



**THEME : CALCULS ALGÈBRIQUES**

**LECON 6 DE LA CLASSE DE CINQUIÈME : FRACTIONS**

**A. SITUATION D'APPRENTISSAGE**

En vue de promouvoir l'excellence dans un collège de proximité qui dispose d'une classe par niveau, une O.N.G. offre un lot à chaque classe pour récompenser les trois meilleurs élèves par niveau de l'année scolaire. Le professeur principal de la classe de 5<sup>ème</sup>, chargé de faire le partage du lot, les informe que les  $\frac{2}{7}$  du lot reviendront au deuxième et le troisième recevra les  $\frac{1}{5}$  de la part du deuxième. Les élèves de cette classe veulent calculer la part du premier, pour cela ils décident d'approfondir leurs connaissances sur la notion de fractions.

**B. CONTENU DE LA LECON**

**I-Différence de deux fractions**

**1- De même dénominateur**

**Propriété**

$a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres entiers naturels tels que  $a$  est plus grand que  $b$  et  $c$  n'est pas nul.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

**Exemple :**  $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} = \frac{7-4}{5} = \frac{3}{5}$

**Exercice de fixation :** calcule  $\frac{18}{7} - \frac{5}{7}$ .

**Corrigé de l'exercice de fixation:**

$$\frac{18}{7} - \frac{5}{7} = \frac{18-5}{7} = \frac{13}{7}$$

**2- De dénominateurs différents**

**Règle**

Pour calculer la différence de deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur et on calcule la différence des deux fractions de même dénominateur obtenues.

**Exemple :** Calcule  $\frac{9}{4} - \frac{5}{3}$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{3} = \frac{27}{12} - \frac{20}{12} = \frac{27-20}{12} = \frac{7}{12}$$

**Exercice de fixation**

calcule  $\frac{7}{6} - \frac{5}{9}$  ;  $\frac{7}{5} - \frac{4}{15}$

**Corrigé de l'exercice de fixation:**

$$\frac{7}{6} - \frac{5}{9} = \frac{21}{18} - \frac{10}{18} = \frac{11}{18} ; \quad \frac{7}{5} - \frac{4}{15} = \frac{21}{15} - \frac{4}{15} = \frac{17}{15}$$

## II-Produit de deux fractions

### 1- Produit d'une fraction par un nombre entier naturel

#### Propriété

$a$ ,  $b$  et  $k$  sont des nombres entiers naturels et  $b$  n'est pas nul.

$$\frac{a}{b} \times k = \frac{k \times a}{b} \quad \text{et} \quad k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b} .$$

**Exemple :**  $7 \times \frac{11}{20} = \frac{7 \times 11}{20} = \frac{77}{20}$

**Exercice de fixation :**

**Calcule**  $\frac{8}{5} \times 3$

**Corrigé de l'exercice de fixation:**

$$\frac{8}{5} \times 3 = \frac{3 \times 8}{5} = \frac{24}{5}$$

### 2- Produit de deux fractions

#### Propriété

$a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des nombres entiers naturels tels que  $b$  et  $d$  ne sont pas nuls.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} .$$

**Exemple :**  $\frac{7}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{7 \times 5}{4 \times 3} = \frac{35}{12}$

**Exercice de fixation :**

Calcule les produits suivants.

$$\frac{8}{21} \times \frac{12}{4}$$

**Corrigé de l'exercice de fixation:**

$$\frac{8}{21} \times \frac{12}{4} = \frac{8 \times 12}{21 \times 4} = \frac{96}{84} = \frac{8}{7}$$

### 3- Puissance entière d'une fraction

#### Définition

$a$ ,  $b$  et  $n$  sont des nombres entiers naturels tels que  $b$  n'est pas nul et  $n$  est plus grand que 1.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ facteurs égaux à } \frac{a}{b}} .$$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$  est une puissance entière de la fraction  $\frac{a}{b}$ ,  $n$  est l'exposant de cette puissance et  $\left(\frac{a}{b}\right)^n$  se lit

«  $a$  sur  $b$  exposant  $n$  ».

### Exercice de fixation

Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

Le nombre	se lit	est une puissance entière de la fraction	a pour exposant	est le produit
$\left(\frac{3}{5}\right)^2$				
	2 sur 3 exposant 4			
				$\frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$

### Corrigé de l'exercice de fixation

Le nombre	se lit	est une puissance entière de la fraction	a pour exposant	est le produit
$\left(\frac{3}{5}\right)^2$	3 sur 5 exposant 2 Ou 3 sur 5 au carré	$\frac{3}{5}$	<b>2</b>	$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$
$\left(\frac{2}{3}\right)^4$	2 sur 3 exposant 4	$\frac{2}{3}$	<b>4</b>	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$
$\left(\frac{4}{7}\right)^3$	4 sur 7 exposant 3 Ou 4 sur 7 au cube	$\frac{4}{7}$	<b>3</b>	$\frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$

### Propriété

$a$ ,  $b$  et  $n$  sont des nombres entiers naturels tel que  $b$  n'est pas nul et  $n$  est plus grand que 1.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

**Exemple :**  $\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{4^2}{9^2} = \frac{16}{81}$

**Exercice de fixation :**

Calcule  $\left(\frac{3}{2}\right)^5$

**Corrigé de l'exercice de fixation :**

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32}$$

**Remarque :**  $a$  et  $b$  sont des nombres entiers naturels tels que  $a$  et  $b$  ne sont pas nuls.

On admet que :  $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$  et  $\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$

#### 4- Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux

##### Règle

Pour encadrer la fraction  $\frac{a}{b}$  par deux nombres décimaux consécutifs d'un même ordre donné, on peut effectuer la division de  $a$  par  $b$  à l'ordre souhaité et choisir les nombres appropriés pour l'encadrement.

##### **Exercice de fixation :**

Encadre  $\frac{48}{7}$  par deux entiers naturels consécutifs, puis par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

##### **Réponses attendues**

48		7
- 42		
<hr/>		
60		6,85
- 56		
<hr/>		
40		
- 35		
<hr/>		
5		

On obtient ainsi différents encadrements de la fraction  $\frac{48}{7}$

$$6 < \frac{48}{7} < 7$$

$$6,85 < \frac{48}{7} < 6,86 \quad \text{encadrement au centième ou à l'ordre 2}$$

Propriété du MENETFP

### III. SITUATION D'EVALUATION

À sa création en 2016, un collège disposait d'un effectif de 64 élèves de 5<sup>ème</sup>. Le bureau de l'éducateur du niveau 5<sup>ème</sup> de ce collège a été cambriolé. Ce dernier a besoin de l'effectif des élèves de ce niveau en 2018 pour déposer un rapport à la DRENETFP. Il se souvient que dans ce collège, l'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> d'une année scolaire représente les  $\frac{3}{2}$  de celui de l'année précédente depuis sa création. Il te sollicite pour l'aider à déterminer l'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2018. Pour répondre à la préoccupation de l'éducateur suit les consignes suivantes :

- 1) détermine la proportion de l'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2018 par rapport à celui de son année de création ;
- 2) détermine l'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2018.

#### **Réponses attendues**

1). La proportion de l'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2017 par rapport à celui de son année de création est  $\frac{3}{2}$ .

La proportion de l'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2018 par rapport à celui de son l' année 2017 est  $\frac{3}{2}$

Donc la proportion de l'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2018 par rapport à celui de son année de création est  $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

2).L'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2018 est  $64 \times \frac{9}{4} = \frac{64 \times 9}{4} = \frac{576}{4} = 144$

L'effectif des élèves du niveau 5<sup>ème</sup> en 2018 est **144**.

### IV. EXERCICE

#### Exercice 1

Calcule les différences de fractions suivantes.

$$\frac{9}{5} - \frac{2}{5} \quad ; \quad \frac{16}{25} - \frac{13}{27} \quad ; \quad \frac{634}{2020} - \frac{631}{2020}$$

#### **Corrigé de l'exercice 1**

$$\frac{9}{5} - \frac{2}{5} = \frac{9-2}{5} = \frac{7}{5} \quad ; \quad \frac{16}{25} - \frac{13}{27} = \frac{16 \times 27 - 25 \times 13}{25 \times 27} = \frac{432 - 325}{675} = \frac{107}{675} \quad ; \quad \frac{634}{2020} - \frac{631}{2020} = \frac{3}{2020}$$

## Exercice 2

Calcule les différences de fractions suivantes ;

$$\frac{7}{4} - \frac{3}{5} \quad ; \quad \frac{5}{12} - \frac{3}{8} \quad ; \quad \frac{13}{14} - \frac{4}{7} \quad ; \quad 3 - \frac{5}{8}$$

## **Produit de deux fractions**

### Exercice 3

Calcule chacun des produits suivants.

$$3 \times \frac{5}{7} \quad ; \quad \frac{4}{9} \times 7 \quad ; \quad 12 \times \frac{5}{17}$$

### Exercice 4

Calcule les produits de fractions suivants.

$$\frac{5}{9} \times \frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{15}{6} \times \frac{2}{10} \quad ; \quad \frac{15}{6} \times \frac{4}{11}$$

## **Puissance entière d'une fraction**

### Exercice 5

Relie chaque élément de la colonne 1 à l'élément de la colonne 2 qui lui est égal.

Colonne 1		Colonne 2
$\left(\frac{5}{6}\right)^2$	•	• $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$
$\left(\frac{5}{6}\right)^4$	•	• $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$
$\left(\frac{5}{6}\right)^3$	•	• $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$

### Exercice 6

Relie chaque élément de la colonne 1 à l'élément de la colonne 2 qui lui est égal.

Colonne 1		Colonne 2
$\left(\frac{3}{2}\right)^5$	•	• $\frac{3^6}{2^6}$
$\left(\frac{3}{2}\right)^9$	•	• $\frac{3^9}{2^9}$
$\left(\frac{3}{2}\right)^6$	•	• $\frac{3^5}{2^5}$

### Exercice 7

Calcule les puissances entières des fractions suivantes et donne les résultats sous forme de fraction.

$$\left(\frac{7}{5}\right)^2 \quad ; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad ; \quad \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

### Corrigé de l'exercice 7

$$\left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{7^2}{5^2} = \frac{49}{25} \quad ; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} \quad ; \quad \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$$

### Exercice 8

$\begin{array}{r} 11 \\ - 0 \\ \hline 110 \\ - 105 \\ \hline 50 \\ - 42 \\ \hline 80 \\ - 63 \\ \hline 17 \end{array}$	21	Recopie et complète le tableau ci-dessous.	
110	0,523	encadrement à l'unité	$\dots < \frac{11}{21} < \dots$
- 105		encadrement à l'ordre 1	$\dots < \frac{11}{21} < \dots$
50		encadrement au centième	$\dots < \frac{11}{21} < \dots$
- 42		encadrement d'ordre 3	$\dots < \frac{11}{21} < \dots$
80			
- 63			
17			

### Corrigé de l'exercice 8

$\begin{array}{r} 11 \\ - 0 \\ \hline 110 \\ - 105 \\ \hline 50 \\ - 42 \\ \hline 80 \\ - 63 \\ \hline 17 \end{array}$	21	Recopie et complète le tableau ci-dessous.	
110	0,523	encadrement à l'unité	$0 < \frac{11}{21} < 1$
- 105		encadrement à l'ordre 1	$0,5 < \frac{11}{21} < 0,6$
50		encadrement au centième	$0,52 < \frac{11}{21} < 0,53$
- 42		encadrement d'ordre 3	$0,523 < \frac{11}{21} < 0,524$
80			
- 63			
17			

### Exercice 9

Donne un encadrement de chacune des fractions suivantes, par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

$$\frac{15}{7} \quad ; \quad \frac{8}{9} \quad ; \quad \frac{25}{8}$$

### Exercice 10

Pour chacune des opérations suivantes, trois réponses sont proposées une seule est exacte. Entoure la bonne réponse.

1	$\frac{8}{7} - \frac{5}{7}$ est égale à	$\frac{3}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{40}{49}$
2	$4 \times \frac{3}{7}$ est égale à	$\frac{1}{7}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{12}{7}$
3	$\frac{7}{3} \times \frac{2}{3}$ est égale à	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{14}{9}$
4	$(\frac{2}{3})^5$ est égale à	$\frac{2^5}{3^5}$	$\frac{2 \times 5}{3 \times 5}$	$\frac{2}{3} \times 5$

### Exercice 11

Calcule

$$\frac{3}{2} \times \frac{7}{5} - \frac{2}{10} ; \quad \frac{1}{4} \times \frac{13}{3} - \frac{3}{8} ; \quad \frac{22}{3} - 5 \times \frac{4}{3} ; \quad \frac{4}{3} \times \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{5}$$

Corrigé de l'exercice 11

$$\frac{3}{2} \times \frac{7}{5} - \frac{2}{10} = \frac{3 \times 7}{2 \times 5} - \frac{2}{10} = \frac{21}{10} - \frac{2}{10} = \frac{21 - 2}{10} = \frac{19}{10}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{13}{3} - \frac{3}{8} = \frac{1 \times 13}{4 \times 3} - \frac{3}{8} = \frac{13}{12} - \frac{3}{8} = \frac{13 \times 8 - 3 \times 12}{12 \times 8} = \frac{104 - 36}{96} = \frac{68}{96}$$

$$\frac{22}{3} - 5 \times \frac{4}{3} = \frac{22}{3} - \frac{5 \times 4}{3} = \frac{22}{3} - \frac{20}{3} = \frac{22 - 20}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 1}{3 \times 3} - \frac{2 \times 3}{5 \times 5} = \frac{4}{9} - \frac{6}{25} = \frac{4 \times 25 - 6 \times 9}{9 \times 25} = \frac{100 - 54}{225} = \frac{46}{225}$$

### SITUATION D'ÉVALUATION

Une femme veut carrelé son salon de 37 m<sup>2</sup>

### Exercice 12

Calcule

$$\frac{3}{2} \times \frac{7}{5} \times \frac{1}{4} ; \quad \frac{5}{4} \times \frac{16}{15} \times \frac{30}{7} ; \quad 5 \times \frac{4}{13} \times \frac{3}{25}$$

### Exercice 13

Pendant les congés de Noël, deux élèves se rendent à vélo dans leur village. Ils parcourent  $\frac{9}{13}$  du trajet reliant la sous-préfecture où ils vivent avec leur tuteur, de leur village et leur vélo crève. Ils font le reste du trajet à pied. Détermine la fraction du trajet qu'ils ont fait à pied.

### Exercice 14

Ecris la fraction correspondante dans chaque cas.

- 1) Le double du tiers.
- 2) La moitié du septième.
- 3) Le huitième des cinq neuvièmes.
- 4) Les deux tiers des huit cinquièmes.

### Réponses attendues

- 1) La fraction correspondante au double du tiers est  $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- 2) La fraction correspondante à la moitié du septième est  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{14}$
- 3) La fraction correspondante au huitième des cinq neuvièmes est  $\frac{1}{8} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{72}$
- 4) La fraction correspondante aux deux tiers des huit cinquièmes est  $\frac{2}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{16}{15}$

### Exercice 15

L'âge d'Aya est le quart des six cinquièmes de l'âge de sa mère. Sa mère 40 ans. Détermine l'âge d'Aya.

### Exercice 16

Calcule et donne les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

$$\frac{17}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{15}{2} + \frac{7}{5} ; \quad \left(\frac{17}{3} - \frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{2} + \frac{7}{5} ; \quad \frac{3}{5} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) + \frac{7}{6}$$

### Exercice 17

Complète les égalités suivantes.

$$\frac{3}{4} + \dots = \frac{41}{4} ; \quad \frac{12}{7} + \dots = \frac{117}{56} ; \quad \dots - \frac{4}{21} = \frac{17}{14} ;$$

### Exercice 18

Un restaurant propose à ses clients trois plats A, B et C. Parmi les clients qui ont déjeuné hier dans ce restaurant les  $\frac{3}{7}$  ont pris le plat A et le quart a pris le plat B. Un client a droit à un seul plat. Détermine la proportion de client ayant pris le plat C.

**Réponse attendue**

La somme des proportions des clients qui ont déjeuné hier dans ce restaurant est 1

Donc la proportion de client ayant pris le plat C est :  $1 - (\frac{3}{7} + \frac{1}{4})$

$$1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(\frac{12}{28} + \frac{7}{28}\right) = 1 - \frac{19}{28} = \frac{28 - 19}{28} = \frac{9}{28}$$

La proportion de client ayant pris le plat C est  $\frac{9}{28}$

Propriété du MENETEP