Programme de 5ème en mathématiques

Chapitre
1

Priorité des opérations ; distributivité

I. Suite d'opérations sans parenthèses

Activité :

- Calculer mentalement 28 – 2 + 26

Certains élèves trouvent 0 ; d'autres 52 ; la calculatrice donne 52 (bonne réponse)

- Calculer mentalement $9 \div 3 \times 4$

Règle 1 : Dans un calcul sans parenthèses contenant uniquement des additions et des soustractions (ou uniquement des multiplications et des divisions), on effectue les calculs de gauche à droite

- Calculer mentalement $2 + 3 \times 4$

La plupart des élèves trouvent 20 ; la calculatrice donne 14 (bonne réponse)

$2 + \underline{3 \times 4} = 2 + 12$

$2 + 3 \times 4 = 14$

$4 + \underline{6 \div 2} = 4 + 3$

$4 + 6 \div 2 = 7$

Règle 2 : Dans un calcul sans parenthèses, les multiplications et les divisions sont prioritaires (on commence obligatoirement par elles)

Application : calcule

$A = 3 + 7 \times 5 + 5$

$B = 9 \times 5 - 5 \times 2$

$C = 24 \div 6 \div 2$

$D = 3{,}2 \times 2 \times 10 - 1 \times 3$

$E = 13 - 5 - 4$

$F = 7 + 4 \div 5 - 3 \times 2$

II. Suites d'opérations avec parenthèses

Activité :

- Calculer avec la calculatrice $(2 + 3) \times 4$

la calculatrice donne 20 (bonne réponse)

$(\underline{2 + 3}) \times 4 = 5 \times 4$

$(2 + 3) \times 4 = 20$

Règle 3 : Dans un calcul avec parenthèses, les calculs entre parenthèses sont prioritaires sont prioritaires (on commence obligatoirement par eux). On commence par les **parenthèses les plus intérieures**.

Application : calcule

$A = 3 \times (7 - 2) + 1$

$B = (29 + 7) \div (5 + 4)$

$C = (29 + 7) \div 5 + 4$

$D = 9 - [8 - (9 + 3) \div 2]$

Exercice :

1) Traduis chaque phrase par une expression :

- A est le produit de 7 par la somme de 8 et de 3
- B est la différence de 16 et du produit de 5 par 3

2) Que penses-tu de : « C est égal à 3 multiplié par 18 plus 5 » dit **à l'oral**

3) Traduis chaque expression par une phrase :

$D = (2 + 14) \div 8$

$E = 3 \times (9 - 4)$

$F = 5 + 4 \times 3$

$G = 45 \div 10 - 4$

Activité :

Calculer $A = 9 - \dfrac{6+15}{3}$. Comment écrire A sans la barre de fraction ?

Calculer $B = \dfrac{12}{7-5} + 3$

$C = \dfrac{36}{\dfrac{8}{2}}$ $\qquad$ $D = \dfrac{\dfrac{36}{8}}{2}$

Règle 4 : Lorsque la division est indiquée par un trait de fraction, les calculs qui sont au numérateur et au dénominateur sont prioritaires.

III. Ecritures avec des lettres

Activité :
Julie est fleuriste. Chaque rose coûte 3 € et l'emballage coûte 0,50 €. Pour connaître très vite le prix de bouquets, elle a calculé à l'avance :
$0{,}5+3\times5$; $0{,}5+3\times6$; $0{,}5+3\times7$; $0{,}5+3\times8$; … $0{,}5+3\times24$; $0{,}5+3\times25$

Résume cette situation par une formule mathématique
Imagine une autre situation qui pourrait conduire à une formule mathématique

Synthèse: Lorsqu'on écrit une expression comportant des lettres, on peut **ne pas écrire** le signe $\times$:
- Entre un nombre et une lettre
- Entre deux lettres
- Devant une parenthèse

Exemples :
$4 \times a =$
$a \times 4 =$
$x \times y =$
$5 \times (x - 8) =$

Retenir :
Si a désigne un nombre, $a \times a$ s'écrit aussi a^2 et $a\times a\times a$ s'écrit aussi a^3.

Remarque importante : $0{,}5 + 3n$ n'est pas égal à $3{,}5n$

Exercices :
1. Soit $A = x(x + 2)$

Calcule A sachant que $x = 3$

2. Soit $B = x + y(x - y)$

Calcule B sachant que $x = 6{,}2$ et $y = 3$

IV. Distributivité

Activités 3 et 4 page 11

Synthèse: La multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction, c'est à dire :

Soient k, a et b 3 nombres quelconques, alors

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

En écriture simplifiée :

$k\ (a + b) = k\ a + k\ b$ et $k\ (a - b) = k\ a - k\ b$

Vocabulaire :

- Développer signifie transformer un produit en somme

Produit	$\xrightarrow{\text{développer}}$	Somme, différence
$k(a+b)$	$=$	$ka+kb$
$k(a-b)$	$=$	$ka-kb$

- Factoriser signifie transformer une somme en produit

Somme, différence	$\xrightarrow{\text{factoriser}}$	Produit
$ka+kb$	$=$	$k(a+b)$
$ka-kb$	$=$	$k(a-b)$

Exemples : développer A = 7 (a + 2) + autres exemples
Factoriser B = 5k – 3k + autres exemples

Exercice

1) Développer et réduire A = 3(x + 2) + 5 (x + 1)
2) Calcule A si x = 2

Idem avec B = 5(x + 3) + 2(3x + 1)

Chapitre
2

Symétrie centrale

I. Approche expérimentale

Activité 1 (cocotte)

Le symétrique d'une figure $\mathfrak{F}$ par rapport à un point O est la figure $\mathfrak{F}'$ obtenue par un demi-tour autour du point O.

Vocabulaire :
On dit que les figures $\mathfrak{F}$ et $\mathfrak{F}'$ sont symétriques par rapport au point O.
On dit aussi que $\mathfrak{F}'$ est l'image de $\mathfrak{F}$ par la **symétrie de centre O**

Activité : à l'ordinateur, on trace un triangle, un point O et le symétrique du triangle.
On conjecture sur les longueurs des côtés, les aires, les angles et l'alignement

Propriété admise :
La symétrie centrale conserve les longueurs, les aires, les angles et l'alignement.
Cela veut dire que ……

II. Symétrique d'un point

Activité 2

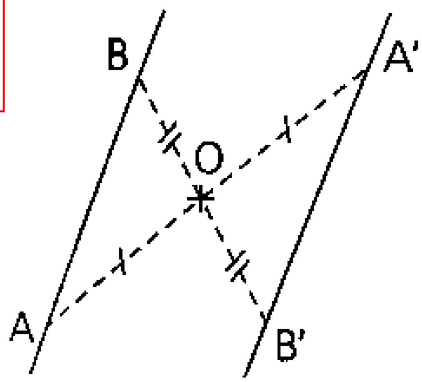
Synthèse:
Le symétrique d'un point M par rapport à un point O est le point M' tel que O soit le milieu du segment [MM'].
On dit aussi que M' est l'image de M par la symétrie de centre O.

Faire une figure
Conséquence : le symétrique du centre O est confondu avec O

III. Symétriques de figures usuelles

1. La droite

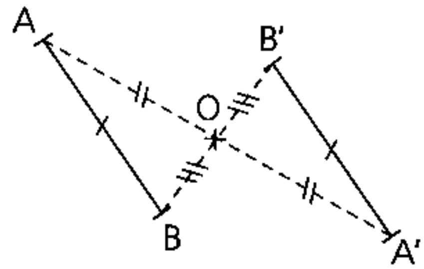
Synthèse:
Le symétrique d'une droite est une **droite parallèle.**



Attention : ce n'est pas le cas pour la symétrie axiale

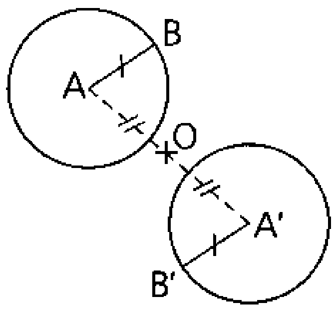
Remarque : si le point O appartient à la droite, alors le symétrique de la droite et la droite sont confondus.

2. Le segment



Le symétrique d'un segment est une **un segment parallèle et de même longueur.**

3. Le cercle



Le symétrique d'un cercle est **un cercle de même rayon.**

IV. Centre de symétrie d'une figure

Activité 4

Synthèse:
Un point O est le centre de symétrie d'une figure si cette figure et son symétrique par rapport à O sont confondus.

Chapitre 3

Fractions (acte I)

I. Différents sens de l'écriture fractionnaire (6eme)

Activités 1 à 5

$\frac{3}{5}$ est un **nombre**.

$\frac{3}{5}$, c'est trois fois un cinquième de l'unité. C'est aussi un cinquième de 3 unités

C'est le nombre qui multiplié par 3 donne 2. $\boxed{5 \times \frac{3}{5} = 3}$

$\frac{3}{5}$ **a une écriture décimale** car le reste de la division de 3 par 5 est 0 : $\frac{3}{5} = 0,6$

$\frac{2}{3}$ est un **nombre**.

$\frac{2}{3}$, c'est deux fois un tiers de l'unité. C'est aussi un tiers de 2 unités

C'est le nombre qui multiplié par 3 donne 2. $\boxed{3 \times \frac{2}{3} = 2}$

$\frac{2}{3}$ **n'a pas d'écriture décimale** car le reste de la division de 2 par 3 n'est pas 0.

On peut donner par contre des valeurs approchées : $\frac{2}{3} \simeq 0,66$

Une fraction peut aussi représenter une fréquence.

Exemple : dans une classe de 20 élèves, il y a 11 filles. Quelle est la fréquence (ou proportion) des filles dans cette classe ?

Réponse : c'est $\frac{11}{20}$, soit 0,55.

En multipliant la fréquence par 100, on obtient le **pourcentage** de filles :

P = 0,55 × 100 = **55 %.**

Propriété (vue en 6ème) :

Un nombre fractionnaire a une infinité d'écritures possibles.

On les obtient en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre (non nul).

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \quad \text{(ou plus simplement : } \frac{ak}{bk} = \frac{a}{b}\text{)}$$

et $$\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

Exemple :

$\frac{27}{36} = \frac{3\times9}{4\times9} = \frac{3}{4}$ On dit que $\frac{3}{4}$ est une **fraction irréductible** car on ne peut pas trouver un numérateur et un dénominateur plus petits.

Application : pour diviser par un nombre décimal

$$\text{Exemple : } 7{,}35 \div 0{,}3 = \frac{7{,}35}{0{,}3} = \frac{7{,}35\times10}{0{,}3\times10} = \frac{73{,}5}{3} = 24{,}5$$

On se ramène ainsi à une division par un nombre entier

La méthode est donc de multiplier le numérateur et le dénominateur par 10 ou 100 ou …. Pour obtenir un dénominateur ENTIER.

II. Comparer des nombres en écriture fractionnaire.

Activités 3 et 4 page 25

Propriété :

- Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur, le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur.

  Autrement dit : $\frac{a}{d} < \frac{b}{d}$ lorsque $a < b$.
- Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même numérateur, le plus petit est celui qui a le plus GRAND numérateur.

  Autrement dit $\frac{a}{c} < \frac{a}{d}$ lorsque $c > d$.

Exemples : Comparer

- $\frac{3}{7}$ et $\frac{11}{7}$ (on fera aussi remarquer la possibilité de les comparer à 1)
- $\frac{15}{2}$ et $\frac{13}{2}$
- $\frac{7}{5}$ et $\frac{7}{11}$
- $\frac{18}{5}$ et $\frac{18}{17}$

Comment comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{8}$? $\frac{11}{7}$ et $\frac{37}{21}$? $\frac{3}{8}$ et $\frac{6}{15}$?

$\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{5}$? $\frac{8}{5}$ et $\frac{9}{6}$?

Dans tous les cas, il est utile de mettre les 2 fractions au même numérateur (ou même dénominateur) pour les comparer.

Chapitre
4

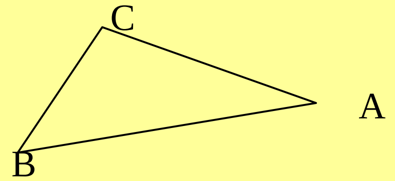
Triangles

I. Inégalité triangulaire

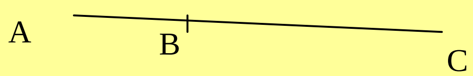
Activité 1 à coller

<u>Inégalité triangulaire</u> : Quels que soient les points A, B et C on a toujours :

$$\mathbf{AC \leq AB + AC}$$



Si AC = AB + BC alors le point B appartient au segment [AC].



<u>Application aux triangles</u>

On ne peut construire un triangle dont les côtés ont pour longueurs 3 nombres donnés a, b, c que si chacun d’eux est **inférieur à la somme des 2 autres** :

$$\mathbf{a < b + c}$$
$$\mathbf{b < a + c}$$
$$\mathbf{c < a + b}$$

En pratique, pour voir si un triangle est constructible, il suffit de vérifier que le plus grand des 3 nombres est inférieur à la somme des 2 autres.

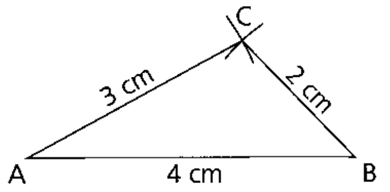
II. Constructions de triangles

Activité 2

Dans les cas ci-dessous, on peut construire un triangle avec les instruments de géométrie :

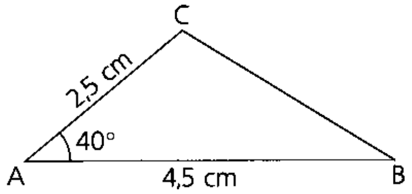
A On connaît la longueur des trois côtés du triangle.

AB = 4 cm, BC = 2 cm, AC = 3 cm



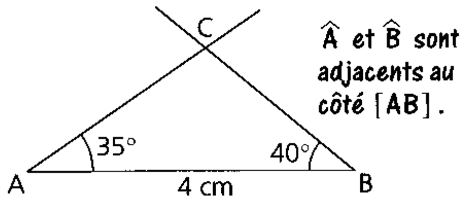
B On connaît la longueur de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre ces côtés.

AB = 4,5 cm, AC = 2,5 cm, $\widehat{BAC} = 40°$



C On connaît la longueur d'un côté et la mesure de deux angles qui lui sont adjacents.

AB = 4 cm, $\widehat{BAC} = 35°$, $\widehat{ABC} = 40°$



III. Cercle circonscrit à un triangle

4. *Rappel sur la médiatrice d'un segment*

Activité 3 p 129

Synthèse à coller :

Définition :
La MEDIATRICE d'un segment est une droite perpendiculaire à ce segment, et qui coupe ce segment en son milieu.

La médiatrice d'un segment est un **axe de symétrie** du segment !

Propriété 1 :

Si un point se trouve **sur la médiatrice** d'un segment, alors ce point est **EQUIDISTANT des 2 extrémités** du segment !

Propriété 2 (réciproque) :

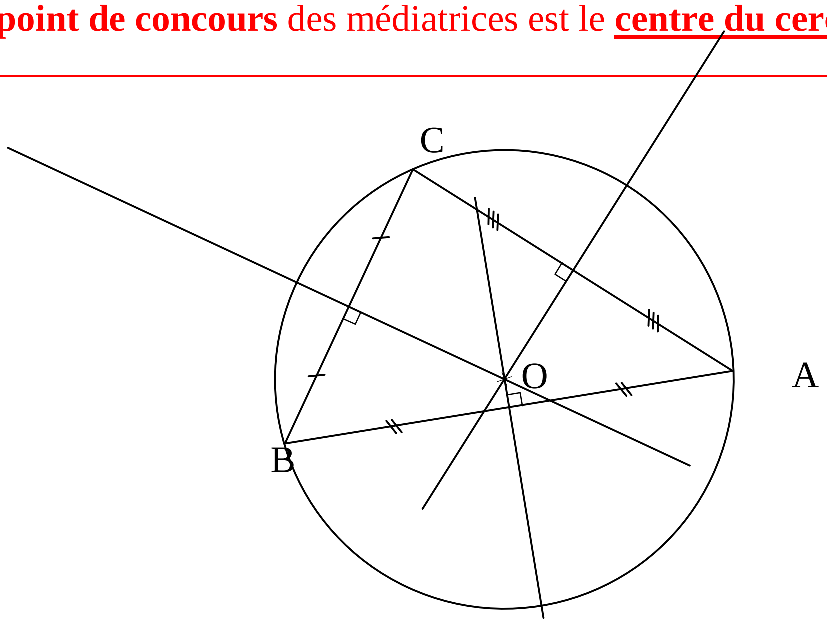
Si un point P est **EQUIDISTANT** de deux point A et B, alors ce point P **appartient (forcément) à la médiatrice du segment [AB]**

5. *Cercle circonscrit au triangle*

Activité 4 p 129

Propriété :
Les 3 médiatrices des côtés d'un triangle sont **concourantes** (c'est à dire se coupent en un même point).

Le **point de concours** des médiatrices est le **centre du cercle circonscrit** au triangle



Remarques :

- Pratiquement, il suffit de construire 2 médiatrices pour obtenir le centre du cercle circonscrit.
- Les longueurs OA, OB et OC sont égales (ce sont des rayons du cercle)
- Si le triangle a un angle obtus, le centre du cercle circonscrit est situé à l'extérieur du triangle.
- Si le triangle est rectangle, le centre du cercle circonscrit est situé au milieu du plus grand côté.

Chapitre 5

Opérations sur les fractions

I. Addition, soustraction

Activités 1 et 2 p 36

Pour additionner ou soustraire deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :

On additionne ou on soustrait les numérateurs

On conserve le dénominateur commun.

$$\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d} \quad \text{et} \quad \frac{a}{d}-\frac{b}{d}=\frac{a-b}{d} \text{ (lorsque } a \geq b \text{)}$$

Exemples :

$A = \frac{5}{6}+\frac{4}{6}$

$A = \frac{9}{6}$

$A = \frac{\cancel{3}\times 3}{\cancel{3}\times 2}$

$A = \frac{3}{2}$

On donne le résultat sous forme de fraction irréductible

$B = \frac{17}{15}-\frac{7}{15}$

$B = \frac{10}{15}$

$B = \frac{\cancel{5}\times 2}{\cancel{5}\times 3}$

$B=\frac{2}{3}$

Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes, il faut D'ABORD transformer les fractions pour les mettre au même dénominateur

Exemples :

$C = \frac{2}{3}+\frac{1}{15}$ $\qquad D = \frac{5}{18}-\frac{2}{9}$ $\qquad E = 5-\frac{3}{4}$ $\qquad F = \frac{11}{2}+\frac{7}{20}$

Exercice :

Une tarte est partagée entre 3 enfants. Le 1er en prend un tiers, le second en prend les cinq douzièmes. Quelle fraction de la tarte reste t-il pour le dernier ?

II. Multiplication

Activités 3 et 4 page 37

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire :

On multiplie les numérateurs entre eux

On multiplie les dénominateur entre eux.

$$\boxed{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$$ avec b et d non nuls

→Si possible, on simplifie avant d'effectuer les calculs.

Attention : en maths, « de » et « du » traduisent une multiplication

Ex : $\frac{2}{3}$ de 15 c'est $\frac{2}{3}\times 15$; $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$ c'est $\frac{2}{3}\times\frac{6}{7}$

Exemples :

$A = \frac{3}{7}\times\frac{5}{4}$

$A = \frac{3\times 5}{7\times 4}$

$A = \frac{15}{28}$

$B = \frac{8}{21}\times\frac{7}{5}$

$B = \frac{8\times \cancel{7}}{3\times\cancel{7}\times 5}$

$B = \frac{8}{15}$

Cas particulier :

$C = 5\times\frac{3}{7}$

$C = \frac{5}{1}\times\frac{3}{7}$

$C = \frac{15}{7}$

Exercice*** :

Une tarte est partagée entre 3 enfants. Le 1er en prend un tiers, le second prend les cinq douzièmes de ce qui reste. Quelle fraction de la tarte reste t-il pour le dernier ?

Mélange d'opérations :

$A = \frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}$ $B = \frac{3}{4}+\frac{7}{4}\times\frac{5}{3}+\frac{1}{3}$ $C = \left(\frac{3}{5}-\frac{3}{25}\right)\times\frac{5}{4}+1$

Avec du calcul littéral :

Soit D = 5(2x + 5) + 3(4 – x) +2

1) Développer et réduire D

2) Calculer D si $x = \frac{3}{14}$

Chapitre
6

Angles

I. Vocabulaire sur les angles

Activité 1

Angles complémentaires : angles dont la somme des mesures est 90°

Angles supplémentaires : angles dont la somme des mesures est 180°

Angles adjacents : 2 angles ayant leur sommet commun, un côté commun, et étant situés de part et d'autre de ce côté

Angles opposés par le sommet: 2 angles ayant le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre

PROPRIETE : deux angles opposés par le sommet ont même mesure

Soient d et d' deux droites coupées par une sécante Δ en A et B :
angles correspondants : deux angles qui sont d'un même côté de la sécante, l'un à l'intérieur, l'autre à l'extérieur.

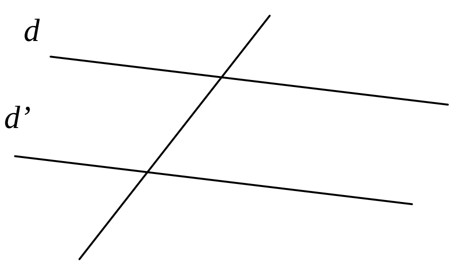
angles alternes-internes : deux angles qui sont de part et d'autre de la sécante, à l'intérieur des 2 droites

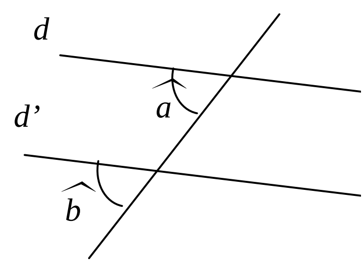
II. Angles formés par 2 parallèles et une sécante

Activité 4 p 179

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les correspondants qu'elles déterminent sont égaux

SI
d // *d'*

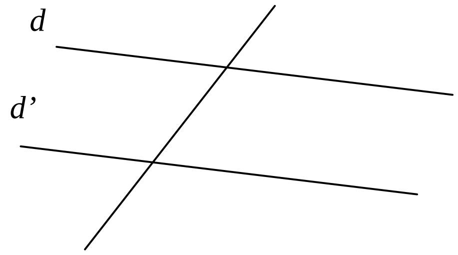


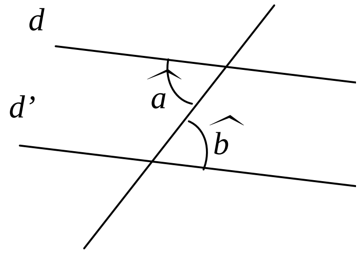


ALORS
$\widehat{a} = \widehat{b}$

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles déterminent sont égaux

SI
d // *d'*



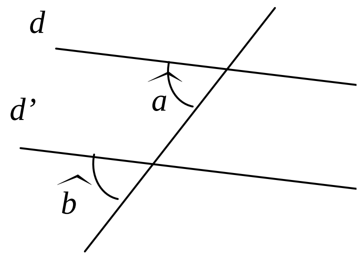


ALORS
$\widehat{a} = \widehat{b}$

III. Reconnaissance du parallélisme grâce aux angles

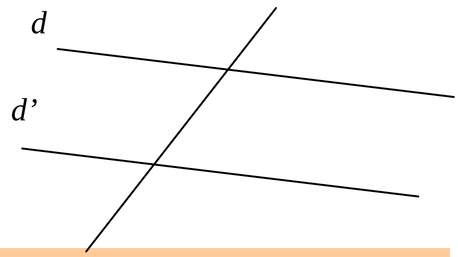
Eventuellement conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie

Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles

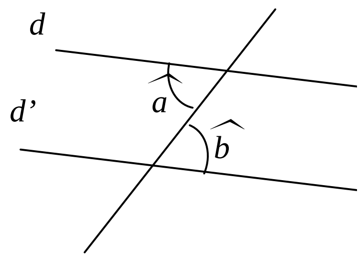


SI
$\widehat{a} = \widehat{b}$

ALORS
d // *d'*

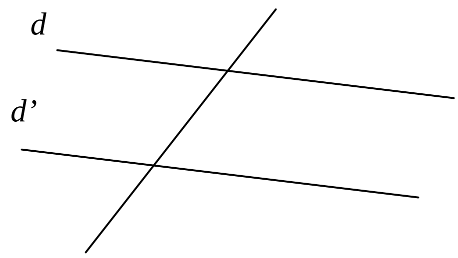


Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles



SI
$\widehat{a} = \widehat{b}$

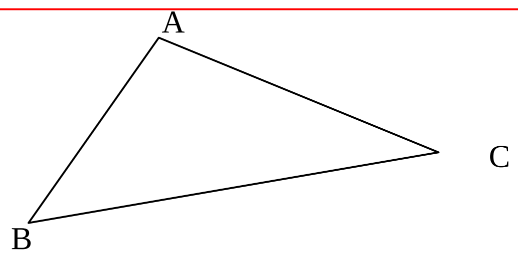
ALORS
d // *d'*



IV. Somme des angles d'un triangle

Activité 2

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°



$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = 180°$

Activité 3

<u>Conséquences pour les triangles particuliers</u> :

- TRIANGLE EQUILATERAL

Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles mesure 60°

- TRIANGLE RECTANGLE

Si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus sont complémentaires

- TRIANGLE RECTANGLE ISOCELE

Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles aigus mesure 45°

Chapitre 7

Nombres relatifs : repérage et comparaison

I. Nombres relatifs ; repérage sur une droite graduée

Activités 1 et 2 p 52

Les nombres précédés du signe – sont des nombres NEGATIFS
Les nombres précédés du signe + sont des nombres POSITIFS

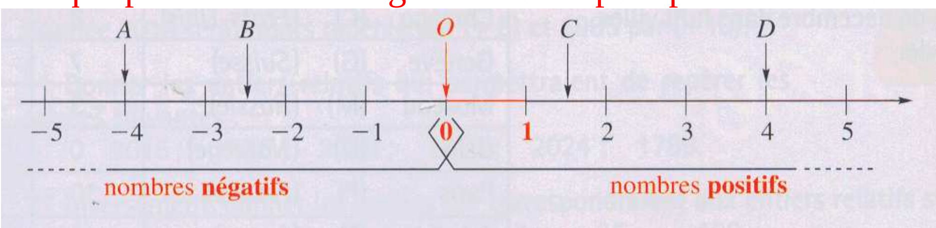
Les nombres positifs ou négatifs s'appellent les nombres RELATIFS

Exemples : –5,23   +14,22224   17   –125   0

Remarques :

- 0 est le seul nombre qui est à la fois négatif et positif
- le signe + est souvent inutile : +14,3 = 14,3   +558 = 558

Les nombres relatifs permettent de graduer une droite.
Chaque point de la droite graduée est repéré par son ABSCISSE.



point	abscisse
A	– 4
B	– 2,5
C	1,5
D	4

La **distance à 0** de – 4 est la longueur OA, c'est à dire 4
La **distance à 0** de +1,5 est 1,5
La **distance à 0** de –2,5 est la longueur OB, c'est à dire 2,5

Définition : deux nombres sont OPPOSES si ils ont la même distance à 0 et des signes contraires

Ex : 4 et – 4   – 12,54 et 12,54

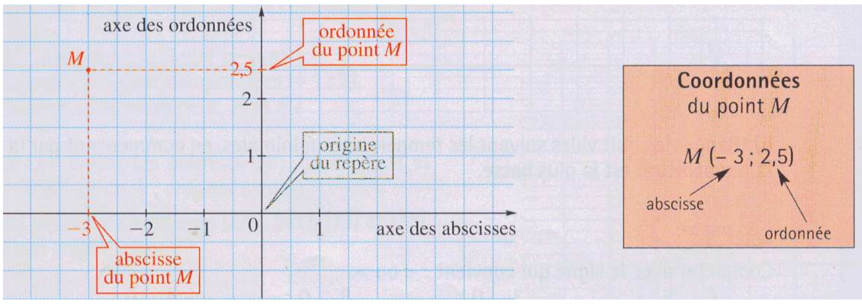
II. repérage dans un repère

activité 3 p 52

Définition :
Un repère du plan d'origine O est constitué de 2 droites graduées d'origine O.
L'axe horizontal s'appelle AXE DES ABSCISSES.
L'autre axe s'appelle AXE DES ORDONNEES

Si ces deux droites sont perpendiculaires, on dit que le repère est orthogonal.

Définition :
Chaque point du plan peut être repéré par 2 nombres relatifs appelés les C**OORDONNEES** du point.
Le premier nombre est toujours l'**abscisse**, le second nombre est l'**ordonnée**



III. comparaison des nombres relatifs

activité 4 p 53

Règle 1 : si 2 nombres sont de signes contraires, le plus grand est toujours celui qui est positif
EX :

Règle 2 : Si deux nombres sont positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à 0
EX :

Règle 3 : Si deux nombres sont négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à 0
EX :

Chapitre 8

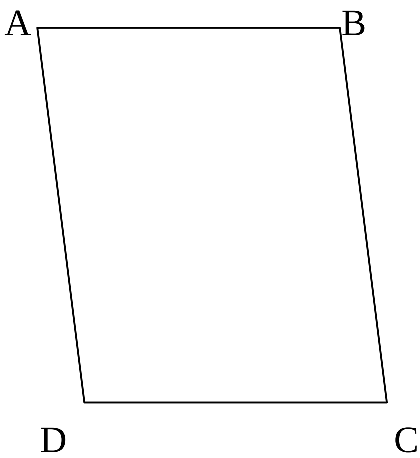
Parallélogrammes ; aires

I. Le parallélogramme

1. Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles 2 à 2

exemple :



(AB) // (CD) et (AD) // (BC)

On peut utiliser cette définition de 2 façons :

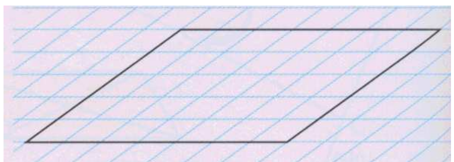
1) Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2

2) Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles 2 à 2, alors c'est forcément un parallélogramme

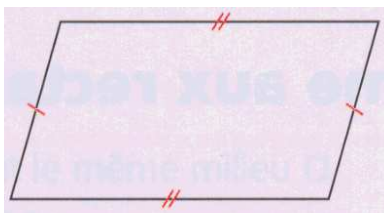
2. Propriétés

Activité photocopiée 1

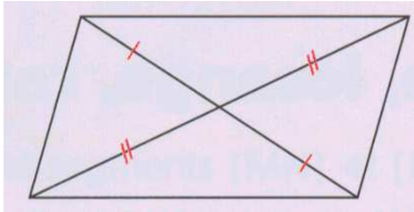
Propriété 1 (rappel de la définition) :
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2



Propriété 2 :
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur

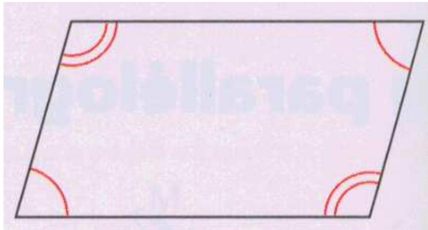


Propriété 3:
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors il a un centre de symétrie : le point d'intersection des diagonales



Propriété 4:
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu

Propriété 5:
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure



Propriété 6:
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles consécutifs sont supplémentaires

3. *caractérisation d'un parallélogramme*

les faire conjecturer avec atelier de géométrie comme support

Caractérisation 1 (rappel de la définition) :
Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme

Caractérisation 2:
Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme

Caractérisation 3:
Si un quadrilatère NON CROISE a 2 côtés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme

Caractérisation 4:
Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme

Application : construction de plg avec contraintes
(ex ABCD avec AB = 7 et AD = 4 uniquement à la règle graduée)

II. hauteurs et médianes d'un triangle

1. hauteurs

Activité à coller

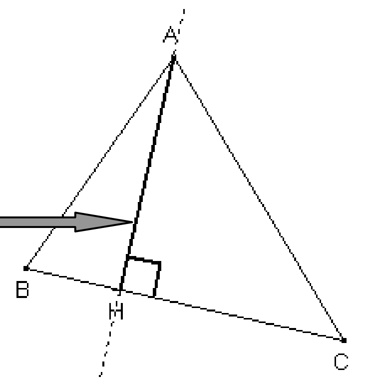
Définition / vocabulaire

Dans un triangle, une **HAUTEUR** est **une droite** qui passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé

Ici, on a tracé la hauteur issue de A.

On dit aussi : la hauteur relative au côté [BC].

Le point H s'appelle le pied de la hauteur.



Attention : le mot hauteur désigne à la fois la **droite (AH)** et aussi la **longueur AH**

La définition s'utilise de deux façons :

Si une droite est une hauteur d'un triangle alors elle passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé.	Si une droite passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé alors c'est une hauteur du triangle.

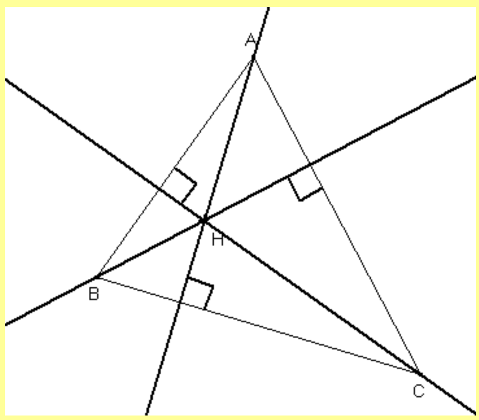
Propriété :

Les 3 hauteurs d'un triangle sont **concourantes**.

Le point de concours s'appelle l'ORTHOCENTRE triangle.

Cas particulier : si le triangle est rectangle, son orthocentre est confondu avec le sommet de l'angle droit.

Si le triangle a un angle obtus, l'orthocentre
Se situe en dehors du triangle.



Remarque :
Il suffit de construire 2 hauteurs pour obtenir l'orthocentre.

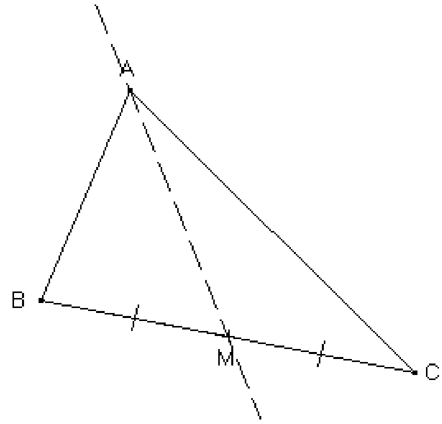
2. médianes

Activité à coller

Définition / vocabulaire
Dans un triangle, une **MEDIANE** est **une droite** qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé

Ici, on a tracé la médiane issue de A.

On dit aussi : médiane relative au côté [BC].



Attention : le mot médiane désigne à la fois la **droite (AM)** et aussi la **longueur AM**

La définition s'utilise de deux façons :

Si une droite est une médiane d'un triangle alors elle passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.	Si une droite passe par un sommet et par le milieu du côté opposé alors c'est une médiane du triangle.

Activité à coller

Propriété :
Les 3 médianes d'un triangle sont **concourantes**.
Le point de concours s'appelle LE CENTRE DE GRAVITE du triangle.

Le centre de gravité est situé aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane en partant du sommet.

Faire la figure.
Fiche d'exercices

III. Aires

1. Rappels

On mesure les aires en mètres carrés.

Un mètre carré est l'aire d'un carré dont le côté mesure un mètre.
1 m² = 100 dm² (10 dm × 10 dm).

Tableau de conversion des unités d'aires :

km²	**hm²**	**dam²**	**m²**	**dm²**	**cm²**	**mm²**
	ha	**a**	**ca**			

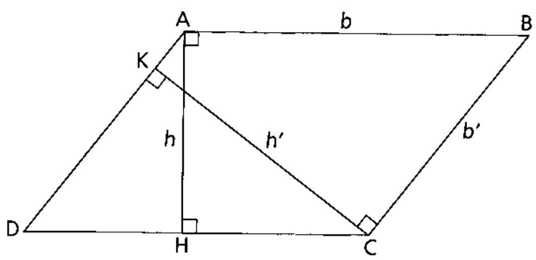
Mesures agraires :
1 hectare = 1 ha = 1hm²   1 are = 1 a = 1dam²   1 centiare = 1 ca = 1 m²

Compléter : 12,6 m² = 126 000 cm²   23 400 dm² = 2,34 dam² =2,34 a
3 000 m² = 0,3 hm^2 =0,3ha   3,452 m² = 345,2 dm² = 34 520 m²

2. Aire du parallélogramme

Fiche activité 1

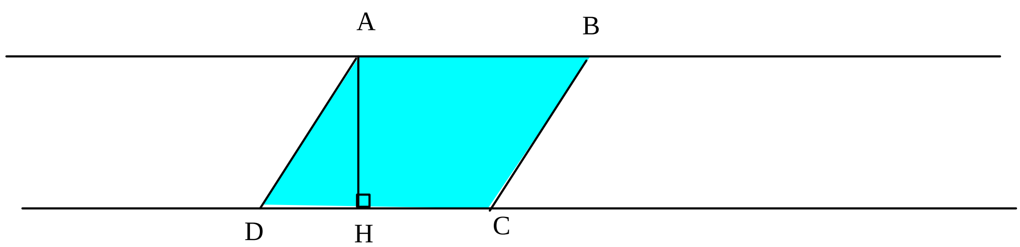
Synthèse
L'aire d'un parallélogramme vaut le produit d'un côté par la hauteur relative à ce côté



Distribuer cette figure.

$\mathcal{A} = b \times h$

$\mathcal{A} = b' \times h'$

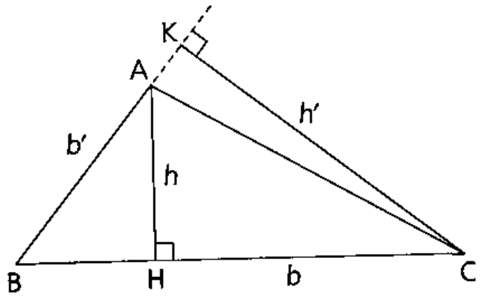


L'aire d'un parallélogramme ne dépend pas de son « inclinaison ».

3. Aire du triangle

Fiche activité 2

Synthèse
L'aire d'un triangle vaut la moitié du produit d'un côté par la hauteur relative à ce côté



Distribuer cette figure.

$$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$$

$$\mathcal{A} = \frac{b' \times h'}{2}$$

Fiche activité 3

Synthèse
Une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire

Chapitre
9

Proportionnalité et statistiques (thème de convergence)

I. Grandeurs

D'après le tableau fourni, quel était le **débit** de la Seine le 15 décembre 2006 ?

Qu'est ce que cela veut dire ?

$\Rightarrow$ Cela signifie que si l'on prend une section transversale du fleuve, il s'y écoule 320 m^3 d'eau à chaque seconde.

Donner du sens à 1 m^3 (volume d'un cube de 1m $\times$ 1m $\times$ 1m)
Donner du sens à 320 m^3
(volume du couloir des maths = 150 m^3 (1,5×2,5×40)

Quel est le volume approximatif de la salle de classe ?
Quel est le volume approximatif de l'armoire ?
Quel est le volume approximatif de ma chambre ?

Une unité de DEBIT est donc le m^3 / s

Unité de …………… Unité de ……………

Connais-tu d'autres unités de volume ?

Travail avec le cube de physique
Equivalence 1 dm^3 = 1 l
Conversions

Connais-tu d'autres unités de temps ?

Conversions , additions, soustractions
Heure décimale ???

II. Proportionnalité

4. définition

Activité 1

Synthèse :
Un tableau est un **tableau de proportionnalité** lorsque les nombres d'une ligne s'obtiennent en multipliant les nombres de l'autre ligne par un même nombre.
Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité.**

Conséquence :
Pour prouver qu'un tableau est un **tableau de proportionnalité**

a	b	c	…
f	g	h	…

il faut que : $\frac{a}{f} = \frac{b}{g} = \frac{c}{h} = \ldots$ (ou $\frac{f}{a} = \frac{g}{b} = \frac{h}{c} = \ldots$)

Mettre un exemple

Activité 2 (pour le graphique)

Remarque : Les points obtenus d'après le tableau de proportionnalité sont TOUS ALIGNES AVEC L'ORIGINE

(remarque pour le prof : la caractérisation graphique n'est qu'au programme de $4^{ème}$)

Exemples et contre-exemples
Exemples avec le coefficient de proportionnalité rationnel

5. compléter un tableau de proportionnalité

Activité 3

Lorsque dans deux colonnes d'un tableau de proportionnalité on connaît 3 nombres, on peut calculer le $4^{ème}$ nombre, appelé quatrième proportionnelle.
Voir les différentes méthodes dans l'activité

Attention : produits en croix pas au programme

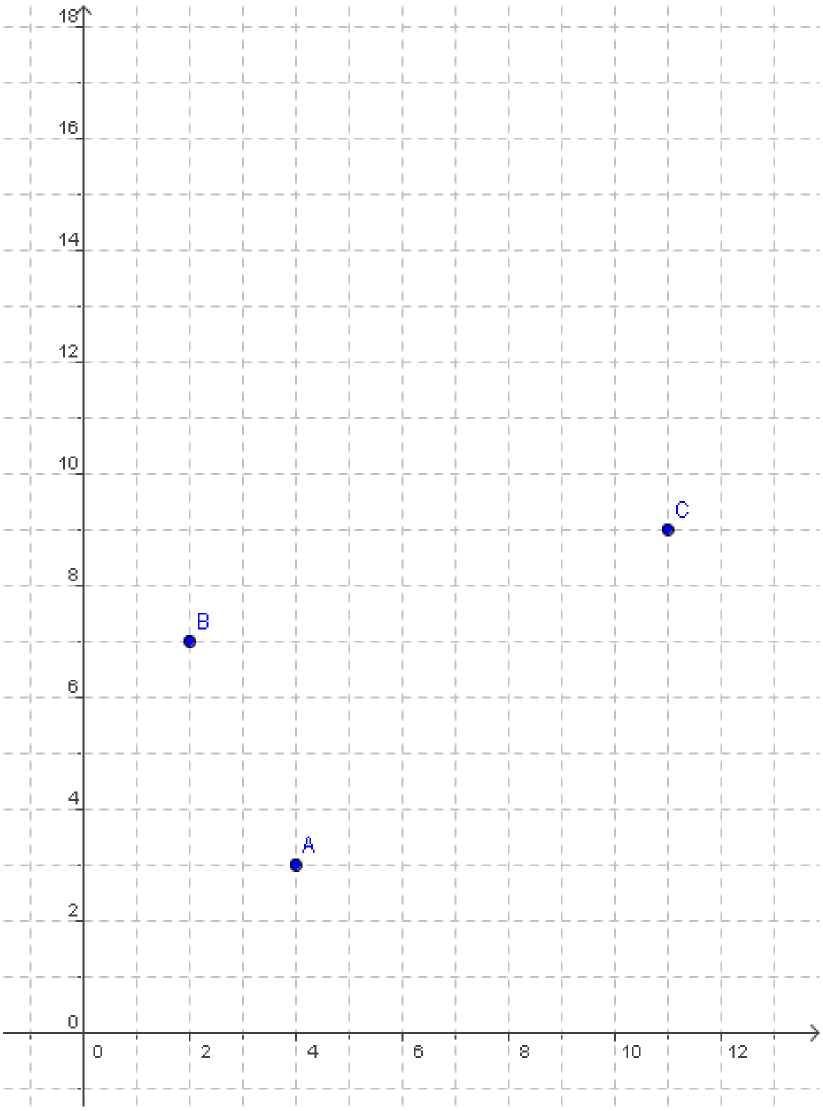
III. Repérage dans le plan

Définition :
Un repère du plan d'origine O est constitué de 2 droites graduées d'origine O.
L'axe horizontal s'appelle AXE DES ABSCISSES.
L'autre axe s'appelle AXE DES ORDONNEES

Si ces deux droites sont perpendiculaires, on dit que le repère est orthogonal.

Définition :
Chaque point du plan peut être repéré par 2 nombres appelés les C**OORDONNEES** du point.
Le premier nombre est toujours l'**abscisse**, le second nombre est l'**ordonnée**

exemple



Applications : (photocopiées) : activité 4

1) A l'aide du tableau, représente sur une même feuille de papier millimétrée , la **température** en fonction de la date et le **taux d'oxygénation** en fonction de la date entre le 15 décembre et le 6 janvier.

Les élèves discutent sur le meilleur choix de graduations sur les 3 axes.
(souhaitable : absc : 1cm / jour
dioxygène : 1 cm pour 1 mg/l
T° : 1 cm pour 1 degré
On trace des courbes et non des lignes brisées)

2) Recopie les données qui se trouvent sur le tableau du SIAAD

Date	Débit m^3/s	Température °C	Dioxygène mg/L
24 novembre 2006			
27 novembre 2006			
28 novembre 2006			

Quelle remarque peux-tu faire à propos de la température…………………
Trace le graphique de l'oxygénation en fonction de la débit.
Interprétation orale … ramasser les feuilles et donner au prof de svt

3) Recopie les données qui se trouvent sur le tableau du SIAAD

Date	Débit m^3/s	Température °C	Dioxygène mg/L
19 décembre 2006			
20 décembre 2006			
21 décembre 2006			

Quelle remarque peux-tu faire à propos du débit ?………………………………………………
Trace le graphique de l'oxygénation en fonction de la température
Interprétation orale … ramasser les feuilles et donner au prof de svt

IV. Statistiques

Activité 5

L'effectif d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît

La fréquence d'une donnée est le quotient de l'effectif par l'effectif total

La fréquence peut s'exprimer, par une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage

Dans le cas de nombreuses données numériques, on peut les regrouper en **<u>CLASSES</u>** pour faciliter leur lecture.

Exemples à donner

Représentations sous forme de diagrammes en bâtons (caractères discrets), histogrammes, diagrammes circulaires.

Opérations sur les nombres relatifs

I. Addition

Activité 1 page 64

Synthèse :

- Pour additionner 2 nombres relatifs de même signe :
  - On additionne leurs distances à 0
  - On donne au résultat le signe qu'avait chacun des 2 nombres

  Ex : (+7) + (+3,8) = +10,8 (–7) + (–3,8) = – 10,8

- Pour additionner 2 nombres relatifs de signes contraires :
  - On soustrait leurs distances à 0 (la plus grande – la plus petite)
  - On donne au résultat le signe du nombre qui avait la plus grande distance à 0

  Ex : (–7) + (+3,8) = –3,2 (+7) + (–3,8) = +3,2

ATTENTION : La somme de 2 nombres opposés est donc 0 !
Ex : (–5,2) + (+5,2) = 0 (+85) + (– 85) = 0

Je dois savoir calculer une somme de plusieurs termes

Méthode conseillée :

- Repérer des nombres opposés et les annuler
- Regrouper ensemble les nombres positifs et les nombres négatifs

On peut changer l'ordre des termes dans une suite d'additions

Ex : Calculer A = (+9,2)+(–7)+(+11,4)+(+2,3)+(–15,5)+(–11,4)
Je repère deux nombres opposés : +11,4 et –11,4

A = (+9,2)+(–7)+(+2,3)+(–15,5)

A = (+9,2)+(+2,3) +(–7)+(–15,5)
A = 11,5 + (–22,5)
$\boxed{A = -11}$

II. Soustraction

Activité photocopiée

Synthèse :

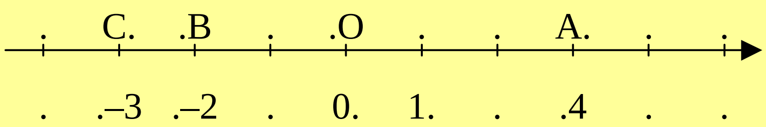
Soustraire un nombre relatif revient à **ajouter son opposé**

Ex : (+7) – (+3,8) = (+7) + (–3,8) = +3, 2
(–7) – (–4) = (–7) + (–4) = –11

Application : distance sur une droite graduée :

Pour calculer la distance entre 2 points sur une droite graduée, on calcule la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite

Ex :



AB = 4–(–2) = 4 + (+2) = 6
BC = –2 – (–3) = = –2 + (+3) = 1

III. Calculer une expression

1. Ecriture simplifiée

Une **somme** de nombres relatifs est dite **simplifiée** lorsqu'elle ne comporte plus de parenthèses :

Exemples :

- –2 –6 : il faut comprendre « je perds 2 et je perds 6 »
  c'est à dire (–2) + (–6)
  Donc –2 – 6 = –8

- 3,8 – 6 : il faut comprendre « je gagne 3,8 et je perds 6 »
  c'est à dire (+3,8) + (–6)
  Donc 3,8 – 6 = – 2,2

Exercice 1 : Calcule (écritures simplifiées) :

- –5 + 2
- 11,5 –20
- –7 – 4,3
- 15,8 – 3,2

Exercice 2 : Donne les écritures simplifiées :

- (–5) + (–2) =
- (–3,8) + (+4)=
- (+2,7) + (– 7)=
- (+8,4) + (– 11) + (–4)
- Attention : (–5,2) – (–2) : ce n'est pas une somme !! Comment faire ?

Exercice 3 : Donne les écritures simplifiées puis calcule :

A = (–3) + (–2)

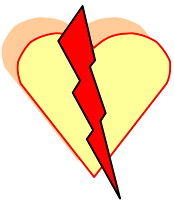
B = (+7,5) + (–5)

C = (–84,2) + (–20,1)

2. *Somme algébrique*

Une SOMME ALGEBRIQUE est une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs

Ex : A = (–6,8) – (–5) + (–3,2) – (+4)



- Pour calculer une somme algébrique, on transforme D'ABORD toutes les soustractions en **additions des opposés** (voir II)
- Ensuite, on peut donner l'écriture SIMPLIFIEE et barrer les opposés
- Enfin, on peut regrouper les termes positifs ensemble et les négatifs ensemble

A = (–6,8) – (–5) + (–3,2) – (+4)

A = (–6,8) + (+5) + (–3,2) + (–4)

A = –6,8 + 5 – 3,2 – 4

A = –6,8 – 3,2 – 4+ 5

A = –14 + 5

$\boxed{A = -9}$

B = (–2) + (–4,5) – (–0,5) + (+2) – (+7,5)

C = (– 7) – (+4) + (–2) – (–7) – (–4)

3. *Expressions avec parenthèses et programmes de calcul*

Rappel : les calculs entre parenthèses sont prioritaires !!!

Calcule

D = 20,5 – (4 – 7,5) + (–8 – 17)

E = 9,7 – (–4 + 7) + (–5,4 – 3,2)

Exercice : traduis par une expression le programme de calcul : « A la somme de –5 et –14, on soustrait la somme de –10, –17 et 5 ». Calcule ensuite cette expression

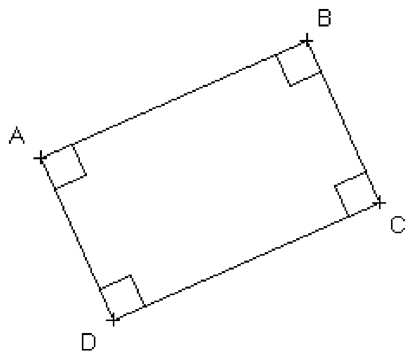
Parallélogrammes particuliers

I. Le rectangle

1. Définition

Un RECTANGLE est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

exemple :



$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90°$

On peut utiliser cette définition de 2 façons :

1) Si un quadrilatère est un rectangle , alors il a quatre angles droits

Exercice faire construire un quadrilatère ABCD tel que $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 90°$

2) Si un quadrilatère a trois angles droits , alors est un rectangle

2. Propriétés

Activité photocopiée 1

Propriété 1 (rappel de la définition) :
Si un quadrilatère est un rectangle, alors il a 4 angles droits

Comme le rectangle est un parallélogramme particulier, on retrouve toutes les propriétés du parallélogramme :

Propriétés 2 à 6:
Si un quadrilatère est un rectangle, alors
- ses côtés opposés ont la même longueur
- il a un centre de symétrie : le point d'intersection des diagonales
- ses diagonales ont le même milieu
- ses angles opposés ont la même mesure
- ses angles consécutifs sont supplémentaires

Mais il a une propriété de plus !!!

Propriété 7 :
Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont LA MEME LONGUEUR

3. *caractérisation d'un rectangle*

Caractérisation 1 (rappel de la définition) :
Si un quadrilatère a (au moins) 3 angles droits alors c'est un rectangle

Activité 1

Caractérisation 3:
Si un parallélogramme A UN ANGLE DROIT, alors c'est un rectangle

Activité 2

Caractérisation 2:
Si un quadrilatère a ses diagonales QUI ONT LE MEME MILIEU ET QUI SONT DE MEME LONGUEUR, alors c'est un rectangle

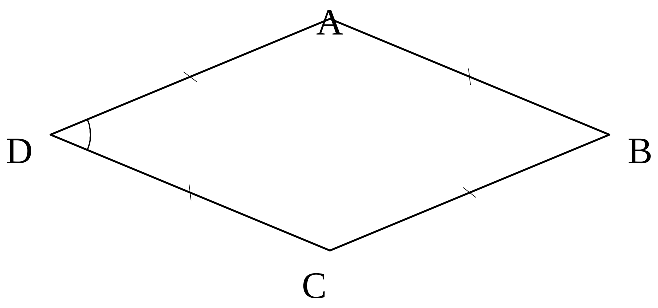
Remarque : on peut dire aussi « **si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle** »

II. Le losange

1. Définition

Un LOSANGE est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

exemple :



AB=BC=CD=DA=4 cm

On peut utiliser cette définition de 2 façons :

1) Si un quadrilatère est un losange , alors il a ses quatre côtés de même longueur

2) Si un quadrilatère a ses 4 côtés de même longueur , alors c'est un losange

2. Propriétés

Propriété 1 (rappel de la définition) :

1) Si un quadrilatère est un losange , alors il a ses quatre côtés de même longueur

Comme le losange est un parallélogramme particulier, on retrouve toutes les propriétés du parallélogramme :

Propriétés 2 à 6:

Si un quadrilatère est un losange, alors

- Ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2
- il a un centre de symétrie : le point d'intersection des diagonales
- ses diagonales ont le même milieu
- ses angles opposés ont la même mesure
- ses angles consécutifs sont supplémentaires

Mais il a une propriété de plus !!!

Propriété 7 :

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales SONT PERPENDICULAIRES

3. caractérisation d'un losange

Caractérisation 1 (rappel de la définition) :
Si un quadrilatère ses 4 côtés de même longueur, alors c'est un losange

Activité 3

Caractérisation 2:
Si un parallélogramme A 2 COTES CONSECUTIFS DE MEME LONGUEUR, alors c'est un losange

Activité 4

Caractérisation 3:
Si un quadrilatère a ses diagonales QUI ONT LE MEME MILIEU ET QUI SONT PERPENDICULAIRES, alors c'est un losange

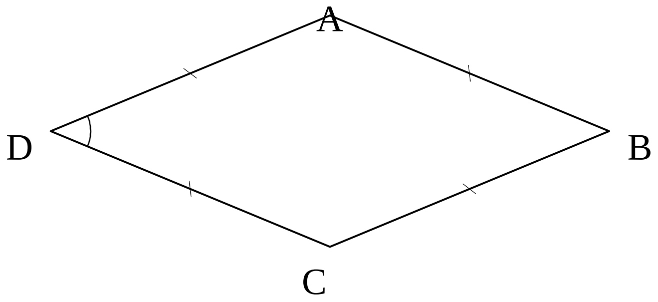
Remarque : on peut dire aussi « **si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un rectangle** »

III. Le carré

1. Définition

Un LOSANGE est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

exemple :



AB=BC=CD=DA=4 cm

On peut utiliser cette définition de 2 façons :

1) Si un quadrilatère est un losange , alors il a ses quatre côtés de même longueur

2) Si un quadrilatère a ses 4 côtés de même longueur , alors c'est un losange

2. Propriétés

Propriété 1 (rappel de la définition) :

2) Si un quadrilatère est un losange , alors il a ses quatre côtés de même longueur

Comme le losange est un parallélogramme particulier, on retrouve toutes les propriétés du parallélogramme :

Propriétés 2 à 6:
Si un quadrilatère est un losange, alors

- Ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2
- il a un centre de symétrie : le point d'intersection des diagonales
- ses diagonales ont le même milieu
- ses angles opposés ont la même mesure
- ses angles consécutifs sont supplémentaires

Mais il a une propriété de plus !!!

Propriété 7 :
Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales SONT PERPENDICULAIRES

Caractérisation 1 (rappel de la définition) :
Si un quadrilatère ses 4 côtés de même longueur, alors c'est un losange

Activité 3

Caractérisation 2:
Si un parallélogramme A 2 COTES CONSECUTIFS DE MEME LONGUEUR, alors c'est un losange

Activité 4

Caractérisation 3:
Si un quadrilatère a ses diagonales QUI ONT LE MEME MILIEU ET QUI SONT PERPENDICULAIRES, alors c'est un losange

Remarque : on peut dire aussi « **si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un rectangle** »