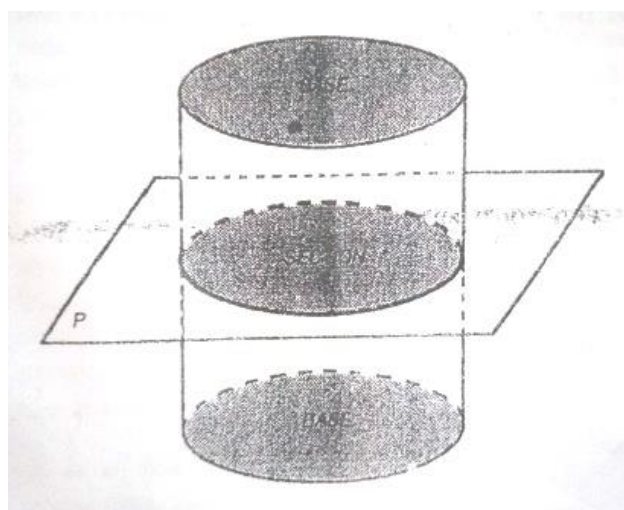
La section $A'B'C'D'$ est un rectangle superposable à la base $ABCD$

3) Section d'un prisme par un plan



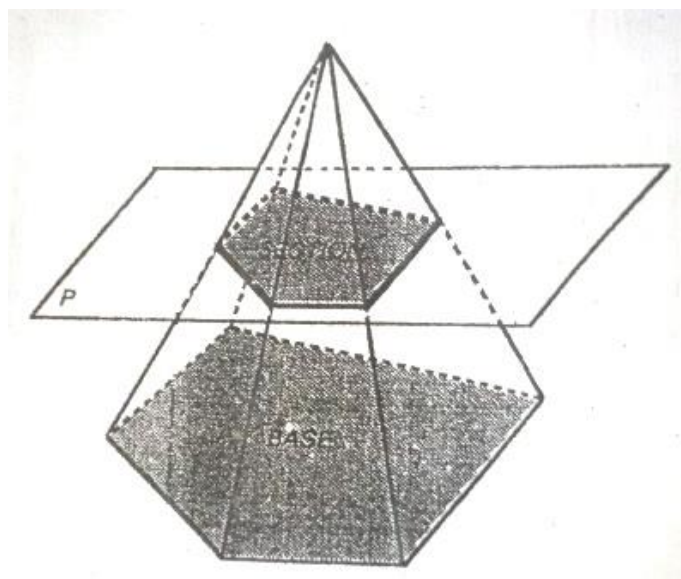
La section $A'B'C'$ est un triangle superposable aux bases.

4) Section d'un cylindre par un plan



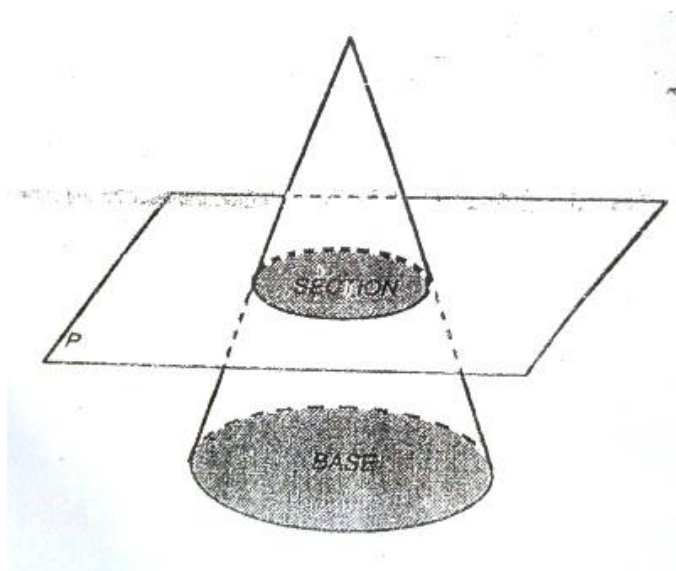
La section est un disque superposable aux bases.

5) Section d'une pyramide par un plan



La section est un polygone de même nature que les bases.
 NB : la partie du solide comprise entre le plan P et la base s'appelle un tronc de pyramide

6) Section d'un cône par un plan

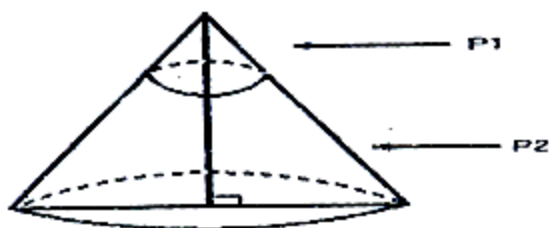


La section d'un cône est un disque
 NB : la partie du solide comprise entre le plan P et la base s'appelle un tronc de cône-

EXERCICES

Exercice 1

On remplit un cône de 9m de hauteur et de 4m de diamètre de base avec deux produits P1 et P2 : au produit P1 pour le tiers de la hauteur et au produit P2 pour les deux tiers restants. (Voir figure ci-dessous).



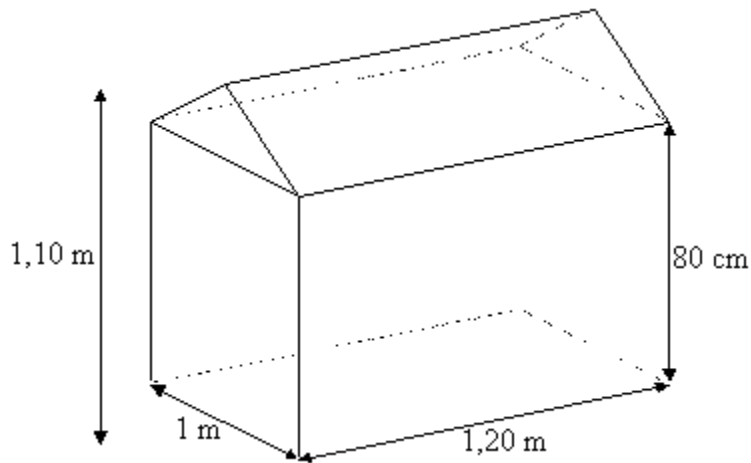
1°) Calculer le volume total du cône

2°) Calculer le volume du produit P1 ainsi que celui du produit P2.

Par quelles fractions faut-il multiplier le volume total pour obtenir chacun des deux volumes ?

Exercice 2

Une maison de poupée a la forme d'un parallélépipède rectangle et d'un prisme droit.
Calculer le volume de cette maison.



Chapitre 17 : EQUATIONS ET INEQUATION DU PREMIER DEGRE DANS \mathbb{R}

Objectifs

A l'issue de ce chapitre, l'élève doit être capable de :

- reconnaître si un réel donné est solution ou non d'une équation ou d'une inéquation sans la résoudre;
- résoudre une équation du premier degré dans \mathbb{R} ;
- résoudre un problème concret se ramenant à une équation ou à une inéquation du premier degré dans \mathbb{R} ;
- représenter l'ensemble solution d'une inéquation du premier degré à une inconnue sur une droite graduée.

Durée : 05H

I) Règle de transposition

1) Exemple

Soit l'équation $a + b = c + d$ (a, b, c, d des réels), si on ajoute $-b$ à chacun des membres de l'égalité on obtient :

$$\begin{aligned} a + b + (-b) &= -b + c + d \\ a &= c + d - b \end{aligned}$$

b a changé de membre et de signe on dit qu'on a transposé b du premier membre au second membre.

2) Règle de transposition

Dans une égalité ou une inéquation on peut transposer un terme d'un membre à un autre à condition de changer son signe.

Exemple

$$\begin{aligned} x + 7 &= -5 \\ x &= -5 - 7 \\ x &= -12 \end{aligned}$$

NB : La règle de transposition ne s'applique que lorsque l'opération est une addition ou une soustraction.

II Equations

1) Rappel

$5x + 3 = x - 6$ est une équation, x est l'inconnu. Résoudre cette équation c'est trouver la ou les valeur(s) de x pour que l'égalité soit vraie.

2) Résolution des équations

a) Equation de type $ax + b = cx + d$

Exemple 1 : Soit à résoudre l'équation $5x - 3 = x - 4$

$$5x - 3 = x - 4$$

$$5x - x = -4 + 3$$

$$4x = -1$$

$$x = \frac{-1}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{-1}{4} \right\}$$

Exercice d'application

Résoudre dans \mathbb{R} :

$$\frac{x+3}{4} + \frac{2x}{3} = \frac{4x-3}{2} - \frac{x+4}{3}$$

$$\frac{2x-1}{5} - \frac{x+2}{3} = -x + \frac{3x-1}{2}$$

b) Equation de type $(ax + b)(cx + d) = 0$

Exemple 2 : Soit à résoudre $(2x + 3)(x - 8) = 0$

$$(2x + 3)(x - 8) = 0$$

$$2x + 3 = 0 \text{ ou } x - 8 = 0$$

$$2x = -3 \text{ ou } x = 8$$

$$x = \frac{-3}{2} \text{ ou } x = 8$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-3}{2}; 8 \right\}$$

Exercice d'application

Résoudre dans \mathbb{R} : $x(4x - 7) = 0$ et $(2x - 7)(5x + 6) = 0$

III) Inéquations

1) Notion d'inéquations

Soit l'inéquation $2x + 1 \geq 4$, cette inéquation est une inéquation d'inconnue x .

Résoudre cette inéquation c'est trouver l'ensemble des réels pour lesquels cette inéquation est vraie.

2) Exemple de résolution

La résolution des inéquations répond à la même règle de transposition, seulement il faut savoir que la multiplication et la division des membres de l'inéquation par un nombre négatif inverse l'ordre.

Exemple : soit à résoudre $4x + 7 \leq 2x - 3$

$$4x + 7 \leq 2x - 3$$

$$4x - 2x \leq -3 - 7$$

$$3x - 4 \leq 7x + 7$$

$$3x - 7x \leq 7 + 4$$

$$2x \leq -10$$

$$x \leq -5$$

$$S = \{ x / x \in \mathbb{R} \text{ et } x \leq -5 \}$$

$$-4x \leq 11$$

$$-x \leq \frac{11}{4}$$

$$x \geq \frac{-11}{4}$$

$$S = \{ x / x \in \mathbb{R} \text{ et } x \geq \frac{-11}{4} \}$$

Exercice d'application

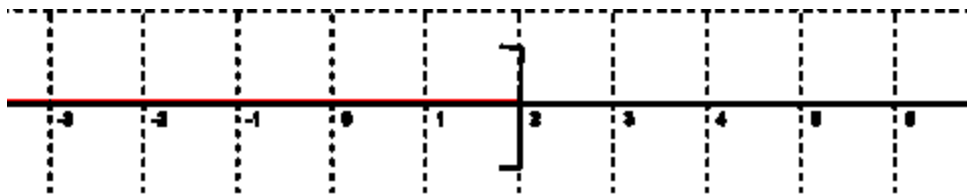
Résoudre dans \mathbb{R} $5x + 7 \leq 0$ et $x - 5 \geq -3x - 1$

2) Représentation graphique de l'ensemble solution

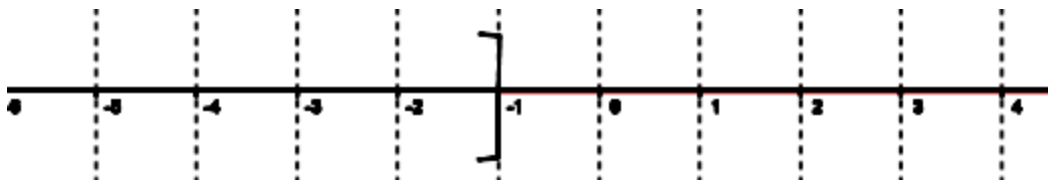
L'ensemble des solutions d'une inéquation peut être représenté sur une droite graduée

Exemple :

$$x \leq 2$$



$$x > -1$$



IV) Résolution de problèmes

1) Résolution de problème se rapportant à une équation

a) Etapas de résolution de problème :

- 1) Choix et désignation de l'inconnue par une lettre
- 2) Mise en équation
- 3) Résolution de l'équation
- 4) Vérification de la solution de l'équation
- 5) Répondre au problème (solution au problème)

b) Exemple

Un homme de 40 ans a un fils de 9 ans ; dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de celui du fils ?

Solution

1) Choix et désignation de l'inconnue

Soit x le nombre d'années au bout duquel l'âge du père sera le double de celui de son fils

2) Mise en équation

$$40 + x = 2(9 + x)$$

3) Résolution de l'équation

$$40 + x = 2(9 + x)$$

$$40 + x = 18 + 2x$$

$$x = 22$$

4) Vérification de la solution de l'équation

$$40 + 22 = 62$$

$$2 \times 22 + 18 = 62 \quad \text{vrai}$$

5) Réponse au problème

Dans 22 ans l'âge du père sera le double de celui du fils.

2) Résolution de problème se rapportant à une inéquation

Madi demande à son frère Souleymane de trouver le nombre de disques qu'il possède à partir des informations suivantes : « le nombre de mes disques n'est pas pair, le double du nombre de mes disques dépasse 8 et le nombre de mes disques augmenté de 3 n'atteint pas 10.

Aider Souleymane à trouver le nombre de disque(s)

Solution

*Choix et désignation de l'inconnue

Soit x le nombre de disques

Mise en inéquation

x n'est pas pair

$$2x > 8$$

$$x + 3 < 10$$

*Résolution de l'inéquation

$$2x > 8$$

$$x + 3 < 10$$

$$x > \frac{8}{2}$$

$$x < 10 - 3$$

$$x > 4$$

$$x < 7$$

$$4 < x < 7 \quad x \text{ étant impair donc } x = 5$$

*Vérification de la solution de l'équation

$$2 \times 5 = 10 > 8 \quad ; \quad 5 + 3 = 8 < 10 \quad \text{vrai}$$

*Réponse au problème

Le nombre de disques de Madi est 5.

EXERCICES

Exercice 1

Quel nombre faut-il retrancher au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{11}{21}$ pour obtenir la fraction $\frac{1}{3}$?

Exercice 2

a) La somme de trois entiers consécutifs est égale à 96. Quel sont ces entiers ?

b) Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est divisible par 3.

c) Quelle réponse aurait-on donnée au a) si 96 avoir été remplacé par 124 ?

Exercice 3

Un rectangle mesure 7cm de longueur et 3 cm de largeur. _Quelle même longueur faut-il ajouter aux côtés de ce rectangle pour doubler son périmètre ?

Exercice 4

Les longueurs des bases d'un trapèze sont 13 cm et 8 cm. Quelle doit être la longueur d'un rectangle dont la largeur est la hauteur du trapèze, et qui a même aire que le trapèze ?

Exercice 5

Deux frères Farid et Latif sortent avec la même somme d'argent .Le premier dépense 135F et le second 165F .Il reste alors à Farid trois fois plus d'argent que Latif . Combien .avaient -ils en sortant ?

Exercice 6

On compte dans une école 550 élèves. Sachant qu'il y a quatre fois plus de filles que de garçons, calculer le nombre de filles et de garçons dans cette école.

Exercice 7

Béatrice a eu deux notes en mathématiques. Entre les deux, elle a progressé de quatre points et sa moyenne est de 13. Quelles sont ces deux notes ?



CHAPITRE 1: LES NOMBRES DECIMAUX

Exercice 1

Calculons et donnons le résultat sous forme de $a \cdot 10^p$

$$1,02 \times 1,03 = 10506 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{5,10}{0,2} = 255 \cdot 10^{-1}$$

$$1,01 \cdot 10^{-8} + 40 \cdot 10^{-7} = 40101 \cdot 10^{-10}$$

$$54 \cdot 10^5 - 98,015 \cdot 10^5 = -44015 \cdot 10^2$$

Exercice 2

a) $100.000.000.000.000$

b) 10^{15}

c) $1,5 \cdot 10^8$

Exercice 3

a) $0,000\ 000\ 001\text{m} = 10\text{Å}$

$0,000\ 000\ 027\text{m} = 270\ \text{Å}$

$3 \cdot 10^{-9}\text{m} = 30\ \text{Å}$

b) Volume $= 8 \cdot 10^{-30}\text{m}^3$

Exercice 4

a) $300 \cdot 10^{-6}\text{mm}$ ou $3 \cdot 10^{-4}\text{mm}$.

b) 300 nm

Exercice 5

Le temps mis par le signal radio pour atteindre la terre

$$\text{Temps} = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}} = \frac{3,2 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^8} = 10666,66s = 2h57min46s$$

Exercice 6

a) l'écriture scientifique de chaque distance en Km :

Vénus : $1,05 \cdot 10^8$; Mars : $2,25 \cdot 10^8$; Terre : $1,5 \cdot 10^8$; Saturne : $1,425 \cdot 10^9$

b) Rangement

$$1,05 \cdot 10^8 < 1,5 \cdot 10^8 < 2,25 \cdot 10^8 < 1,425 \cdot 10^9$$

c) Comparaison

$$1,5 \cdot 10^8 > 1,05 \cdot 10^8 \text{ et } 1,5 \cdot 10^8 < 2,25 \cdot 10^8; 1,5 \cdot 10^8 < 1,425 \cdot 10^9$$

Exercice 7

$$1985 = 1,985 \times 10^3$$

$$314\,159 \times 10^{-5} = 3,14159$$

$$12 \text{ milliards} = 12 \times 10^9 = 1,2 \times 10^{10}$$

$7,3 \times 10^4$ est déjà en écriture scientifique.

$$52 = 5,2 \times 10^1$$

$$320 \text{ millions} = 320 \times 10^6 = 3,2 \times 10^8$$

$$91\,000 = 9,1 \times 10^4$$

$$0,15 \times 10^{-7} = 1,5 \times 10^{-8}$$

$$0,013 \times 10^{-4} = 1,3 \times 10^{-6}$$

Exercice 8

| | |
|--------------------------|--------------------------|
| $P = 7,2 \times 10^7$ | $Q = 1,5 \times 10^{-1}$ |
| $R = 2,8 \times 10^{-9}$ | $S = 1,2 \times 10^{10}$ |

Exercice 9

$$1. A \times B = 7,8 \times 2,6 \times 10^{9+6} = 20,28 \times 10^{15} = 2,028 \times 10^{16}$$

$$\frac{A}{B} = (7,8/2,6) \times 10^{9-6} = 3 \times 10^3.$$

$$2. A \times B = 1,938 \times 10^{-1}$$

$$\frac{A}{B} = (38/51) \times 10^8.$$

$$3. A \times B = 1,11 \times 10^{-8}$$

$$\frac{A}{B} = (185/24) \times 10$$

CHAPITRE 2 : POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITESExercice 2

Les hauteurs issues de I et de A sont toutes deux perpendiculaires à la base commune [BC] donc elles sont parallèles.

Exercice 3

ABCD est un trapèze de bases [AD] et [BC] donc $(AD) \parallel (BC)$.

Les perpendiculaires à (BC) passant par B et C coupent (AD) en E et F donc elles sont parallèles.

On conclut que $EBCF$ est un rectangle.

Remarque : Un rectangle est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles et ses côtés consécutifs perpendiculaires.

Exercice 3

$[EF]$ et $[GH]$ ont même médiatrice donc (EF) et (GH) sont toutes perpendiculaires à leur médiatrice ; par conséquent $(EF) \parallel (GH)$.

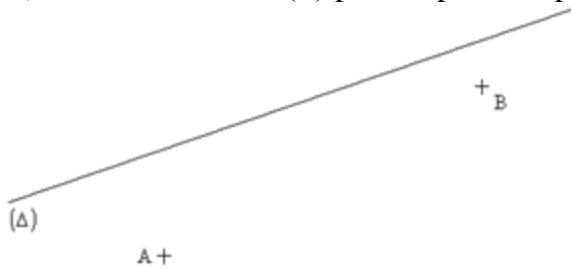
Exercice 6

Par hypothèse E et F équidistants des points B et C donc (EF) est la médiatrice de $[BC]$.

De plus $(\Delta) \parallel (EF)$ et $A \in (\Delta)$ ainsi (Δ) perpendiculaire à (BC) donc (Δ) est une hauteur du triangle ABC .

Exercice 7

1. a) On trace la droite (Δ) puis on place les points A et B :



1. b) Pour tracer le symétrique d'un point par rapport à une droite, on commence par tracer la perpendiculaire à la droite passant par ce point.

Ensuite, à l'aide du compas, on reporte la distance entre le point et la droite de l'autre côté de la droite :



2. Pour tracer le symétrique d'une droite, il faut commencer par construire les symétriques de deux points appartenant à cette droite.

On connaît déjà le symétrique de A par rapport à la droite (Δ) : c'est le point A' .

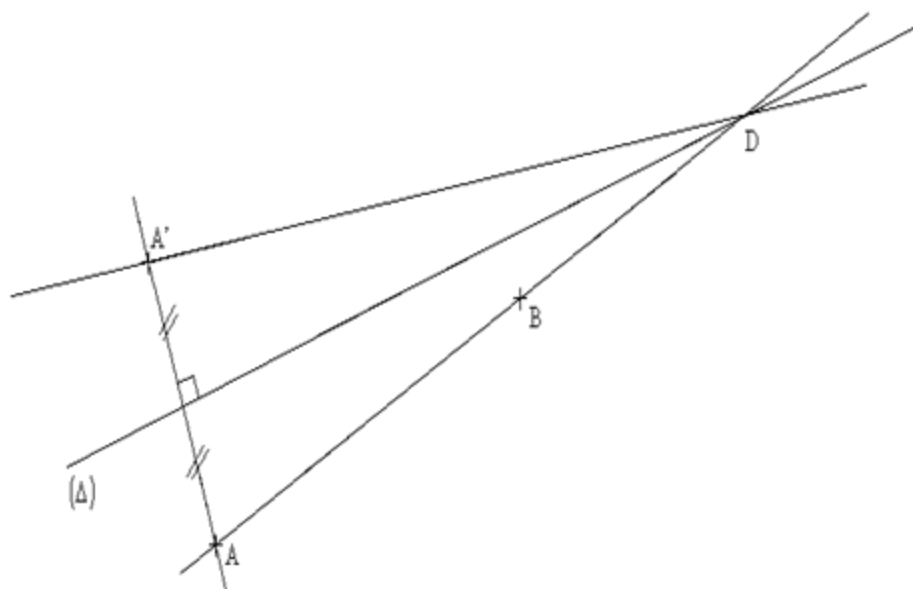
Il faut donc trouver un autre symétrique d'un point de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) .

On appelle C le point d'intersection de la droite (AB) et de la droite (Δ) .

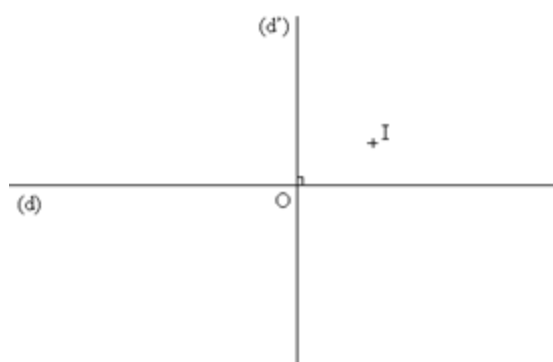
Le point D est un point de la droite (Δ) .

Le symétrique du point D par rapport à la droite (Δ) est le point D lui-même.

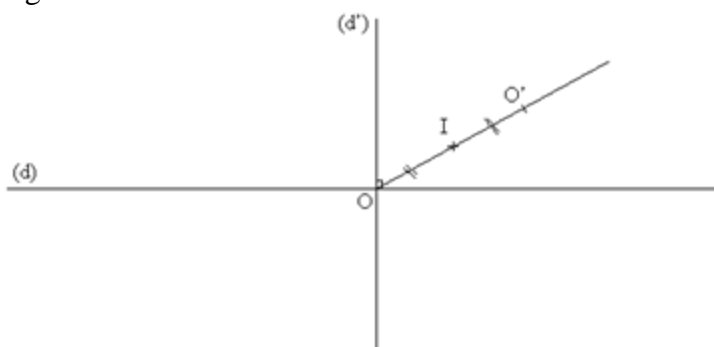
On en conclut que le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) est la droite $(A'D)$.



Exercice 3

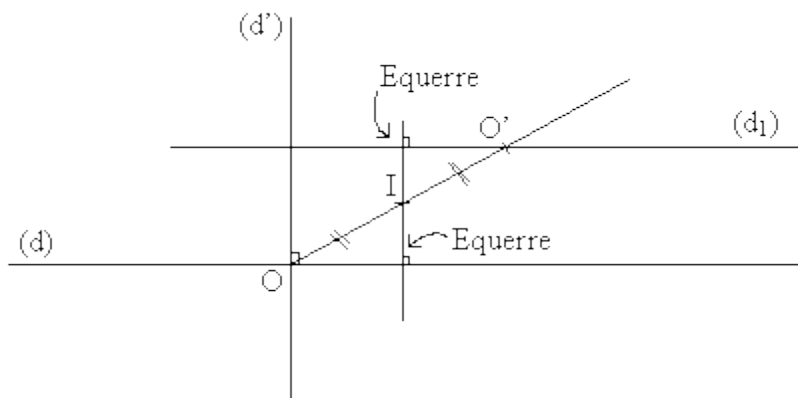


1. Pour construire l'image du point O par rapport au point I, on trace la droite (OI) et on reporte au compas la longueur OI de l'autre coté.

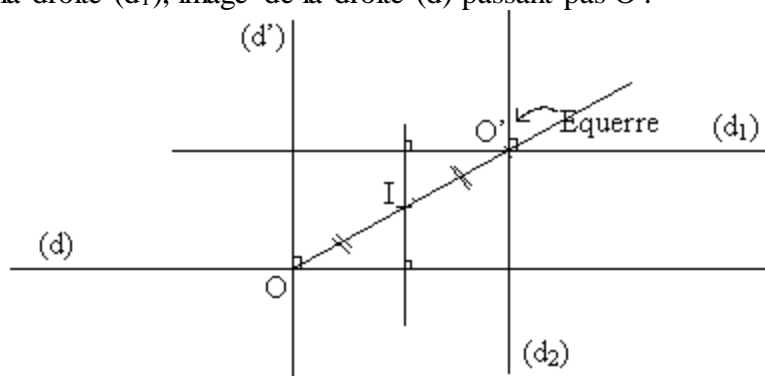


2. a) Je sais que O est un point de la droite (d) et que O' est le symétrique de O par rapport au point I. Or, le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle. J'en conclus que le symétrique de la droite (d) par rapport au point I est la droite parallèle à la droite (d) passant par le point O'.

Traçons cette droite parallèle (que l'on appelle (d_1)) en utilisant l'équerre :

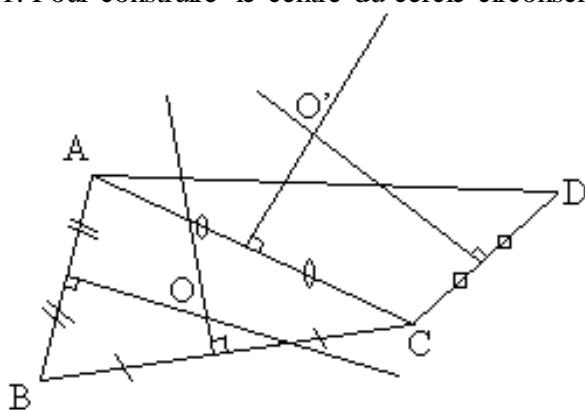


2. b) Je sais que O est un point de la droite (d') et que O' est le symétrique de O par rapport au point I .
 Or, le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.
 J'en conclus que le symétrique (d_2) de la droite (d') par rapport au point I est la droite parallèle à la droite (d') passant par le point O' .
 De plus, je sais que les droites (d) et (d_1) sont parallèles et que les droites (d) et (d') sont perpendiculaires.
 Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
 J'en conclus que les droites (d') et (d_1) sont perpendiculaires.
 De même, je sais que les droites (d') et (d_2) sont parallèles et que les droites (d) et (d_1) sont perpendiculaires.
 Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
 J'en conclus que les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.
 Donc, pour trouver l'image de la droite (d') par rapport au point I , il nous suffit de tracer la perpendiculaire à la droite (d_1) , image de la droite (d) passant par O' .



exercice 9

1. Pour construire le centre du cercle circonscrit à un triangle, il faut tracer deux médiatrices du triangle.



2. On sait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .

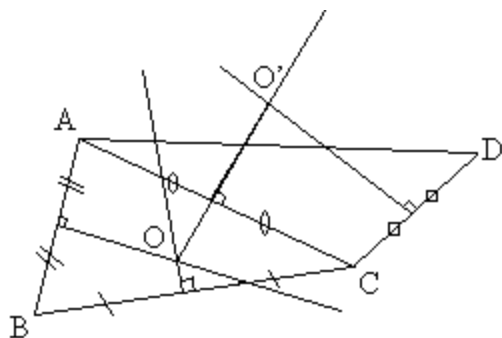
Or, le centre du cercle circonscrit est le point d'intersection des médiatrices d'un triangle.

Donc, O appartient à la médiatrice du segment $[AC]$.

De même, on sait que O' est le centre du cercle circonscrit au triangle ACD .

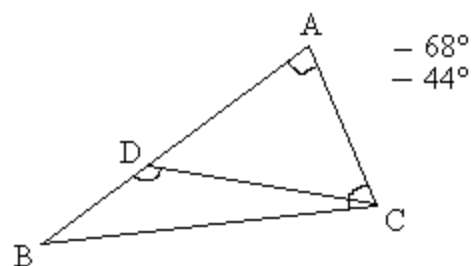
Donc, O' appartient à la médiatrice du segment $[AC]$.

Une droite étant définie par deux points distincts, on en déduit que la droite (OO') est la médiatrice du segment $[AC]$.



Exercice 10

1.



► Mesure de l'angle \widehat{ADC} :

Les angles \widehat{ADC} et \widehat{BDC} sont deux angles supplémentaires.

Or, la somme des mesures de deux angles supplémentaires est égale à 180° .

$$\text{Donc : } \widehat{ADC} = 180 - \widehat{BDC} = 180 - 68 = 112^\circ$$

► Mesure de l'angle \widehat{ABC} :

La somme des mesures des angles du triangle ABC est égale à 180° , donc :

$$\widehat{ABC} = 180 - \widehat{BAC} - \widehat{ACB} = 180 - 44 - 68 = 68^\circ$$

► Mesure de l'angle \widehat{DCB} :

La somme des mesures des angles du triangle BDC est égale à 180° , donc :

$$\widehat{DCB} = 180 - \widehat{CDB} - \widehat{DBC} = 180 - 68 - 68 = 44^\circ (\text{car } \widehat{ABC} = \widehat{DBC})$$

► Mesure de l'angle \widehat{DCA} :

$$\widehat{DCA} = \widehat{BCA} - \widehat{BCD} = 68 - 44 = 24^\circ$$

2. On sait que $\widehat{CDB} = 68^\circ$ et on a montré que $\widehat{ABC} = \widehat{DBC} = 68^\circ$, donc $\widehat{CDB} = \widehat{DBC}$

Le triangle DBC est donc isocèle en C.

On en conclut que $BC = CD$.

Exercice 11

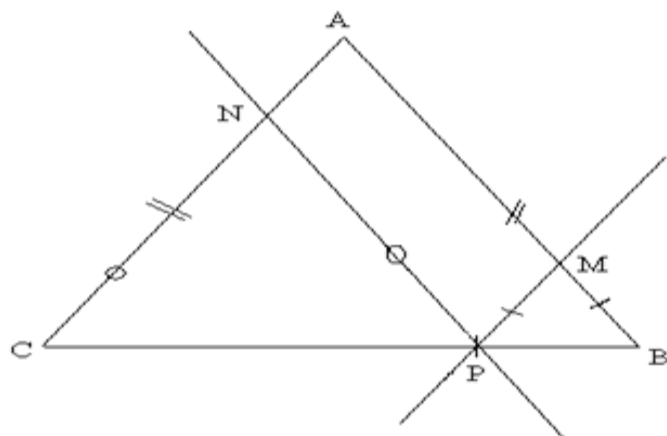
1. Hypothèses :

ABC isocèle en A,

P appartient à [BC],

les droites (PM) et (AC) sont parallèles,

les droites (PN) et (AB) sont parallèles.



2. a) Comparons les angles \widehat{BPM} et \widehat{BCA} :

Les angles \widehat{BPM} et \widehat{BCA} sont deux angles correspondants définis par les droites (PM) et (AC) et la sécante (PC).

On sait que les droites (PM) et (AC) sont parallèles et que la droite (PC) est sécante à (PM) et (AC). Or, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants définis par ces deux parallèles et la sécante sont de même mesure.

On en déduit que les angles correspondants \widehat{BPM} et \widehat{BCA} sont de même mesure : $\widehat{BPM} = \widehat{BCA}$.

b) ► Nature du triangle BMP :

On a vu, à la question précédente, que $\widehat{BPM} = \widehat{BCA}$.

Comme le triangle ABC est isocèle en A, alors $\widehat{CBA} = \widehat{BCA}$.

Donc : $\widehat{BPM} = \widehat{CBA} = \widehat{PBM}$.

On en conclut que le triangle BMP est isocèle en M.

► Nature du triangle PNC :

Les angles \widehat{CPN} et \widehat{PBM} sont deux angles correspondants définis par les droites (PN) et (BM) et la sécante (PM).

On sait que les droites (PN) et (BM) sont parallèles et que la droite (PM) est sécante à (PN) et (BM). Or, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants définis par ces deux parallèles et la sécante sont de même mesure.

On en déduit que les angles correspondants \widehat{CPN} et \widehat{PBM} sont de même mesure : $\widehat{CPN} = \widehat{PBM}$.

Comme le triangle ABC est isocèle en A, alors $\widehat{CBA} = \widehat{BCA}$.

Donc : $\widehat{CPN} = \widehat{PBM} (= \widehat{CBA} = \widehat{BCA}) = \widehat{PCN}$.

On en conclut que le triangle PNC est isocèle en N.

3. Le périmètre du parallélogramme AMPN est égal à :

$$AN + NP + MP + AM = (AC - NC) + NP + MP + (AB - MB)$$

Or, le triangle PNC est isocèle en N, donc $NC = NP$. Le triangle BMP est isocèle en M, donc $MP = MB$. Donc :

$$AN + NP + MP + AM = AC - NP + NP + MB + AB - MB = AC + AB$$

Donc : quelle que soit la position du point P sur le segment [BC], le périmètre du parallélogramme AMPN est égal à $AB + AC$.

CHAPITRE 3 : QUOTIENT D'ENTRIERS RELATIFS

Exercice 1

Simplification de fractions.

$$A = \frac{1}{6} \quad ; B = 462 \quad ; C = \frac{4}{49}$$

Exercice 2

Calculs

$$A = \frac{15}{56} \quad ; B = -1 \quad ; C = \frac{1}{100}$$

Exercice 3

$$\text{Inv}(5) = \frac{1}{5} ; \quad \text{inv}\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{7}{2} ; \quad \text{inv}\left(\frac{-12}{5}\right) = \frac{-5}{12} ; \quad \text{inv}(0,2) = 5 \quad ; \quad \text{inv}\left(\frac{2}{\frac{3}{5}}\right) = \frac{3}{10}$$

$$\text{Inv.}\left(\frac{1}{3}\right) = 6.$$

Exercice 5

Il y a 24 élèves dans la classe et 8 élèves qui décident de continuer en seconde

CHAPITRE 4 : REPERAGE LINEAIRESExercice 1

$$AB=9 \quad ; \quad BD=6 \quad ; \quad DC=6 \quad ; \quad AC=3 \quad ; \quad DA=3$$

Exercice 2

$$c) \quad x_I = -\frac{1}{4}$$

$$d) \quad x_D = 8$$

$$e) \quad BC = \frac{5}{4} ; \quad AD = 10 ; \quad EF = 4$$

Exercice 3

1) Trouvons les abscisses des points C, D et E

$$a) \quad AC = CB \Leftrightarrow C \text{ milieu de } [AB] \text{ donc } x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1$$

$$b) \quad BD = \frac{1}{4} AB \Leftrightarrow |x_D - 5| = \frac{1}{4} |5 - (-3)| = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

$x_D > 6$ donc $x_D - 5 > 0$ ce qui entraîne que

$$x_D - 5 = 2 \Leftrightarrow x_D = 7$$

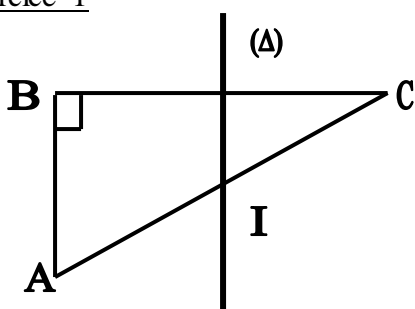
$$c) \quad AE = \frac{1}{4} AB \Leftrightarrow |x_E - (-3)| = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

$$|x_E + 3| = 2$$

$$x_E > -3 \text{ donc } x_E + 3 \geq 0 ; \text{ ainsi } x_E + 3 = 2 \Leftrightarrow x_E = -1$$

2) Déterminons y :

$$\frac{1}{2} AB = y AF \Leftrightarrow y = \frac{\frac{1}{2} AB}{AF} = \frac{\frac{1}{2} |5 - (-3)|}{|4 - (-3)|} = \frac{\frac{1}{2} \times 8}{7} = \frac{4}{7}$$

CHAPITRE 5 : PROJECTIONExercice 1

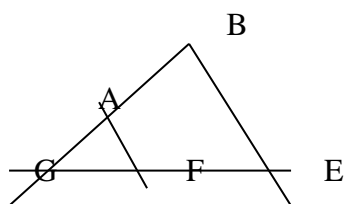
Démonstration

(Δ) médiatrice de [BC] donc (Δ) \perp (BC) et (Δ) passe par le milieu de [BC]

Or (AB) \perp (BC) donc (AB) // (Δ).

(Δ) passe par le milieu de [BC] et parallèle à (AB) donc elle ((Δ)) passe par le milieu de [AC] par conséquent I est milieu de [AC]

Exercice 2



DEMONSTRATION

B symétrique de G par rapport à A donc A milieu de [GB]. E symétrique de G par rapport à F donc F milieu de [GE].

Ainsi, la droite (AF) passe par les milieux des côtés [GB] et [GE] du triangle GBE, elle est donc parallèle à (BE).

Exercice 4

On trace (Δ) passant par N et parallèle à (BC), elle coupe [AB] en son milieu.

Exercice 6

1. On sait que I est le milieu du segment [BC] et que J est le milieu du segment [AC].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième.

J'en conclus que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles.

On sait que ABC est un triangle rectangle en A, donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires, ou encore, les droites (AB) et (AJ) sont perpendiculaires.

On sait que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

J'en conclus que les droites (AC) et (IJ) sont perpendiculaires.

2. (IJ) et (AB) sont parallèles, [AK] inclus dans [AB]. AK vaut la moitié de AB, ainsi que IJ.

On a donc un quadrilatère qui a un angle droit, et deux côtés opposés qui sont parallèles de même mesure. Ce quadrilatère est un rectangle.

AKIJ est donc un rectangle.

Exercice 7

1. D'après le théorème des milieux, si un segment coupe l'un des trois côtés d'un triangle en son milieu, et parallèlement à un autre côté de ce triangle, ce segment coupera le troisième côté du triangle en son milieu, et la longueur du segment sera égale à la moitié du côté auquel il est parallèle.

Soit H le point d'intersection entre la droite (BJ) et la droite (KI).

On sait que les segments [AJ] et [KI] ont la même longueur, et sont parallèles d'après le théorème des milieux.

Puisque (KH) est parallèle à (AJ), et que [KH] coupe [AB] dans son milieu, alors KH vaut la moitié de AJ.

Donc H est bien le milieu de [KI]

2. Le périmètre de IJK vaut : IJ + IK + JK.

IJ vaut la moitié de AB, soit 2 cm

IK vaut la moitié de AC, soit 2,5 cm

KJ vaut la moitié de BC, soit 3 cm

Périmètre de IJK = 2 + 2,5 + 3 = 7,5 cm

Périmètre de AKIJ = AK + KI + IJ + JA

AK = JI = 2 cm

KI = JA = 2,5 cm

Périmètre de AKIJ = AK + KI + IJ + JA = 2 + 2 + 2,5 + 2,5 = 9cm

Périmètre de BKIJ = BK + KJ + JI + IB

$$BK = AK = IJ = 2 \text{ cm}$$

$$BI = KJ = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Périmètre de BKIJ} = BK + KJ + JI + IB = 2 + 2 + 3 + 3 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Périmètre de CIKJ} = CI + IK + KJ + JC$$

$$CI = BI = KJ = 3 \text{ cm}$$

$$JC = JA = IK = 2,5 \text{ cm}$$

$$\text{Périmètre de CIKJ} = CI + IK + KJ + JC = 3 + 3 + 2,5 + 2,5 = 11 \text{ cm}$$

Exercice 8

1. D'après le théorème des milieux, (AB) et (IJ) sont parallèles, et IJ vaut la moitié de [AB].

[ML] coupe [KI] et [KJ] respectivement dans leurs milieux, donc d'après le théorème des milieux, (ML) est parallèle à (IJ) et la longueur ML vaut la moitié de la longueur IJ. Puisque (ML) est parallèle à (IJ), et que (IJ) est parallèle à (AB), alors (ML) est parallèle à (AB).

2. Ainsi, puisque IJ vaut la moitié de AB, et que ML vaut la moitié de ML, alors ML vaut la moitié de la moitié de AB, soit le quart de AB.

Il en est de même pour KL qui vaut le quart de BC, et KM qui vaut le quart de AC, donc le périmètre de KLM vaut le quart du périmètre de ABC.

$$\text{Périmètre de ABC} = 7 + 8 + 12 = 27 \text{ cm}$$

$$\text{Périmètre de KLM} = 27/4 = 6,75 \text{ cm}$$

Exercice 9

1. (IJ) est parallèle à (MN), et la longueur de IJ, vaut la moitié de la longueur de AB.

KN = NB = KM = MA. Donc MN = KM + KN. Donc MN vaut la moitié de AB, soit la même longueur que le segment [IJ].

Puisque (IJ) // (MN) et que [IJ] et [MN] ont la même longueur, alors MJIN est un parallélogramme.

2. MJIN est un rectangle, si (NI) et (JI) sont perpendiculaires, et donc si ABC est isocèle en C.

MJIN est un losange si NI = IJ, et donc si la médiane issue de C soit égale à AB. Il faut donc que ABC soit inscrit dans un cercle de centre K, et de rayon AB.

MJIN est un carré si MJIN est un losange et un rectangle, donc si les deux conditions ci dessus sont vérifiées. Ce qui nous donne un triangle tel que CK = AB, avec CK une hauteur du triangle ABC.

Exercice 10

Le périmètre de DEFGHI vaut le triple du périmètre de ABC.

En effet, EF = AC, FG = 2 × AB, GH = BC, HI = 2 × AC, ID = AB, et ED = 2 × BC

DE + EF + FG + GH + HI + ID = périmètre de DEFGHI.

$$2 \times BC + AC + 2 \times AB + BC + 2 \times AC + AB = 3 \times BC + 3 \times AB + 3 \times AC$$

$$= 3 \times (BC + AB + AC) = 3 \times \text{Périmètre de ABC}$$

Exercice 11

1. Puisque I et J sont les centres respectifs des parallélogrammes ABCD et ABEF, alors, I et J sont les milieux de [AE], [AC], [BD] et [BF].

En se plaçant dans le triangle ACE, (IJ) coupe les segments [AC] et [AE] dans leurs milieux respectifs. (IJ) est donc, d'après le théorème des milieux, parallèle à (CE).

En se plaçant dans le triangle BDF, (IJ) coupe les segments [BD] et [BF] dans leurs milieux respectifs. (IJ) est donc, d'après le théorème des milieux, parallèle à (DF).

Puisque (IJ) est parallèle à (CE) et à (DF), (CE) et (DF) sont parallèles.

2. D'après le théorème des milieux, IJ vaut la moitié de CE, mais IJ vaut aussi la moitié de DF. IJ étant constant, [CE] et [DF] ont la même mesure.

De plus, (CE) // (DF) donc CDFE est un parallélogramme.

Exercice 12

Dans le triangle CAD, la parallèle à (AD) passant par J coupe [CA] dans son milieu, d'après le théorème des milieux.

Dans le triangle CAB, la parallèle à (AB) passant par I coupe [CA] dans son milieu, d'après le théorème des milieux.

Le milieu de [CA] étant unique, la parallèle à (AB) passant par I, et la parallèle à (AD) passant par J, se coupent dans le milieu du segment [CA]. L'intersection de ces deux droites étant le point P, P est le milieu de [CA].

Exercice 13

Puisque ABCD est un parallélogramme, et que E appartient à [AB], on a (AE) qui est parallèle à (DC). Or F appartient à [DC] donc (AE) est parallèle à (DF).

Dans le triangle D'DF, puisque (AE) // (DF) et que A est le milieu de [D'D], on a alors, d'après le théorème des milieux, $DF = 2 \times AE$.

Or $AE = \frac{1}{3}AB$, donc $DF = 2 \times \frac{1}{3}AB$.

Étant donné que $DC = AB$, et que $DF = 2 \times \frac{1}{3}AB$, $DF = 2 \times \frac{1}{3}CD$, et donc $CF = CD - DF = CD - 2 \times \frac{1}{3}CD$

$$CF = \frac{1}{3}CD$$

Exercice 14

1) Calculons les coordonnées des points C et D

a) C milieu de [AB] donc $x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_C = \frac{y_A + y_B}{2}$

$$x_C = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } y_C = \frac{5 + 4}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{D'où } C\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

b) B milieu de [AD] donc $x_B = \frac{x_A + x_D}{2}$ et $y_B = \frac{y_A + y_D}{2}$

$$\text{Ainsi } x_D = 2x_B - x_A \quad \text{et} \quad y_D = 2y_B - y_A$$

$$x_D = 2 \times (-2) - 3 = -7 \quad \text{et} \quad y_D = 2 \times 4 - 5 = 3$$

$$\text{D'où } D(-7; 3)$$

Montrons que F est milieu de [BE]

$$\text{On a: } \frac{x_B + x_E}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0 \quad \text{et} \quad x_F = \frac{y_B + y_E}{2} = \frac{4 + (-2)}{2} = 1 = y_F \quad \text{donc } F \text{ est milieu de } [BE]$$

CHAPITRE 6 : LES NOMBRES RATIONNELS

Exercice 2

Pas de bonne réponse à encrer

Exercice 3

1) Ecrivons les nombres suivants sous forme d'une suite décimale illimitée périodique.

$$\frac{1}{3} = 0,3\underline{3}\dots; \quad \frac{7}{3} = 2,3\underline{3}\dots; \quad \frac{17}{19} = 0,94\underline{4}\dots; \quad \frac{1}{11} = 0,09\underline{09}\dots$$

2) Ecrivons sous forme de fraction les SDIP suivants :

$$0,8\underline{8}\dots = \frac{8}{9}; \quad 1,4\underline{4}\dots = \frac{13}{9}; \quad 0,783\underline{3}\dots = \frac{29}{37}; \quad 1,04\underline{4}\dots = \frac{47}{45}$$

Exercice 4

0,8 est une valeur approchée par défaut de la masse de chaque part au dixième près et 0,9 est la valeur approchée par excès au dixième près.

0,85 est une valeur approchée par défaut de la masse de chaque part au centième près et 0,86 est la valeur approchée par excès au centième près

Exercice 7

a) La valeur exacte de la largeur est $l = \frac{115}{27}$

b) Ecriture décimale de l

$$l = 4,259 \text{ cm}$$

2 est le chiffre des dixièmes, 5 celui des centièmes, 9 celui des millièmes

c) Il peut donner 4,3cm

CHAPITRE 7 : POLYGONESExercice 8

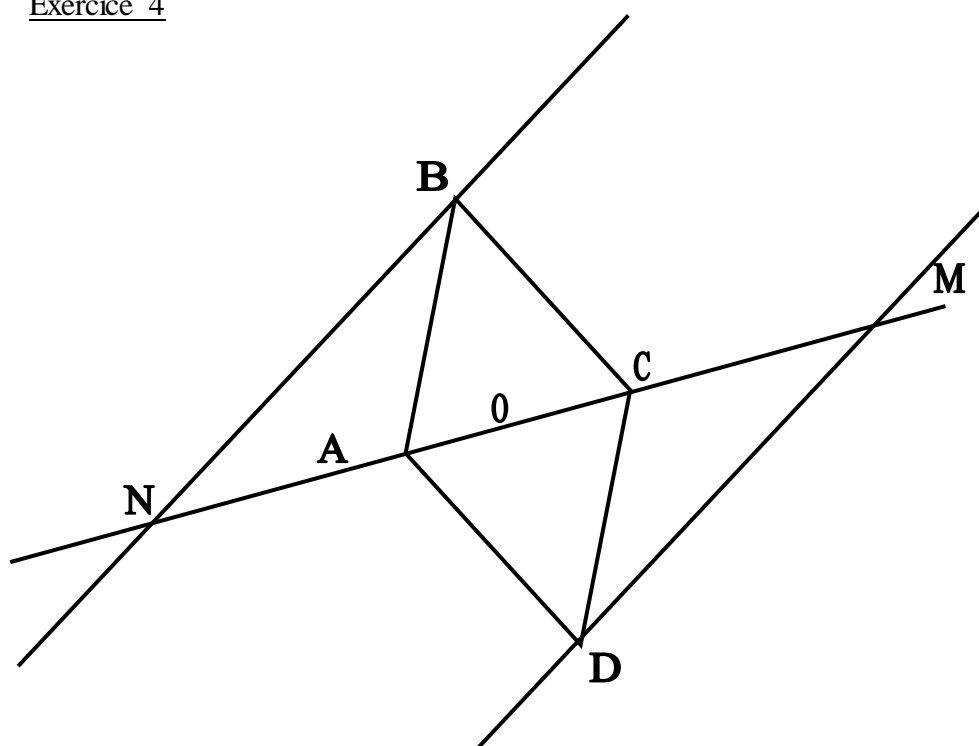
Ce polygone a 12 côtés.

Exercice 9

- 1) $n_1 = 8$ et $n_2 = 12$
- 2) L'angle au centre de P_1 vaut 45° et celui au centre de P_2 vaut 30°

CHAPITRE 8 : LES VECTEURSExercice 1

- 1) a- Le(s) vecteur(s) égaux(égal) à \overrightarrow{AE} est(ont) \overrightarrow{BF}
b- les vecteurs égaux à \overrightarrow{FE} sont \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{GH}
- 2) Vrai
- 3) Vrai

Exercice 4

2) ABCD est un parallélogramme de centre O donc O milieu de [BD].

De plus, N est le projeté de B sur (AC) parallèlement à (DM) et M projeté de D sur (AC) parallèlement à (DM) donc O est milieu de [MN].

3) Prouvons que :

$$a) \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MD}$$

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{ON} \text{ or } \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD} \text{ et } \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MO} \text{ ainsi } \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{MD} \text{ donc } \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{MD}.$$

$$b) \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} \text{ or } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB} \text{ ainsi}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{NB}$$

$$= \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{BC}$$

$$= \overrightarrow{NC}$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$$

CHAPITRE 9 : LES NOMBRE REELSExercice 4

Développons les expressions suivantes :

$$\frac{3}{4}(8a - 4b) = 6a - 3b$$

$$24 \left(\frac{2x}{9} - \frac{7y}{12} \right) = \frac{16x}{3} - 14y$$

$$-5(2a + 3) = -10a - 15$$

$$-3(2a - 4,2) = -6a^2 + 12,6a$$

$$(2a + 3b)(a - 2b) = 2a^2 - 6b^2 - ab$$

Exercice 5

Développons les expressions suivantes :

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

Exercice 7

Factorisation

$$A = a(3,7 - 2,4)$$

$$B = a(1 - 7a^2)$$

$$C = 18(2a - 3b + 5c)$$

$$D = ba \left(\frac{2}{3}b - \frac{1}{4}a \right)$$

$$E = 2x^2 y^2 (3x^2 - y)$$

Exercice 10

Encadrement

$$-4 < -3,15 < -3 ; \quad -1 < -\frac{4}{7} < 0$$

$$31 < 31,95 < 32 ; \quad -5 < -\frac{37}{8} < -4 ; \quad 6 < \frac{81}{13} < 7$$

Exercice 13

1) Trouvons un encadrement de l'aire de la chambre

$$\text{On a : } 3m < l < 4m$$

$$10m \times 3m < L.l < 10m \times 4m$$

$$30m^2 < A < 40m^2$$

2) Le nouvel encadrement de cette aire

$$\text{On a : } 3m < l < 4m$$

$$3m + 3m < l_1 < 4m + 3m$$

$$6m < l_1 < 7m$$

$$10m \times 6m < L.l_1 < 10m \times 7m$$

$$60m^2 < A' < 70m^2$$

Exercice 16

Complétons le tableau par vrai ou faux

| | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|-------|---------|-------|--------|--------|-------|
| 5 ∈ A | -3 ∉ A | 10 ∈ A | 0 ∈ A | 7,5 ∈ A | 2 ∉ A | 18 ∈ A | 20 ∉ A | 8 ∉ A |
| Faux | Vrai | Vrai | Faux | Faux | Vrai | Vrai | Vrai | Vrai |

Exercice 19

$$3^2 = 9$$

$$2^3 = 8$$

$$(3^2)^3 = 3^2 \times 3 = 3^6 = 729$$

$$(-5)^2 = (5)^2 = 25$$

$$0^{15} = 0$$

$$(-1)^{18} = ((-1)^2)^9 = 1^9 = 1$$

$$(-1)^{13} = -1$$

$$(-18)^3 = -(18)^3 = -5\,832$$

$$1^{13} = 1$$

$$4^{-2} = (4^2)^{-1} = 16^{-1} = 0,0625$$

$$2^{-5} = (2^5)^{-1} = 32^{-1} = 0,03125$$

$$(0,1)^{-1} = (10^{-1})^{-1} = 10^{-1 \times -1} = 10^1 = 10$$

$$9^0 = 1$$

Exercice 20

$$7^5 \times 7^{-3} = 7^{5-3} = 7^2 = 49$$

$$9^2 \times 9 = 9^{2+1} = 9^3$$

$$10^6 \times 10^7 = 10^{6+7} = 10^{13}$$

$$2^{-4} \times 2^{-1} = 2^{-4-1} = 2^{-5}$$

$$5^8 \times 5^{-10} = 5^{8-10} = 5^{-2}$$

Exercice 21

21 720 000 est un entier, et 2 172 est aussi un entier. En revanche 217,2 n'est pas un entier.

$21\,720\,000 \times 10^n$ est un entier, pour $n > -5$. (n différent de -5)

Exercice 22

3^7 est un nombre positif.

$(-3)^{17}$ est un nombre négatif car 17 est un nombre impair.

$(-3)^{12}$ est un nombre positif car 12 est un nombre pair.

-3^9 est un nombre négatif et on peut remarquer que le signe moins n'est pas élevé à la puissance 9.

-3^{12} est un nombre négatif car le signe moins n'est pas élevé à la puissance 12.

Exercice 23

$$3^{25} = 3^8 \times 3^{17}$$

$$(2,5)^4 \times (2,5)^3 = (2,5)^7$$

Exercice 24

$$\blacktriangleright a \times b \times c = 1$$

$$a \times b \times c \times a^2 = 1 \times a^2$$

$$a^3 \times b \times c = a^2$$

$$\blacktriangleright a \times b \times c = 1$$

$$(a \times b \times c)^2 = 1^2$$

$$a^2 \times b^2 \times c^2 = 1$$

$$a^2 \times b^2 \times b \times c^2 = 1 \times b$$

$$a^2 \times b^3 \times c^2 = b$$

$$\blacktriangleright a \times b \times c = 1$$

$$(a \times b \times c)^3 = 1^3$$

$$a^3 \times b^3 \times c^3 = 1$$

$$a^3 \times b^3 \times c^3 \times c = 1 \times c$$

$$a^3 \times b^3 \times c^4 = c$$

CHAPITRE 10 : STATISTIQUES

Exercice 1

1) 45 Communications

2) 73 Communications

3) 13 communications

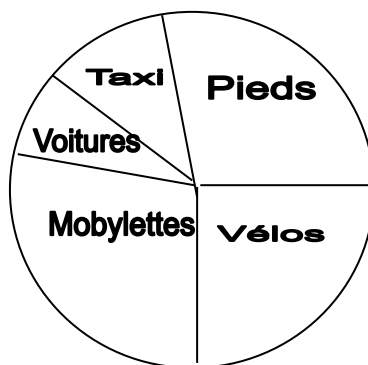
Exercice 2

1) la population étudiée est l'ensemble des 120 élèves du lycée, le caractère étudié est le moyen de transport utilisé par les élèves pour se rendre à l'école.

2) complétons le tableau.

| | Pieds | Vélos | Mobylettes | Taxi | Voitures |
|---------------|-------|-------|------------|------|----------|
| Effectifs | 30 | 36 | 48 | 4 | 2 |
| Fréquence en% | 25 | 30 | 40 | 3,33 | 1,66 |

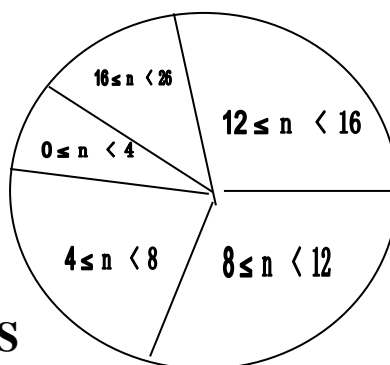
3) Diagramme circulaire



Exercice 10

1) La population étudiée est les élèves, le caractère étudié est les notes obtenues au devoir de mathématiques, l'effectif de la population est 80.

2) Diagramme circulaire.



CHAPITRE11 : APPLICATIONS

Exercice 4

Degré de chaque application polynôme

- 1) Le degré de f est 3
- 2) Le degré de g est 5

Exercice 5

Réduisons et ordonnons les polynômes suivant les puissances croissantes de x.

$A(x)=34x^2+33x^3-14x^7$

$B(x)= 12- 3x+3x^3+9x^4-2x^5$

$C(x)= -\frac{31}{6} + \frac{14x}{3} + 2x^5$

$D(x)=2x+x^2-x^3+2x^4-5x^5$

Exercice 7

$f(-2) = - 17$

$f(-\frac{3}{2})= - \frac{55}{4}$

$f(-\frac{1}{3}) = - \frac{73}{9}$

$f(0) = - 7$

$f(2) = - 5 ; f(\frac{1}{2}) = - \frac{23}{4}$

Exercice 10

1) calculs

$F(-1)=1 ; f(0)=0 ; f(1)=1$

2) Valeurs possibles de x

- a) $x = 2$ ou $x = -2$
 b) Pas de valeurs possibles de x car la valeur absolue d'un nombre est toujours positive.
 c) $x = 0$

Chapitre 13 : MONOMES ET POLYNOMES

Développement - Factorisation – Identités Remarquables

Exercice 2

L'aire de la couronne est $\pi(R^2 - r^2)$

Exercice 3

Le périmètre est $\pi(x+y)$ et l'aire est $\frac{1}{4}\pi x y$

Exercice 14

1) développons réduisons et ordonnons A.

$$A = 2X^2 + 7x - 15$$

1) Factorisons B

$$B = (2x-3)(7x+6) + 2x^2 + 7x - 15$$

$$= (2x - 3)(7x + 6) + A$$

$$= (2x - 3)(7x + 6) + (x + 5)(2x - 3)$$

$$B = (2x - 3)(8x + 11)$$

2) Calculs de B

$$\text{Pour } x = -1; B = -15$$

$$\text{Pour } x = \frac{3}{2}; B = 0$$

Exercice 15

$$A = 6x$$

$$B = 4,8y$$

$$C = 3a + 1,8b$$

Exercice 16

$$D = 2x + 16 - x - 6 = x + 10;$$

$$E = 5x - 5 + 3x + 3 = 8x - 2;$$

$$F = x - 4x + 12 + 3x - 6 = 6.$$

Exercice 17

Réduisons déjà les expressions de A et de B puis ensuite, nous ferons l'application numérique :

$$A = 5x - 5y + 5x + 5y = 10x.$$

$$\text{D'où : } A = 10 \times (-1) = -10.$$

$$B = 12x - 6y - 12x + 15y = 9y.$$

$$\text{D'où : } B = 9 \times \frac{1}{9} = 1.$$

Exercice 18

- | | | | |
|-------------------|------------------------|-----------------|-------------------|
| a) $4(x + y)$ | b) $6(a + b)$ | c) $3(4x + y)$ | d) $7(x - y)$ |
| e) $5(a + b - c)$ | f) $4(4x - y)$ | g) $x(y + 3)$ | h) $a(b + 2)$ |
| i) $y(2x + 1)$ | j) $y(x - 5)$ | k) $b(a - 6)$ | l) $a(1 - 7b)$ |
| m) $5x(a + 2)$ | n) $4x(2n - 1)$ | o) $6x(2 + 3b)$ | p) $y^2(25y - 1)$ |
| q) $7t(2 + 5t)$ | r) $6x(4x^2 + 2x - 1)$ | | |

Exercice 19

1. Calculons l'aire du carré de côté a : $2^2 = 4 \text{ cm}^2$.

Calculons l'aire du rectangle : $4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$.

Donc, l'aire bleue vaut : $4 + 12 = 16 \text{ cm}^2$.

Calculons à présent l'aire du carré de côté $a+2$: $4^2 = 16 \text{ cm}^2$.

Armelle a donc raison.

2. Pour un a quelconque :

L'aire du carré de côté a vaut : $a^2 \text{ cm}^2$.

L'aire du rectangle vaut : $4 \times (a + 1) = 4a + 4 \text{ cm}^2$.

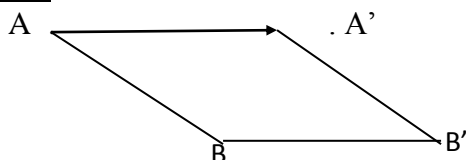
Donc, la somme des aires du carré de côté a et du rectangle vaut : $a^2 + 4a + 4 \text{ cm}^2$.

L'aire du carré de côté $a+2$ vaut : $(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4 \text{ cm}^2$.

La remarque d'Armelle est donc toujours vraie quelque soit la valeur de a .

CHAPITRE 14: TRANSLATION

Exercice 5



Le segment $[A'B']$ est l'image du segment $[AB]$ car l'image d'un segment par une translation est un segment de même longueur.

CHAPITRE 15 : SECTIONS DE SOLIDES PAR UN PLAN

Exercice 1

Le volume total du cône

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 37,68 \text{ m}^3$$

2) le volume du produit P1

$$V_1 = 1,39 \text{ m}^3$$

Le volume du produit P2

$$V_2 = 36,29 \text{ m}^3$$

Exercice 2

a) Volume du parallépipède rectangle :

$$V_1 = 1 \times 1,20 \times 0,80$$

$$V_1 = 0,96 \text{ m}^3$$

b) Volume du prisme droit :

$$V_2 = (1 \times 0,30 / 2) \times 1,20$$

$$V_2 = 0,15 \times 1,20$$

$$V_2 = 0,18 \text{ m}^3$$

c) Volume de la maison :

$$V_{\text{maison}} = V_1 + V_2$$

$$V_{\text{maison}} = 1,14 \text{ m}^3$$

CHAPITRE 16 : EQUATION ET INEQUATIONS

Exercice 1

Le nombre est 6

Exercice 2

a) Ces entiers sont 31 ; 32 ; et 33

b) Démonstration

Soit n le plus petit des trois entiers consécutifs, $n+1$ l'entier intermédiaire et $(n+1) + 1$ le plus grand.

La somme de ces trois entiers est $n+n+1(n+1) + 1 = 3n+3=3(n+1)$

Cette somme est un multiple de 3 elle est donc divisible par 3.

c) On n'aurait pas d'entiers naturels vérifiant cette condition.

Exercice 3

Il faut ajouter 5 cm.

Exercice 4

La longueur du rectangle doit être égale à 10,5cm.

Exercice 5

Ces deux frères avaient chacun 180 F.

Exercice 6

Soit x le nombre de garçons dans l'école.

Comme il y a quatre fois plus de filles que de garçons, il y a $4x$ filles dans l'école.

Au total, il y a 550 élèves dans l'école, d'où l'équation : $4x + x = 550$

$$5x = 550$$

$$x = 550/5$$

$$x = 110$$

Il y a donc, dans cette école, 110 garçons, et 440 filles

Exercice 7

Soit x la première note de Béatrice.

Comme entre les deux notes, elle a progressé de quatre points, sa deuxième note est $x + 4$.

La moyenne de ces deux notes est : $\frac{x+(x+4)}{2}$

Or, nous savons que cette moyenne vaut 13. Nous pouvons donc écrire l'équation suivante: $\frac{x+(x+4)}{2} = 13$

En multipliant cette égalité par 2, on obtient:

$$x + (x + 4) = 26$$

$$\text{Donc : } 2x = 26 - 4$$

$$\text{Donc : } 2x = 22$$

$$\text{Donc : } x = 11$$

Nous pouvons donc conclure :

Les deux notes de Béatrice sont : 11 et $11 + 4 = 15$.

Nous pouvons vérifier que ces deux notes nous donnent bien une moyenne de 13 :

$$(11 + 15)/2 = 26/2 = 13.$$

Notre résultat est donc correct.

RECUEIL DE SUJETS DE DEVOIR

EXERCICE N°1. (11pts)

1 – Ecrire sous la forme d'une puissance de 10.

$$A = 0,0001 ; \quad B = \frac{0,0001}{0,1} ; \quad C = \frac{0,01}{10^{-3}} ; \quad D = \frac{10^3}{0,01}$$

2 – Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$A = 56\,000\,000 ; \quad B = 157,38 ; \quad C = 37,502 ; \quad D = 1008,35$$

3 – Calculer et donner le résultat sous la forme de $a \cdot 10^p$ avec $A \in \mathbb{Z}$ et $P \in \mathbb{Z}$.

$$a = (45 \times 10^6) \times (2 \cdot 10^{-6})$$

$$b = 0,000\ 036\ 0,05 \times 40\ 000\ 000$$

$$c = 42 \cdot 10^{-3} - 58 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-1}$$

EXERCICE N°2. (6pts)

1 – Calculer les expressions suivantes :

$$A = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} \qquad B = \frac{1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{12}}$$

2 – Trouver x dans les cas suivants :

$$a- \frac{x}{3} = \frac{5}{e} \qquad b- \frac{10}{7} = \frac{4}{x}$$

EXERCICE N°3. (3pts)

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$a = \frac{63}{40} \times \frac{25}{54} \ ; \quad b = \frac{2}{7} + \frac{6}{5} \ ; \quad c = \frac{-2}{45} \times \frac{15}{28}$$

DEVOIR N°2 DE MATHEMATIQUES**Exercice 1.**

1°/ Calculer : $A = (-47 \times 10^{-4}) \times (15 \times 10^{-3})$

$$B = (11 \times 10^5) \times (-11 \times 10^{-5})$$

$$C = (17 \times 10^8) \times (-7 \times 10^{-9})$$

2°/ Calculer et donner le résultat sous la forme $a \cdot 10^P$

a et P étant des entiers relatifs.

$$D = 17 \times 10^{-3} - 10 \times 10^{-3}$$

$$E = -13 \times 10^4 + 13 \times 10^4$$

$$F = 25 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-5} - 0,5 \times 10^{-6}$$

Exercice 2.

1°/ Simplifier :

$$G = \frac{522}{-2610}, \qquad H = \frac{2424}{24}, \qquad I = \frac{-21 \times 3 \times 11}{-2 \times 11 \times 9 \times 7}$$

2°/ Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible (simplifiée)

$$J = -\frac{75}{-50} + \frac{-49}{98}, \qquad K = \frac{60}{15} + \frac{-125}{25} + \frac{-32}{-8}$$

Exercice 3.

1°/ Compléter les rectangles vides par une des propriétés suivantes :

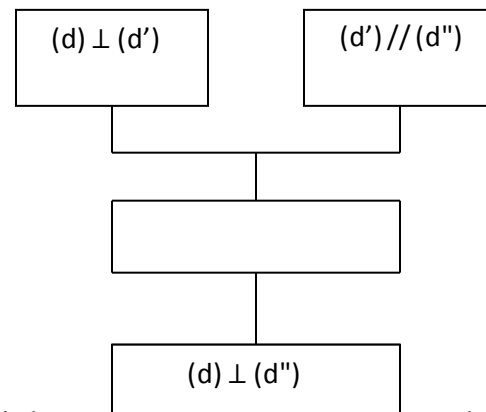
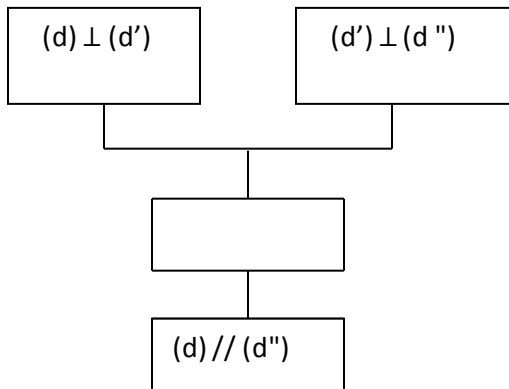
$P_1 = \text{si } (d) \parallel (D) \text{ et } (D) \parallel (\Delta) \text{ alors } (d) \parallel (\Delta)$

$P_2 = \text{si } (d) \text{ coupe } (D) \text{ et } (D) \parallel (\Delta) \text{ alors } (d) \text{ coupe } (\Delta)$

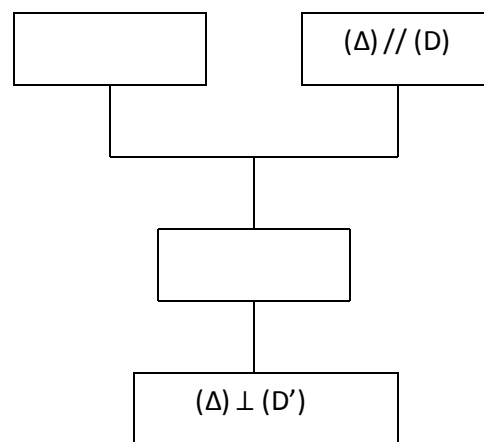
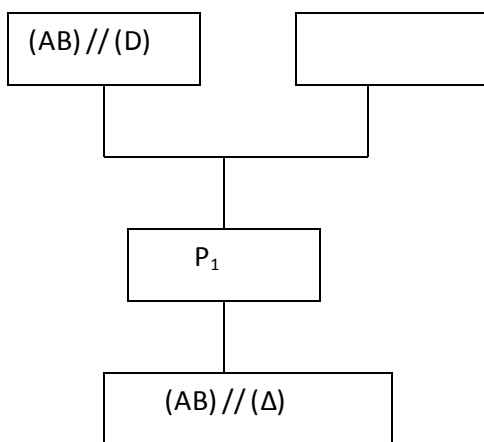
$P_3 = \text{Axiome d'Euclide}$

$P_4 = \text{si } (d) \parallel (D) \text{ et } (\Delta) \perp (d) \text{ alors } (\Delta) \perp (D)$

$P_5 = \text{si } (d) \perp (D) \text{ et } (D) \perp (\Delta) \text{ alors } (d) \parallel (\Delta).$



2°/ Compléter les parties effacées des déductogrammes ci-dessous sachant que P_1 et P_4 sont les propriétés de la question 1°).



DEVOIR N°3 DE MATHÉMATIQUES

Exercice I. (6 points)

1) Ecrire sous forme $a \cdot 10^p$ les expressions

$A = 5\,800\,000$

$B = -0,000016$

2) Calculer, en utilisant les puissances de 10

$C = 12 \cdot 10^2 \times 5 \cdot 10^5$

$D = -16 \cdot 10^6 \times 22 \cdot 10^{-4}$

$E = 45 \cdot 10^{-3} - 30 \cdot 10^{-3}$

$F = 318 \cdot 10^{-2} + 25 \cdot 10^{-1}$

Exercice II. (5 points). Trouver la valeur de x

$$1^{\circ}) x + 7 = 22$$

$$2^{\circ}) x - 10 = 3$$

$$3^{\circ}) 10^{-5} \cdot x = 10^{-3} \cdot 10^5$$

$$4^{\circ}) 10^{-7} \cdot (10^2)^3 \cdot x = 10^{-4}$$

$$5^{\circ}) x + 8 \cdot 10^{-2} = 85 \cdot 10^{-3}$$

Exercice III. (4 points)

Compléter les phrases puis faire une figure dans chaque cas.

1) si (d) // (D) et (D) \perp (Δ) alors

2) si..... et (D₂) // (D₃) alors (D₁) // (D₃)

Exercice IV. (5 points)

1) Tracer deux droites parallèles (D₁) et (D₂) sans suivre les lignes de la feuille.

2) Tracer ensuite une droite (D₃) sécante à (D₁).

Que peut-on dire des droites (D₂) et (D₃) ? Justifier.

3) Sur la même figure, tracer une droite (D₄) \perp (D₂).

Que peut-on dire des droites (D₄) et (D₁) ? Justifier.

DEVOIR N°4 DE MATHEMATIQUES

I – Activités numériques

Exercice 1 : (6 pts)

1 – Simplifier :

$$A = \frac{124}{66} \quad ; \quad B = \frac{11x4x15}{44x33x5} \quad ; \quad C = \frac{23}{2323}$$

2 – Trouver x dans les cas suivants :

$$\frac{30}{18} = \frac{x}{15} \quad ; \quad \frac{2}{x} = \frac{3}{6} \quad ; \quad \frac{x}{-27} = \frac{3}{x}$$

Exercice 2. (4 pts)

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{3}{4}} \quad ; \quad B = \frac{\frac{4}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$$

$$C = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$D = \frac{1}{1 - \frac{1}{3 - \frac{3}{2}}}$$

II – Activités géométriques

Exercice 1. (6 pts)

On donne sur une droite graduée (D) les points A(-2) ; B(3) ; C(-5) et D(5).

- 1) Tracer (Δ) puis placer les points A, B, C et D.
- 2) Calculer les distances AB ; AD ; BC et DC
- 3) Soit I le milieu de [AB] et J milieu de [CD]
 - a) Calculer x_I et x_J .
 - b) Placer les points I et J sur la droite (Δ).

Exercice 2 : (4 pts)

On donne sur un axe les points A, B et M tel que M est le milieu de [AB].

- 1) Trouver x_B sachant que $x_A = 12$ et $x_M = -6$
- 2) Trouver x_A sachant que $x_B = \frac{3}{2}$ et $x_M = -\frac{1}{2}$
- 3) Trouver x sachant que $x_A = x-2$; $x_M = \frac{3}{2}$ et $x_B = 2x + 6$.

DEVOIR N°5 DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1.

Tracer une droite (D) sans suivre les lignes de la feuille.

Tracer une droite (D₁) perpendiculaire à (D) ;

Tracer une droite (D₂) perpendiculaire à (D₁) puis une droite (d) perpendiculaire à (D₂). Les droites (D), (D₁) ; (D₂) et (d) étant toutes distinctes, démontrer que (d) est perpendiculaire à (D).

Exercice 2.

Compléter par \perp ou \parallel

- a) (d₁) \parallel (d₂) et (D) \parallel (d₂) avec (D) (d₁)
- b) (d₁) \perp (d₂) et (D) \parallel (d₂) donc (D) (d₁)
- c) (d₁) \parallel (d₂) et (D) \perp (d₁) donc (D) (d₂)
- d) (d₁) \perp (d₂) et (D) \perp (d₂) donc (D) (d₁)

Exercice 3.

- 1) Sur une droite graduée (unité de longueur : 1 cm), placer les points suivants : A(4) ; O(0) ; B(-2) ; C($\frac{9}{2}$) et D(- $\frac{7}{2}$)
- 2) Calculer les distances suivantes : OB ; AC ; DC.
- 3) Calculer l'abscisse du point E milieu de [CD]

Exercice 4.

Recopier et compléter chaque phrase par le mot « opposé » ou « inverse ».

- a) les nombres $\frac{-5}{47}$ et $\frac{-47}{5}$ sont.....

b) les nombres $\frac{-11}{15}$ et $\frac{11}{15}$ sont.....

c) les nombres -7 et $\frac{-1}{7}$ sont.....

DEVOIR N°6 DE MATHÉMATIQUES

Exercice I. (6 points)

Calculer puis simplifier

$$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} \quad B = \frac{7}{9} \times \frac{9}{14} \quad C = \frac{5-9+10}{3+6-18} \quad D = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{14}{6}}$$

$$E = \frac{-81}{\frac{12}{9}} \quad F = \frac{-212}{\frac{11}{-7}} \quad G = \frac{15}{-56} \times \frac{3}{40} \times \frac{-56}{6} \times \frac{40}{15}$$

Exercice III. (4 points)

Calculer puis simplifier

$$A = \left(\frac{-1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^{-3} \quad B = \left(\frac{2}{-5}\right)^{-3} \quad C = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$$

Exercice III. (6 points)

1° Tracer une droite graduée (unité 1 cm) puis placer les points A, B, C et D

tels que $x_A = +2$, $x_B = -3$; $x_C = -5$ et $x_D = \frac{+9}{2}$.

2° Calculer les distances AB ; AC ; BD et CA.

3° Soit I le milieu de [BD]. Calculer x_I .

Exercice IV. (4 points)

Calculer sans faire une figure !

On donne sur un axe les points A(-23), B(x) et M(13).

1° Déterminer x pour que M soit le milieu de [AB]

2° Déterminer x pour que A soit le milieu de [BM]

DEVOIR N°7 DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1.

Simplifier et donner le résultat.

$$A = \frac{25(6 \times 10^{-1})^2}{\left(\frac{3}{3}\right)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-6}} \quad B = \frac{\left(\frac{3}{3}\right)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-6}}{25(6 \times 10^{-1})^2}$$

$$15 \times (5 \times 10^{-1})^3$$

$$\frac{9}{4}$$

Exercice 2.

1 – Donner la forme fractionnaire des nombres suivants.

$$A = 2,65 \quad ; \quad B = -1,257 \quad \text{et} \quad C = 2,954$$

2 – On donne les nombres rationnels suivants

$$x = 3,714 \quad \text{et} \quad f = 1,84$$

Donner un encadrement d'ordre 2 de leur somme et de leur produit.

Exercice 3.

1/ Donner un encadrement de $-x$ dans les cas suivants.

$$-3 \leq x < 0 \quad \text{et} \quad -3,1 \leq x \leq 2$$

2/ Donner l'approximation décimale par excès d'ordre 4 des nombres suivants.

$$-12,72 \quad ; \quad \frac{36}{7} \quad ; \quad \frac{22}{7}$$

Exercice 4.

1/ Dans un repère (O I J) d'axes perpendiculaires, placer les points A(-3 ; -1) ;

$$B(2, -3) \quad C(5 ; 1)$$

a) Calculer les coordonnées du point M milieu de [AC]

b) D est un point tel que [AC] et [BD] aient le même milieu M.

Calculer les coordonnées de D et placer D sur la figure.

c) En déduire la nature de ABCD

2/ Soit N milieu de [AB]

a) Calculer les coordonnées de N.

b) Donner la nature de MNBC.

DEVOIR N°8 DE MATHÉMATIQUESExercice 1.

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \left(\frac{11}{20}\right) \times (-4)$$

$$C = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{4} + 2$$

$$B = \frac{\quad}{4}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{7}$$

$$D = \left(\frac{-3}{2}\right)^{-3}$$

$$E = \frac{\quad}{\left(\frac{-4}{15}\right)^2 \times 5^3}$$

$$F = \frac{\quad}{1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}$$

Exercice 2.

Soit le point O milieu du segment [EF].

- 1) On donne $x_E = 5$ et $x_O = 7$, calculer x_F
- 2) On donne $x_F = -4$ et $x_O = 2$, calculer x_E .

Exercice 3.

- 1) Construire un parallélogramme ABCD tel que $AB = 7$ cm et $AD = 4$ cm.
- 2) Soit M le milieu de [AB], tracer la parallèle à (BC) passant par M. Elle coupe [AC] en K.
- 3) Montrer que K est le milieu de [AC].
- 4) Tracer la parallèle à (DC) passant par K. Elle coupe [AD] en F. Montrer que F est le milieu de [AD]
- 5) En déduire que les droites (MF) et (BD) sont parallèles.

DEVOIR N°9 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1.

- 1°/ Trouver l'écriture décimale illimitée périodique de $\frac{19}{7}$ et $-\frac{27}{7}$.
- 2°/ Donner un encadrement avec les approximations décimales d'ordre 2 de $\frac{19}{7}$ et $-\frac{27}{7}$.
- 3°/ Trouver une écriture sous forme de fraction de $2,257\dots$ et de $-132,3\dots$

Exercice 2.

1°/ Calculer $A = 3^4 \times 3^{-7}$

$$B = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$$

$$C = (-13)^{-3} \times (-13)^{-4}$$

2°/ Calculer $D = \frac{8^{-5}}{8^{-4}}$ $F = \frac{3^2 \times 7^2}{7^{-3} \times 3^{-3}}$ $E = \frac{15^3}{5^4}$

Exercice 3.

ABC est un triangle.

D est le milieu de [BC]

M est le milieu de (AD)

E et F sont les projetés de D et C sur (AB) parallèlement à (CM).

- a) Faire la figure
- b) En utilisant le triangle BFC, démontrer que E est le milieu de [BF]
- c) En utilisant le triangle ADE, démontrer que F est le milieu de [AE].
- d) En déduire que $BE = EF = FA$.

DEVOIR N°10 DE MATHEMATIQUESExercice 1.

- 1) Dans un plan muni d'un repère (O, I, J), placer les points suivants :
A(4 ; -2) ; B(0 ; 2) ; C(2 ; 4) et D(6 ; 0).
- 2) a- Calculer les coordonnées du point E milieu du segment [AC].
b- Calculer les coordonnées du point F milieu du segment [BD].
c- Que remarque-t-on ?
- 3) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice 2.

- 1) Donner une approximation décimale d'ordre 3 par défaut de :
 $a = \frac{27}{7}$; $b = \frac{18}{11}$
- 2) Encadrer les nombres suivants par des approximations décimales d'ordre 2 :
c = 6,4219 et e = -74,140.

Exercice 3.

Trouver une écriture fractionnaire des nombres rationnels suivants :

$$m = -0,4205\dots \quad ; \quad n = 25,1162\dots$$

DEVOIR N°11 DE MATHEMATIQUESI – Activités numériquesExercice 1 : (4 pts)

1 – Développer et simplifier les expressions suivantes :

$$A = 5(2x + 3y) + 4(3x - 2y)$$

$$B = 3(a + b - 5) - 2(-3a - 2a - 8)$$

2 – Factoriser

$$C = 12a + 9b - 6c$$

$$D = 15 - 10b - 3a + 2ab$$

Exercice 2. (5 pts)

a) Un nombre Z vérifie : $2,23 < Z < 2,24$

Donner un encadrement à 10^{-2} près de $2Z + 1$; $-3Z - 1$; $\frac{2Z-3}{2}$;

b) x et y sont deux nombres réels tel que $x \leq y$.

Démontrer que : $2x + 3 \leq 2y + 3$

$7 - 5x \geq 7 - 5y$

II – Activités géométriques

Exercice 1. (5 pts)

Construire un parallélogramme ABCD puis les points K tel que C soit le milieu de [DK] ; H tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CH}$; J tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HJ}$.

1) Démontrer que DBKH est un parallélogramme.

2) Démontrer que $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{HJ}$.

Exercice 2. (6 pts)

Construire un pentagone régulier ABCDE inscriptible dans un cercle de centre O et de rayon 4 cm.

a) Quel est l'angle au centre

b) Quel est l'angle du polygone

c) La figure admet-elle combine d'axes de symétries ? Tracer les en couleur.

d) Calculer le périmètre du pentagone.

DEVOIR N°12 DE MATHÉMATIQUES

Exercice I. (4 points)

Calculer

$$A = 4^5 \times 4^{-3}$$

$$B = (-9)^{-2} \times (-9)^{-1}$$

$$C = \frac{11^{-5}}{11^{-6}}$$

$$D = \left(\frac{3}{2}\right)^5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-7}$$

Exercice II. (6 points)

1) Donner l'écriture fractionnaire des nombres.

$$A = 2,27$$

$$B = 64,583$$

$$C = -12,38$$

2) On donne $5 < x < 10$.

Déterminer un encadrement de $x - 5$; $-4x$ et $\frac{2x-8}{4}$

Exercice III. (4 points)

1) Tracer un triangle quelconque ABC puis placer le point I milieu de [BC].

2) Tracer une droite (D) à l'extérieur du triangle puis construire les projetés respectifs E, F, G des points B, I, C sur (D) parallèlement à (AB)

3) Que peut-on dire de F pour le segment [EG] ? Justifier.

Exercice IV. (6 points)

- 1) Tracer un repère (O, I, J) du plan.
- 2) Placer les points A(-2 ; 1) B(3 ; 3) C(2 ; -1) D(-3 ; -3) dans ce repère.
- 3) Tracer le quadrilatère ABCD en reliant les points A, B, C et D précédemment placés.
- 4) Quelle est sa nature ? Justifier.

DEVOIR N°13 DE MATHÉMATIQUES

Exercice n°1

1/ Développer : $A = (3a + 4b)(2a - b)$
 $B = (c - 2d)(2c - 3 + a)$

2/ Factoriser : $C = ax^3 + bx^2$
 $D = 9x^6 + 12x^3$
 $E = ac + ad + bc + bd$

Exercice 2.

a, b, c et d sont quatre nombres tels que $a \leq b$ et $c \leq d$

Démontrer que $a + c \leq b + d$

En déduire que $7a + 2 \leq 7b + 3$

Exercice 3.

A, B, C, D, E, F sont six points tels que :

D est milieu [AB] ; E milieu [AC] ; (DE) et (BC) sont parallèles ; E est milieu de [DF]

1/ Faire la figure

2/ Démontrer que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{BC}$

DEVOIR N°14 DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1.

Un enquêteur interroge des commerçants du marché de Kaya sur la distance qu'ils ont parcouru pour venir dans ce marché. Voici leurs réponses

en Km :

1 ; 3 ; 0 ; 1 ; 5 ; 5 ; 2 ; 3 ;

4 ; 2 ; 2 ; 2 ; 5 ; 0 ; 1 ; 1 ;

4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 2 ; 2 ; 1 ; 3 ;

5 ; 2 ; 4 ; 4 ; 2 ; 4 ; 4 ; 4

- 1) Quelle est la population étudiée ?
- 2) Quel est l'effectif de cette population ?
- 3) Quel est le caractère étudié.
- 4) – Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ?
- 5) – Compléter le tableau suivant :

| | | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|
| Distance parcourue | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Nombre de commerçants | | | | | | |

| | | | | | | |
|-----------|--|--|--|--|--|--|
| Fréquence | | | | | | |
| Angle | | | | | | |

Exercice 2.

Réduire les sommes suivantes en utilisant la relation de chasles.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD}$

b) $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{HG}$

Exercice 3.

Citer deux nombres réels non rationnels.

DEVOIR N°15 DE MATHEMATIQUESExercice I. (4 points)

Construire un pentagone régulier.

Exercice II. (6 points)

1) Tracer un triangle quelconque ABC puis construire les points E et F tels que :

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA} \text{ et } \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC}$$

2) Simplifier les écritures vectorielles

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{NO}$$

$$\vec{w} = \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} - \overrightarrow{IH}$$

Exercice III. (4 points)

Développer, réduire et ordonner les polynômes.

$$A = (x + 3)(x - 5)$$

$$B = (3x - 6)(2x + 1)$$

$$C = (2x - 1)(5x - 4)$$

$$D = (3x - 4)^2$$

Exercice IV. (6 points)

Factoriser les polynômes

$$A = 5(x - 3) - 2(x - 3)$$

$$D = 25 + 20x + 4x^2$$

$$B = (2x + 1)(x - 3) + (4x - 8)(2x + 1) \quad E = 9x^2 - 12x + 4$$

$$C = x^2 - 16$$

$$F = 4x^2 - 9$$

DEVOIR N°16 DE MATHEMATIQUES

Activités NumériquesExercice 1

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{\frac{1}{3} + \frac{4}{5}}{2 + \frac{9}{7}} ; \quad B = \frac{1}{\frac{2}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4}}}} ; \quad C = (4 - \frac{3}{4}) (\frac{5}{3} - \frac{1}{8} - \frac{5}{6})$$

$$D = (2 + \frac{1}{5}) (\frac{5}{4} + \frac{1}{2} + 3 - \frac{19}{8}) ; \quad E = \frac{5x(-6)}{7x(-15)} \quad F = \frac{5}{21} + \frac{4}{3} - \frac{9}{7} ;$$

$$G = \frac{1}{\frac{4}{-\frac{9}{20}}} ; \quad H = \frac{-3}{5} + \frac{7}{15}$$

Exercice 2.

Calculer les puissances ci-dessous en donnant le résultat sous forme de fraction.

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 ; \left(-\frac{3}{5}\right)^3 ; \left(\frac{-7}{4}\right)^{-3} ; \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} ; \left(\frac{9}{7}\right)^{-1} ; \left(\frac{2}{5}\right)^3 ; \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} ; \left(\frac{11}{4}\right)^2 ; \left(\frac{1}{7}\right)^2 ; \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$$

Activités GéométriquesExercice 1.

Sur un axe (droite graduée) placer les points A, B, C, D d'abscisses respectives (-2) ; 4 ; 6 ; (-4)

1) Calculer les distances AB, AC, BD, CD

2) Calculer les abscisses de I milieu de [AD] ; J milieu de [CB] ; M milieu de [AC] ; N milieu de [CD].

Exercice 2.

Soient A, B et I trois points d'un axe tels que I est le milieu de [AB].

Calculer l'abscisse de A ou B dans les cas suivants :

1) I (0) ; B (-7)

2) I (-3) ; A (-5,5)

3) I ($\frac{5}{4}$) ; B (3)

4) I ($\frac{9}{4}$) ; A ($-\frac{3}{2}$)