



THÈME : GÉOMÉTRIE DU PLAN

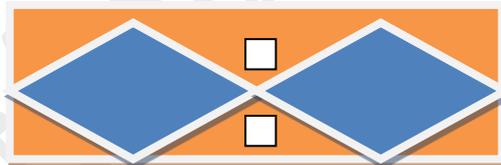
LEÇON 10 DE LA CLASSE DE CINQUIÈME : PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Les élèves d'une classe de 5^{ème} du lycée Moderne 2 d'Abobo ont décidé de décorer leur classe avec des figures géométriques.

SEKA, un élève de la classe a proposé le logo ci-dessous qu'il a découpé sur une nappe usée pour table à manger. Tous les élèves de la classe l'ont apprécié et chacun a décidé de le reproduire. Il les informe que le logo est constitué des parallélogrammes particuliers.

Avant de reproduire les élèves prennent donc le soin d'étudier les parallélogrammes particuliers avec leurs différentes propriétés.



B. CONTENU

1. Parallélogrammes

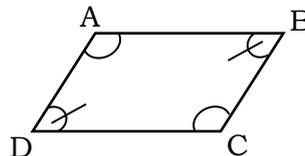
Propriétés

Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors les angles opposés ont la même mesure.

ABCD est un parallélogramme.

$$\text{mes}\hat{A} = \text{mes}\hat{C} \text{ et } \text{mes}\hat{B} = \text{mes}\hat{D}.$$



Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors deux angles consécutifs sont supplémentaires.

ABCD est un parallélogramme :

$$\text{mes}\hat{A} + \text{mes}\hat{B} = 180^\circ ; \text{mes}\hat{C} + \text{mes}\hat{B} = 180^\circ ; \text{mes}\hat{C} + \text{mes}\hat{D} = 180^\circ ;$$

Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs de la loi

$$\text{mes}\hat{A} + \text{mes}\hat{D} = 180^\circ.$$

Exercice de fixation

EFGH est un parallélogramme et $\text{mes}\hat{E} = 60^\circ$. Complète les égalités suivantes :
 $\text{mes}\hat{F} = \dots$; $\text{mes}\hat{G} = \dots$; $\text{mes}\hat{H} = \dots$

Corrigé de l'exercice de fixation

$$\text{mes}\hat{F} = 120^\circ ; \text{mes}\hat{G} = 60^\circ ; \text{mes}\hat{H} = 120^\circ$$

2. Parallélogrammes particuliers

a. Le rectangle

❖ Définition

Un rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits.

Exemple

ABCD est un rectangle. Les angles \hat{A} ; \hat{B} ; \hat{C} et \hat{D} sont droits.



Remarques :

- Un rectangle est un parallélogramme particulier.
- Un rectangle a toutes les propriétés du parallélogramme.

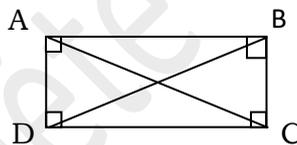
❖ Propriété

Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont la même longueur.

Exemple

ABCD est un rectangle.

Donc $AC = BD$.



Exercice de fixation

Relève les phrases correctes :

- Un quadrilatère qui a ses quatre angles droits est un rectangle ;
- Un rectangle a les supports de ses côtés opposés parallèles ;
- Un rectangle n'est pas un parallélogramme ;
- Les diagonales d'un rectangle ont le même milieu ;
- Un rectangle est un quadrilatère qui a ses diagonales de même longueur.

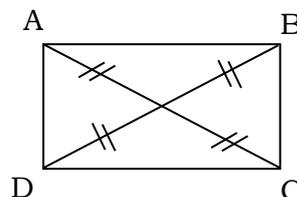
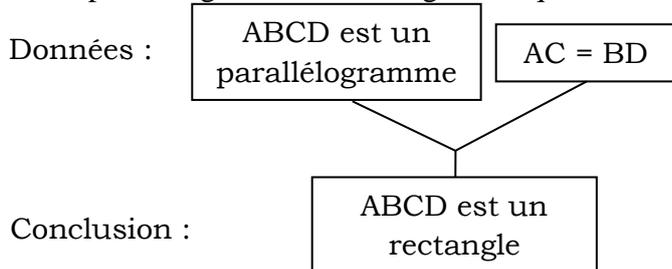
Corrigé de l'exercice de fixation

- Un quadrilatère qui a ses quatre angles droits est un rectangle ;
- Un rectangle a les supports de ses côtés opposés parallèles ;
- Les diagonales d'un rectangle ont le même milieu ;
- Un rectangle est un quadrilatère qui a ses diagonales de même longueur.

❖ Reconnaitre un rectangle

Propriété 1

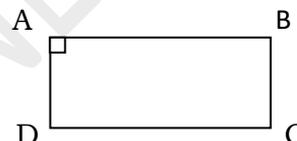
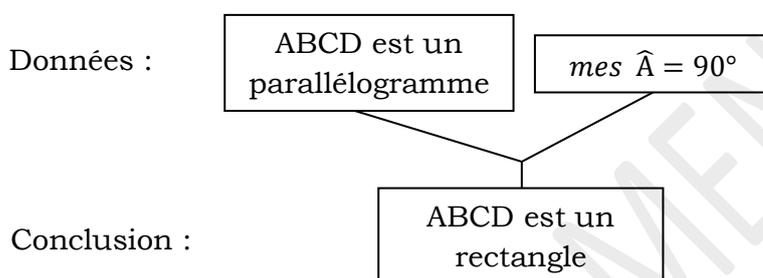
Si un parallélogramme a ses diagonales qui ont la même longueur, alors c'est un rectangle.



Conclusion :

Propriété 2

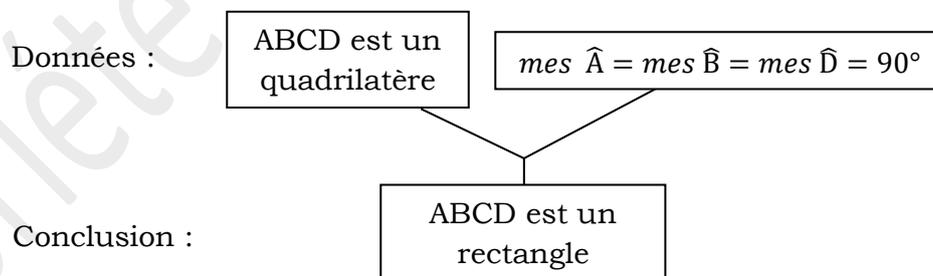
Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.



Conclusion :

Propriété 3

Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle.



Exercice de fixation

Réponds par vrai ou par faux aux affirmations suivantes :

N°	Affirmations	réponses
1	Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un rectangle.	
2	Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.	
3	Tout quadrilatère qui a quatre angles droits est un rectangle.	
4	Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.	
5	Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle	

Corrigé de l'exercice de fixation

1. Faux ; 2. Vrai ; 3. Vrai ; 4. Faux ; 5. Vrai.

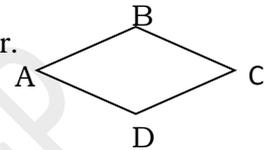
b. Losange

❖ Définition

On appelle losange un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur.

Exemple

ABCD est un losange. Les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] ont la même longueur.



Remarques :

- Un losange est un parallélogramme particulier.
- Un losange a toutes les propriétés du parallélogramme.

Exercice de fixation

Parmi les figures ci-dessous, indique celles qui représentent un losange.

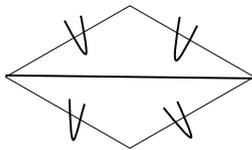


Figure 1

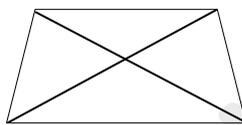


Figure 2

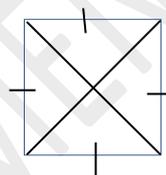


Figure 3

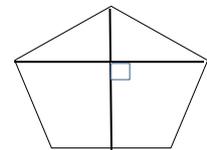


Figure 4

Corrigé de l'exercice de fixation :

Les figure 1 et 3 représentent des losanges car elles sont des quadrilatères dont les côtés ont la même longueur.

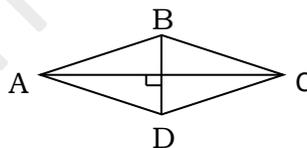
❖ Propriété

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont de supports perpendiculaires.

Exemple

ABCD est un losange.

Donc $(AC) \perp (BD)$



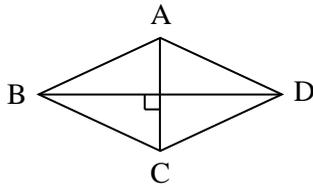
❖ Reconnaître un losange

Propriété 1

Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.

Propriété 2

Si un parallélogramme a ses diagonales des supports perpendiculaires alors c'est un losange.



Données :

ABCD est un
parallélogramme

$(AC) \perp (BD)$

Conclusion :

ABCD est un
losange

Propriété 3

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange

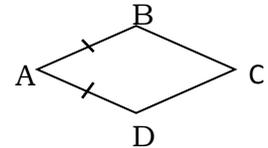
Données :

ABCD est un
parallélogramme

$AB = BC$

Conclusion :

ABCD est un losange



Exercice de fixation

Réponds par vrai ou par faux aux affirmations suivantes :

N°	Affirmations	réponses
1	Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un losange.	
2	Un parallélogramme dont les diagonales ont des supports perpendiculaires est un losange.	
3	Tout quadrilatère dont les diagonales ont des supports perpendiculaires est un losange.	
4	Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur, alors c'est un losange.	
5	Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange	

Réponse attendue

1. Faux ; 2. Vrai ; 3. Faux ; 4. Faux ; 5. Vrai.

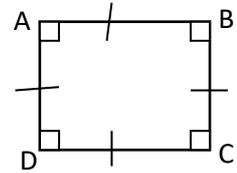
c. Carré

❖ Définition

Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et ses côtés de même longueur.

Exemple

ABCD est un carré. Ses angles \hat{A} ; \hat{B} ; \hat{C} et \hat{D} sont droits et ses côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] ont la même longueur.



Remarques :

- Un carré est un parallélogramme particulier.
- Un carré est à la fois un rectangle et un losange.

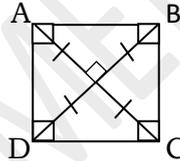
❖ Propriété

Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales ont la même longueur et de supports perpendiculaires.

Exemple

ABCD est un carré.

Donc $AC = BD$ et $(AC) \perp (BD)$.



Exercice de fixation

Relève les phrases correctes :

- Un quadrilatère qui a ses quatre angles droits est un carré ;
- Un carré est un rectangle ;
- Un carré n'est pas un parallélogramme ;
- Les diagonales d'un carré ont le même milieu ;
- Un carré est un quadrilatère qui a ses diagonales de même longueur.

Corrigé de l'exercice de fixation

La phrase d) est correcte.

❖ Reconnaître un carré :

Propriété 1

Si un quadrilatère a ses côtés de même longueur et ses angles droits, alors c'est un carré.

Propriété 2

Si un rectangle a ses diagonales qui ont des supports perpendiculaires alors c'est un carré.

Propriété 3

Si un rectangle a deux cotés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré.

Propriété 4

Si un losange a un angle droit, alors c'est un carré.

Propriété 5

Si un losange a ses diagonales de même longueur, alors c'est un carré.

Exercice de fixation

Réponds par vrai ou par faux aux affirmations suivantes :

N°	Affirmations	réponses
1	Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un carré.	
2	Si un quadrilatère a ses angles droits, alors c'est un carré.	
3	Un losange qui a un angle droit est un carré.	
4	Si un losange a ses diagonales de même longueur, alors c'est un carré.	

Corrigé de l'exercice de fixation

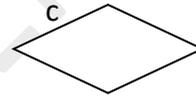
1. Faux ; 2. Faux ; 3. Vrai ; 4. Vrai.

3. Périmètre et aire du losange

a. Périmètre

Le périmètre d'un losange dont la longueur du côté est c est :

$$\mathcal{P} = 4 \times c$$



Exercice de fixation

Un losange RSTU est tel que $SR = 6$ cm. Calcule son périmètre.

Corrigé de l'exercice :

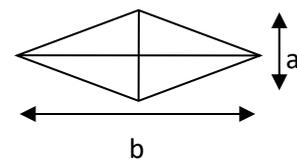
$$\mathcal{P} = 4 \times 6 = 24.$$

Le périmètre de ce losange est 24 cm.

b. Aire

L'aire d'un losange dont les diagonales ont pour longueurs b et a est :

$$\mathcal{A} = \frac{a \times b}{2}$$



Exercice de fixation

Un losange LMPQ est tel que $LP = 5$ cm et $MQ = 12$ cm. Calcule son aire.

Corrigé de l'exercice de fixation :

$$\mathcal{A} = \frac{5 \times 12}{2} = 30. \text{ L'aire de ce losange est } 30 \text{ cm}^2.$$

C. SITUATION D'EVALUATION

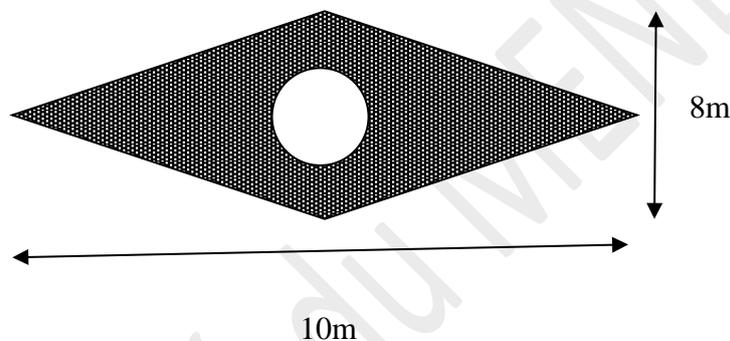
Lors d'une journée de salubrité dans un collège, les élèves de 5^{ème} décident de planter du gazon devant leur bâtiment en vue d'embellir leur espace.

La portion choisie a la forme d'un quadrilatère dont les quatre cotés ont la même longueur et est représentée par la surface hachurée ci-dessous.

La surface laissée en blanc a la forme d'un disque de rayon 1 m.

En vue de déterminer le nombre de plants de gazon, le délégué du niveau 5^{ème} désire connaître l'aire de la surface hachurée en répondant aux questions suivantes. (Prends $\pi = 3$)

1. Justifie que ce quadrilatère est un losange.
2. Justifie que l'aire de la surface laissée en blanc est 3 m^2 .
3. Justifie que l'aire du quadrilatère est de 40 m^2 puis calcule l'aire de la surface hachurée.



Corrigé de la situation d'évaluation :

1. Justifions que ce quadrilatère est un losange.

Les côtés du quadrilatère ont la même longueur alors ce quadrilatère est un losange.

2. Justifions que l'aire de la surface laissée en blanc est 3 m^2 .

La surface laissée est un disque donc :

$$\mathcal{A}_b = r \times r \times \pi.$$

$$\mathcal{A}_b = 1 \times 1 \times 3 = 3\text{m}^2$$

3. Justifions que l'aire du quadrilatère est de 40 m^2 puis calcule l'aire de la surface hachurée

- L'aire du quadrilatère est :

$$\mathcal{A}_l = \frac{a \times b}{2}$$

$$\mathcal{A}_l = \frac{8 \times 10}{2} = \frac{80}{2} = 40\text{m}^2$$

- l'aire de la partie hachurée

$$\mathcal{A}_h = \mathcal{A}_l - \mathcal{A}_b$$

$$\mathcal{A}_h = 40 - 3 = 37\text{m}^2$$

D. EXERCICES

Exercice 1

MNPQ est un parallélogramme tel que $\text{mes}\hat{P} = 60^\circ$.

Recopie la seule affirmation qui est vraie parmi les trois proposées.

1. $\text{mes}\hat{N} = 60^\circ$ 2. $\text{mes}\hat{Q} = 60^\circ$ 3. $\text{mes}\hat{M} = 60^\circ$

Corrigé de l'exercice 1

3. $\text{mes}\hat{M} = 60^\circ$

Exercice 2

MATO est un parallélogramme tel que $\text{mes}\hat{T} = 60^\circ$.

Recopie les deux affirmations qui sont vraies parmi les trois proposées.

1. $\text{mes}\hat{M} = 120^\circ$ 2. $\text{mes}\hat{A} = 120^\circ$ 3. $\text{mes}\hat{O} = 120^\circ$.

Corrigé de l'exercice 2

2. $\text{mes}\hat{A} = 120^\circ$ 3. $\text{mes}\hat{O} = 120^\circ$.

Exercice 3

Réordonne ces mots ou groupe de mots pour trouver la définition d'un rectangle.
un quadrilatère - a quatre - droites - un rectangle - qui - est - angles

Corrigé de l'exercice 3

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Exercice 4

SOPI est un rectangle.

Complète les pointillés par SO, SP, PI ou SI . $OI = \dots\dots\dots$

Corrigé de l'exercice 4

$OI = SP$

Exercice 5

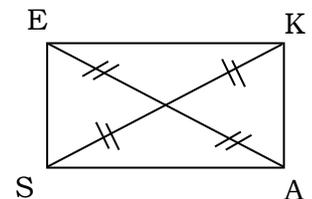
Ordonne ces affirmations ci-dessous pour justifier que le parallélogramme SEKA est un rectangle.

A1: donc SEKA est un rectangle.

A2: On sait que SEKA est un parallélogramme.

A3: Car un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un rectangle.

A4: Or $AE = SK$



Corrigé de l'exercice 5

A2: On sait que SEKA est un parallélogramme.

A4: Or $AE = SK$

A1: donc SEKA est un rectangle

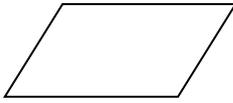
A3: Car un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un rectangle.

Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs de la loi

Exercice 6

Parmi ces parallélogrammes ci-dessous, nomme ceux qui sont des rectangles.

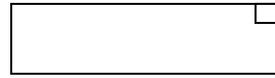
P1



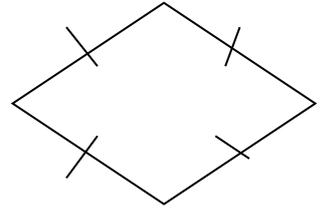
P2



P3



P4



Corrigé de l'exercice 6 :

P2 et P3 sont des rectangles car ce sont des parallélogrammes qui ont un angle droit.

Exercice 7

Parmi ces figures codées ci-dessous, indique ceux qui sont des losanges.

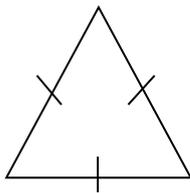


Figure 1

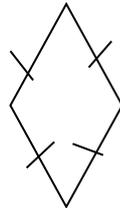


Figure 2

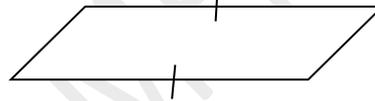


Figure 3

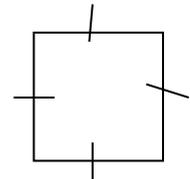


Figure 4

Corrigé de l'exercice 7

Figure 2 et figure 4 car ce sont des quadrilatères qui ont leurs quatre cotes de même longueur.

Exercice 8

CASE est un losange.

Ecris V si l'affirmation est vraie ou F si elle est fausse.

1. $(SC) \perp (AE)$
2. $(AC) \perp (SE)$
3. $(AC) \perp (AS)$

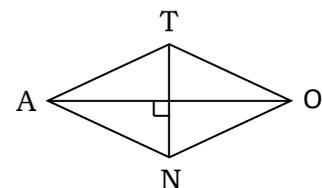
Corrigé de l'exercice 8

1. $(SC) \perp (AE)$: V
2. $(AC) \perp (SE)$: F
3. $(AC) \perp (AS)$: F

Exercice 9

Sur la figure codée ci-contre, TANO est un parallélogramme.

Justifie que TANO est un losange.



Corrigé de l'exercice 9

TANO est un parallélogramme qui a ses diagonales de supports perpendiculaires donc TANO est un losange.

Exercice 10

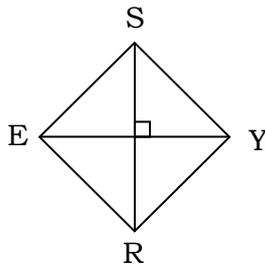
AMED est un parallélogramme tel que $AM = ME$. Justifie que AMED est un losange.

Corrigé de l'exercice 10

AMED est un parallélogramme et les cotes consécutifs AM et ME ont la même longueur donc AMED est un losange.

Exercice 11

Sur la figure codée ci-dessous, SERY est un rectangle. Justifie que SERY est un carré.



Corrigé de l'exercice 11

SERY est un rectangle et les diagonales [EY] et [SR] ont des supports perpendiculaires donc SERY est un carré.

Exercice 12

On considère un losange PERS tel que $PR = 8 \text{ cm}$ $ES = 6 \text{ cm}$ et $EP = 5 \text{ cm}$.

Trois réponses sont proposées. Une seule est exacte. Choisis-la.

Le périmètre de ce losange est :

- a) 32cm b) 20 cm c) 16 cm

Corrigé de l'exercice 12

b) 20 cm

Exercice 13

On considère un losange PERS tel que $PR = 8 \text{ cm}$ $ES = 6 \text{ cm}$ et $EP = 5 \text{ cm}$.

Trois réponses sont proposées. Une seule est exacte. Choisis-la.

L'aire de ce losange est :

- a) 24 cm^2 b) 48 cm^2 c) 15 cm^2

Corrigé de l'exercice 13:

a) 24 cm^2

Exercice 14

Coche la case vrai si affirmation est vraie ou faux si elle est fausse.

N^o	Affirmations	Vrai	Faux
1	Un losange est un carré		
2	Un losange a ses diagonales de même longueur		
3	Un rectangle dont deux côtés consécutifs ont la même longueur est un carré		
4	Si un quadrilatère possède un angle droit, alors c'est un rectangle		
5	Un carré est un rectangle		

Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs de la loi

Corrigé de l'exercice 14			
N^o	Affirmations	Vrai	Faux
1	Un losange est un carré		x
2	Un losange a ses diagonales de même longueur		x
3	Un rectangle dont deux côtés consécutives ont la même longueur est un carré	x	
4	Si un quadrilatère possède un angle droit, alors c'est un rectangle		x
5	Un carré est un rectangle	x	

Exercice 15

MARS est un losange.

Justifie que les droites (MR) et (AS) sont perpendiculaires.

Corrigé de l'exercice 15

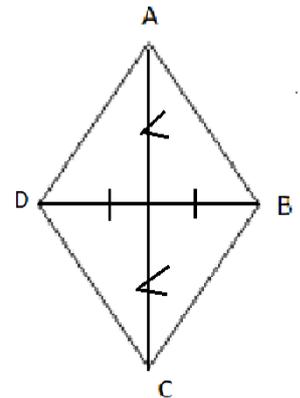
MARS est un losange.

Les segments [MR] et [AS] sont ses diagonales donc ils sont de supports perpendiculaires d'où les droites (MR) et (AS) sont perpendiculaires.

Situation d'évaluation :

Pendant les activités extra-scolaires, des élèves d'une classe de 5^{ème} du Lycée Moderne 1 d'Agboville décident de construire des cerfs-volants. Leur professeur de Mathématiques leur donne les informations suivantes : Le cerf-volant vole haut dans l'enceinte de l'établissement lorsqu'il a la forme d'un losange et son aire est 2400cm^2 . Motivés, les élèves décident d'utiliser leurs connaissances sur les losanges pour construire les cerfs-volants qui conviennent.

- 1) Construis un losange ABCD tel que $AC=60\text{cm}$ et $BD=80\text{cm}$ (échelle : 1cm pour 10cm)
- 2) Calcule l'aire du losange ABCD.
- 3) Justifie qu'un cerf-volant ayant les dimensions de ce losange convient.



Corrigé de la situation d'évaluation :

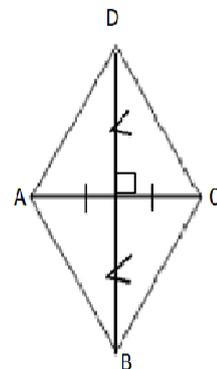
- 1) Voir figure
- 2) Calculons l'aire :

$$\mathcal{A} = \frac{AC \times DB}{2}$$

$$\mathcal{A} = \frac{60 \times 80}{2} = 2400 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A} = 2400 \text{ cm}^2$$

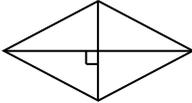
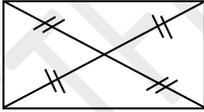
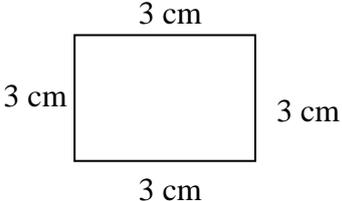
- 3) Un cerf-volant de dont les diagonales mesurent respectivement 60cm et 80cm a une aire 2400cm^2 donc ce losange convient.



1)

Chaque quadrilatère ci-dessous est un parallélogramme.

A l'aide du codage, complète les pointillés par **rectangle**, **carré** ou **losange**.

<p>Figure 1</p> 	<p>Figure 2</p> 	<p>Figure 3</p> 
<p>Figure 4</p> 	<p>Figure 5</p> 	

La figure 1 est un.....

La figure 2 est un.....

La figure 3 est un.....

La figure 4 est un.....

La figure 5 est un.....

Exercice 17

Construis un rectangle MNRS tel que $MN = 3,5\text{ cm}$ et $NR = 2\text{ cm}$.

Exercice 18

Construis un losange EFGH tel que $EG = 2\text{ cm}$ et $FH = 3\text{ cm}$.

Exercice 19

YAPI est un rectangle tel que $YA = AP$.

Justifie que YAPI est un carré.

Exercice 20

ABCD est un quadrilatère tel que $AB = BC = CD = DA$.

Justifie ABCD est un losange.

Exercice 21

On considère un losange DURS tel que : $DR= 12$, $US = 16$ et $RS=10$.
Calcule son périmètre et son aire.

C2 EXERCICES DE RENFORCEMENT

Exercice 22

- Construis un quadrilatère RSTU tel que :
 - les segments $[RT]$ et $[SU]$ se coupent en leur milieu.
 - $(RT) \perp (SU)$
 - $RT= 5 \text{ cm}$ et $SU= 4 \text{ cm}$.
- Indique la nature de RSTU. Justifie ta réponse.

Exercice 23

On considère un losange ROSI de centre A tel que son aire \mathcal{A} est égale 36cm^2 et $RS= 9\text{cm}$.
Calcule AO.

Exercice 24

MPSI est un parallélogramme tel que $\text{mes}\hat{P} = 65^\circ$.
Détermine les mesures des autres angles de ce parallélogramme.

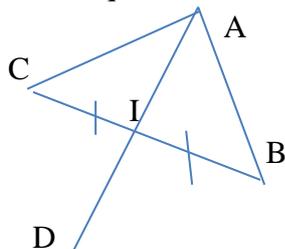
C3. EXERCICE D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 25

1. Construis un triangle quelconque ABC et place le point I milieu de $[BC]$.
Construis le point D symétrique de A par rapport à I.
Identifie la nature du quadrilatère ABDC. Justifie ta réponse.
2. On suppose que le triangle ABC est isocèle en A.
Justifie que le quadrilatère ABDC est un losange.
3. On suppose que le triangle ABC est rectangle en A.
Justifie que le quadrilatère ABDC est un rectangle.
4. On suppose que le triangle ABC est rectangle et isocèle en A.
Justifie que le quadrilatère ABDC est un carré.

Exercice 25

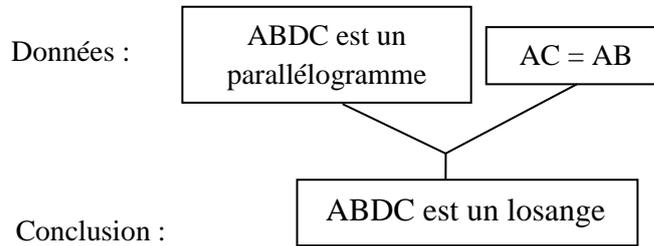
1. Construis un triangle quelconque ABC et place le point I milieu de $[BC]$.
Construis le point D symétrique de A par rapport à I.
Identifie la nature du quadrilatère ABDC. Justifie ta réponse.



I est milieu du segment $[BC]$ et I milieu du segment $[AD]$ donc $ABDC$ est un parallélogramme.

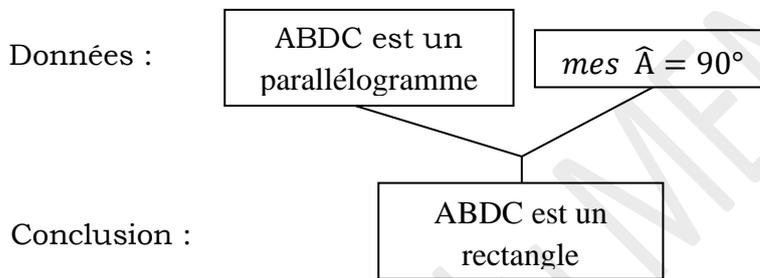
2. On suppose que le triangle ABC est isocèle en A .

Justifie que le quadrilatère $ABDC$ est un losange.



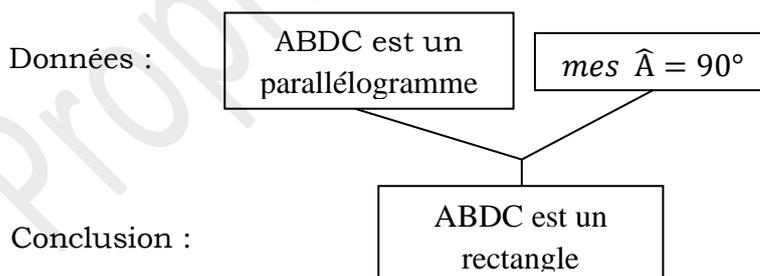
3. On suppose que le triangle ABC est rectangle en A .

Justifie que le quadrilatère $ABDC$ est un rectangle.



4. On suppose que le triangle ABC est rectangle et isocèle en A .
Justifie que le quadrilatère $ABDC$ est un carré.

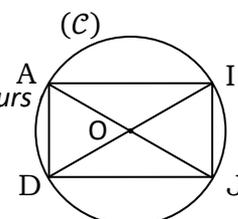
- Je montre le quadrilatère $ABDC$ est un rectangle



$ABDC$ est un rectangle et $AB = AC$ donc le quadrilatère $ABDC$ est un carré.

Exercice 26

Ce document ne peut être vendu. Tout contrevenant s'expose aux rigueurs



Sur la figure ci-contre (\mathcal{C}) est un cercle de centre O.

$[AJ]$ et $[DI]$ sont des diamètres de (\mathcal{C}).

Quelle est la nature du quadrilatère ADJI. Justifie ta réponse.

-

Exercice 26

Sur la figure ci-contre (\mathcal{C}) est un cercle de centre O.

$[AJ]$ et $[DI]$ sont des diamètres de (\mathcal{C}).

Quelle est la nature du quadrilatère ADJI. Justifie ta réponse.

$[AJ]$ et $[DI]$ sont les diagonales du quadrilatère ADJI, de plus $AJ = ID$ donc le quadrilatère ADJI est un rectangle.