

## MM51.1

## PUISSANCE D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

### Exemple de Situation:

Mr LEBELA est un fleuriste évoluant dans la communauté urbaine d'Impfondo. Il entretient sa pépinière tous les jours. Trois abeilles ont découvert des fleurs à butiner dans son jardin. Mr LEBELA constate qu'il y a chaque jour trois fois plus d'abeilles que la veille autour des fleurs. Tenant compte de cette invasion, il demande à sa fille Amanda, qui est en classe de 5<sup>e</sup>, de l'aider à déterminer le nombre d'abeilles qui viendront butiner le 9<sup>e</sup> jour.

### Solution

- 1<sup>er</sup> Jour: 3
- 2<sup>ème</sup> Jour:  $3 \times 3 = 9 \leftrightarrow 3^2$
- 3<sup>ème</sup> Jour:  $3 \times 3 \times 3 = 27 \leftrightarrow 3^3$
- 4<sup>ème</sup> Jour:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 \leftrightarrow 3^4$
- 5<sup>ème</sup> Jour:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243 \leftrightarrow 3^5$
- 6<sup>ème</sup> Jour:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729 \leftrightarrow 3^6$ 
  - 7<sup>e</sup> Jour:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2187 \leftrightarrow 3^7$
  - 8<sup>e</sup> Jour:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 6561 \leftrightarrow 3^8$
  - 9<sup>e</sup> Jour:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 19683 \leftrightarrow 3^9$

Le nombre d'abeilles pour le 9<sup>e</sup> jour est donc de 19683 soit  $3^9$

### I- Je retiens:

On appelle puissance d'un nombre entier naturel  $a$ , le produit de  $n$  facteurs égaux au nombre  $a$ .

On écrit:

$$a^n = a \times a \times a \times a \times \dots \times a$$

$a$  est un nombre entier naturel quelconque

$n$  est un nombre naturel différent de 1

Ex:

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

### 1- Ecriture et lecture des puissances

$a^n$  se lit  $a$  exposant  $n$  ou  $a$  puissance  $n$ .  $a$  est la base et  $n$  est l'exposant ou puissance.

Ex:

$3^5$  se lit 3 exposant 5 ou 3 puissance 5

### Remarque:

- Quand l'exposant est égal à 2, on lit « au carré »

Ex:  $3^2$  se lit 3 au carré

- Quand l'exposant est égal 3, on lit « au cube »

Ex:  $8^3$  se lit au 8 au cube

### 2- Ecriture des multiples de 10 sous la forme $a \cdot 10^p$ :

Soit  $n$  un entier positif :

$$10^n = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \dots \times 10$$

$$10 = 1 \times 10^1; \quad 20 = 2 \times 10^1; \quad 200 = 2 \times 10^2;$$

$$3000 = 3 \times 10^3$$

### II- Propriétés des puissances:

#### 1- Par convention on a :

$$a^0 = 1 \quad \text{ex : } 4^0 = 1$$

$$a^1 = a \quad \text{ex : } 4^1 = 4$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \text{ex : } 4^{-1} = \frac{1}{4}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{ex : } 4^{-n} = \frac{1}{4^n}$$

#### 2- Règles pour $n$ et $p$ entiers relatifs:

a-  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

b-  $(a^m)^n = a^{m \times n}$

c-  $a^n \times a^p = a^{n+p}$

d-  $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

e-  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$   
Si  $b \neq 0$

f-  $\frac{a^m}{a^n} = 1$  si  $m = n$

g-  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  si  $m > n$

h-  $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$  si  $m < n$

**Remarque:**

- Toute puissance d'un nombre positif est un nombre positif.

$$3^2 = 27$$

- Toute puissance paire d'un nombre négatif est un nombre positif.

$$(-2)^4 = 16$$

- Toute puissance impaire d'un nombre négatif est un nombre négatif.

$$(-2)^3 = -8$$

**• Exercice:**

a-  $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

b-  $(7^5)^3 = 7^{5 \times 3} = 7^{15}$

c-  $7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$

d-  $\frac{5^5}{5^3} = 5^{5-3} = 5^2$

e-  $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$

f-  $\frac{13^7}{13^7} = 1$

g-  $\frac{3^6}{3^3} = 3^{6-3}$

h-  $\frac{4^5}{4^7} = \frac{1}{4^{7-5}} = \frac{1}{4^2}$

**3- Règles et formules des puissances de  $10^n$ :**

- Soit  $n$  un entier négatif:

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

$10^{-n}$  est donc l'inverse de  $10^n$

- Soient  $n$  et  $p$  deux entiers relatifs.

- P<sub>1</sub>:  $10^n \times 10^p = 10^{n+p}$

- P<sub>2</sub>:  $(10^n)^p = 10^{n \times p}$

- P<sub>3</sub>:  $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$

- P<sub>4</sub>:  $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

**Exercice:**

•  $10^3 \times 10^4 = 10^{3+4}$

•  $(10^2)^7 = 10^{2 \times 7}$

- $\frac{10^8}{10^4} = 10^{8-4}$
- $10^{-12} = \frac{1}{10^{12}}$

#### 4- Nombre décimaux positifs sous la forme de puissance de $a \times 10^n$

- Pour écrire un nombre décimal positif sous la forme d'une puissance de 10, on déplace la virgule jusqu'au dernier chiffre.
- On met l'opérateur  $\times$  suivie de 10
- Enfin ajoute la valeur de la puissance sur 10. Cette valeur est le nombre de chiffre après la virgule.

#### Ex:

Soient les nombres décimaux suivant: 0,1 ; 0,01 ; 2,24 ; 0,2345 ; 5,031; 0,00011

#### Solution:

- $0,1 = 1.10^{-1}$
- $0,01 = 1.10^{-2}$
- $2,24 = 224.10^{-2}$
- $0,2345 = 2345.10^{-4}$
- $5,031 = 5031.10^{-3}$
- $0,00011 = 11.10^{-5}$

#### Evaluation:

#### MM5.1.2

### PPCM et PGCD par décomposition d'un nombre naturel en produit de facteurs premiers

#### Exemple de situation:

La salle à manger de la maison de **Mr LEBELA** à Oyo à la forme rectangulaire de largeur 30m, longueur 36m. Il se demande comment calculer l'aire de cette salle. De plus, il veut recouvrir cette salle avec des carreaux. Un carreleur lui propose des plaques de carreaux carrées, il doit en choisir une: des plaques 140cm, 150cm, 3m ou 4m de côté. Il se demande quelles plaques choisir s'il ne veut pas les couper.

Intéressé par cette situation, **Mr Beaudelair**, enseignant de mathématiques en 5<sup>e</sup> au CEG GOA, demande à ses élèves :

- De calculer l'aire de cette salle;
- D'écrire 30 et 36 sous la forme d'un produit de nombres premiers ;
- D'écrire l'aire de cette salle sous la forme de produits de puissances de nombres premiers ;
- De calculer le PGCD et le PPCM de 30 et 36.
- D'en déduire les dimensions des plaques que **Mr LEBELA** peut choisir ;
- De calculer, dans chaque cas, le nombre de plaques nécessaires pour couvrir la salle.

#### Solution:

- L'aire du terrain:  $L \times l$   
 $A = 36 \times 30 = 1080$
- 30 et 36 en produit de facteurs premiers  
 $30 = 2 \times 3 \times 5$  et  $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$
- L'aire de salle en produit de puissance de nombres premiers

$$A = 1080 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

d- PPCM et PGCD de 30 et 36

$$\text{PPCM}(30; 36) = 5 \times 2^2 \times 3^2 = 180$$

$$\text{PGCD}(30; 36) = 2 \times 3 \times 1 = 6$$

e- Les plaques à choisir

Il doit choisir les plaques de dimensions 3m ou 150 cm. En effet on a

- Pour 3m

$$\frac{36}{3} = 12 \text{ plaques de 3m en longueur et } \frac{30}{3} = 10 \text{ plaques de 3m en largeur.}$$

- Pour 150 cm

$$\frac{36}{1.5} = 24 \text{ plaques de 150 cm en longueur et } \frac{30}{1.5} = 20 \text{ plaques de 150 cm en largeur.}$$

f- Nombres de plaques nécessaires pour couvrir la salle.

- Pour 3m. on a  $10 \times 12 = 120$  plaques de carreaux
- Pour 150 cm on a  $24 \times 20 = 480$  plaques de carreaux

I- Je retiens:

Décomposer un nombre naturel en produits de facteurs premiers, c'est écrire ce nombre sous forme de multiplication des différents nombres premiers. Si un entier supérieur à 1 n'est pas premier, il peut être décomposé en un produit de facteurs premiers.

Ex : Décomposer 32 et 375 en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{l|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \quad 32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \quad 375 = 3 \times 5 \times 5 \times 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

II- Le PPCM et le PGCD par décomposition:

1- PPCM: pour déterminer le PPCM par décomposition :

- On écrit les nombres sous formes de puissances ;
- On prend les nombres ayant les plus grandes expressions.

Ex: déterminons le PPCM de 20 et 8

$$20 = 2^2 \times 5 \quad \text{et} \quad 8 = 2^3$$

$$\text{PPCM}(20; 8) = 2^3 \times 5 = 40$$

$$\text{PPCM}(20; 8) = 40$$

2- PGCD :

Pour déterminer le PGCD par décomposition :

- On écrit les nombres sous formes de puissances ;
- On prend uniquement les facteurs égaux affectés de leurs plus petits exposants.

Ex : Déterminons le PGCD de 24 et 36 par la méthode de décomposition.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

$$\text{PGCD}(24; 36) = 3 \times 2^2 = 12$$

**Evaluation:**

## MM5.1.3

## SYSTEME DE NUMERATION BINAIRE

### Exemple de situation:

Monsieur LEBELA a l'habitude de disposer des billes par tas selon l'organisation suivante. Il commence par mettre :

- 2 billes par sachet ;
- Puis 2 sachets dans une boîte ;
- Puis 2 boîtes dans un sac ;
- Puis 2 sacs dans un carton. En répartissant ainsi 23 billes, il obtient 1 bille, 1 sachet, 1 boîte, aucun sac, 1 carton.

Intéressé par la situation, Monsieur Beaudelair, enseignant de mathématiques au CEG de GAMPO OLILLOU A, demande à ses élèves de 5<sup>e</sup>:

- a- D'indiquer le nombre de billes contenues dans chaque emballage ;
- b- D'écrire le nombre de billes de chaque emballage sous la forme d'une puissance de 2 ;
- c- D'écrire la somme de ces puissances de 2, puis de calculer cette somme ;
- d- D'écrire autrement cette somme en utilisant les chiffres 0 et 1 ;
- e- De vérifier, en utilisant des divisions successives par 2, que 23 correspond au nombre obtenu avec les chiffres 0 et 1

### Solution:

- a- Nombre de billes dans chaque emballage:

Il a disposé 2 sacs dans un carton ( $1 \times 2$ ). Il ya 2 boîtes dans chaque sacs ( $1 \times 2 \times 2$ ). Il ya 2 sachets par boîte ( $1 \times 2 \times 2 \times 2$ ). Il ya de 2 billes par sachet ( $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ). On a donc :  $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  billes.

- Le premier emballage aura donc **16 billes**.
- Le deuxième emballage a donc  $(23 \text{ billes} - 16 \text{ billes}) = 7$  billes.  $7 = 4 + 2 + 1$

b- Ecriture de nombres billes d'emballage sous forme de puissance de 2.

- Premier carton

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

- Deuxième carton

$$4 + 2 + 1 = 2 \times 2 + 2 + 1 = 2^2 + 2^1 + 2^0$$

c- Ecriture et calcul de la somme des puissances de 2

- $2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0$
- $2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 16 + 4 + 2 + 1 = 23$

d- Ecriture de la somme avec les chiffres 0 et 1

$$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ = 16 + 0 + 4 + 2 + 1 = 23$$

e- Vérification de la somme par division successives:

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 2} \\ 1 \quad 11 \overline{) 2} \\ \quad 1 \quad 5 \overline{) 2} \\ \quad \quad 1 \quad 2 \overline{) 2} \\ \quad \quad \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$23 = (10111)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

**I- Je retiens:**

Le système de numération binaire est le système de numération de position de base 2.

**1- Symbole :**

Le système binaire a deux symboles qui sont 0 et 1. On

**2- Reconnaître un nombre écrit en système binaire**

On reconnaît un nombre écrit en système de numération binaire lorsque ce nombre n'a que deux symboles à savoir 0 à 1

**Ex**

01011101 ; 11110

**II- Lecture et écritures d'un nombre décimal en base 2****1- La lecture d'un nombre en base 2:**

La lecture d'un nombre en base 2 ne se fait pas comme celle d'un nombre écrit en base 10.

**Ex:**

110 en système décimal (base 10) se lit « cent dix » mais en système binaire (base 2) 110 se lit « un, un, zéro ».

**2- L'écriture d'un nombre en base 2:**

L'écriture d'un nombre en base 2 se fait par la mise entre parenthèses de ce nombre en indiquant, en indice la base 2.

**Ex:**(01011101)<sub>2</sub> ; (111)<sub>2</sub>**3- La valeur de position d'un chiffre dans un nombre écrit en base 2**

Elle est donnée par le rang du chiffre et le poids du chiffre. Les nombres occupant les rangs à droite ont des poids plus forts que ceux occupant les rangs à gauche qui ont des poids plus faibles. La position des chiffres indique la puissance de 2 à laquelle ils sont associés.

**Ex:**

La valeur de position de chaque chiffre dans le nombre (01011101)<sub>2</sub>

		C	D	U					
Rang du chiffre	....	7	6	5	4	3	2	1	0
Poids du chiffre	....		2 <sup>6</sup>	2 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	2 <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup>	2 <sup>0</sup>
Position des chiffres		0	1	0	1	1	1	0	1
Ce qui donne		0×2 <sup>7</sup> + 1×2 <sup>6</sup> + 0×2 <sup>5</sup> + 1×2 <sup>4</sup> + 1×2 <sup>3</sup> + 1×2 <sup>2</sup> + 0×2 <sup>1</sup> + 1×2 <sup>0</sup>							

**4- Regroupement des objets par paquets de 2:**

Soit **N** le nombre d'objets à regrouper et **b** la base.

On a:

$$(N)_b = a_{n-1} \times b^{n-1} + a_{n-2} \times b^{n-2} + \dots + a_1 \times b^1 + a_0 \times b^0 \dots$$

.....Dizaines      Unités

Avec **a<sub>i</sub>** = chiffre inférieur à la base et **i** le rang

$$(N)_2 = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0 \dots$$

**Ex:**

Regroupons 100 par paquets de 2 on a:

$$(100)_2 = 1 \times 2^3 + 2 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

### III- Conversion d'un nombre entier naturel d'une base à une autre.

$$1010011 = (83)_{10}$$

Evaluation:

#### 1- Conversion d'un nombre décimal en nombre binaire:

Ecrivons les nombres suivants en base 2.

On donne 13 ; 18 ; 83

$$\begin{array}{r} 13 \overline{)2} \\ 1 \ 6 \overline{)2} \\ 0 \ 3 \overline{)2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{)2} \\ 0 \ 9 \overline{)2} \\ 1 \ 4 \overline{)2} \\ 0 \ 2 \overline{)2} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

- 13 dans la base 2 s'écrit  $(1101)_2$  et se lit 13 en base 2
- 18 dans la base 2 s'écrit  $(10010)_2$  et se lit 18 en base 2

#### 2- Conversion d'un nombre binaire en nombre décimal:

**Ex:** Ecrivons les nombres suivants en base 10

a- 111

b- 101001

**Solution:**

Pour 111 on a :

Coefficient	1	1	1
Base	2	2	2
Exposant	2	1	0

$$111 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \Rightarrow 4 + 2 + 1 = 7 \Rightarrow 111 = (7)_{10}$$

Pour 1010011 on a :

Coefficient	1	0	1	0	0	1	1
Base	2	2	2	2	2	2	2
Exposant	6	5	4	3	2	1	0

$$\begin{aligned} 1010011 &= 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 64 + 16 + 2 + 1 = 83 \end{aligned}$$

## MM5.1.4

## ALGORITHME d'EUCLIDE

## Exemple de situation:

Monsieur Pacôme ITOUA est un cultivateur de tomates reconnu du village d'Avounou. Il dispose de 468 tomates rondes et de 364 tomates allongées qu'il souhaite conditionner dans des cageots destinés à la vente. Il se demande comment obtenir le plus grand nombre possible de cageots contenant chacun le même nombre de tomates rondes et de tomates allongées en utilisant toutes les tomates. Intéressé par le problème, Monsieur Beaudelair, enseignant de mathématiques, demande à ses élèves de 5<sup>e</sup> d'utiliser la méthode des divisions successives pour déterminer le PGCD des nombres 684 et 494:

- Diviser 684 par 494 ;
- Puis diviser 494 par le reste de la division précédente ;
- Puis diviser le reste de la première division par le reste de la deuxième division ;
- Ainsi de suite jusqu'à obtenir un reste nul, le PGCD étant alors le dernier reste non nul.

Monsieur Beaudelair demande ensuite à ses élèves :

- De décomposer 468 et 364 en produits de facteurs premiers pour déterminer le PGCD des nombres 468 et 364, puis de comparer les résultats obtenus ;
- D'en déduire le nombre maximum de cageots que l'on peut réaliser ;
- De déterminer le nombre de tomates rondes et le nombre de tomates allongées que contiendra chaque cageot.

## Solution:

$$a- \frac{684}{494} = 1 \text{ et un reste de } 190$$

$$b- \frac{494}{190} = 2 \text{ et un reste de } 114$$

$$c- \frac{190}{114} = 1 \text{ et un reste de } 76$$

$$\frac{114}{76} = 1 \text{ et un reste de } 38$$

$$d- \frac{76}{38} = 2 \text{ et un reste } 0 \text{ le PGCD (648 ; 494) est donc } 38$$

$$\bullet \frac{468}{364} = 1 \text{ et un reste de } 104$$

$$\bullet \frac{364}{104} = 3 \text{ et un reste de } 52$$

$$\bullet \frac{104}{52} = 2 \text{ et un reste de } 0$$

le PGCD(468 ; 364) est donc 52

e- Décomposons 468 et 364 en produits de facteurs premiers.

$$\bullet 468 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3^2 \times 13$$

$$\bullet 364 = 2 \times 2 \times 7 \times 13 = 2^2 \times 7 \times 13$$

f- Le nombre maximum de cageots que l'on peut réaliser

$$\text{PGCD (468 ; 364)} = 2^2 \times 13 = 52$$

On constate que le PGCD (468 ; 364) par l'algorithme d'euclide es le même par la méthode décomposition.

Le nombre maximum des cageots qu'il peut réaliser est 52

g- Nombres de tomates rondes et allongées

- Tomates rondes:  
 $468 \div 52 = 9$ .
- Tomates allongés:  
 $364 \div 52 = 7$

Il mettra donc 9 tomates rondes et 7 tomates allongées dans un cageot.

### I- Description de l'algorithme d'Euclide

- L'algorithme d'Euclide est une suite finie des divisions euclidiennes successives permettant de résoudre un problème ou d'obtenir un résultat.
- Il permet de déterminer ou de calculer le PGCD de deux nombres entiers naturels en effectuant des divisions euclidiennes successives jusqu'à obtenir un reste non nul ( $r \neq 0$ ).

### II- Ecriture de l'algorithme d'euclide pour déterminer le PGCD :

Soit **a** et **b** deux entiers naturels.

- 1<sup>ère</sup> étape compare **a** et **b**
- 2<sup>e</sup> étape divise le plus grand par le plus petit
- 3<sup>e</sup> étape vérifie si le reste est nul ( $r = 0$ ). Si le reste est différent de zéro ( $r \neq 0$ ), on continue les démarches.
- 4<sup>e</sup> étape divise le diviseur par le reste
- 5<sup>e</sup> étape vérifie si le reste est différent de zéro ( $r \neq 0$ ).
- Ainsi de suite jusqu'à obtenir un reste égale à zéro ( $r = 0$ ). Et le PGCD est le dernier reste non nul.

### Activité

Un élève de la classe de 5<sup>e</sup> s'entraîne à la division euclidienne. Pour cela il prend les nombres 350 et 400. Aide lui à déterminer le PGCD par l'algorithme d'euclide.

### Solution

- $400 > 250$
- $400 : 250 = 1$  et  $r = 50$   $r \neq 0$
- $350 : 50 = 7$  et  $r = 0$
- Donc le PGCD de 350 ; 400 est égal à 50

### Ex:

Détermine le PGCD de 273 et 693 par l'algorithme d'euclide.

### Solution

Dividende	693	273	147	126
Diviseur	273	147	126	21
Quotient	2	1	1	6
Reste	147	126	21	0

PGCD (273 ; 693) = 21

### III- Calcul du PPCM connaissant le PGCD:

Connaissant le PGCD, on utilise la formule suivante pour calculer le PPCM:

$$\text{PPCM}(a ; b) = \frac{a \times b}{\text{PGCD}(a ; b)}$$

### Ex:

Calculons le PPCM de 273 et 693 on a:

$$\text{PPCM}(273 ; 693) = \frac{273 \times 693}{31} = \frac{189189}{31} = 6102,88$$

### Evaluation:

## MM5.2.1

NOTION DE NOMBRE DECIMAL  
RELATIF, ORDRE DANS  $\mathbb{D}$ 

## Exemple de situation:

L'élève **Moralisa** à l'habitude de suivre à la télévision le bulletin météorologique de tous les continents. Pendant une semaine et chaque matin à huit heures, **Moralisa** a relevé les températures en degrés Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) de la ville Moscou; elle les a consignées dans le tableau ci-dessous:

Jour	L	M	Mr	J	V	S	D
Temp en( $^{\circ}\text{C}$ )	+2,1	-7,6	-10,5	-6,5	+17	+4,5	-4

Elle s'interroge sur ces nombres et se demande comment les manipuler. Intéressé par ces nombres, **Mr Beaudelair**, enseignant de mathématiques du CEG GAMPO OLILOU A demande à ses élèves de 5<sup>e</sup>:

- D'identifier chaque nombre ;
- Comparer d'une part les températures positives entre elles et d'autre part les températures négatives entre elles;
- Classer les températures de la plus élevée à la plus basse.

## Solution:

## a- Identifions chaque nombre:

Les nombres à virgule +2,1 ; +4,5 sont les nombres décimaux relatifs positifs et les nombres à virgules -7,6 ; -10,5 ; -6,5 sont les nombres relatifs négatifs. Le nombre +17 et -4 sont des nombres entiers relatifs positifs et négatifs.

## b- Comparaisons :

- Temperature négatifs:  $-10,5 < -7,6 < -6,5 < -4$
- Temperature positifs  $+2,1 < +4,5 < +17$

## c- classons ces températures du plus élevés au plus basse:

$-10,5 \quad -7,6 \quad -6,5 \quad -4 \quad 0 \quad +2,5 \quad +4,5 \quad +17$

## I- Je retiens:

Un nombre décimal relatif, c'est un nombre décimal arithmétique qui s'écrivent avec un signe - ou +.

## Ex:

+1,2 ; -5,5 ; -111,14; +101,25.

## 1- Notation:

L'ensemble des nombres décimaux est notée  $\mathbb{D}$ .

$\mathbb{D}$  se subdivise en deux sous ensemble  $\mathbb{D}^-$  et  $\mathbb{D}^+$  appelé décimaux relatifs.

a- Ensemble des décimaux relatifs positifs :  $\mathbb{D}^+$ 

C'est sont des nombres décimaux qui portent le signes +  
 $\mathbb{D}^+ = \{0 ; +1,2 ; +4,6 ; \dots +101,25 \dots 123,44 \dots\}$

b- Ensemble des décimaux relatifs négatifs :  $\mathbb{D}^-$ 

C'est sont des nombres décimaux qui portent le signes -  
 $\mathbb{D}^- = \{\dots -111,14 ; -80,25 ; \dots -10,23 \dots -5,4 ; -5,5 ; -1,1 ; 0\}$

Ainsi on a :  $\mathbb{D} = \mathbb{D}^- \cup \mathbb{D}^+$

## Remarque:

- Un nombre décimal est composé de deux parties : la partie entière et la partie décimale.

- Tous les nombres entiers naturels sont des nombres décimaux arithmétiques dont la partie décimale est égale à zéro (0).

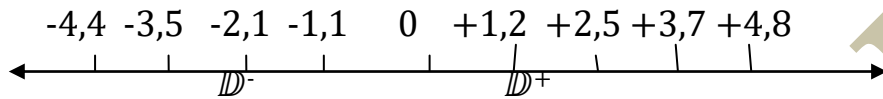
Ex : 4 peut s'écrire 4,0

## II- Comparaisons des nombres decimaux relatifs:

### 1- Ordre dans $\mathbb{D}$ :

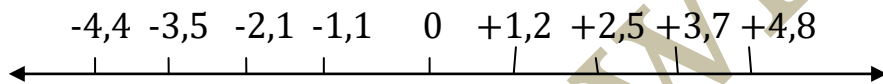
On range les nombres décimaux relatifs par ordre croissant, en commençant par les plus grands chiffres ou nombre qui portent le signe moins jusqu'à zéro en tenant compte de leur partie entière et partie décimale et à partir de zéro (0) on écrit les nombres ou chiffres en partant de 1 à l'infini portant le signe plus en tenant toujours compte de leur partie entière et décimale.

On a donc:



La comparaison des nombres relatifs se fait par rapport à leur signe et par rapport à zéro (0).

### 2- Règles de comparaison:



#### Règle N°1:

De deux nombres decimaux relatifs **ayant les signes positifs (+)** le plus grand est celui qui a une grande distance par rapport à zéro(0).

**Ex:**

+11.25 est plus grand que +7.5. On écrit : +11.25 > +7.5

#### Règle N°2:

De deux nombres decimaux relatifs **ayant les signes négatifs (-)**, le plus petit est celui qui a une grande distance par rapport zéro.

**Ex:**

-30.15 est plus petit que -4.2. On écrit:  $-30 < -4$

#### Règle: N°3:

De deux nombres decimaux **relatifs ayant les signes contraire (+ et -)**, le plus grand est celui qui a le signe +

**Ex:**

+1.12 est plus grand que -24.27. On écrit:  $+1.12 > -24.27$

### Evaluation

## MM5.2.2

CALCULS ET OPERATIONS DANS  $\mathbb{D}$ 

## Exemple de situation:

Pendant la saison sèche, les météorologues de la station météo du mont Nabemba calculent chaque jour la différence entre la température du soir et celle du matin.

	L	M	Mr	J
Temp du matin (en °C)	+2	-1	-2,5	+2,6
Temp du soir (en °C)	-3	-4	+1,7	+4,2

Intéressé par ces nombres, **Mr Darwin**, enseignant de mathématiques au CEG GAMPO OLILLOU A, veut en faire usage en classe. Pour cela, il demande à ses élèves de 5<sup>e</sup> de:

- Donner la nature de chaque nombre relevé et de classer l'ensemble des nombres ;
- Calculer, pour chacun des jours, l'augmentation ou la diminution de température;
- Calculer la température moyenne par jour et sur les quatre jours (le matin et le soir);
- Calculer le quotient  $\frac{+2,6}{+4,6}$  en se limitant à deux chiffres après la virgule.

## Solution:

## a- Nature de chaque nombre:

+2 ; -1 ; -3 ; -4 sont les nombre entier relatif negatif et positif.

+2,6 ; +4,2 ; +1,7 ; -2,5 sont les nombres decimaux relatif positif et negatif.

## b- Calcul de l'augmentation ou diminution de la temperature

$$\text{Lundi: } +2 - 3 = (-3) - (+2) = -5 ;$$

$$\text{Mardi: } -1 - 4 = (-4) - (-1) = -3 ;$$

$$\text{Mercredi: } -2,5 + 1,7 = (+1,7) - (-2,5) = +4,2 ;$$

$$\text{Jeudi: } +2,6 + 4,5 = (4,5) - (2,6) = +1,9$$

## c- Temperature moyenne:

• Par jour:

$$\text{L: } \frac{(+2)+(-3)}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} ; \text{M: } \frac{(-1)+(-4)}{2} = -\frac{5}{2} ;$$

$$\text{Mr: } \frac{(-2,5)+(+1,7)}{2} = \frac{-0,8}{2} ; \text{J: } \frac{(+2,6)+(+4,5)}{2} = +\frac{7,1}{2} ;$$

• Pour les sept jours

$$\frac{(+2 - 1 - 2,5 + 2,6) + (-3 - 4 + 1,7 + 4,2)}{2} = \frac{(+1,1 - 1,1)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

## d- Le quotient:

$$\frac{+2,6}{+4,6} = \frac{26}{46} = \frac{13}{23} = +0,56$$

## I- Additions et soustractions des nombres decimaux relatifs:

## 1- Les nombres ayant le même signe:

Lorsque les nombres decimaux relatif ont le même signe, ont fait l'addition de ces nombres et on ajoute le signe commun devant le résultat.

Ex:

Effectuer les calcules suivant

$$A = -2.1 - 11.8 ; B = +12.4 + 1.7$$

**Solution**

$$A = -2.1 - 11.8 \Rightarrow A = (2.1) + (11.8) = -13.9 \Rightarrow \mathbf{A = -13.9}$$

$$B = +12.4 + 1.7 \Rightarrow B = (12.4) + (1.7) = +13 \Rightarrow \mathbf{B = +14.1}$$

**2- Les nombres ayant les signes contraires :**

Lorsque les nombres décimaux relatifs ont des signes contraires, on fait la soustraction de ces nombres et on ajoute le signe du plus grand devant le résultat.

**Ex:** effectuer les calculs suivants :

$$C = -30,645 + 175,35 ; D = -0,48 + 7,021$$

**Solution**

$$C = -30,645 + 175,35 \Rightarrow C = (175,35) - (30,645) = -144,705$$

$$\Rightarrow \mathbf{C = -144.705}$$

$$D = -0,48 + 7,021 \Rightarrow D = (7,021) - (0,48) = +6,541$$

$$\Rightarrow \mathbf{D = +6,541}$$

**3- La multiplication :**

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs, on fait le calcul de leurs signes comme l'indique le tableau suivant:

-	×	-	=	+
+	×	+	=	+
-	×	+	=	-
+	×	-	=	-

- Si les nombres sont dans les parenthèses, on doit sortir des parenthèses en faisant la multiplication des signes.

- Si devant la parenthèse on a un nombre ou un signe ce nombre doit multiplier le nombre ou le signe qui est dans la parenthèse.
- Si dans la parenthèse il y a plusieurs nombres, on effectue d'abord les calculs de ces nombres avant d'enlever les parenthèses.

**Ex:**

Effectuez les calculs suivants :

$$E = (+3.4) \times (+6.01) = + (3.4 \times 6.01) = +20.434$$

$$F = (+5.25) \times (-6.61) = - (5.25 \times 6.6) = -34.65$$

$$G = (-701.8) \times (-1) = + (701.8 \times 1) = \mathbf{G = +701.8}$$

**4- La division:**

Pour diviser un nombre décimal relatif **a** par un autre nombre décimal relatif **b** non nul :

- On fait la division de ces nombres ;
- On fait la division de leurs signes comme l'indique le tableau suivant: prend le signe + si les deux nombres ont le même signe ;

$\frac{+}{+} = +$	$\frac{-}{+} = -$
$\frac{-}{-} = +$	$\frac{+}{-} = -$

**Ex:**

Effectuez les calculs suivants:

$$A = \frac{-14.25}{+6.5} = - \frac{14.25}{6.5}$$

$$B = \frac{-4.44}{-12.36} = + \frac{4.44}{12.36}$$

$$C = \frac{+0.64}{+1.24} = + \frac{0.64}{1.24}$$

### Calcul de la somme algébrique:

Pour calculer une somme algébrique des nombres décimaux relatifs, on effectue les opérations indiquées successivement, de la gauche vers la droite.

#### Activité 1

Écris les sommes algébriques suivantes sans parenthèses puis calcule leurs valeurs :

$$A = (-5,2) + (+8,6) - (-5,1) + (-6,4);$$

$$B = (+8,7) - (+3,3) + (-8,5).$$

#### Solution

$$A = (-5,2) + (+8,6) - (-5,1) + (-6,4) = -5,2 + 8,6 + 5,1 - 6,4 = +2,1; \mathbf{A = +2,1}$$

$$B = (+8,7) - (+3,3) + (-8,5) = +8,7 - 3,3 - 8,5 = -3,1 \mathbf{B = -3,1}$$

#### Activité 2:

Soit  $C = 7,2 - 10,4 + 3$  ; soit  $B = 7,2 + 10,4 - 3$

Calcule les sommes algébriques  $A+B$  et  $A-B$ .

#### Solution

$$A+B = 7,2 - 10,4 + 3 + (7,2 + 10,4 - 3) \rightarrow 7,2 - 10,4 + 3 + 7,2 + 10,4 - 3$$

$$\mathbf{A+B = 14,4}$$

$$A-B = 7,2 - 10,4 + 3 - (7,2 + 10,4 - 3) \rightarrow 7,2 - 10,4 + 3 - 7,2 - 10,4 + 3$$

$$\mathbf{A-B = -14,8}$$

#### Activité 3:

Soit  $A = (-3,7) + (-5,9)$ . L'écriture  $2A$  désigne le nombre  $A+A$ . Calcule ce nombre et compare-le à  $2(-3,7) + 2(-5,9)$ .

#### Solution

$$2A = A+A = (-3,7) + (-5,9) + (-3,7) + (-5,9) = -3,7 - 5,9 - 3,7 - 5,9 =$$

$$\mathbf{-19,2}$$

$$2(-3,7) + 2(-5,9) = -7,4 + (-11,8) = -7,4 - 11,8 = \mathbf{-19,2}$$

### II- La troncature, l'arrondi et l'encadrement d'un nombre décimal relatif:

#### 1- La troncature:

C'est couper le nombre décimal au rang indiqué et supprimer les chiffres à droite de la coupure.

a- **A l'unité** : la troncature de 26,1549 est 26.

b- **Au dixième**: la troncature de 26,1549 est 26,1

c- **Au centième**: la troncature de 26,1549 est 26,15

Etc....

2- **L'arrondi**: Faire l'arrondi d'un nombre consiste à trouver le nombre le plus proche à ce nombre afin de rendre les calculs plus simple.

a- **A l'unité**: l'arrondi de **23,597** est **24** en effet le chiffre qui vient après la virgule est supérieur à 4.

L'arrondi de **23,484** à l'unité est **23** en effet le chiffre qui vient après la virgule est inférieur à 5.

b- **A la dixième**: l'arrondi de **23,594** est **23,6** en effet on considère le deuxième chiffre après la virgule, et si ce deuxième chiffre est supérieur ou égale à 5 (6-7-8-9), alors on ajoute +1 au premier chiffre après la virgule.

L'arrondi de **23,574** à la dizaine n'est pas **23,58** mais **23,6**

L'arrondi de **23,445** à la dizaine est **23,4**. Le 2<sup>e</sup> chiffre après la virgule est inférieur à 5.

**a- Au centième:** l'arrondi de **23,597** est **23,60**. En effet on considère le troisième chiffre après la virgule, et si ce troisième chiffre est supérieur ou égale à 5 (6-7-8-9), alors on +1 au 2<sup>e</sup> chiffre après la virgule.

L'arrondi de **23,575** à la centième est **23,58**

L'arrondi de **23,445** à la centième est **23,45**

### 3- Encadrement :

Encadrer c'est donner une valeur inférieur et une valeur supérieur à ce nombre

Ex:

$$-2,4 < +2,2 < +2,4$$

On peut encadrer à l'unité près ; à la dizaine près ; au centième près etc.....

**NB:**

Pour les nombres décimaux relatif négatif, on fait l'inverse des nombre.

Ex:

L'encadrement de  $-a$  est:  $-a - k < -a < -a + k$  ou  $-a + k > -a > -a - k$

$k$ =indique la valeur du rang (1 ; 1/10 ; 1/100.....)

#### a- A l'unité :

Encadrer à l'unité le nombre **+11,873** et **-6,528**

**Solution:**

On doit appliquer la troncature à l'unité. On aura donc:

- $11 < +11,873 < 11+1$   
 $11 < +11,873 < 12$
- $-6-1 < -6,528 < -6+1$   
 $-7 < -6,528 < -5$

#### b- Au dixième:

Encadrer au dixième le nombre **+11,873** et **-6,528**

**Solution:**

On doit appliquer la troncature au dixième. On aura donc:

- $+11,8 < +11,873 < +11,8+0,1$   
 $+11,8 < +11,873 < +11,9$
- $-6,5-0,1 < -6,528 < -6,5+0,1$   
 $-6,6 < -6,528 < -6,4$

#### c- Au centième:

Encadrer au dixième le nombre **+11,873** et **-6,528**

**Solution:**

On doit appliquer la troncature au centième. On aura donc:

- $+11,87 < +11,873 < +11,87+0,01$   
 $+11,87 < +11,873 < +11,88$
- $-6,52-0,01 < -6,528 < -6,52+0,01$   
 $-6,53 < -6,528 < -6,51$

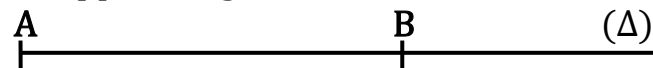
**Evaluation:**

**REVISION****POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES****I- Rappels:****1- Définition d'une droite:**

Une droite est l'ensemble des points alignés. C'est une ligne droite qui se trace à l'aide d'une règle.

**2- Définition d'une demi-droite**

On appelle demi-droite une partie de la droite limitée par un point appelé origine.



AB est une demi-droite de la droite (Δ). Elle a pour origine le point A.

**3- Définition d'un segment de droite**

Un segment de droite est une partie de la droite limitée par deux points appelés extrémités.

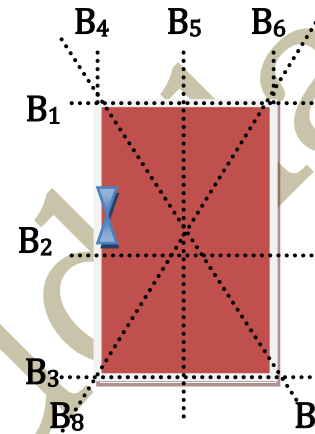


AB est un segment de la droite (Δ). Il a pour extrémités les points AB.

**II- Les différentes positions des droites:****Exemple de situation:**

Mr Beudelair est un menuisier dans le quartier Elonga. Il a fabriqué une porte en utilisant les bois qu'il a numérotés

comme suit : B<sub>1</sub> ; B<sub>2</sub> ; B<sub>3</sub> ; B<sub>4</sub> ; B<sub>5</sub> ; B<sub>6</sub> ; B<sub>7</sub> et B<sub>8</sub> ayant la forme suivante.



Mr Darwin professeur de mathématiques demande à ses élèves de la classe de 6<sup>e</sup> de:

- Déterminer les positions de chaque bois par rapport à un autre;
- Justifier votre réponse.

**Solution:**

- B<sub>1</sub> ; B<sub>2</sub> ; B<sub>3</sub> sont parallèles entre elles car elles ne peuvent se croiser;
- B<sub>4</sub> ; B<sub>5</sub> ; B<sub>6</sub> sont aussi parallèles entre elles car elles ne peuvent se croiser;
- B<sub>2</sub> et B<sub>5</sub> sont perpendiculaires car elles se croisent en formant un angle droit;
- B<sub>7</sub> et B<sub>8</sub> sont sécantes car elles se croisent sans former de l'angle droit;

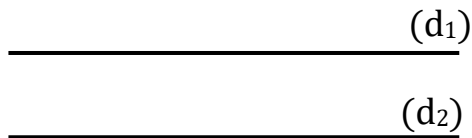
**Je retiens:**

Deux droites peuvent donc avoir trois positions:

- Position parallèle,
- Position perpendiculaire
- Position sécante.

**1- Droites parallèles:****a- Définition :**

On appelle de deux droites parallèles, les droites qui ne se rencontrent pas dans leur prolongement.



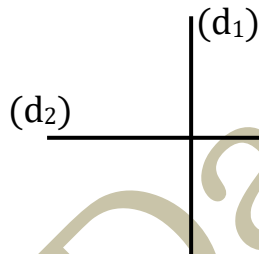
Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont parallèles.

**b- Notation:**

En mathématique deux droites parallèles se note par  $(d_1) \parallel (d_2)$  et se lit droite  $(d_1)$  parallèle à  $(d_2)$ .

**2- Droites perpendiculaires:****a- Définition:**

On appelle droites perpendiculaires, les droites qui se croisent en un point en formant un angle droit de  $90^\circ$ .



Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont perpendiculaires au pont O

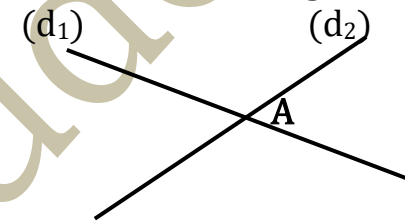
**b- Notation:**

En mathématique deux droites perpendiculaires se note par  $\perp$ .

On écrit  $(d_1) \perp (d_2)$  et se lit droite  $(d_1)$  perpendiculaire à  $(d_2)$ .

**3- Droites sécantes:****a- Définition:**

On appelle deux droites sécantes, les droites qui se croisent en un point sans former de l'angle droit.

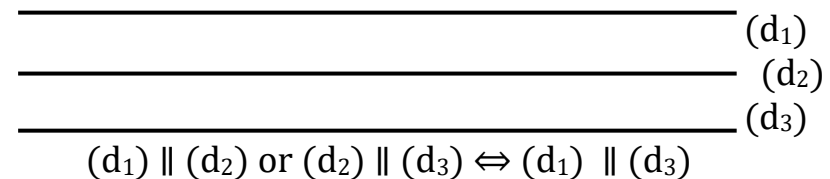


Les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  se croisent au point A sans former de l'angle droit.

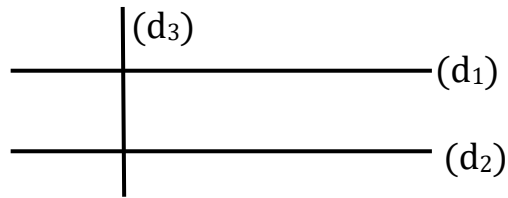
**b- Notation:** deux droites sécantes se note par le symbole  $\cap$ . On écrit:  $(d_1) \cap (d_2) = \{A\}$  et se lit  $(d_1)$  inter à la droite  $(d_2)$  égal singleton du point A.

**4- Propriétés:**

**P<sub>1</sub>** : si deux droites sont parallèles, la parallèle à l'une est aussi parallèle à l'autre.



**P<sub>2</sub>** : si deux droites sont parallèles, la perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.



$$(d_1) \parallel (d_2) \text{ or } (d_1) \perp (d_3) \Leftrightarrow (d_2) \perp (d_3)$$

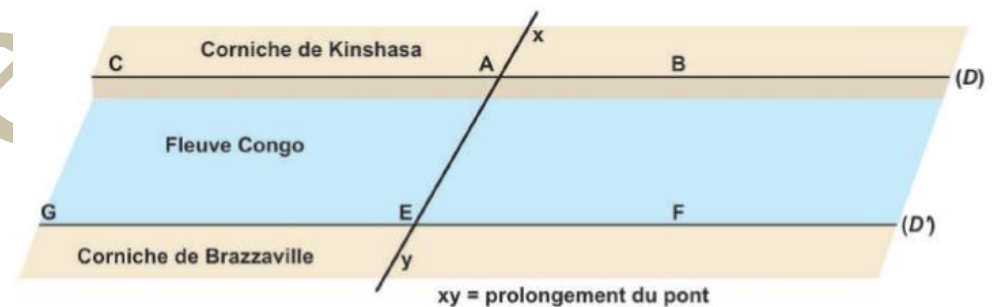
### Evaluation:

MM5.3.1

## ANGLES DANS LA CONFIGURATION DE DEUX DROITES PARALLELES COUPEES PAR UNE SECANTE

### Exemple de situation:

Les deux capitales les plus rapprochées du monde, Brazzaville (en République du Congo) et Kinshasa (en République démocratique du Congo) sont séparées par le fleuve Congo. Une étude de faisabilité a été faite par les autorités de ces deux pays pour construire un pont route-rails sur le fleuve Congo, comme l'indique la figure ci-dessous.



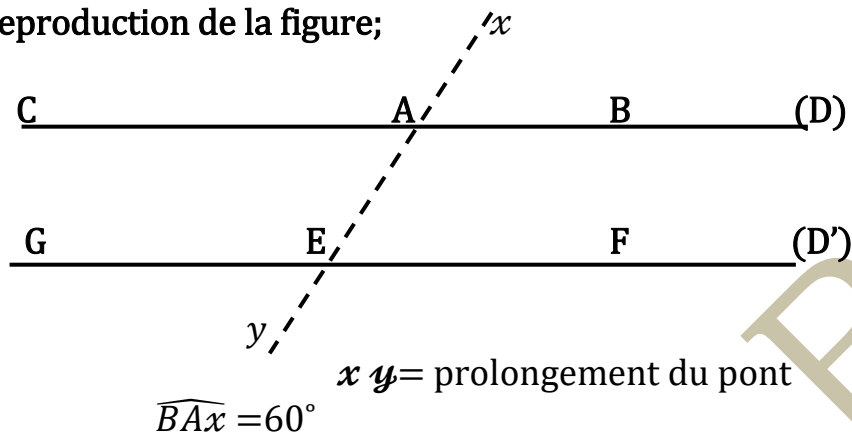
On suppose que les deux corniches sont des droites parallèles situées dans le périmètre réservé à la construction du pont. Émerveillé par ce projet, Monsieur Beaudelair, enseignant de mathématiques au CEG Gampo Olilou, se demande quelle analyse des angles doit être faite pour que la configuration du pont soit semblable de part et d'autre du fleuve. Pour ce faire, il fait observer la maquette du pont à ses élèves de 5<sup>e</sup> et leur demande de:

- Reproduire la maquette sur ta feuille et mesurer l'angle  $\widehat{BAx}$  avec ton rapporteur

- b- Citer les paires d'angles opposés par le sommet ; d'angles alternes internes ; d'angles alternes externes et d'angles correspondants ;
- c- Indiquer tout en justifiant, les mesures d'angles  $\widehat{CAx}$  ;  $\widehat{BAy}$  ;  $\widehat{CAy}$  ;  $\widehat{AEF}$  ;  $\widehat{FEy}$  ;  $\widehat{GEy}$  ;  $\widehat{GEA}$
- d- Vérifier si la configuration du pont sera semblable de part et d'autre de la rivière.

**Solution:**

- a- **Reproduction de la figure;**



- b- / Citons les paires d'angles:

- Les paires d'angles opposés par le sommet sont:  
 $\widehat{CAx}$  et  $\widehat{BAy}$  ;  $\widehat{CAy}$  et  $\widehat{BAx}$  ;  $\widehat{FEx}$  et  $\widehat{GEy}$  ;  $\widehat{FEy}$  et  $\widehat{GEx}$
- Les paires d'angles alternes internes sont:  
 $\widehat{BAy}$  et  $\widehat{GEx}$  ;  $\widehat{CAy}$  et  $\widehat{FEx}$
- Les paires d'angles alternes externes sont:  
 $\widehat{BAx}$  et  $\widehat{GEy}$  ;  $\widehat{CAx}$  et  $\widehat{FEy}$
- Les paires d'angles correspondants sont:  
 $\widehat{CAx}$  et  $\widehat{GEx}$  ;  $\widehat{BAx}$  et  $\widehat{FEx}$  ;  $\widehat{BAy}$  et  $\widehat{FEy}$  ;  $\widehat{CAy}$  et  $\widehat{GEy}$

- c- **Indiquons tout en justifiant, les mesures d'angles**

- $\widehat{CAx}$  ;  $\widehat{BAy}$  ;  $\widehat{CAy}$  ;  $\widehat{AEF}$  ;  $\widehat{FEy}$  ;  $\widehat{GEy}$  ;  $\widehat{GEA}$
- $\widehat{BAx}$  est le supplément de  $\widehat{CAx}$  or  $\widehat{BAx} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CAx} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \widehat{CAx} = 120^\circ$ .
  - $\widehat{BAy}$  et  $\widehat{CAx}$  sont opposés par le sommet, ils sont donc de même mesure  $\widehat{CAx} = \widehat{BAy} = 120^\circ$ .
  - De même  $\widehat{BAx}$  et  $\widehat{CAy}$  sont opposés par le sommet, ils sont donc de même mesure  $\widehat{BAx} = \widehat{CAy} = 60^\circ$ .
  - $\widehat{CAy}$  et  $\widehat{AEF}$  sont alternes-internes, ils sont donc de la même mesure or  $\widehat{CAy} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CAy} = \widehat{AEF} = 60^\circ$
  - $\widehat{BAy}$  et  $\widehat{FEy}$  sont correspondants ils sont donc de la même mesure or  $\widehat{BAy} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{FEy} = 120^\circ$
  - $\widehat{GEy}$  est le supplément de  $\widehat{FEy}$  par conséquent  $\widehat{GEy} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{GEy} = 60^\circ$
  - $\widehat{BAy}$  et  $\widehat{GEA}$  sont alternes-internes, ils sont donc de la même mesure or  $\widehat{BAy} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BAy} = \widehat{GEA} = 120^\circ$

- d- **Vérifions si la configuration du pont sera semblable de part et d'autre de la rivière.**

Les angles  $\widehat{ABy}$  et  $\widehat{BEF}$  sont déterminés par les droites (AC) et (DF) et la sécante ( $x y$ ) sont alternes-internes.

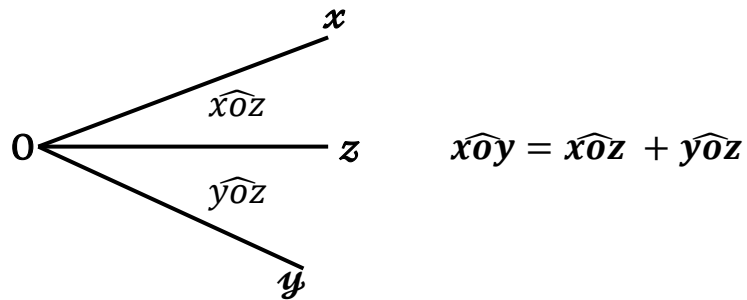
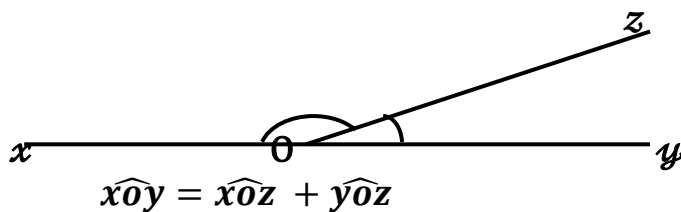
Les angles  $\widehat{ABy}$  et  $\widehat{BEF}$  sont de même mesure donc (AC) et (DF) sont parallèles. Ainsi la configuration du pont sera semblable de part et d'autre de la rivière.

### I- Je retiens

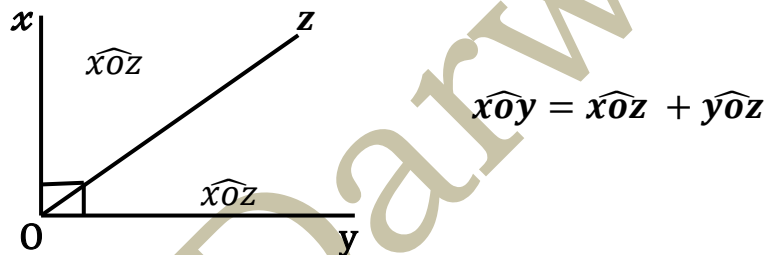
Une sécante qui coupe deux droites formes avec elles deux paires d'angles alternes-internes, deux paires d'angles alternes-externes et quatre paires d'angles correspondants.

**II- Les angles associés:****1- Angle adjacents :**

Deux angles sont adjacents lorsqu'ils ont le même sommet et ont un coté commun.

**a- Angles adjacents supplémentaires:**

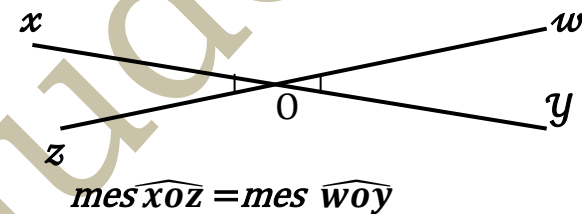
Deux angles sont adjacents supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à  $180^\circ$ . Chacun est le supplément de l'autre.

**b- Angles adjacents complémentaires:**

Deux angles sont adjacents complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à  $90^\circ$  et ils forment un angle droit. Chacun est le complément de l'autre.

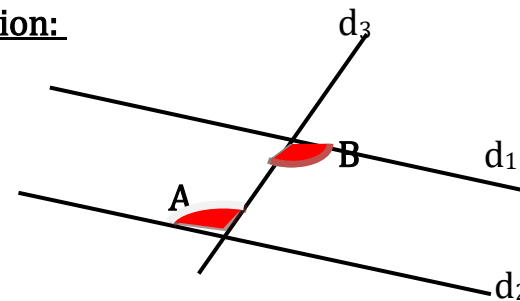
**2- Angles opposés par le sommet:**

Deux angles opposés par le sommet ont des mesures égales. Ils sont superposables. Les côtés de l'un sont le prolongement des côtés de l'autre.

**III- Angles et droites :****1- Angles alternes-internes:****Activité 1:**

Soient  $d_1$  et  $d_2$  deux droites parallèles de 6cm chacune.

- Placer le point A milieu de  $d_2$ .
- Tracer la droite  $d_3$  sécante à  $d_1$  au point B et sécante  $d_2$  au
- Identifier les angles à l'intérieure de la bande  $d_1$  et  $d_2$

**Solution:**

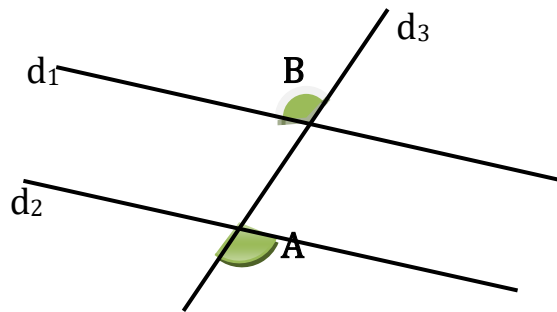
c- On dit que les angles à l'intérieure de des droites ( $d_1$ ) et ( $d_2$ ) coupé par ( $d_3$ ) sont alternes-internes.

**Je retiens 1:**

Deux angles sont alternes internes lorsqu'ils sont situés à l'intérieur de la bande délimitée par les deux droites parallèles coupés par une sécante et de part et d'autre de la sécante.

**2- Angles alternes externes:****Activité 2:**

On te servant de l'activité 1. Identifier les angles à l'extérieur de la bande  $d_1$  et  $d_2$

**Solution:**

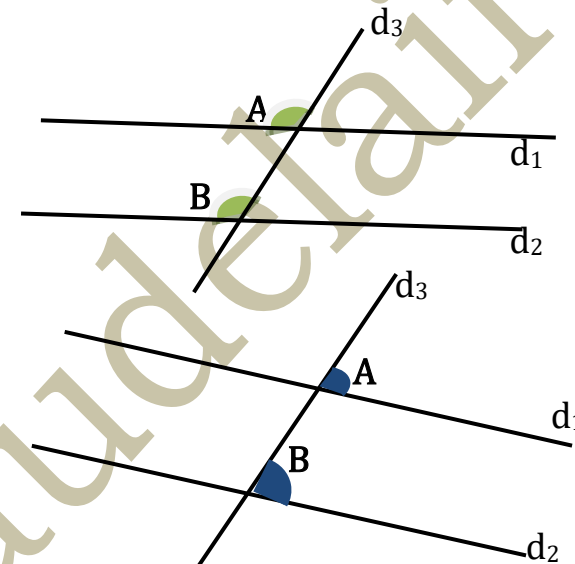
On dit que les angles à l'extérieur de des droites ( $d_1$ ) et ( $d_2$ ) coupé par ( $d_3$ ) sont alternes-externes.

**Je retiens 2:**

Deux angles sont alternes externes lorsqu'ils sont situés à l'extérieur de la bande délimitée par les deux droites parallèles coupés par une sécante et de part et d'autre de la sécante.

**3- Angles correspondants:**

**Activité 3:** On te servant de l'activité 1. Identifier les angles à l'intérieure et à l'extérieur du même côté de la sécante et de la bande  $d_1$  et  $d_2$ .

**Solution:**

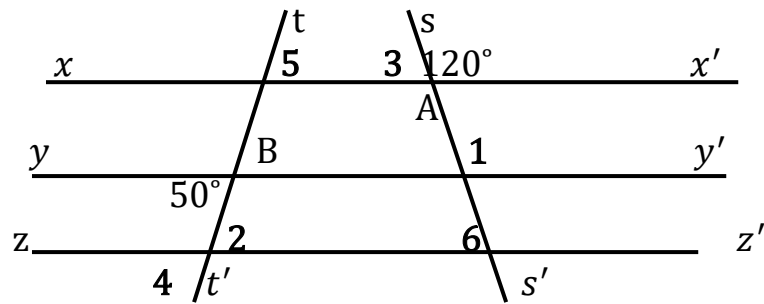
c-/ On dit que les angles **A** situés à l'extérieur de des droites  $d_1$  et  $d_2$  et **B** situés à l'intérieur de la droite sont correspondantes.

**Je retiens 3:**

Deux angles sont correspondant lorsqu'ils sont situés de même côté de la sécante, l'un à l'extérieur et à l'intérieur de la bande délimitée par les deux droites parallèles.

**IV- Mesures des angles alternes-internes, alternes-externes et correspondantes:****Activité 4:**

Soit la figure suivante.



Donne la mesure de chacun des angles suivants 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 sachant que les droites  $(xx')$  ;  $(yy')$  ;  $(zz')$  sont parallèles.

### Solution:

- **La mesure de l'angle 1:**

Comme les droites  $(xx')$  et  $(yy')$  sont parallèles les angle correspondantes 1 et  $\widehat{sAs'}$  sont égaux. Alors l'angle 1 est égal à  $120^\circ$ .

- **La mesure de l'angle 2:**

Comme les droites  $(yy')$  et  $(zz')$  sont parallèles les angle alternes – internes 2 et  $\widehat{yBt'}$  sont égaux. Alors l'angle 2 est égal à  $50^\circ$ .

- **La mesure de l'angle 3:**

$\widehat{xAx'}$  est plat. Donc  $\widehat{xAx'} = 180^\circ$ . Alors  
L'angle 3 =  $\widehat{xAx'} - \widehat{sAx'} \Rightarrow$  l'angle 3 =  $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

- **La mesure de l'angle 4:**

Les angles 4 et 2 sont opposés par le sommet. Comme deux angles opposés par le sommet sont égaux, on a:  $[4] = [2] = 50^\circ$ . L'angle 4 est «égal à  $50^\circ$ »

- **La mesure de des angles 5 et 6:**

Comme les droites  $(xx')$  et  $(zz')$  sont parallèles, les angles correspondants [5] et [2] sont égaux. On a donc:  $[5] = [2]$ . Alors l'angle 5 =  $50^\circ$ .

Les angles correspondants [6] et [3] sont égaux. On a donc:  $[6] = [3]$ . Alors l'angle 6 =  $60^\circ$ .

### Je retiens 4:

- Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont la même mesure.
- Si deux angles alternes-externes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont la même mesure.
- Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont la même mesure.

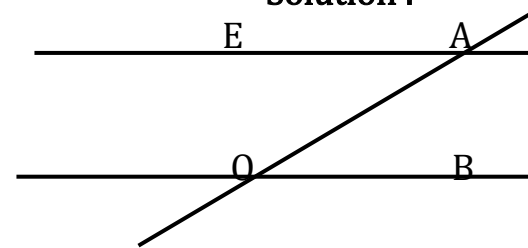
### V- Parallélisme et angles:

#### Activité 5:

Construis un angle  $\widehat{AOB}$  et place un point E tel que:

- $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{EAO}$  soient des angles alternes-internes;
- mes  $\widehat{AOB} =$  mes  $\widehat{EAO}$
- Vérifie que les droites (EA) et (OB) sont parallèles

#### Solution :



Les angles  $\widehat{EAO}$  et  $\widehat{AOB}$  déterminés par les droites (EA), (OB) et la sécante AO sont alternes-internes. Les angles  $\widehat{EAO}$  et  $\widehat{AOB}$  ont la même mesure. Donc les droites (EA) et (OB) sont parallèles.

## Je retiens 5:

- Si deux angles alternes-internes ont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.
- Si deux angles correspondants ont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

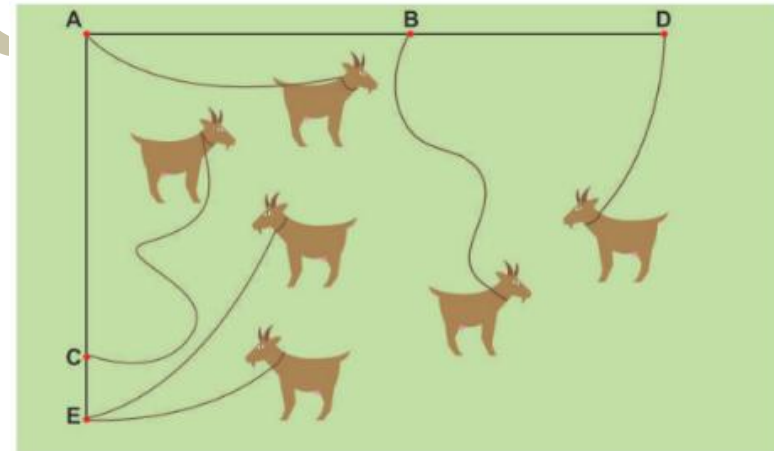
## Evaluation:

## MM5.3.2

POSITIONS RELATIVES  
DE DEUX CERCLES

## Exemple de situation:

Monsieur **Le Racheté** est un éleveur renommé du village d'Okouéssé. Il a six chèvres qu'il attache à cinq piquets A, B, C, D et E à l'aide de six cordes comme l'indique le dessin ci-dessous. Les piquets sont placés de telle façon que  $AB = AC = 5$  m,  $AD = 7$  m,  $AE = 6$  m ; A, B et D sont alignés, A, C et E sont alignés, et (AE) et (AD) sont perpendiculaires. Les cordes des chèvres attachées en A et D mesurent respectivement 3 m et 2 m ; celles des chèvres attachées en B et C mesurent toutes les deux 4 m. Les cordes des chèvres attachées en E mesurent 2 m et 3 m.



Monsieur **Le Racheté** souhaite équiper son terrain et se demande quelle est, pour chaque chèvre, la limite maximale de la zone qu'elle peut brouter. Informé de la situation, **Monsieur Beaudelair**, enseignant de mathématiques au CEG d'Okouéssé, demande à ses élèves de 5<sup>e</sup> de:

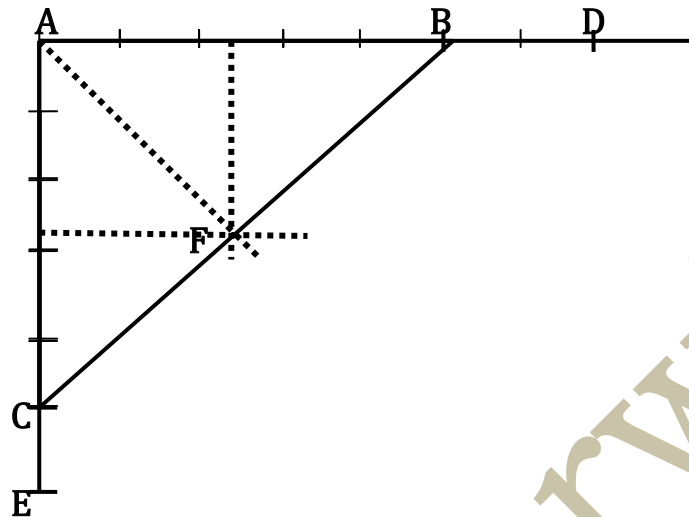
- Réaliser la figure de la situation

(1 cm sur la figure correspondra à 1 m dans la réalité) ;

- b- Déterminer le point qui est équidistant des points A, B et C pour installer un bac à eau ;
- c- Tracer, pour chaque chèvre, la limite maximale de la zone qu'elle peut brouter ;
- d- Identifier toute la zone que peuvent brouter à la fois la chèvre attachée en B et celle attachée en C, et colorer cette zone ;
- e- Déterminer les positions relatives des différentes trajectoires circulaires décrites par ces chèvres ;
- f- Calculer le périmètre et l'aire du disque associé à chaque trajectoire.

**Solution:**

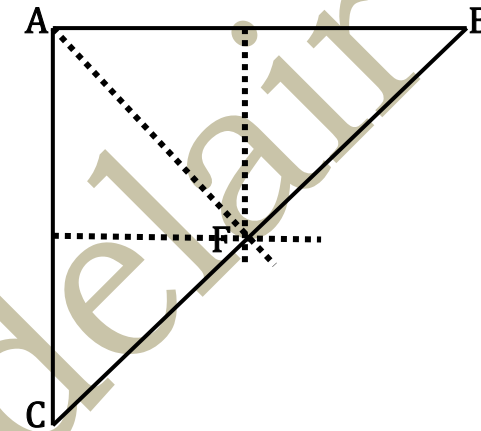
a- Réalisation de la figure:



b- Détermination d'un point équidistant aux points A, B et C.

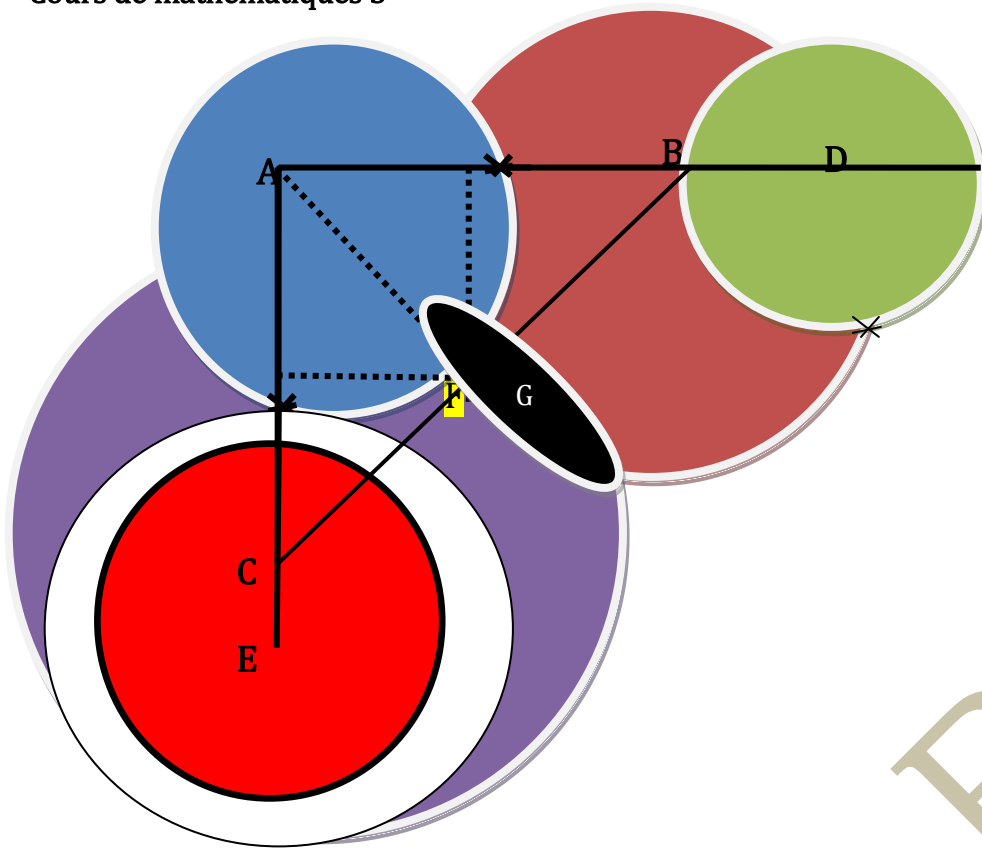
ABC forment un triangle rectangle isocèle.  $AB=AC$ . A est donc équidistant à B et C.

- Traçons la médiatrice du segment AB



- Traçons les deux autres médiatrices des segments AB et AC. Elles passent tous deux au point F.
- Ces trois médiatrices se rencontrent donc en un point F qui est le milieu de BC. En ce point  $AF=BF=CF$ . Le point F est donc le point d'installation du bac d'eau.

c- maximale de broutage pour chaque chèvre



- La chèvre A peut brouter dans la zone Bleu
- La chèvre B peut brouter dans la zone Marron
- La chèvre C peut brouter dans la zone violette
- La chèvre D peut brouter dans la zone Verte
- Les chèvres E peuvent brouter dans la zone Rouge et Blanche.

d- La chèvre B et C peuvent brouter ensemble dans la zone noire G.

e- Déterminons les différentes positions relatives des trajectoires circulaires:

- Les trajectoires du bleu et marron et du violet sont sécantes
- Les trajectoires du bleu et blanche sont tangentes
- Les trajectoires du bleu et vertes sont disjointes.
- Les trajectoires de blanche et rouge sont disjointe intérieurement.
- Les trajectoires du violet et blanche sont tangente intérieurement.

f- Calcule du périmètre et de l'aire de disque pour chaque trajectoire:

- Périmètre et l'aire du disque du bleu:
  - Périmètre:  $P=2 \times \pi \times r$  avec  $r=3\text{cm}$  et  $\pi=3.14$  on a:  
 $P= P=2 \times 3.14 \times 3= 18.84 \text{ cm}$
  - Aire:  $A= \pi \times r \times r$   
 $A=3.14 \times 3 \times 3= 28.26\text{cm}^2$
- Périmètre et l'aire du disque du marron:
  - Périmètre:  $P=2 \times \pi \times r$  avec  $r=4\text{cm}$  et  $\pi=3.14$  on a:  
 $P= P=2 \times 3.14 \times 4= 25.12\text{cm}$
  - Aire:  $A= \pi \times r \times r$   
 $A=3.14 \times 4 \times 4=50.24\text{cm}^2$
- Périmètre et l'aire du disque du verte:
  - Périmètre:  $P=2 \times \pi \times r$  avec  $r=2\text{cm}$  et  $\pi=3.14$  on a:  
 $P= P=2 \times 3.14 \times 2=12.56\text{cm}$
  - Aire:  $A= \pi \times r \times r$   
 $A=3.14 \times 2 \times 2=12.56\text{cm}^2$
- Périmètre et l'aire du disque du violet:
  - Périmètre:  $P=2 \times \pi \times r$  avec  $r=4\text{cm}$  et  $\pi=3.14$  on a:  
 $P= P=2 \times 3.14 \times 4= 25.12\text{cm}$
  - Aire:  $A= \pi \times r \times r$   
 $A=3.14 \times 4 \times 4=50.24\text{cm}^2$

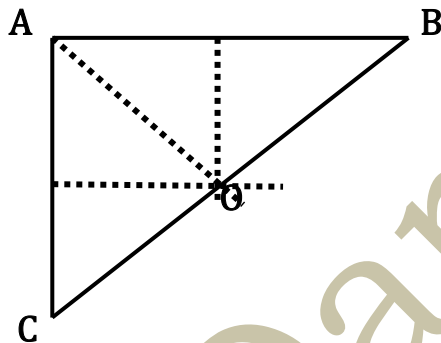
- Périmètre et l'aire du disque de la blanche:
  - Périmètre:  $P=2\times\pi\times r$  avec  $r=3\text{cm}$  et  $\pi=3.14$  on a:  
 $P=2\times 3.14\times 3=18.84\text{cm}$
  - Aire:  $A=\pi\times r\times r$   
 $A=3.14\times 3\times 3=28.26\text{cm}^2$
- Périmètre et l'aire du disque du rouge:
  - Périmètre:  $P=2\times\pi\times r$  avec  $r=2\text{cm}$  et  $\pi=3.14$  on a:  
 $P=2\times 3.14\times 2=12.56\text{cm}$
  - Aire:  $A=\pi\times r\times r$   
 $A=3.14\times 2\times 2=12.56\text{cm}^2$

### I- Construction du centre d'un cercle à la règle et au compas:

#### 1- Construction du centre d'un cercle par les médiatrices:

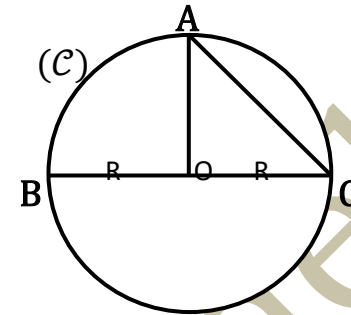
- Placer le point A sur ta feuille;
- Tracer deux droites (AB) et (AC) sécantes en A ;
- Construire les médiatrices des segments [AB] et [AC] qui se coupent au point O.
- Justifier que O es le centre du cercle.

Solution:



Ces trois médiatrices se croisent au point O. En ce point si  $OA=OB=OC$ . O est donc le centre du cercle qui passent par les points A ; B ; C.

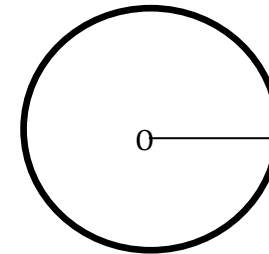
Je construis un cercle de rayon  $r$  et je place les points A, B et C



#### 2- Construction du centre d'un cercle par un rayon de (r cm):

- Tracer le rayon de r cm sur ta feuille.
- Prendre la distance du rayon avec ton compas
- Placer ton compas sur l'un des extrémités et fait tourné.

Solution:



L'extrémité choisie est le centre du cercle et l'autre est le point de cercle.

#### II- Les différentes positions d'un cercle par rapport à un autre cercle:

Un cercle et un autre cercle peuvent être:

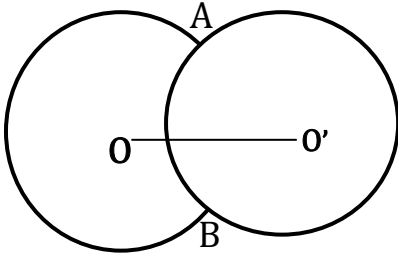
- Sécante
- Tangente
- Disjointe

**1- Cercles sécants:**

Deux cercles sont dits sécants, lorsqu'ils ont deux points communs.

**Ex:**

Soient  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  deux cercles de rayons  $(O ; r_1)$  et  $(O' ; r_2)$  sécants en A et B on a :  $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{A, B\}$



- Si la distance des centres est comprise entre la différence et la somme des rayons, alors les deux cercles sont sécants.

Autrement dit  $|r - r'| < OO' < r + r'$

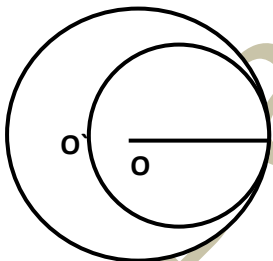
**2- Cercles tangents:**

Deux cercles sont dits tangents lorsqu'ils ont un seul point commun.

**Ex:**

Soient  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  de rayons  $(O ; r_1)$  et  $(O' ; r_2)$  deux cercles tangent au point A. Deux cas sont à distinguer :

**a- Tangents intérieurement:** On a  $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{A\}$

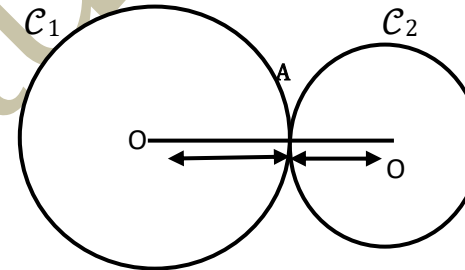


- Si la distance des centres est égale à la différence des rayons alors, les deux cercles sont tangents intérieurement.

Autrement dit  $OO' = r - r'$

**b- Tangents extérieurement:** On a  $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{A\}$

Exemple d'un programme de construction des tangentes à un cercle passant par un point extérieur à ce cercle: – on construit un cercle (C) de centre O et de rayon [OA] ; – on place un point B extérieur à (C);



- Si la distance des centres est égale à la somme des rayons, alors les deux cercles sont tangents extérieurement.

Autrement dit  $OO' = r + r'$

**3- Cercles disjoints:**

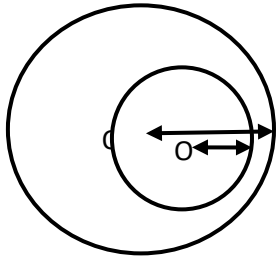
Deux cercles sont dits disjoints lorsqu'ils n'ont aucun point commun.

**Ex:**

Soient  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  de rayons  $(O ; r_1)$  et  $(O' ; r_2)$  deux cercles disjoints. Deux cas sont à distinguer :

**a- Cercles disjoints intérieurement:**

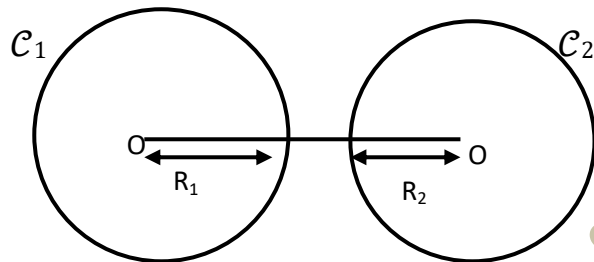
$$\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{\emptyset\}$$



- Si la distance des centres est inférieure à la différence des rayons, alors les deux cercles sont disjoints intérieurement. Autrement dit :  $OO' < r+r'$

**b- Cercles disjoints extérieurement:**

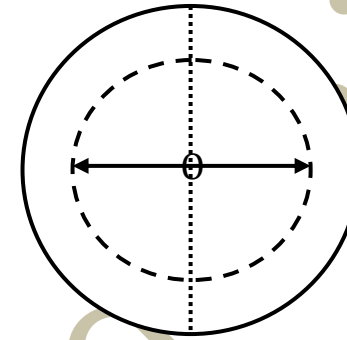
$$\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{\emptyset\}$$



- Si la distance des centres est supérieure à la somme des rayons, alors les deux cercles sont disjoints extérieurement. Autrement dits:  $OO' > r+r'$

**4- Cercles concentriques ou couronne :****Ex:**

Soient  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  de rayons  $(O ; r_1)$  et  $(O ; r_2)$  deux cercles concentriques. On a :



- Deux ou plusieurs cercles sont dits concentriques, lorsqu'ils ont le même centre mais n'ayant pas nécessairement le même diamètre. C'est à dire de diamètre différents.

**III- Mesures du cercle:****1- Diamètre et rayon:**

$$r = \frac{d}{2} \Leftrightarrow d = 2 \times r$$

**2- Périmètre:**

$$P = 2 \times \pi \times r \Leftrightarrow P = \pi \times d \text{ Par conséquent}$$

$$r = \frac{P}{2 \times \pi} \Leftrightarrow d = \frac{P}{\pi}$$

**3- L'aire du disque:**

Aire du disque est égale à  $\pi$  fois rayon fois rayon.

$$S = \pi \times r \times r$$

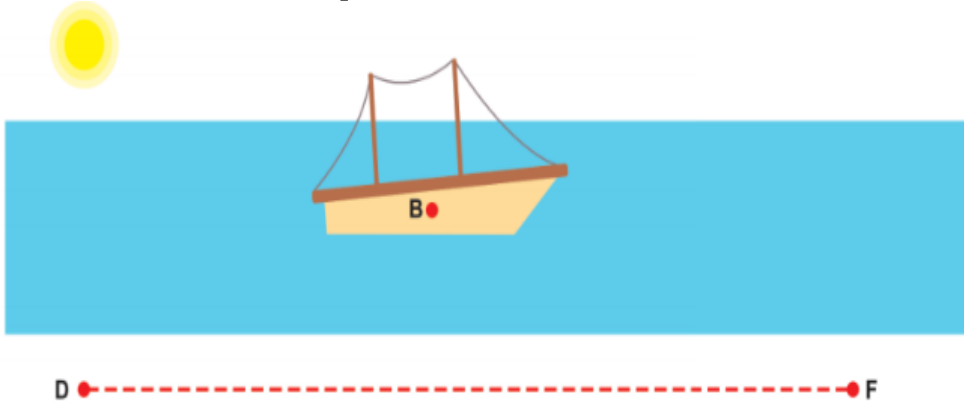
**Evaluation:**

## MM5.3.3

DROITES REMARQUABLES  
D'UN TRIANGLE

## Exemple de situation:

Mr Darwin se promène sur la plage de Pointe-Noire. Il part d'un point nommé **D** vers un autre point nommé **F** dont la longueur est de 650m. De loin il aperçoit un bateau situé au point **B**. Comme l'indique le dessin ci-dessous.

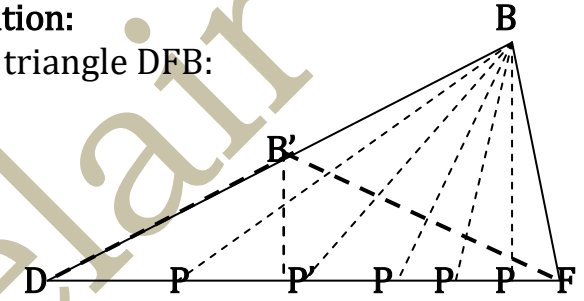


Mr Darwin souhaite connaître les caractéristiques de la droite (BP) en fonction de sa position **P** sur (DF), mais ne sait pas comment faire. Il demande alors aux élèves de la 5<sup>e</sup> de lui aider à:

- Construire le triangle DBF en prenant comme unité  $1\text{cm}=100\text{m}$  et  $\widehat{DBF} = 56^\circ$  et  $\widehat{BDF} = 43^\circ$
- De tracer la droite (BP) et donner sa caractéristique suivant les différentes positions que Mr Darwin occupe sur le trajet [DF]. On suppose que Mr Darwin est au milieu de [DF]. Le bateau a levé l'ancre et s'est déplacé ; il s'arrête à égale distance de D et F. Que peut-on alors dire de la droite (BP) ?

## Solution:

a- Construction du triangle DFB:



b- La caractéristique de BP.

- BP peut être:
  - Une bissectrice lorsqu'il partage l'angle B en deux parties égales;
  - Une médiane lorsqu'il passe par A et le milieu de DF;
  - Une hauteur lorsqu'il passe par A et perpendiculaire à DF.
- Lorsque  $BD=BF$  on a le triangle isocèle DB'F, alors l'axe de symétrie B'P est à la fois:
  - La médiatrice de la base
  - La bissectrice du sommet principale
  - La hauteur et la médiane du sommet principale.

## I- Je retiens:

Un triangle est une figure géométrique ou polygone qui a trois (3) côtés, trois (3) angles et trois (3) sommets. Chaque sommet étant opposé à un côté.

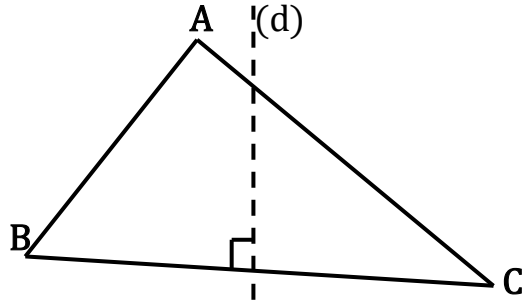
## II- Droites remarquables:

Dans un triangle nous pouvons distinguer quatre (04) types de droites.

**1- La médiatrice:****a- Définition:**

La médiatrice du triangle est la droite qui passe par le milieu d'un côté et perpendiculaire à ce côté.

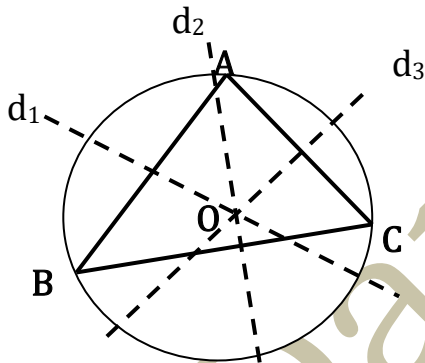
Ex:



La droite (d) est la médiatrice du segment BC

**b- Construction de la médiatrice et le cercle circonscrit:****Activité 1:**

- Construire un triangle ABC tel que:  $AB=3\text{cm}$  ;  $BC=6\text{cm}$  et  $AC=4\text{cm}$
- Tracer ces médiatrices
- Tracer un cercle passant par ces trois sommets



Les médiatrices  $d_1$ ;  $d_2$  et  $d_3$  de ce triangle sont concourantes, leur point commun est *le centre du cercle circonscrit* à ce triangle.

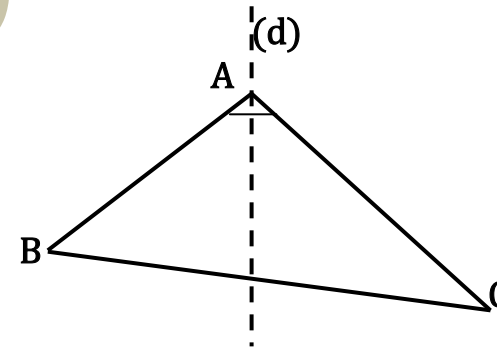
**c- Cercle circonscrit:**

Un cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.

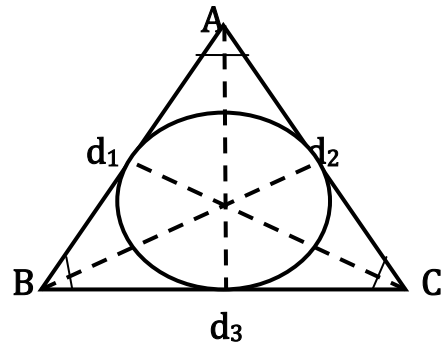
**2- La bissectrice d'un triangle:****a- Définition:**

La bissectrice d'un triangle est la droite qui passe par le sommet d'un angle de ce triangle et divise cet angle en deux angles égaux.

Ex:

**b- Construction de la bissectrice et le cercle inscrit:****Activité 2:**

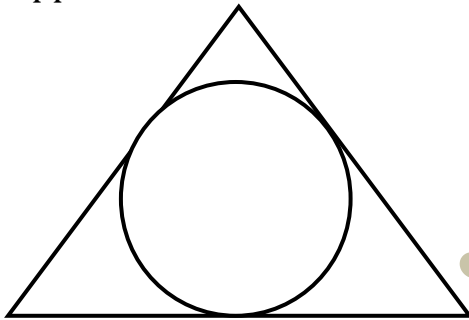
- Construire un triangle ABC tel que:  $AB=4\text{cm}$   $BC=5\text{cm}$  et  $AC=3\text{cm}$
- Tracer ces bissectrices
- Tracer un cercle à l'intérieur de ce triangle et qui passe par les trois sommets de ce triangle.



Les bissectrices  $d_1$ ;  $d_2$  et  $d_3$  des angles A, B et C de ce triangle sont concourantes. Leur point commun est **le centre du cercle inscrit** dans ce triangle.

### c- Cercle inscrit:

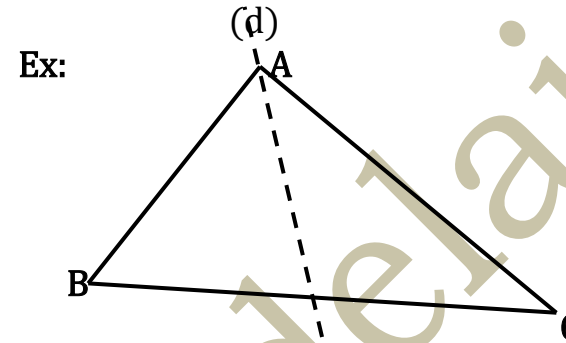
Un cercle inscrit est un cercle intérieur à un triangle et tangente aux supports de ses côtés.



### 3- Médiane et centre de gravité dans un triangle quelconque:

#### a- Définition:

La médiane est la droite qui passe par le sommet du triangle et le milieu du côté opposé à ce sommet.



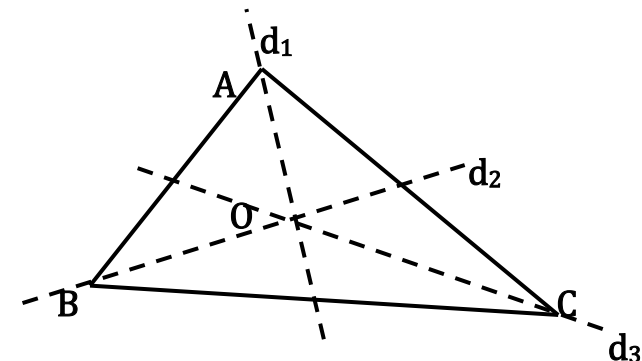
#### Remarque :

Selon le contexte, une médiane est une droite, un segment, ou une longueur.

### b- Construction de la médiane d'un triangle quelconque:

#### Activité 3:

- Construire un triangle ABC tel que:  $AB=3\text{cm}$  ;  $BC=6\text{cm}$  et  $AC=4\text{cm}$
- Tracer ces médianes



Ces médianes  $d_1$ ;  $d_2$  et  $d_3$  de ce triangle sont concourantes. Le point G est le point de concours de ces médianes. Il est appelé **centre de gravité**.

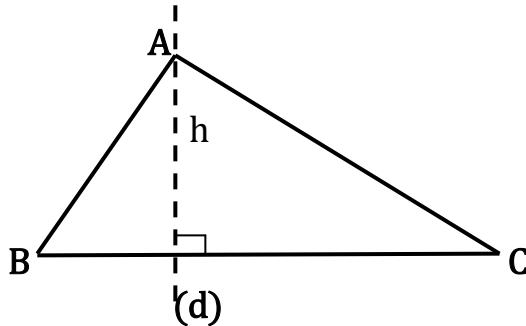
Le centre de gravité d'un triangle se situe au  $\frac{2}{3}$  de chaque médiane à partir de chaque sommet.

## 4- Hauteur:

## a- Définition:

Une hauteur d'un triangle est une droite issue du sommet du triangle et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

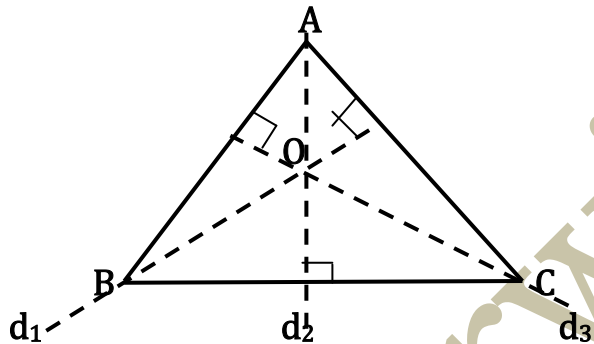
Ex:



## b- Construction d'une hauteur et le l'orthocentre:

## Activité 4:

Construit un triangle ABC tel que:  $AB=4\text{cm}$   $BC=5\text{cm}$  et  $AC=3\text{cm}$



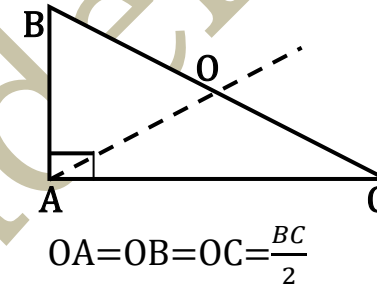
Les trois hauteurs  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  de ce triangle sont concourantes. Le point de concours s'appelle *l'orthocentre*.

## c- La médiane et le cercle circonscrit dans un triangle rectangle:

## c1-/ Triangle rectangle et Médiane

Dans un triangle rectangle, la médiane issue du de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

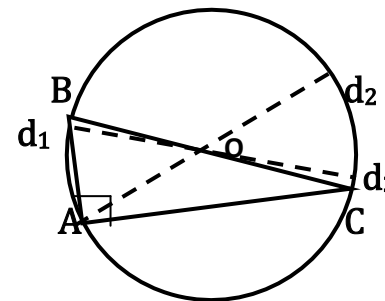
Ex:



## c2-/ Le triangle rectangle et le cercle circonscrit:

## Activité 5:

- Construit un triangle ABC rectangle en A tel que:  $AB=3\text{cm}$  ;  $BC=6\text{cm}$  et  $AC=4\text{cm}$
- Trace ces médianes
- Trace un cercle passant par ces trois sommets.



Le point O est le centre du cercle et l'intersection des trois médiatrices.

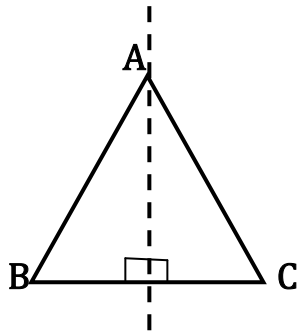
- Si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse

- Si dans un cercle un triangle a pour sommets les deux (02) extrémités d'un diamètre et un point sur le cercle, alors ce triangle est rectangle.

#### d- Les droites particulières d'un triangle isocèle et équilatéral.

##### d-1/ Triangle isocèle:

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux cotés de même longueur à la base.



On dit que le triangle ABC est isocèle en A, cela veut dire que  $AB = AC$ . Un triangle isocèle en A possède un axe de symétrie : c'est la médiatrice de [BC].

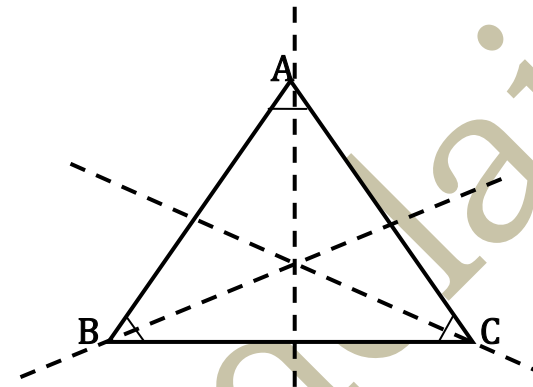
##### Remarque:

Cet axe de symétrie est à la fois :

- La médiatrice de la base
- La bissectrice du sommet principale
- La hauteur et la médiane du sommet principale.

##### d-2/ Triangle équilatérale :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois (3) cotés de même longueur et trois angles égaux.



On dit qu'un triangle est équilatéral, lorsqu'ils a trois axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtes opposés.

Un triangle équilatéral a trois angles égaux.

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$

##### Remarque:

Le point de rencontre de ces axes de symétrie est à la fois :

- Centre du cercle circonscrit
- Orthocentre.

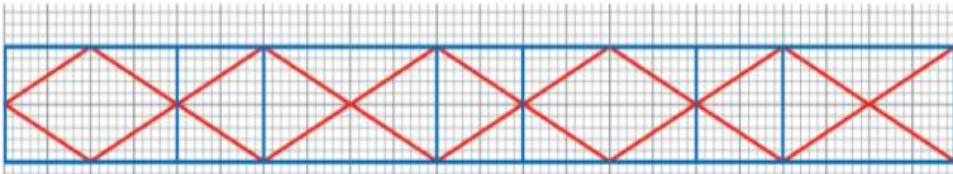
##### Evaluation:

## MM5.3.4

## PARALLELOGRAMMES PARTICULIERS

## Exemple de situation:

Les élèves de la classe de 5<sup>e</sup> du CEG de Darwin school à Brazzaville découvrent à la bibliothèque de leur établissement un livre d'arts plastiques contenant la frise ci-dessous:



Impressionnés par sa beauté, ils se proposent de la reproduire et de rechercher des informations sur cette frise. Pour réussir ce travail, ils se confient à leur enseignant qui leur demande :

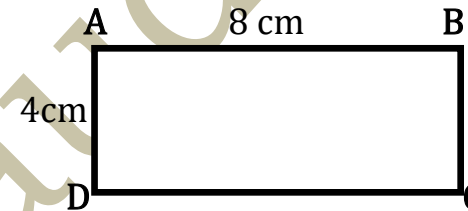
- d'identifier les quadrilatères particuliers sur la frise ;
- de décrire les quadrilatères particuliers identifiés ;
- de construire un quadrilatère particulier identifié sur la frise ;
- de calculer l'aire du quadrilatère particulier identifié sur la frise par décomposition de ce quadrilatère en toutes autres formes de polygones, tout en fixant les mesures des côtés ;
- de démontrer qu'un quadrilatère particulier identifié est soit un rectangle, soit un carré, soit un losange.

## Solution:

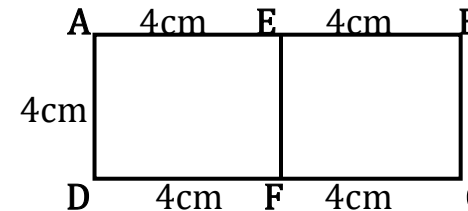
- Identifions les quadrilatères particuliers:  
En jaune ce sont les rectangles ; en vert ce sont les losanges ; et en violet ce sont les carrés.
- Descriptions de ces quadrilatères:

- Le rectangle a quatre côtés deux à deux égaux et parallèle.
- Le losange et le carré ont chacun quatre (4) côtés de même longueur. Mais leurs diagonales sont différentes.
- Le carré a quatre angles droits.

c- Construction d'un quadrilatère particulier:  
Soit le rectangle ABCD de 4cm de largeur et 8 cm de longueur.  
Tel que:



d- L'aire du rectangle par décomposition:  
On peut couper ce rectangle en deux pour avoir deux carrés de 4 cm de côté chacun.



Or l'aire du carré est  $A = C \times C$ . On aura donc :

$$A = C \times C + C \times C \longrightarrow A = 4 \times 4 + 4 \times 4 \longrightarrow A = 16 + 16 \\ A = 32$$

- Démontrons que ce quadrilatère est un rectangle:
  - Ses angles sont droits

- Ses côtés opposés sont parallèles deux à deux et de même longueur.
- Ses diagonales sont de même mesure

### I- Je retiens :

Les parallélogrammes particuliers sont les quadrilatères qui ont quatre côtés deux à deux égaux et parallèles.

### II- Les différents parallélogrammes particuliers:

Le rectangle ; le losange et le carré sont les trois parallélogrammes particuliers, car ils possèdent toutes les propriétés du parallélogramme.

#### 1- Le rectangle:

##### a- Définition:

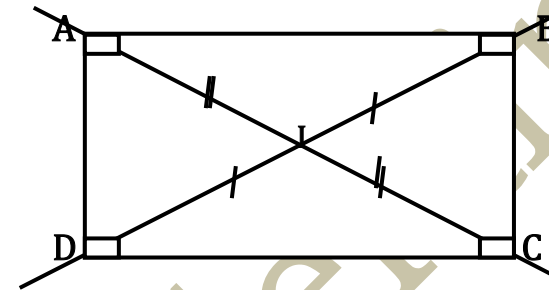
Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre (04) angles droits et quatre côtés égaux deux à deux parallèles.

##### b- Construire un rectangle:

Soit ABCD une figure géométrique tel que  $AB = CD = 6\text{m}$  et  $AD = BC = 3\text{cm}$ .

- Faire la figure.
- Avec ton équerre et ton rapporteur vérifier ses angles
- Tracer les demi-droites  $d_1$  et  $d_2$  qui sont les diagonales de cette figure et vérifier qu'ils se coupent en leur milieu.

**Solution:**



##### c- Propriétés:

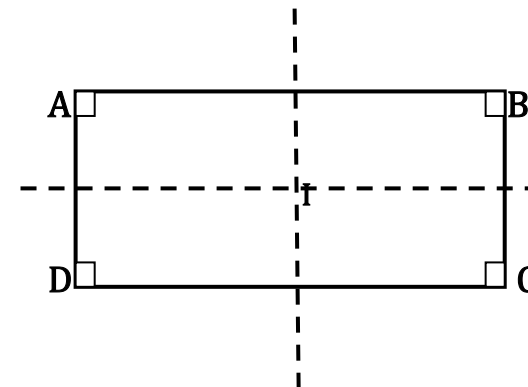
**P<sub>1</sub>:** Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.

**P<sub>2</sub>:** Si un parallélogramme a ses diagonales de même mesure, alors c'est un rectangle.

**P<sub>3</sub>:** Si un parallélogramme a ses côtés opposés de même longueur deux à deux, alors c'est un rectangle.

##### NB:

Un rectangle a deux axes de symétrie qui sont les deux côtés consécutifs et un centre de symétrie.



##### d- Périmètre et l'aire d'un rectangle:

a- Périmètre : (P)

$$P = (L + l) \times 2$$

b- Aire (surface) : S

$$S = L \times l$$

2- Le losange:

a- Définition:

Un losange est un quadrilatère qui a quatre (4) cotés de même longueur et deux diagonales de longueur différentes.

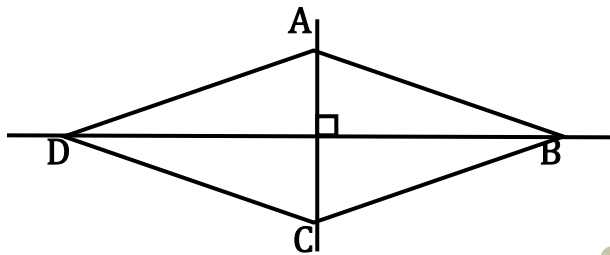
b- Construire un losange:

Soit ABCD une figure géométrique dont les diagonales sont données par:  $[AC] = 2\text{cm}$  ;  $[BD] = 6\text{cm}$

a- Faire la figure

b- Donner la nature de cette figure et la mesure de ses côtés.

Solution:



C'est un losange. Ces quatre cotés sont égaux.

$$[AB] = [BC] = [CD] = [AD] = 4\text{cm}$$

c- Propriétés :

P<sub>1</sub>: Si un parallélogramme est un losange, alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.

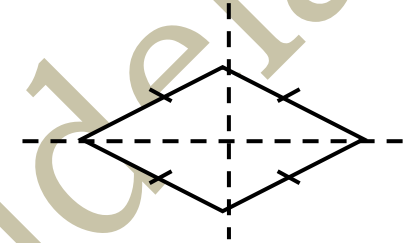
P<sub>2</sub>: ses angles opposés ont la même mesure

P<sub>3</sub>: ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

P<sub>4</sub>: Si un quadrilatère est un losange, alors ses côtés sont de la même longueur.

NB:

Un losange a deux axes de symétrie, qui sont les diagonales.



d- Périmètre et l'aire du losange:

- Périmètre : P

$$P = 4 \times C$$

- Aire (surface)

$$S = \frac{D \times d}{2} \text{ avec } \begin{cases} D = \text{grand diagonal} \\ d = \text{petit diagonal} \end{cases}$$

3- Le carré:

a- Définition:

Un carré est un quadrilatère qui a quatre (4) cotés de même longueur et quatre (4) angle droits.

b- Construire un losange:

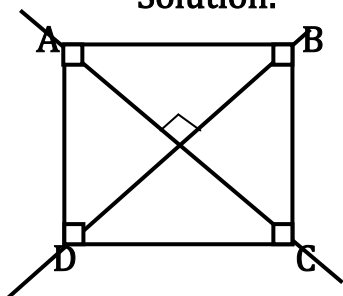
Soit ABCD une figure géométrique dont chaque mesure 4cm

- Faire la figure

- Donner la nature de cette figure et la mesure de ses angles et côtés.

- Tracer ces diagonales.

Solution:



- ABCD est un carré, chaque angle mesure  $45^\circ$  et ses côtés sont de même mesure. Ces diagonales se coupent en leur milieu en formant un angle droit.

c- Propriétés:

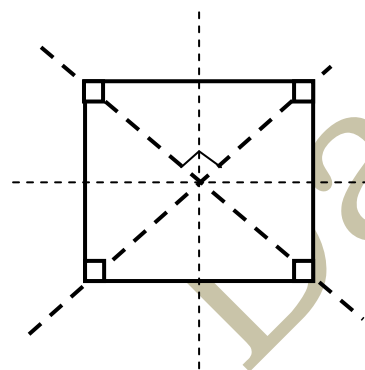
**P<sub>1</sub>**: ses côtés consécutifs sont perpendiculaires et de la même longueur.

**P<sub>2</sub>**: ses diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et de même longueur (par définition, un carré est à la fois un rectangle et un losange).

**P<sub>3</sub>**: Si un quadrilatère a ses côtés consécutifs perpendiculaires et de la même longueur, alors c'est un carré.

NB:

Un carré a quatre axes de symétrie qui sont les médiatrices de ces côtés consécutifs et ses diagonales.



d- Périmètre et l'aire du carré:

- Périmètre:  $P$   
 $P = 4 \times C$

- Aire (surface)

$$S = C \times C$$

Evaluation:

## MM5.4

## NOMBRES RATIONNELS

## Exemple de situation:

Une usine de fabrication de jus de fruit vend ses jus de fruit par packs de 36 bouteilles. Elle fait la promotion de ses produits pour attirer la clientèle. Un client achète un pack composé de  $\frac{2}{3}$  de jus d'orange,  $\frac{1}{9}$  de jus de barbadine,  $\frac{1}{18}$  de jus de gingembre et le reste de jus de goyave.

Mr Beaudelair, enseignant de mathématiques au CEG GAMPO OLILOU A,

soucieux de connaître la fraction du pack représentant les jus de goyave, demande à ses élèves de 5<sup>e</sup> de déterminer:

- La fraction du pack représentée par les bouteilles de jus d'orange et de jus de barbadine ;
- La fraction du pack représentée par les bouteilles de jus d'orange, de jus de barbadine et de jus de gingembre;
- La fraction du pack représentée par les bouteilles de jus de goyave.

## Solution:

a- Fraction d'orange (O) et de barbadine (B) est O+B soit:  
 $\frac{2}{3} + \frac{1}{9} = \frac{(2 \times 9) + (3 \times 1)}{(3 \times 9)} = \frac{18+3}{27} = \frac{21}{27}$ ;  $O+B = \frac{21}{27} = \frac{7}{9} = 0,777777 \dots$

b- Fraction d'orange (O) et de barbadine (B) et gingembre (G) est O+B+G soit:  $\frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{(2 \times 6) + (2 \times 1) + (1 \times 1)}{18} = \frac{12+2+1}{18} = \frac{15}{18}$ ;  $O+B+G = \frac{15}{18} = \frac{5}{6} = 0,833333333333 \dots$

c- Fraction du jus de Goyave (GO) :

- On sait que  $O+B+G$  correspond à  $\frac{15}{18} \times 36 = 30$  jus.

- Le nombre de jus de goyaves correspond donc à  $36-30=6$  goyaves.
- Sa fraction est donc  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  GO =  $\frac{1}{6} = 0.1666666 \dots$

## I- Je retiens:

Un nombre rationnel est un nombre qui s'écrit sous forme d'une fraction.

## Ex:

$\frac{3}{4} = 0,75$ ;  $\frac{-1}{2} = -0,5$ ;  $\frac{10}{3} = 3,33$ ;  $0,75$ ;  $-0,5$ ;  $3,33$

Sont des nombres rationnels.

L'ensemble des nombres rationnels se note par  $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} / p \in \mathbb{Z}; q \in \mathbb{N} \right\}$$

Tout entier relatif est un nombre rationnel et son dénominateur est égal à 1.

## II- Ecriture d'une suite décimale illimitée périodique sous forme fractionnaire.

## 1- Développement décimal illimité ou suite décimale illimitée :

## Activité :

Trouve les nombres rationnels représentés par les fractions:

$\frac{3}{12}$ ;  $\frac{11}{9}$ ;  $\frac{3}{4}$ ; et  $\frac{1}{2} = 0.5$ ;  $\frac{25}{10} = 2.5$ ;  $\frac{5}{11} = 0.4545$ ;  $\frac{3}{2} = 0.666 \dots$

- Les nombres 0.5 et 2.5 sont des nombres rationnels décimaux.
- Les nombres 0.4545... et 0.666... sont des nombres rationnels non décimaux.

- Les nombres rationnels non décimaux ont leur partie décimale illimitée.

**Je retiens:**

Lors que la partie décimale d'un nombre est illimitée en parle de développement illimitée.

Ex:  $\frac{7}{9} = 0.7777777777777777 \dots$   
 $\frac{5}{7} = 0.714285714255 \dots$

Le nombre  $\frac{7}{9} = 0.7777777777777777 \dots$  écrits en code décimal est appelés **nombres périodiques**.

**2- La période:**

La période est la partie de ces décimales qui se répète à l'infini. On écrira  $\frac{7}{9} = 0.7777777777777777 \dots = 0.\overline{7}$

**3- Règle d'écriture d'un nombre décimale périodique sous forme de fraction**

C'est la méthode qui nous permet d'écrire un nombre décimal sous forme d'une fraction.

- Définir le **nombre périodique** comme une variable.
- Multiplier le **nombre périodique** par une puissance de 10 pour que la période devienne entière.
- Soustraire le **nombre** de l'étape 1 du **nombre** de l'étape 2 pour obtenir un entier.
- On isole la variable et on simplifie la **fraction**.

**Ex:**

Ecrire les nombres suivants sous forme de fraction. On donne:

a- 0.45454545.....

b- 3.666666.....

**Solution:**

a- 0.45454545

La période est 45. Posons  $x = 0.45454545 \Rightarrow x = 0.\overline{45}$

Multiplions  $x$  par 100 on a  $100x = 45.45$

Faisons la soustraction de  $100x - x = 45.45 - 0.45$

$$\Rightarrow 99x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{99}$$

$$\text{Donc } 0.45454545 \dots = \frac{45}{99}$$

b- 3.66666666

La période est 6. Posons  $x = 3.666666 \Rightarrow x = 3.\overline{6}$

Multiplions  $x$  par 10 on a  $10x = 36.6$

Faisons la soustraction de  $10x - x = 36.6 - 3.6$

$$\Rightarrow 9x = 33 \Rightarrow x = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

$$\text{Donc } 3.666666 \dots = \frac{11}{3}$$

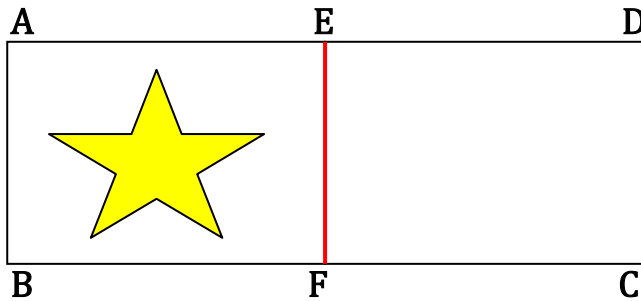
**Evaluation:**

MM5 .5

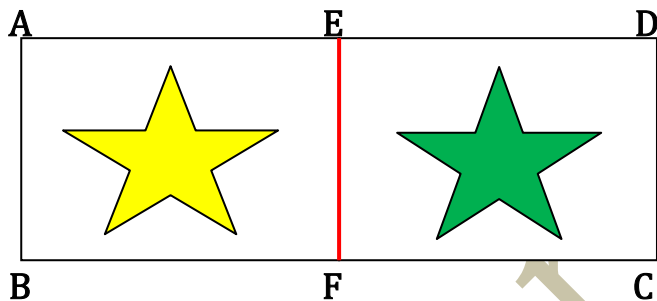
## FIGURES SYMETRIQUES PAR RAPPORT A UNE DROITE

### Exemple de situation:

**Koumou** et **Péa** jouent à reproduire des dessins sur du sable. **Koumou** dessine une étoile dans le cadre rectangulaire AEFB et demande à **Péa** de la reproduire dans le cadre EDCF. Ce dessin doit avoir les mêmes dimensions et occuper la même place dans le cadre vide.



**Solution:**



### I- Je retiens:

Deux figures symétriques par rapport à une droite se superposent par le pliage le long de la droite. Cette droite s'appelle axe de symétrie.

## II- Propriétés et constructions des figures symétriques par rapport à une droite:

### 1- Propriétés:

**P<sub>1</sub>**: la symétrie d'une figure est une figure qui lui est superposable

**P<sub>2</sub>**: Deux figures symétriques ont la même forme et les mêmes dimensions.

**P<sub>3</sub>**: Les points symétriques de chaque figure ont la même distance par rapport à l'axe de symétrie.

**P<sub>4</sub>**: la symétrie axiale conserve les aires et les angles

### 2- Construction des figures symétriques:

#### a- Le symétrique d'un triangle:

Le symétrique d'un triangle est un triangle de mêmes dimensions.

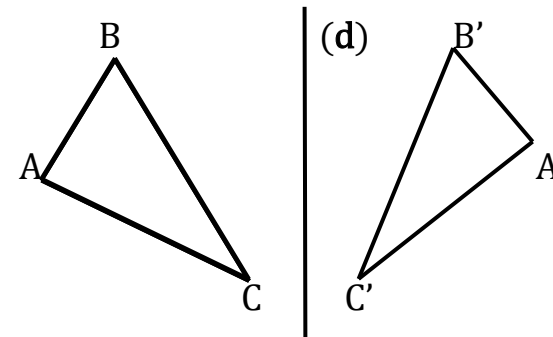
#### Activité 1:

Soit un triangle quelconque ABC. Tel que :  $AB=4\text{ cm}$  ;  $BC=7\text{ cm}$  et  $AC=5\text{ cm}$ .

a- Fais la figure

b- Trace une droite (d) en dehors de ABC

c- Trace le triangle A'B'C' symétrique de ABC par rapport à (d)



**b- Le symétrique d'un carré:**

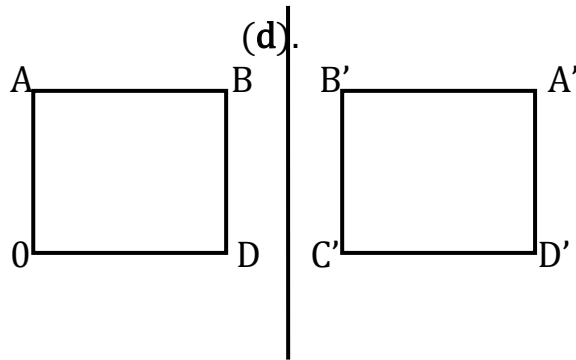
Le symétrique d'un carré est un carré de même côté.

**Activité 2:**

Soit un carré ABCD. Tel que :  $AB=BC=CD=AD=3\text{cm}$ .

- Fais la figure
- Trace la droite (d) en dehors de ABCD
- Trace le carré A'B'C'D' symétrique de ABCD par rapport à (d).

**Solution:**



**c- Le symétrique d'un cercle:**

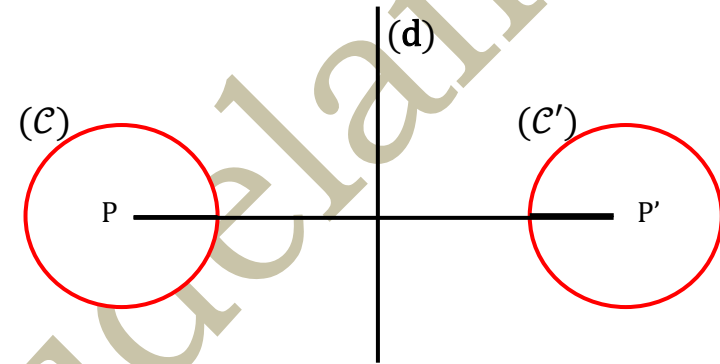
Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.

**Activité 3:**

Soit (C) un cercle de rayon 3cm.

- Fais la figure
- Trace la droite (d) en dehors de (C)
- Trace le cercle (C') symétrique de (C) par rapport à (d).

**Solution:**



**d- Le symétrique d'un rectangle:**

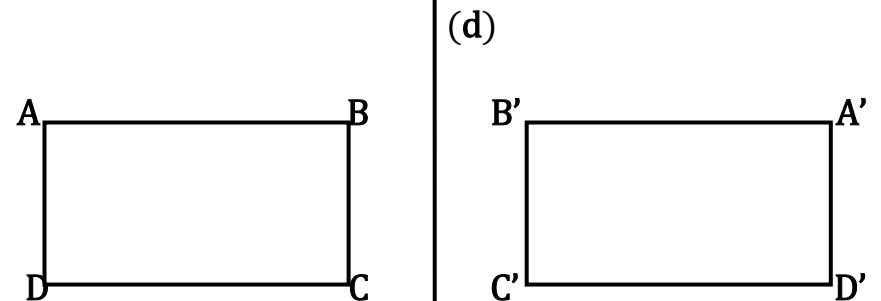
Le symétrique d'un rectangle est un rectangle de mêmes dimensions.

**Activité 4:**

Soit un rectangle ABCD. Tel que :  $AB=CD=6\text{ cm}$  et  $BC=AD=3\text{cm}$ .

- Fais la figure
- Trace une droite (d) en dehors de ABCD
- Trace le rectangle A'B'C'D' symétrique de ABCD par rapport à (d).

**Solution:**



**Evaluation:**

## MM5.6

## EXPRESSIONS LITTÉRALES

## Exemple de situation:

Mr LEBELA possède une clôture électrifiée avec laquelle il désire réaliser un enclos rectangulaire de 35 m de longueur et 15 m de largeur pour garder son troupeau de brebis. Il trouve qu'une largeur de 15 m est insuffisante pour ses brebis. Il envisage d'augmenter cette largeur de  $x$  mètres et de diminuer la longueur de  $x$  mètres. Il pense que l'enclos a toujours le même périmètre et la même aire. Saisi de la situation, Mr Beaudelair enseignant de mathématiques au CEG GAMPO OLILLOU A, demande à ses élèves de 5<sup>e</sup> de:

- Calculer le périmètre et l'aire de l'enclos actuel;
- Exprimer en fonction de  $x$  les nouvelles longueurs et largeur de l'enclos ;
- Vérifier que le périmètre ne change pas ;
- Exprimer, en fonction de  $x$ , l'aire  $S$  de ce nouvel enclos ;
- Développer l'expression  $S$  de l'aire et la réduire pour qu'elle puisse s'écrire sous la forme  $S = -x^2 + 20x + 525$
- Déduire que l'aire ne reste pas égale à celle de l'enclos initial;
- Calculer l'aire  $S$  pour  $x = 4$  et  $x = 10$ .

## Solution:

## a- Aire et périmètre de l'enclos actuel:

$$P = (L+l) \times 2 = (15m+35m) \times 2 = 100m$$

$$A = (L \times l) = 15m \times 35m = 525m^2$$

## b- Nouvel enclos

$$l = 15 - x ; L = 35 + x$$

## c- Périmètre du nouvel enclos

$$P = (35+x + 15 - x) \times 2 = 70 + 2x + 30 - 2x = 100$$

d- L'aire du nouvel enclos en fonction de  $x$ 

$$S = (15-x) \times (35 + x)$$

e- Développons  $S$ 

$$\begin{aligned} S &= (15-x) \times (35 + x) = 525 + 15x - 35x - x^2 \\ &= -x^2 - 20x + 525 \end{aligned}$$

## f- Déduction

- Si l'enclos est augmenté de 0 cm, l'aire est de  $525m^2$
- S'il est augmenté de 1cm, l'aire est de  $504m^2$
- S'il est diminué de  $-1cm$ , l'aire est de  $544m^2$
- Etc.....

g- Calcul de  $S$  pour  $x = 4$  et  $x = 10$ 

$$\text{Pour } x = 4 \text{ on a: } -4^2 - 20(4) + 525 = -16 - 80 + 525$$

$$S = 429$$

$$\text{Pour } x = 10 \text{ on a: } -10^2 - 20(10) + 525 = -100 - 200 + 525$$

$$S = 225$$

## I- Je retiens:

Une expression littérale est une écriture ou expression mathématique qui s'écrit avec des nombres et des lettres et les opérateurs de calcul.

Ex:

$$2ab^3 ; 3a + 2b - c ; x^2 + y - 1 ; 2x + y \text{ etc ...}$$

**II- Différentes types des expressions littérales :****1- Les monômes :****a- Définition :**

Un monôme est une expression littérale qui ne possède qu'un seul terme.

**Ex :**

$$3xy ; -6a^2b ; xy$$

Un monôme est composé de deux parties :

- La partie numérique ou coefficient
- La partie littérale.

**b- Monôme semblable :**

Les monômes semblables sont des monômes qui ont la même partie littérale.

**Ex:**

$$10x^5 ; 3x^5 ; \frac{1}{2}x^5 ; y^5 ; \frac{-2}{5}y^5$$

**2- Les polynômes :****a- Définition :**

Un polynôme est l'ensemble de plusieurs monômes différents.

**Ex:**

$$2x^2 + x + 1 ; 4x + y^5 + 2x^2y + 5ab + 4c$$

**b- Degré d'un monôme et un polynôme :**

Le degré d'un monôme et d'un polynôme ayant une seule variable est le plus grand exposant de tous ses termes.

**Ex:**

$$A(x) = 10x^2$$

$A(x)$  est un monôme de degré 2. Il n'a qu'une seule variable.

$$f(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1$$

$f(x)$  se lit  $f$  de  $x$  et signifie que le polynôme n'a qu'une seule variable. Ce polynôme est de degré 4.

**III- Développer, réduire et ordonner et factoriser une expression algébrique:****1- Développer :**

Développer un polynôme consiste à supprimer les parenthèses en faisant le produit des monômes.

Soit  $(ax + b)(cx + d)$  on a:

$$acx^2 + adx + bcx + b^2$$

**Ex:**

Soit  $f(x) = (x + 1)(2x - 1) + (x - 1)$  on a :

$$f(x) = 2x^2 - x + 2x - 1 + x - 1$$

**2- Réduire :**

Consiste à rassembler les monômes semblables et les calculer.

Soit  $acx^2 + adx + bcx + b^2$  on a:

$$acx^2 + (ad + bc)x + b^2$$

**Ex:**

$$f(x) = 2x^2 + 2x + x - x - 1 - 1$$

$$f(x) = 2x^2 + 2x - 2$$

**3- Ordonner :**

C'est classer ses monômes selon les puissances croissantes ou décroissantes. On parle de l'ordre croissant ou décroissant.

**Ex :**

$$\text{Soit } g(y) = -y + 2 - y^4 + 2y^2 + y^3 \text{ on a:}$$

$$g(y) = -y^4 + y^3 + 2y^2 - y + 2$$

**4- Factoriser:**

Factoriser c'est écrire une expression algébrique sous la forme d'un produit.

$$\text{Soit } acx^2 - adx + bcx - b^2 = (ax + b)(cx - d)$$

**Ex:**

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$$

En effet,  $x^2 + 2x + 1$  peut s'écrire par  $x^2 + x + x + 1$

$$x(x + 1) + (x + 1) = (x + 1)[x + 1] = (x + 1)(x + 1)$$

- **Mise en évidence du facteur commun**

Factoriser l'expression suivante :

$$f(x) = (x + 1)(2x - 1) + (-x + 2)(x + 1)$$

On a :

$$f(x) = (x + 1)[(2x - 1) + (-x + 2)]$$

$$f(x) = (x + 1)[2x - 1 - x + 2]$$

$$f(x) = (x + 1)(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x + 1)^2$$

$$g(x) = (x - 1)(2x + 3) - (1 - x)(4x + 5)$$

On a :

$$g(x) = (x - 1)(2x + 3) + (x - 1)(-4x - 5)$$

$$g(x) = (x - 1)[(2x + 3) + (-4x - 5)]$$

$$g(x) = (x - 1)[2x + 3 - 4x - 5]$$

$$g(x) = (x - 1)(-2x - 2)$$

**IV- Valeur numérique :**

Calculer la valeur numérique d'une expression algébrique, c'est remplacer la variable par la valeur donnée puis effectuer les calculs.

**1- Monôme:**

$$\text{Soit } A = 10x^2 \text{ et } B = -x^3$$

Calculer la valeur numérique de A et B pour  $x = 0$  ;  $x = +1$  ;  $x = -1$  ;  $x = 2$  ;  $x = -2$

**Solution:**

$$A = 10(0)^2 = 0 ; A = 10(+1)^2 = 10 ; A = 10(-1)^2 = 10$$

$$A = 10(2)^2 = 40 ; A = 10(-2)^2 = 40$$

**2- Polynôme:**

$$\text{Ex: soit } f(x) = x + 3 \text{ et } g(x) = x^2 + 2x - 4$$

Calculons la valeur numérique de f

Pour  $x = 0$  ;  $x = -1$  et  $x = +1$  on a :

**Solution:**

$$f(0) = 0 + 3 \Leftrightarrow f(0) = 3$$

$$f(-1) = -1 + 3 \Leftrightarrow f(-1) = +2$$

$$f(+1) = +1 + 3 \Leftrightarrow f(+1) = +4$$

$$g(0) = (0)^2 + 2(0) - 4 = -4$$

$$g(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 4 = -5$$

$$g(+1) = (+1)^2 + 2(+1) - 4 = -1$$

**Evaluation:**

MM5.7

## ÉQUATIONS A COEFFICIENTS ENTIERS OU FRACTIONNAIRES.

### Exemple de situation:

Avec ses économies, l'élève **Darwin** souhaite acheter des livres qui coûtent le même prix. S'il en achète 7 avec ses économies, il lui manque 525 FCFA. S'il en achète 6 avec les mêmes économies, il lui reste 2345 FCFA. Désespéré, **Darwin** s'interroge sur le prix unitaire de chaque livre. Profitant de cette situation, son enseignant de mathématiques demande à **Darwin** et à ses camarades de classe de déterminer le prix unitaire de chaque livre.

### Solution:

Posons  $x$  le prix unitaire de ce livre on a:

$$7x - 525 = 6x + 2345 \Rightarrow x = 2870$$

En effet  $7 \times 2870 - 525 = 19565$

$$6 \times 2870 + 2345 = 19565$$

19565 est la valeur de ces économies.

### I- Je retiens:

On appelle équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue toute expression algébrique d'égalité de la forme:  $ax + b = cx + d$   $a; b; c$  et  $d$  sont des réels et  $x$  est l'inconnue.

Ex:

$$2x + 1 = 4x - 1; 2 - x = -3x;$$

NB:

Une équation est composée de deux parties:

- La première partie s'appelle premier membre
- La deuxième partie s'appelle second membre

Ex:  $-5x + 4 = 7x$

### 1- Règle de résolution d'une équation:

- Résoudre une équation d'inconnue  $x$ , c'est déterminer toutes les valeurs de  $x$  (si elles existent) pour lesquelles l'égalité est vraie. Chacune de ces valeurs est appelée solution de l'équation.
- Pour déterminer cette valeur de  $x$ , on envoie tous les nombres n'ayant pas  $x$  au deuxième membre et tous les nombres ayant  $x$  au premier membre.
- Lorsqu'un nombre ou  $x$  change de membre, il change aussi son signe.

### II- Equation du type $ax + b = cx + d$

$$ax + b = cx + d \longrightarrow ax - cx = d - b \longrightarrow (a - c)x = d - b$$

$$x = \frac{(d-b)}{(a-c)} \quad S = \left\{ \frac{(d-b)}{(a-c)} \right\}$$

Ex:

$$a- 2x + 1 = 3x - 1 \Rightarrow 2x - 3x = -1 - 1 \Rightarrow -x = -2 \\ \Rightarrow x = +2 \quad S = \{+2\}$$

Ex:

$$5x - 3 = 2x + 1 \longrightarrow 5x - 2x = +1 + 3 \longrightarrow 3x = +4 \longrightarrow x = \left\{ \frac{+4}{3} \right\} \\ S = \left\{ \frac{+4}{3} \right\}$$

**Exercice :**

Trouve le nombre tel que son quintuple augmenté de 7 soit égal à 3.

a- Correction

a- Étape n°1 : Choix de l'inconnue Soit  $x$  le nombre cherché.

b- Étape n°2 : Mise en équation Le quintuple du nombre augmenté de 7 est  $5x + 7$ . Pour trouver le nombre recherché, il suffit de résoudre :  $5x + 7 = 3$

c- Étape n°3 : Résolution de l'équation  $5x + 7 = 3$   
 $5x + 7 - 7 = 3 - 7$   
 $5x = -4$   
 $5x \div 5 = \frac{-4}{5}$ .

Étape n°4: Conclusion Le nombre cherché est donc  $\left\{\frac{-4}{5}\right\}$ .

**Evaluation****MM5.8.1****PROPORTIONNALITE****Exemple de situation:**

**Mr Darwin**, qui voyage avec ses enfants, a besoin d'acheter 45 litres pour faire le plein d'essence de sa voiture dont le réservoir a une contenance de 55 litres. La station-service affiche le prix du litre d'essence à 595 FCFA.

Monsieur **Darwin** se demande:

a- Combien coûterait le plein d'essence de sa voiture si le réservoir était vide;

b- Quelle quantité d'essence il peut acheter avec 23 88 FCFA avec 5 950 FCFA.

Pendant le soutien scolaire, Essengo, le fils aîné de **Mr Darwin**, propose cette situation à son précepteur afin qu'il l'aide à répondre aux interrogations de son père.

**Solution:**

a- /  $55 \times 595 \text{ FCFA} = 32.725 \text{ FCFA}$

b- / Soit  $Q$  cette quantité on a  $Q = \frac{2388}{595} = 4,013 \text{ litres}$

$$Q = \frac{5950}{595} = 10 \text{ litres}$$

I- **Je retiens :**

On appelle proportion l'égalité de deux fractions.

Soit les quatre nombres  $a$  ;  $b$  ;  $c$  et  $d$  forment une proportion si est seulement si:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{Ex : } \frac{40}{60} = \frac{16}{24} \text{ car } \frac{40}{60} = \frac{2 \times 20}{3 \times 20} = \frac{2}{3} \text{ et } \frac{16}{24} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{2}{3}$$

- Les nombres **a** et **d** sont appelés termes extrêmes de la proportion.
- Les nombres **b** et **c** sont appelés termes moyens de la proportion.

$$\text{Ex: } \frac{7}{9} = \frac{21}{27}$$

- 7 et 27 sont des termes extrêmes de la proportion
- 9 et 21 sont des termes moyens de la proportion

### II- Propriétés :

**P<sub>1</sub>**: Dans une proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = a \times d = b \times c$$

$$\text{Ex: } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = 1 \times 6 = 2 \times 3 \leftrightarrow 6 = 6$$

**P<sub>2</sub>**: Lorsque le produit des extrêmes est égal aux produits des moyens  $a \times d = b \times c$  dans une proportion, on peut diviser cette égalité par  $b \times d$  et on retrouve l'égalité du départ.

$$\text{Ex: } \frac{a \times d}{b \times d} = \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

**Ex** : Soit  $6 \times 1 = 2 \times 3$  en le divisant par  $3 \times 6$  on a :

$$\frac{6 \times 1}{3 \times 6} = \frac{2 \times 3}{3 \times 6} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

**P<sub>3</sub>**: La multiplication par un même entier permet de conserver l'égalité du rapport.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ Tel que : } \frac{a}{b} \times bd = \frac{c}{d} \times bd$$

**Ex :**

$$\frac{7}{9} = \frac{21}{27} \Rightarrow \frac{7}{9} \times 9 \times 27 = \frac{21}{27} \times 9 \times 27 \Rightarrow 7 \times 27 = 21 \times 9$$

$$189 = 189$$

### III- Suite des nombres proportionnels:

Un ouvrier gagne 152f. Pour 8 heures de travail. Pour doubler, tripler, ... son salaire, l'ouvrier doit doubler, tripler, ... son temps de travail.

Exprimons par un tableau la correspondance des grandeurs « heures de travail - salaire »:

#### Solution

Temps de travail	1	2	4	8	16	24	32	40
Salaire				152	304	456		

Le calcul des rapports de chacun des nombres nous donne le nombre 19.

$$\frac{152}{8} = 19; \frac{304}{16} = 19; \frac{456}{24} = 19$$

Donc pour obtenir un nombre de la seconde ligne, il suffit de multiplier par 19 le nombre correspondant de la première ligne. On a donc:

Temps de travail	1	2	4	8	16	24	32	40
Salaire	19	38	76	152	304	456	608	760

Ce tableau comporte deux suites de nombres: ceux de la première ligne et ceux de la seconde ligne. On dit que ces deux suites de nombres sont des suites proportionnelles

- **Je retiens:**

Deux suites de nombres sont proportionnelles quant en multipliant ou en divisant par une même constante non nulle, les termes de l'une on obtient les termes de l'autre. Le facteur constant entre l'une et l'autre est appelé *coefficient de proportionnalité*.

#### IV- Quatrième proportionnelle :

Le quatrième proportionnelle c'est le terme qui manque dans égalité proportionnelle.

Soient  $a; b; c$  et  $x$  des nombres entiers.  $x$  est le terme qui manque. On note :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Leftrightarrow ax = b \times c \Leftrightarrow x = \frac{b \times c}{a}$$

**Ex :**  $\frac{3}{2} = \frac{12}{x} \Leftrightarrow 3x = 2 \times 12 \Leftrightarrow 3x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{3} = 8.$

Donc  $x = 8$  alors  $\frac{3}{2} = \frac{12}{8} = 3 \times 8 = 2 \times 12 \Leftrightarrow 24 = 24$  vrai

- **Exercice:**

Déterminer le quatrième proportionnelle dans chacune des cas suivants :

a-  $\frac{12}{3} = \frac{20}{x}$

b-  $\frac{30}{x} = \frac{4}{8}$

c-  $\frac{21}{x} = \frac{11}{33}$

**Solution :**

a-  $12x = 3 \times 20 \Rightarrow 12x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{12} = 5 \Rightarrow x = 5$

b-  $30 \times 8 = 4x \Rightarrow 240 = 4x \Rightarrow x = \frac{240}{4} = 60 \Rightarrow x = 60$

c-  $11x = 21 \times 33 \Rightarrow 11x = 693 \Rightarrow x = \frac{693}{11} = 63 \Rightarrow x = 63$

#### V- Grandeurs proportionnelles :

##### 1- Grandeurs directement proportionnelles:

Soit  $k$  un entier naturel et  $x, y, z$  trois (3) grandeurs données.  $x, y, z$  sont proportionnelles aux nombres  $a, b, c$  si et seulement si :

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \Leftrightarrow \frac{x+y+z}{a+b+c} = k$$

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = k \Leftrightarrow x = a \times k \\ \frac{y}{b} = k \Leftrightarrow y = b \times k \\ \frac{z}{c} = k \Leftrightarrow z = c \times k \end{cases}$$

**Ex:**

Détermine  $x, y, z$  respectivement proportionnelle aux nombres 5 ; 3 ; 2. Sachant que  $x + y + z = 120$

**Solution :**

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2} \Leftrightarrow \frac{x+y+z}{5+3+2} = \frac{120}{10} = 12$$

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = 12 \leftrightarrow x = 5 \times 12 \Rightarrow x = 60 \\ \frac{y}{3} = 12 \leftrightarrow y = 3 \times 12 \Rightarrow y = 36 \\ \frac{z}{2} = 12 \leftrightarrow z = 2 \times 12 \Rightarrow z = 24 \end{cases}$$

## 2- Grandeurs inversement proportionnelles:

Des grandeurs inversement proportionnelles varient dans le rapport inverse, c'est-à-dire si l'une devient plus grand qu'elle n'était, l'autre devienne aussi plus petit qu'elle n'était avant.

Soit  $k$  un entier non nul partager en trois part  $x ; y ; z$  inversement proportionnelles à  $a , b , c$ .

On a:

$$\frac{1}{a} ; \frac{1}{b} ; \frac{1}{c} \quad \text{on a: } \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} \Rightarrow \frac{x+y+z}{\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}} \Rightarrow$$

$$\frac{(b \times c)}{a \times b \times c} + \frac{(a \times c)}{a \times b \times c} + \frac{(a \times b)}{a \times b \times c} \\ \Rightarrow \frac{(b \times c) + (a \times c) + (a \times b)}{a \times b \times c}$$

Soient  $(b \times c) + (a \times c) + (a \times b) = P$  et  $a \times b \times c = Q$ .

On a:

$$\frac{k}{\frac{P}{Q}} = R$$

On cherche alors les valeurs de  $x ; y$  et  $z$

$$\begin{aligned} \text{Posons } \frac{x}{\frac{1}{a}} = R &\Rightarrow ax = R \Rightarrow x = \frac{R}{a} \\ \text{Posons } \frac{y}{\frac{1}{b}} = R &\Rightarrow bx = R \Rightarrow y = \frac{R}{b} \\ \text{Posons } \frac{z}{\frac{1}{c}} = R &\Rightarrow cx = R \Rightarrow z = \frac{R}{c} \end{aligned}$$

**Ex:**

Partage 850 en partie inversement proportionnel à 5 ; 8 ; 10

**Solution:**

$$\begin{aligned} \frac{x}{5} = \frac{y}{8} = \frac{z}{10} &\Rightarrow \frac{x+y+z}{\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}} \\ &\Rightarrow \frac{850}{\frac{(8 \times 10)}{5 \times 8 \times 10} + \frac{(5 \times 10)}{5 \times 8 \times 10} + \frac{(5 \times 8)}{5 \times 8 \times 10}} \\ &\Rightarrow \frac{850}{\frac{80}{400} + \frac{50}{400} + \frac{40}{400}} \\ &\Rightarrow \frac{850}{\frac{170}{400}} = 2000 \end{aligned}$$

- Les valeurs de  $x ; y$  et  $z$  sont alors

$$\text{Posons } \frac{x}{5} = 2000 \Rightarrow 5x = 2000 \Rightarrow x = \frac{2000}{5} = 400$$

$$\text{Posons } y = \frac{50}{170} \times 850 = 250 \Rightarrow y = 250$$

$$\text{Posons } z = \frac{40}{170} \times 850 = 200 \Rightarrow z = 200$$

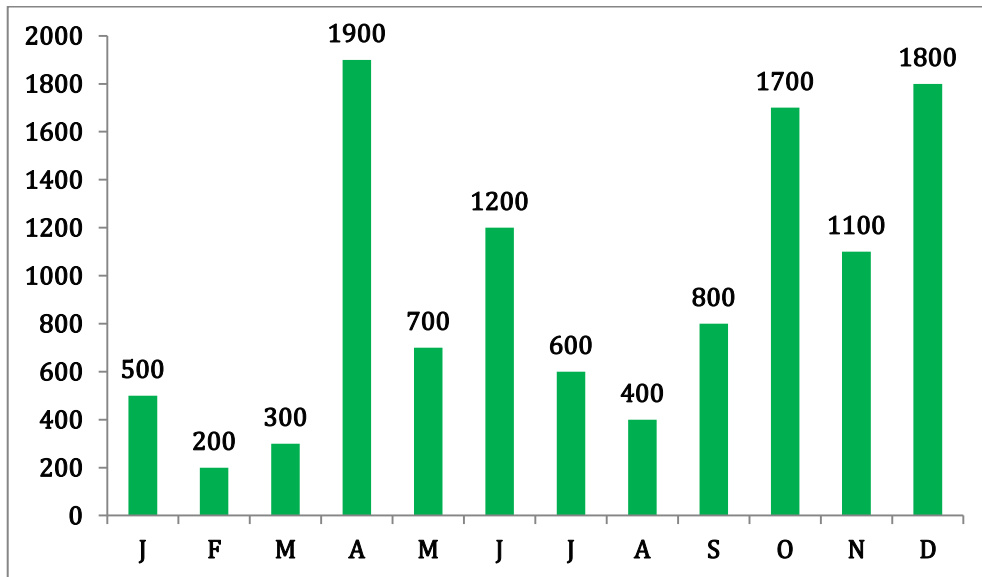
**Evaluation:**

## MM5.8.2

TABLEAUX DE DONNEES ET  
DIAGRAMMES STATISTIQUES

## Exemple de situation:

Dans le jardin du collège de Ngo, on a installé une cuve pour récupérer l'eau de pluie. La quantité d'eau de pluie (en litres L) récupérée chaque mois de l'année est représentée par le Diagramme en barres ci-dessous.



Mademoiselle Radaline élève de 5<sup>e</sup> de ce collège, souhaite exploiter le graphique pour déterminer la quantité d'eau de pluie récupérée tout au long de l'année. Intéressé par cette situation, Monsieur LEBELA, son enseignant de mathématiques, demande à ses camarades de 5<sup>e</sup> :

- De représenter ce diagramme sur un papier millimétré ou un autre papier quadrillé ;
- De donner un titre à ce diagramme ;

- De traduire les données de ce diagramme dans un tableau statistique ;
- De déterminer la quantité d'eau de pluie récupérée au mois de juin, puis celle récupérée tout au long de l'année
- D'interpréter ce graphique (en s'appuyant sur les mois les plus pluvieux ou les moins pluvieux, et les mois où moins de 500 L d'eau ont été récupérés).

## Solution:

a- Représentation du diagramme sur un papier

b- Titre du diagramme:

Représentation graphique de la quantité d'eau en litre récupéré au cours d'une année.

c- Tableau statistique:

Mois	J	F	M	A	M	J	J	O	S	O	N	D
Quantité d'eau	500	200	300	1900	700	1200	600	400	800	1700	1100	1800

d- Quantité d'eau récupérer:

- En mois de juin c'est 1200 litres
- Pour toute l'année on  
 $a: 500 + 200 + 300 + 1900 + 700 + 1200 + 600 + 400 + 800 + 1700 + 1100 + 1800 = 11200$  litres.

e- Interprétation du graphique:

Le graphique montre que :

- Avril-Juin-Octobre-Novembre-Décembre ont été des mois les plus pluvieux. Ils correspondent au période de la grande saison de pluie.

- Mai-Juillet-Septembre ont été des mois moins pluvieux. Ils correspondent à la période de la petite saison de pluie.
- Janvier-Février-Mars-Août sont des mois où on a récupéré moins de 500 litres. Ils correspondent à la période de la petite et grande saison sèche.

### I- Je retiens:

Le tableau statistique ou tableau de données, est un tableau qui regroupe toutes les informations d'une étude statistique (série statistique).

#### 1- Composition du tableau statistique:

Un tableau statistique est composé d'un titre, des lignes et des colonnes:

- Le titre sert à nommer le tableau statistique;
- Les lignes représentent les unités statistiques qui sont les plus petits éléments décrits par une enquête;
- Les colonnes représentent les variables, des éléments qui peuvent prendre des valeurs différentes à l'intérieur du tableau statistique.

#### 2- Traduction des données statistiques en tableaux d'effectif:

Le tableau des effectifs décrit le nombre de fois qu'apparaît une unité observée. L'effectif d'une unité statistique est noté  $n_i$

### Ex:

Voici les notes obtenus par les élèves de la 5<sup>e</sup> en maths au cours d'un devoir de classe.  
14 ; 12 ; 6 ; 8 ; 11 ; 10 ; 10 ; 8 ; 8 ; 14 ; 12 ; 9 ; 7 ; 7 ; 6 ; 10 ; 12 ; 11 ; 8 ; 5.

- Donner un titre à ce tableau.
- Traduit ces données dans un tableau

### Solution:

**Titre:** Les notes du devoir de classe de mathématique en 5<sup>e</sup>

Notes	Eleves
5	1
6	2
7	2
8	4
9	1
10	3
11	2
12	3
14	2
<b>N</b>	<b>20</b>

#### 3- Traduction du tableau d'effectif en tableau de fréquence:

Pour tracer le tableau de fréquence ou fréquence relative, on divise chaque effectif absolu par l'effectif total.  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

Notes	Eleves $n_i$	$f_i = \frac{n_i}{N}$
5	1	0.05
6	2	0.1
7	2	0.1
8	4	0.2
9	1	0.05
10	3	0.15
11	2	0.1
12	3	0.15
14	2	0.1
N	20	1

#### 4- Traduction d'un tableau de fréquence en en tableau d'effectif:

$$n_i = f_i \times N.$$

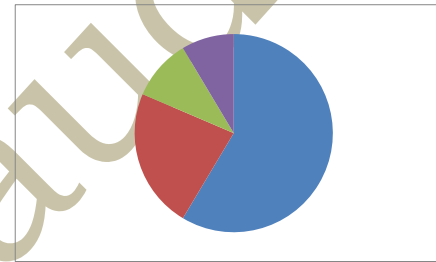
Notes	$f_i = \frac{n_i}{N}$	Eleves $n_i = f_i \times N$
5	0.05	1
6	0.1	2
7	0.1	2
8	0.2	4
9	0.05	1
10	0.15	3
11	0.1	2
12	0.15	3
14	0.1	2
N	1	20

## II- Représentation des données par un diagramme:

### 1- Diagramme en circulaire:

Un diagramme circulaire est un graphique en forme de cercle divisé en secteur d'angles dont l'origine est le centre du cercle. Ils servent à illustrer la proportion de différents éléments par rapport à un tout.

Ex:



Ce diagramme mesure 360°. Sa moitié mesure 180°.

Pour représenter des données dans ce graphique, il faut d'abord calculer la mesure des angles de ces effectifs au centre du cercle.

Soit  $n_i$  l'effectif d'un caractère et  $N$  l'affectif total. L'angle  $\alpha_i$  de  $n_i$  au centre du cercle est donné par:

$$\alpha_i = \frac{n_i}{N} \times 360. \text{ Pour la moitié du cercle c'est } \alpha_i = \frac{n_i}{N} \times 180.$$

#### Activité 1:

Voici le tableau des effectifs des élèves du CEG Darwin school en fonction de leur classe.

Classe	Effectif
6 <sup>e</sup>	40
5 <sup>e</sup>	48
4 <sup>e</sup>	32
3 <sup>e</sup>	60
N	180

Classes	Effectif	Angles
6 <sup>e</sup>	40	80°
5 <sup>e</sup>	48	96°
4 <sup>e</sup>	32	64°
3 <sup>e</sup>	60	120°
N	180	360

- a- Calcule les angles correspondant à ces effectifs  
 b- Représente graphiquement ces données en diagramme circulaire de 360°

**Solution:**

- a- Mesures des angles au centre du cercle.

- Pour la 6<sup>e</sup> :

$$\alpha_6 = \frac{40}{180} \times 360 = 80^\circ$$

- Pour la 5<sup>e</sup>:

$$\alpha_5 = \frac{48}{180} \times 360 = 96^\circ$$

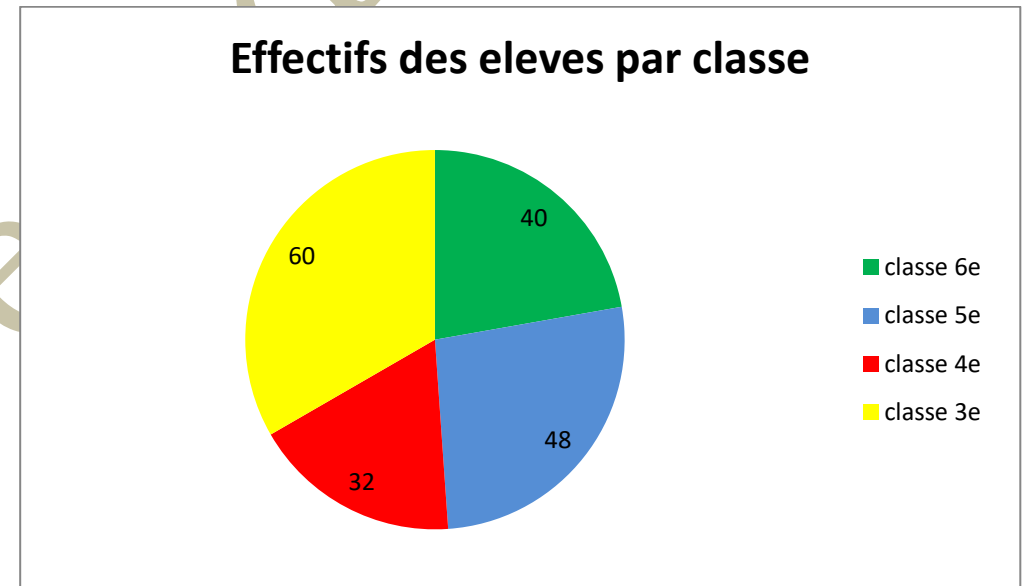
- Pour la 4<sup>e</sup>:

$$\alpha_4 = \frac{32}{180} \times 360 = 64^\circ$$

- Pour la 3<sup>e</sup> :

$$\alpha_3 = \frac{60}{180} \times 360 = 120^\circ$$

- b- Représentation en diagramme circulaire:



## 2- Diagramme en bandes:

Le diagramme en bande appelé aussi diagramme à barre servent à comparer différents éléments par rapport à l'une de leurs caractéristiques.

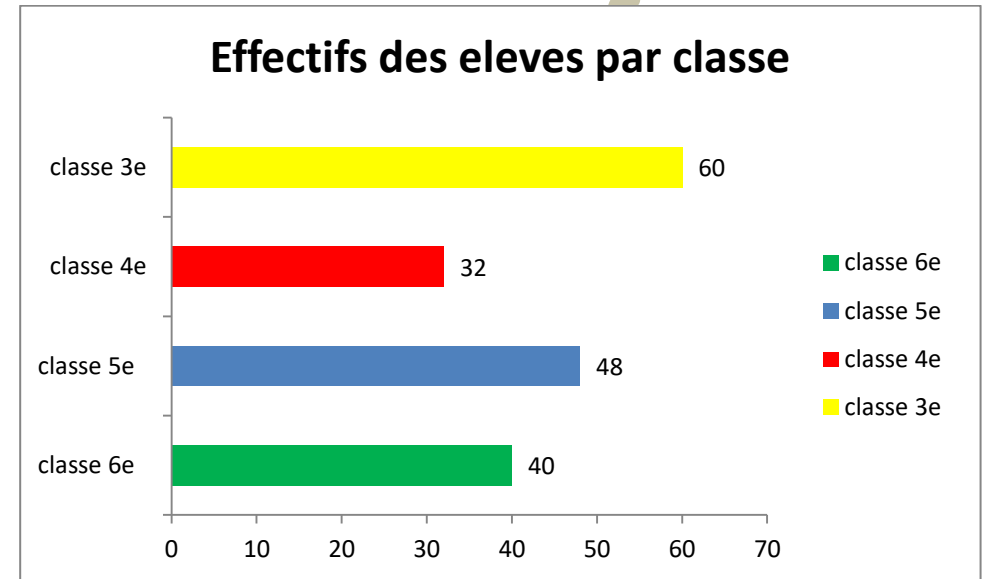
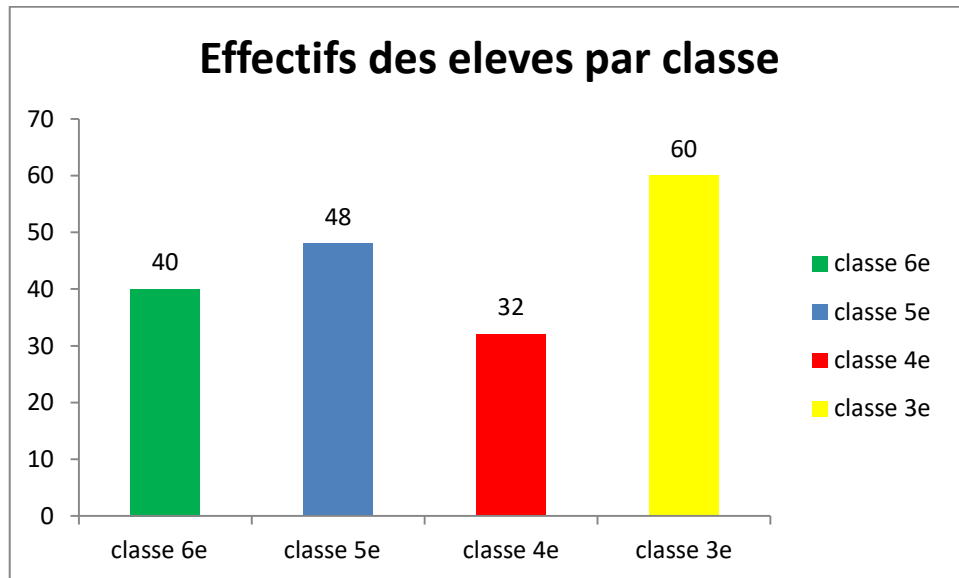
**Ex:**

Voici le tableau des effectifs des élèves du CEG Darwin school en fonction de leur classe.

Classe	Effectif
6 <sup>e</sup>	40
5 <sup>e</sup>	48
4 <sup>e</sup>	32
3 <sup>e</sup>	60
N	180

Représenter graphiquement ces données en bande

Solution:



Evaluation

MM5.9

## INEQUATIONS A COEFFICIENTS ENTIERS OU FRACTIONNAIRES

### Exemple de situation:

**Amanda**, qui est en 5<sup>e</sup> au CEG Darwin School, a obtenu respectivement les notes 13,5 et 5 sur 20 à ses deux premiers devoirs de mathématiques. Inquiet de la régression du travail de son élève, **Mr LEBELA**, son enseignant de mathématiques, demande à l'ensemble de la classe de déterminer à partir de quelle note  $x$  au 3<sup>e</sup> devoir la moyenne des trois notes de Amanda sera au moins égale à 11 sur 20.

### Solution:

- Soit  $x$  la note inconnue.
- La moyenne des trois notes est  $\frac{x+13.5+5}{3}$
- Déterminons la note  $x$  dont la moyenne sera inférieure à 11. On a:

$$\frac{x + 13.5 + 5}{3} < 11 \Rightarrow x + 13.5 + 5 < 3 \times 11$$

$$\Rightarrow x + 18.5 < 33 \Rightarrow x < 33 - 18.5 \Rightarrow x < 14.5$$

C'est à partir de la note 14.5 que **Amanda** pourra avoir au moins 11 sur 20.

### I- Je retiens:

On appelle inéquation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue toute expression littérale ou inégale de la forme:

$$ax + b \leq c; ax + b \geq c$$

$$ax + b > c; ax + b < c$$

$a; b; c$  sont des réels et  $x$  est l'inconnue.

Ex:

$$2x + 1 \leq 1; x + 3 \geq 7$$

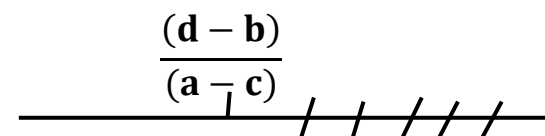
$$-3x - 4 > 0; -x + 7 < -2$$

### II- Résolution des différents types d'inéquations

#### a- Inéquation du type $ax + b \leq cx + d$

$$ax + b \leq cx + d \Rightarrow (ax - cx) \leq (d - b) \Rightarrow$$

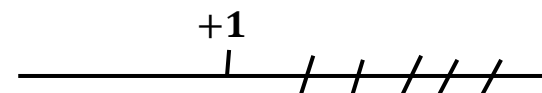
$$(a - c)x \leq (d - b) \Rightarrow x \leq \frac{(d-b)}{(a-c)}$$



Ex:

$$4x + 3 \leq -x + 8 \Rightarrow 4x + x \leq +8 - 3 \Rightarrow 5x \leq +5$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{+5}{5} \Rightarrow x \leq +1$$

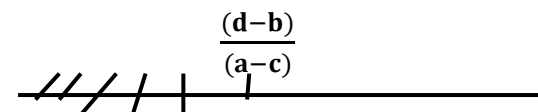


#### b- Inéquation du type $ax + b \geq cx + d$

$$ax + b \geq cx + d \Rightarrow (ax - cx) \geq (d - b)$$

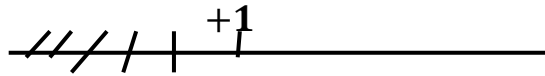
$$\Rightarrow (a - c)x \geq (d - b) \Rightarrow x \geq \frac{(d-b)}{(a-c)}$$

Ex



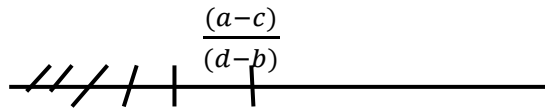
Ex:

$$-3x - 1 \geq -4x \Rightarrow -3x + 4x \geq +1 \Rightarrow x \geq +1$$

c- Inéquation du type  $ax + b > cx + d$ 

$$ax + b > cx + d \rightarrow ax - cx > d - b$$

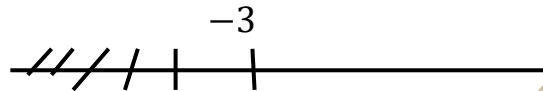
$$(a - c)x > (d - b) \Leftrightarrow x > \frac{(a - c)}{(d - b)}$$



Ex:

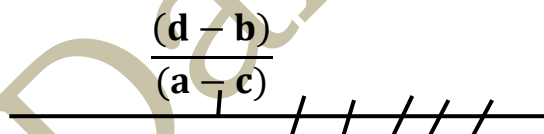
$$x + 6 > -x + 3 \Leftrightarrow x + x > +3 - 6 \Rightarrow 2x > -6 \Rightarrow x > \frac{-6}{2}$$

$$\Rightarrow x > -3$$

d- Inéquation du type  $ax + b < cx + d$ 

$$ax + b < cx + d \rightarrow ax - cx < d - b$$

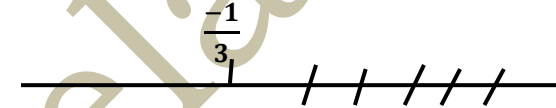
$$(a - c)x < (d - b) \Leftrightarrow x < \frac{(d - b)}{(a - c)}$$



Ex:

$$-6 - 2x < x - 5 \Leftrightarrow -2x - x < -5 + 6 \Rightarrow -3x < +1$$

$$\Rightarrow 3x > -1 \Rightarrow x > \frac{-1}{3}$$



• Exercice:

Jean a eu 50 € de la part de ses grands-parents pour son anniversaire. Il souhaite s'acheter des BD Manga. Sur internet, un livre coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port. Combien peut-il s'acheter de livres ?

Correction

d- Étape n°1 : Choix de l'inconnue Soit  $x$  le nombre de livres que Jean pourra acheter.

e- Étape n°2 : Mise en équation Un livre coûte 6,90 € donc  $x$  livres coûteront  $6,90 \times x$  €. Avec 10 € de frais de port, cela fera  $6,90 \times x + 10$  €.

Il suffit de résoudre :  $6,90 \times x + 10 < 50$

f- Étape n°3 : Résolution de l'inéquation  $6,90 \times x < 40$   $x < 40 \div 6,90$

Étape n°4 : Conclusion Jean pou

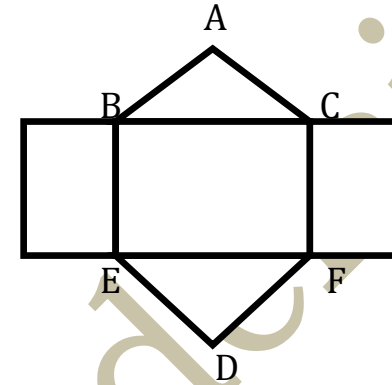
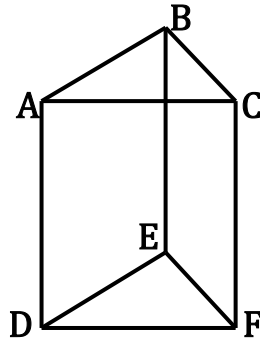
Evaluation:

## MM5.10.1

## PRISME DROIT

## Exemple de situation:

Monsieur LEBELA, enseignant de mathématiques au CEG Darwin School, est également éleveur d'oiseaux. Pour eux, il construit une niche ayant la forme d'un prisme droit comme l'indique la figure ci-dessous, avec  $AC = AD = 5\text{cm}$ ,  $AB = 3\text{cm}$  et  $BC = 4\text{cm}$ .



c- Calcule de l'aire des faces à peindre:

- Aire latérale ( $A_l$ ) = Périmètre de base (P)  $\times$  Hauteur (h)

$$A_l = [(3+4+5) \times 5]$$

$$A_l = [12 \times 5] = 60\text{cm}^2$$

$$A_l = 60\text{cm}^2$$

Aire total du prisme droit:  $A_t$

- $A_t =$  Aire latérale ( $A_l$ ) + Aire des deux bases ( $B_1 + B_2$ )

$$B_1 = \frac{\text{base} \times \text{hauteur} (B \times h)}{2} = \frac{5\text{cm} \times 2.5\text{cm}}{2} = 6.25\text{cm}^2$$

$$\text{Or } B_1 = B_2 = 6.25\text{cm}^2$$

Donc on a:

$$A_t = 60\text{cm}^2 + 6.25\text{cm}^2 + 6.25\text{cm}^2 = 72.50\text{cm}^2$$

$$A_t = 72.50\text{cm}^2$$

Il souhaite la camoufler dans le feuillage d'un arbre et décide de peindre toutes les faces de la niche en vert. Il propose à ses élèves de 5<sup>e</sup> de :

- Donner toutes les informations utiles concernant le prisme droit ;
- Réaliser un patron de ce prisme ;
- Calculer l'aire des faces à peindre.

## Solution:

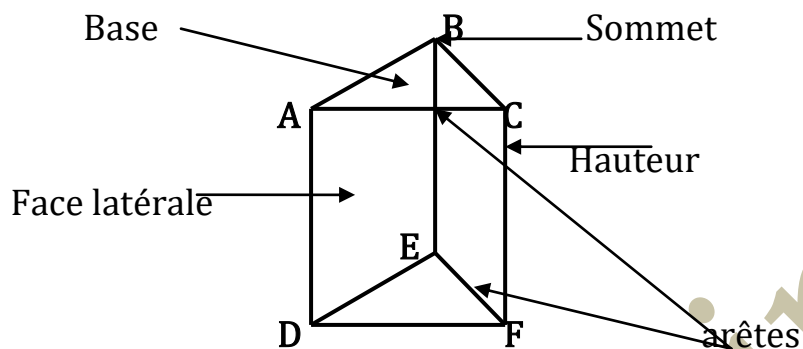
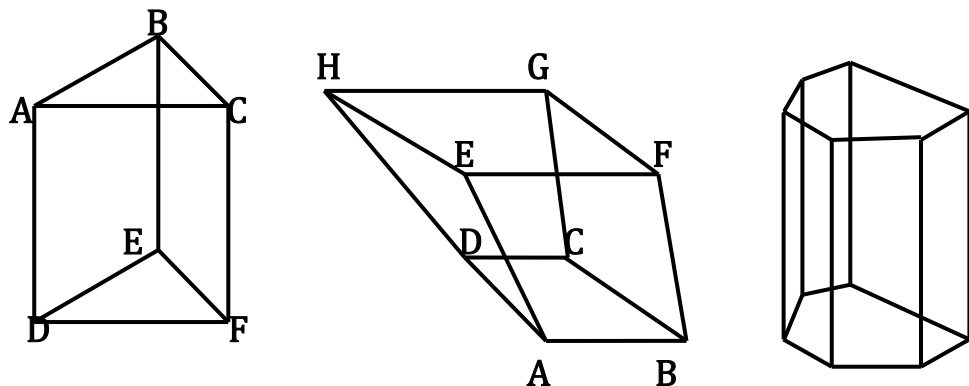
- Informations utiles au prisme droit:
  - Un prisme a deux faces superposables et parallèles
  - Ces faces peuvent avoir plusieurs formes de figures géométriques;
- Réalisation du patron:

## I- Je retiens:

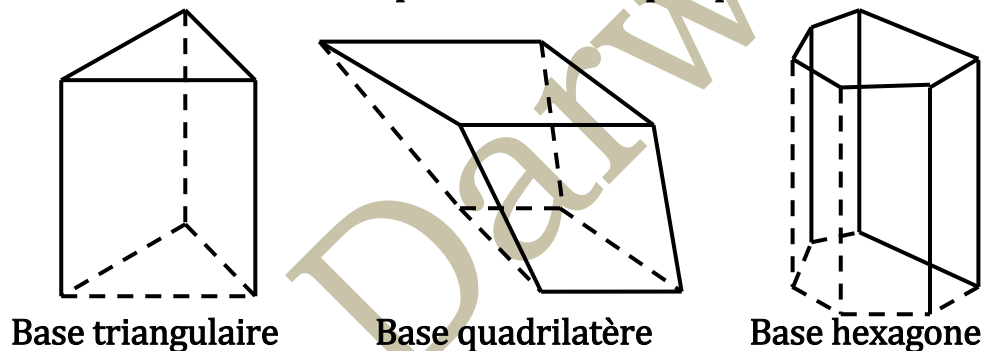
Un prisme droit est un solide qui a deux faces parallèles et superposables qui sont des polygones (triangles, quadrilatères, ...); ces deux faces sont appelées les bases du

prisme droit et les autres faces sont des rectangles qui sont appelées faces latérales.

1- Représentation d'un prisme droit :



2- Construction d'un prisme droit en perspective cavalière:



Remarque:

Les arêtes cachées sont en pointillés.

- Deux arêtes perpendiculaires ne sont pas toujours représentées par des segments perpendiculaires
- Deux droites parallèles dans la réalité sont représentées par deux droites parallèles.

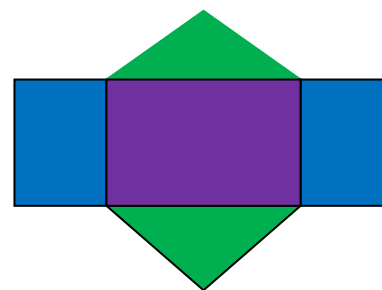
3- Propriétés du prisme droit :

- Deux faces parallèles, superposables et identiques délimitées par un polygone
- Les autres faces sont des rectangles. Ce sont les faces latérales

II- Le patron d'un prisme droit:

Le patron d'un solide est une construction plane qui permet de fabriquer une maquette de ce solide.

Un patron d'un prisme droit est constitué de deux bases triangulaires et des faces latérales rectangulaires dont le nombre est égal au nombre de côtés du polygone de base.



III- Volume et aire total du prisme droit:

1- Volume : V

Volume(V) = aire de Base(B) × hauteur (H)  
 $V = B \times H$

**2- Aire latérale et total du prisme droit:**a- Aire latérale:  $A_L$ Aire latérale ( $A_L$ ) = Périmètre de base (P)  $\times$  Hauteur (h)

$$A_L = P_B \times H$$

b- Aire total:  $A_T$  $A_T$  = Aire latérale ( $A_L$ ) + Aire des deux bases ( $B_1 + B_2$ )

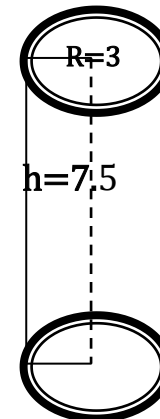
$$A_T = A_L + B_1 + B_2$$

**Ex:**Soit un prisme droit de base rectangulaire dont les mesures sont les suivantes:  $L=8\text{m}$  ;  $l=3\text{m}$  ;  $h=20$ . On a:

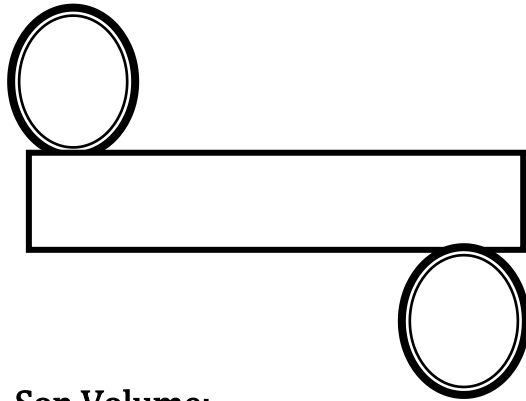
- Aire de base  $B=8\text{m} \times 3\text{m} = 24\text{m}^2$
- Volume  $V=24\text{m}^2 \times 20\text{m} = 480\text{m}^3$
- Aire latérale  $A_L=2(8+3) \times 20 = 420\text{m}^2$
- Aire total  $A_T=420\text{m}^2 + 24\text{m}^2 + 24\text{m}^2 = 468\text{m}^2$

**Evaluation:****MM5.10.2****CYLINDRE DE REVOLUTION****Exemple de situation:**

Pendant la récréation, les élèves de la classe de 5<sup>e</sup> du CEG Antoine Bantou assistent à la livraison d'eau potable dans leur établissement scolaire par un camion-citerne. Le réservoir du camion a la forme d'un cylindre de révolution de dimensions suivantes : hauteur  $h = 7,5\text{ m}$  et rayon de base  $R = 3\text{ m}$ . Impressionnés, les élèves décident de construire le cylindre observé et de pousser leur curiosité sur l'ensemble des informations liées à ce solide.

**Solution:**

- Ce cylindre possède deux bases en forme de cercle ou de disque;
- Ces bases sont superposables;
- Il a une face latérale;
- Son patron est de la forme suivante:



### 1- Son Volume:

$$V = \pi \times r \times r \times h$$

$$V = 3.14 \times 3 \times 3 \times 7.5$$

$$V = 211.95 \text{ cm}^3$$

### 2- Son Aire:

- Aire de la surface latérale:

$$A_L = 2 \times \pi \times r \times h$$

$$A_L = 2 \times 3.14 \times 3 \times 7.5$$

$$A_L = 141.3 \text{ cm}^2$$

- Aire d'une base

$$A_b = \pi \times r \times r$$

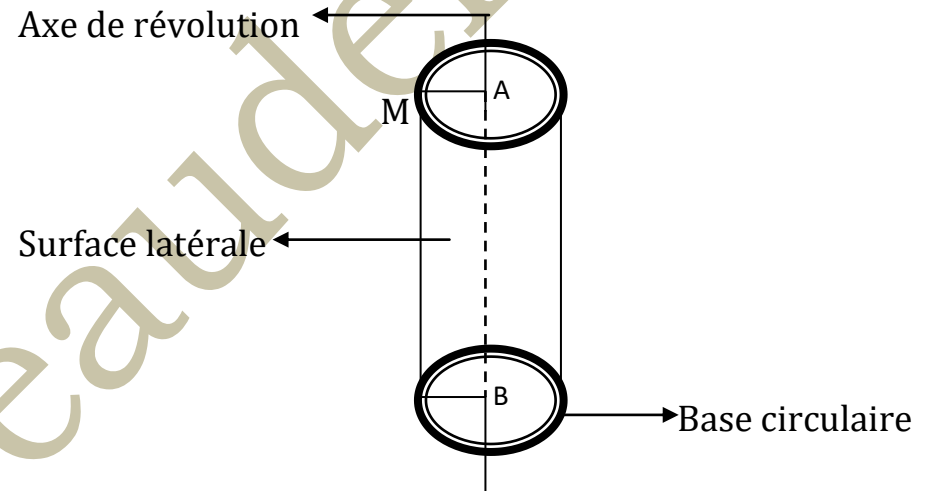
$$A_b = 3,14 \times 3 \times 3$$

$$A_b = 28,26 \text{ cm}^2$$

### I- Je retiens:

Le cylindre droit est un solide qui a deux sommets en forme de disque ou cercle superposables et une face latérale.

#### 1- Représentation d'un cylindre:



En tournant autour du côté [AB], le côté [MN] décrit la **surface latérale**. Le côté [AM] (ou [BN]) décrit un disque, appelé **disque de base**. Les deux bases du cylindre sont deux disques superposables et parallèles.

#### Remarque:

L'axe (AB) du cylindre est perpendiculaire aux deux disques de base.

#### 2- Représentation en perspective cavalière:



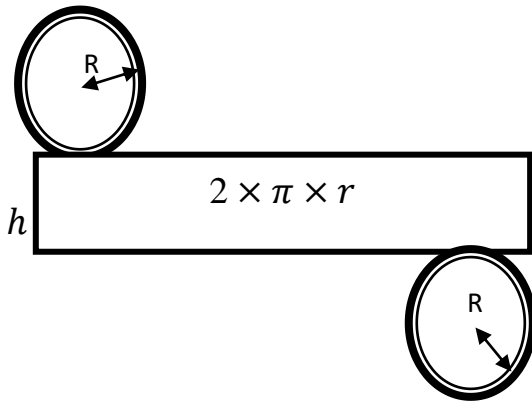
### 3- Propriétés d'un cylindre:

- Les bases d'un cylindre sont deux disques de même rayon.
- Les deux disques de base d'un cylindre de révolution sont parallèles
- La hauteur d'un cylindre est la longueur du segment qui joint les centres des bases.

### 4- Patron d'un cylindre:

Un patron de cylindre de révolution est constitué de

- Deux disques de rayon  $r$ ;
- D'un rectangle de dimensions  $h$  (hauteur) et de longueur  $2 \times \pi \times r$



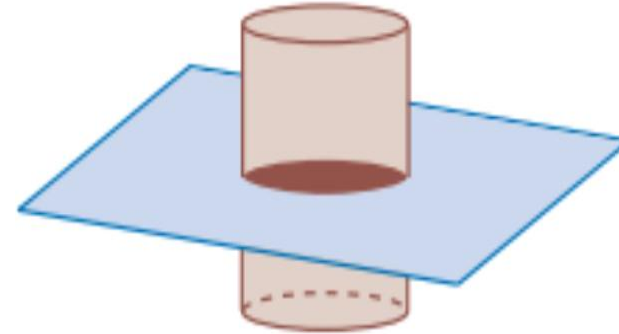
### II- La section plane du cylindre:

#### 1- Définition:

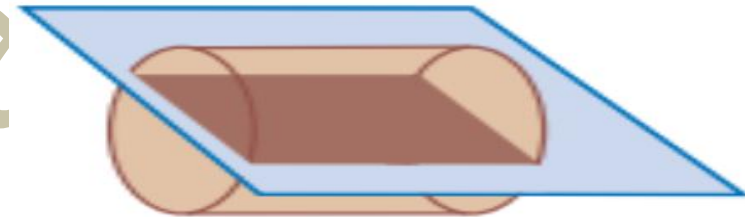
La section plane du cylindre par un plan est l'intersection du cylindre avec ce plan.

#### 2- Propriétés:

**P<sub>1</sub>:** La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à sa base est un disque identique au disque de base.



**P<sub>2</sub>:** La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à sa base est un rectangle.



### III- Volume et aire d'un cylindre:

#### 1- Volume:

$$V = \pi \times r \times r \times h$$

**Ex:**

Soit un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm. Son volume est donné par le calcul:

$$V = 3.14 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$V = 141,3 \text{ cm}^3$$

#### 2- Aire:

- Aire de la surface latérale:

$$\mathcal{A}_L = 2 \times \pi \times r \times h$$

$$\mathcal{A}_L = 2 \times 3.14 \times 3 \times 5$$

$$\mathcal{A}_L = 94,2 \text{ cm}^2$$

- Aire d'une base

$$\mathcal{A}_b = \pi \times r \times r$$

$$\mathcal{A}_b = 3,14 \times 3 \times 3$$

$$\mathcal{A}_b = 28,26 \text{ cm}^2$$

- Aire totale

$$\mathcal{A}_T = 2 \times \mathcal{A}_b + \mathcal{A}_L$$

$$\mathcal{A}_T = 2 \times 28,26 + 94,2$$

$$\mathcal{A}_T = 150,72 \text{ cm}^2$$

### Evaluation

### MM5.11

### USAGE DU TABLEUR

#### Exemple situation:

Le père d'**Amanda** veut répartir la somme de 120 000 FCFA entre ses trois enfants. Chaque fois que le père donne 500 FCFA à l'aîné, il donne 300 FCFA au cadet et 200 FCFA au benjamin.

– Quand il aura tout distribué, quelle somme d'argent aura chaque enfant ?

Aîné de la famille, **Amanda** se demande quel montant il va recevoir. Il expose cette situation à ses camarades de 6<sup>e</sup> du CEG Darwin School. Tous souhaitent utiliser leur ordinateur pour résoudre la situation mais rencontre des difficultés. Ils se confient à leur professeur de mathématiques qui leur suggère d'utiliser un tableur. Pour cela, il leur propose d'ouvrir un tableur et de remplir le tableau suivant:

	A	B	C	D	E
1		Ainé	Cadet	Benjamin	Somme disponible
2	Avant réparation	0	0	0	120000
3		500	300	200	119000
4		1000			
5					

a- Expliquer comment on a trouvé la somme de 119 000 dans la cellule E3.

b- Remplir les cellules C4 et D4 en précisant la formule utilisée.

- c- Calculer la somme disponible correspondant à la cellule E4. Préciser la formule utilisée.
- d- Déterminer les montants que reçoit **Amanda** de la 3<sup>e</sup> étape à la 17<sup>e</sup> étape de répartition en utilisant l'outil « Recopie la formule ».
- e- Utiliser la même procédure pour déterminer le montant du cadet et du benjamin d'**Amanda**.
- f- Quelle somme reste-t-il à la 17<sup>e</sup> étape de répartition ?
- g- Déduire le montant reçu par chacun des trois enfants.
- h- Représenter dans un graphique les montants reçus par chacun des trois enfants.

**Solution:**

a- Expliquons la somme E3

La somme 118.700 a été trouvée en faisant

$$E3 = E2 - B3 - C3 - D3$$

$$E3 = 120.000 - 750 - 400 - 150 = 118.700$$

b- Valeurs des cellules C4 et D4

On sait que  $B4 = B3 + B3 = 750 + 750$ , par conséquent

$$C4 = C3 + C3 = 400 + 400 = 800 \text{ et } D4 = D3 + D3 = 150 + 150 = 300$$

c- Somme correspondant à la cellule E4

$$E4 = E3 - B4 - C4 - D4$$

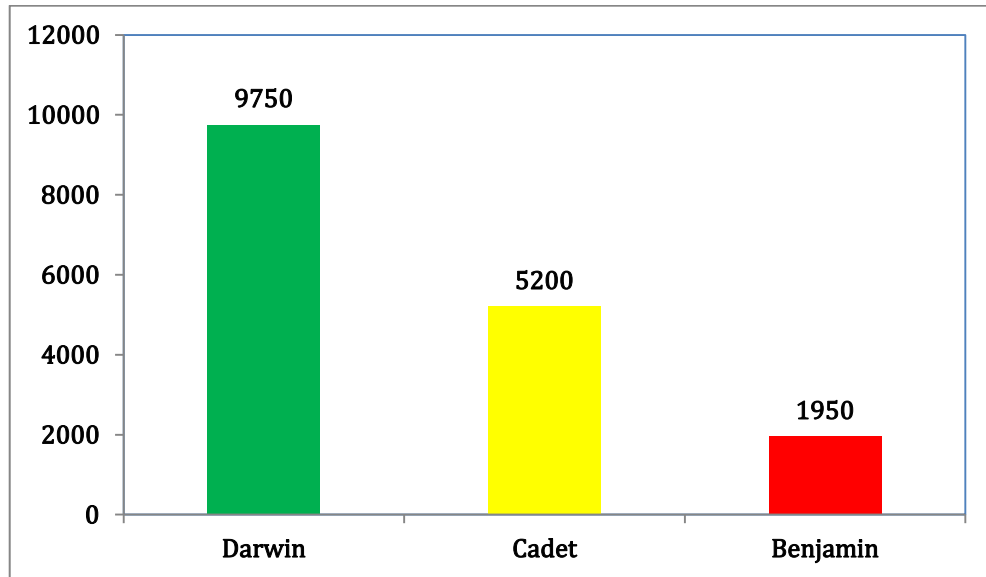
$$E4 = 118.700 - 1500 - 800 - 300 = 116.100$$

d- e/Montant reçus par Darwin de la 3<sup>e</sup> à la 13<sup>e</sup> étape et celui de son cadet et benjamin.

Avant répartition	0	0	0	120000
1 <sup>ere</sup> étape	750	400	150	118700
2 <sup>ème</sup> étape	1500	800	300	116100
3 <sup>ème</sup> étape	2250	1200	450	112200
4 <sup>ème</sup> étape	3000	1600	600	107000
5 <sup>ème</sup> étape	3750	2000	750	100500
6 <sup>ème</sup> étape	4500	2400	900	92700
7 <sup>ème</sup> étape	5250	2800	1050	83600
8 <sup>ème</sup> étape	6000	3200	1200	73200
9 <sup>ème</sup> étape	6750	3600	1350	61500
10 <sup>ème</sup> étape	7500	4000	1500	48500
11 <sup>ème</sup> étape	8250	4400	1650	34200
12 <sup>ème</sup> étape	9000	4800	1800	18600
13 <sup>ème</sup> étape	9750	5200	1950	1700
14 <sup>ème</sup> étape	10500	5600	2100	-16500

f-/ Montant restant à la 13<sup>e</sup> étape est 1700 FCFA.

g-/ Représentation graphique



### I- Je retiens:

Un tableur est un logiciel permettant de traiter les informations sous formes de tableau en plaçant les données dans les cellules et en créant des formules afin d'automatiser les calculs simples ou complexes.

### II- Edition de textes:

Faire l'édition de texte, c'est faire le traitement de ce texte par les logiciels.

#### 1- Traitement de texte:

Le traitement de texte consiste à créer et modifier des textes à l'aide d'un ordinateur. Ce travail est appelé par faire la saisie.

#### 2- Les logiciels du traitement texte:

Pour faire le traitement des textes, on utilise plusieurs types de logiciels dont entre autres:

- Word
- Excel

Ces logiciels sont utilisés pour saisir, mémoriser, corriger, actualiser et mettre en forme des documents contenant du texte.

### III- Nombres et formules:

#### 1- Les opérations dans un tableur:

##### a- Addition et soustraction

- Pour faire l'addition ou la soustraction, on sélectionne deux ou plusieurs cellules séparées par les opérateurs plus (+) ou (-).

Ex:

$$C8 = A10 + B5$$

$$F4 = E3 - D4$$

- Pour trouver la somme d'une colonne ou d'une ligne, on écrit = SOMME (A1+A2+A3.....A10.....)

##### b- Multiplication:

Pour faire la multiplication, on sélectionne deux ou plusieurs cellules séparées par les opérateurs multiplication (×) ou (\*).

Ex:

$$C8 = A10 * B5$$

$$F4 = E3 * D4$$

##### c- Division:

Pour faire la division, on sélectionne deux ou plusieurs cellules séparées par les opérateurs divisions (: ou (/)).

Ex:

$$C8 = A10 : B5$$

$$F4 = E3 / D4$$

**2- Saisir une formule:**

La saisie d'une formule se fait en sélectionnant une cellule puis en tapant une combinaison pour permettre de faire un calcul de façon automatique. Pour entrer une formule, il suffit de commencer la saisie par le signe d'égalité (=) puis d'entrer les références des cellules à utiliser et des opérateurs.

**Ex:**

	A	B	C	D
1	250	150	=A1+B1	=A1*B1
2	=B2:2	725	A1*A2 :D1	C2-B2
3				
4				

**3- Recopier une formule:**

- Sélectionnez la cellule contenant la formule à copier ;
- Appuyez+C
- Cliquez sur la cellule dans laquelle coller la formule

**IV- Représentation graphiques des données:****1- Définition d'un graphique:**

Un graphique sert à représenter les données sur une surface. C'est une transcription des données par un dessin.

**2- Règle:**

- Sélectionnez des **données pour le graphique.**
- Cliquez sur Insertion > **Graphiques** recommandés.
- Sous l'onglet **Graphiques** recommandés, sélectionnez un **graphique pour** en afficher l'aperçu. ...
- Sélectionnez un **graphique.**
- Sélectionnez OK.

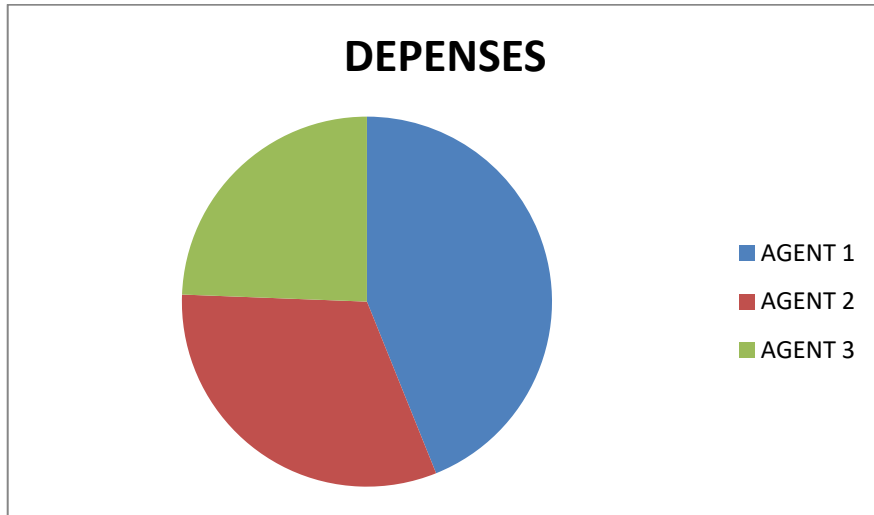
**Ex:**

Soit à représenter graphiquement les données suivantes:

AGENT VARIABLE	AGENT 1	AGENT 2	AGENT 3
SALAIRE	125000	90000	60000
DEPENSE	90000	65000	50000
EPARGNE	35000	25000	10000

**1- Représentation graphique des salaires****2- Représentation graphique des dépenses:**

Evaluation:



3- Représentation graphique des épargnes:

