

Programme du Burkina Faso

Unité-Progrès-Justice

MAREMATHS

6^{ème}

2023

Plus de situations
d'intégration variées
Corrigées

COURS INTEGRAL DE MATHEMATIQUES APC

+cours détaillé programme APC avec des exercices de fixations variés
+Des situations d'intégrations avec des corrigés détaillés

Christophe MARE

Professeur certifié de Mathématiques

MAREMATHS

COURS

DE

MATHÉMATIQUES

APC

6^{ème}



Ce cours est conçu sur la base du curricula de mathématiques en vigueur au Burkina Faso



Il prend en compte toutes les exigences du ministère ; des encadreurs ; des enseignants et des Apprenants



Ce cours est essentiellement basé sur la nouvelle approche pédagogique qui est L'APC

SONMAIRES**3****ACTIVITE NUMERIQUE**

Chapitre1 : La numération décimale.....	5
Chapitre2 : Sens et technique d'exécution des opérations sur les entiers et les Décimaux.....	9
Chapitre3 : Comparaison et rangement de nombres	17
Chapitre4 : Les fractions	21
Chapitre5 : Egalité à « trous »	28
Chapitre 6: Nombres relatifs	31
Chapitre7: Relation-fonction.....	36
Chapitre 8 : proportionnalité	41

ACTIVITE GEOMETRIQUE

Chapitre 1 : éléments de géométrie et vocabulaire ensembliste.....	48
Chapitre 2 : Les angles	60
Chapitre 3 : Médiatrice d'un segment	68
Chapitre 4 : Le triangle	70
Chapitre 5 : Le parallélogramme	79
Chapitre 6 : Parallélogrammes particuliers et trapèze.....	83
Chapitre 7 : Cercle et disque.....	90
Chapitre 8 : Symétrie orthogonale	94
Chapitre 9 : Repérage.....	102
Chapitre 10 : Parallélépipède rectangle- Cube.....	105

Ce cours est conçu sur la base du nouveau curriculum et prend en compte la nouvelle approche de l'enseignement des mathématiques au **BURKINA FASO** qui est **l'APC**.

Je sais compter sur la collaboration de tous et de toutes pour l'amélioration de l'édition prochaine en 2024.

Tous mes remerciements à M. BARO François ; Professeur certifié de Français pour la relecture de ce document.

Faites-en bon usage chers utilisateurs

Le Cr



Mail : marechristophe1988@gmail.com

Fin de l'Édition 26 Juillet 2023

ACTIVITE

NUMERIQUE

APC

CHAPITRE 1 : LA NUMÉRATION DÉCIMALE

1) LES CHIFFRES ET LES NOMBRES

1) La distinction entre chiffres et nombres

Les chiffres sont des signes (symboles) qui servent à écrire des nombres.

Le nombre "trois cent vingt-quatre" s'écrit 324.

Les chiffres utilisés pour écrire ce nombre sont : 3 ; 2 et 4

-Les dix chiffres utilisés dans le système décimal sont : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 et 9

-Le nombre "zéro" est représenté par le signe 0 ; le nombre "un" par le signe 1 ; etc....

On retrouve la même situation avec les lettres et les mots :

-les lettres sont des signes qui servent à écrire des mots ;

+papa est un mot qui est écrit avec les lettres p et a

2) Le rôle d'un chiffre selon la place qu'il occupe dans l'écriture d'un nombre

Dans l'écriture d'un nombre la place de chaque chiffre est importante, car elle donne un sens à l'écriture du nombre.

Exemple/exercice1 : dans le nombre 324, le chiffre 3 représente le nombre des centaines, le chiffre 2 représente le nombre des dizaines et le chiffre 4 représente le nombre des unités.

On peut donc écrire que : $324 = 3 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1$

Exemple/exercice2 : dans le nombre 84,125 ; le chiffre 8 représente le nombre des dizaines, le chiffre 4 représente le nombre des unités, le chiffre 1 représente le nombre des dixièmes, le chiffre 2 représente le nombre des centièmes et le chiffre 5 représente le nombre des millièmes.

On peut donc écrire que :

$$84,125 = 8 \times 10 + 4 \times 1 + 1 \times 0,1 + 2 \times 0,01 + 5 \times 0,001$$

3) Les différents types de nombres

Jusqu'à présent nous n'avons utilisé que deux types de nombres :

-Les nombres entiers (par exemple 65 ; 22 ; 0 ; 1 ; 457 ; 258947 ; 9 etc.) et

-Les nombres décimaux (par exemple 2,15 ; 9,587 ; 0,0014 ; 7,5 etc.)

a) L'ensemble des entiers naturels

L'ensemble des nombres entiers que nous avons utilisé jusqu'à présent s'appelle : ensemble des entiers naturels. Il est noté $\mathbb{N}$.

On a : $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; \dots\}$

Le symbole $\{ \}$ est appelé accolade

Définition : Un nombre entier naturel est un nombre décimal particulier dont la partie décimale est nulle.

Exemple : $14 = 14,0 = 14,00 = 14,000 \dots$

b) L'ensemble des décimaux

L'ensemble des «nombres à virgule» est appelé ensemble des **nombres décimaux** et se note $\mathcal{D}$.

Remarque :

+Un nombre décimal peut s'écrire d'une infinité de façons.

Par exemple : $5,14=05,14=5,140=5,1400=...$

En général, on choisit l'écriture la plus courte, celle sans zéro inutile.

+Pour faciliter la lecture d'un grand nombre, on regroupe ses chiffres trois par trois à partir de la virgule : 5478128,12584 s'écrit plutôt 5 478 128,125 84

Définition : Un nombre décimal est un nombre qui comprend une partie entière et une partie décimale séparé par une virgule.

Exemple :

→101,87 est un nombre décimal :101 est sa partie entière et 87 est sa partie décimale

→ 812 est un nombre décimal : 812 est sa partie entière et 0 est sa partie décimale

Conséquence : Tous les entiers naturels sont des nombres décimaux ; l'ensemble des entiers naturels est donc un sous ensemble des nombres décimaux.

On peut donc dire que $\mathbb{N} \subset \mathcal{D}$ et on lit $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathcal{D}$

4)Des chiffres et des lettres

4=quatre ; 14=quatorze ; 17=dix-sept ; 87=quatre-vingt-sept

100=cent ; 9000=neuf mille ; 200=deux cents ; 205=deux cent cinq

387253=trois cent quatre-vingt-sept mille deux cent cinquante trois

Remarques :

→"Million" et "milliard" prennent un « s » quand ils sont plusieurs

Exemple : 2000052 et 5000000125 s'écrivent en lettre deux millions cinquante-deux et cinq milliards cent vingt-cinq.

→Mille est invariable, il ne prend jamais « s »

Exemple : 1004 et 3012 s'écrivent mille quatre et trois mille douze

→ "vingt" et "cent" prennent un « s » quand ils sont multipliés et qu'ils ne sont pas suivis d'un autre nombre.

Exemple : 600 et 602 s'écrivent six cents et six cent deux

80 et 92 s'écrivent quatre-vingts et quatre-vingt douze

287 s'écrit deux cent quatre-vingt-sept

Exercice de fixation**Exercice de fixation1**

1) Recopie et complète par le symbole $\in$ ou $\notin$ ou $\subset$ ou $\not\subset$

45,01... $\mathbb{N}$; 0,125 $\mathcal{D}$; 54,0 $\mathcal{D}$; 31,0 $\mathbb{N}$; 0 $\mathcal{D}$; 10000 $\mathcal{D}$; $\mathcal{D}$ $\mathbb{N}$

$\mathbb{N}$ $\mathcal{D}$; {2; 4; 6; 8; 10}..... $\mathbb{N}$; {9,5; 11; 20; 30}..... $\mathbb{N}$; {1,5; 5,4; 8; 25}..... $\mathcal{D}$

2) Pour chacun des nombres suivants, donne sa partie entière et sa partie décimale :

90,10 ; 45,01 ; 57,0 ; 0,1 ; 25 ; 0,012 ; 0 ; 1 ; 12,12 ; 10,01 ; 10000.

Exercice de fixation2

1) Ecris en toute lettre les nombres suivants :

10220 ; 80800 ; 3000892 ; 1003,402 ; 25,800 ; 0,8002 ; 9000258980,689082

2) Ecris en chiffre les nombres suivants :

Neuf dizaines ; huit dixièmes ; deux cent trente-cinq millièmes ; trente-deux milliers ; trois cent virgule zéro zéro quinze ; douze mille neuf virgule zéro cent vingt-cinq ; quinze milliards trente millions quatre vingts

II) COMPARAISON DE NOMBRES

1) Comparaison de deux entiers naturels

a) Activité

Observe les nombres a et b suivant et dis quel est le plus petit ou quel est le plus grand.

i) $a=12$ et $b=21$

; ii) $a=101$ et $b=99$

; iii) $a=59$ et $b=61$

b) Définition

Comparer des entiers naturels différents ; c'est dire quel est le plus grand ou quel est le plus petit.

Exemple/exercice : Comparons 95 et 45

95 est plus grand que 45 ou 45 est plus petit que 95

2) Comparaison de deux décimaux

a) Activité

Dans chaque cas suivant ; dis entre les nombres c et d quel est le plus grand

i) $c=5,21000$ et $d=5,21$

; ii) $c=11,01$ et $d=10,99$

; iii) $c=9,99$ et $d=9,909$

b) Règle de comparaison

→ Si deux nombres décimaux ont des parties entières différentes ; alors le plus grand des deux nombres est celui qui a la plus grande partie entière

Exemple : soit à comparer 11,99 et 12,01.

Comme 11 est plus petit que 12, donc 11,99 est plus petit que 12,01

→ Si les deux nombres décimaux ont des parties entières égales ; alors on compare leurs parties décimales (les dixièmes, puis les centièmes...) ; le plus grand d'entre eux est celui qui a la plus grande partie décimale.

Exemple : soit à comparer 25,978 et 25,969

Ces deux nombres ont la même partie entière qui est 25 ; ils ont le même chiffre des dixièmes qui est 9 ; on constate une différence au niveau des chiffres des centièmes.

Comme 7 est plus grand que 6 ; alors 25,978 est plus grand que 25,969

NB : Le mot "égal" est utilisé pour comparer deux nombres décimaux qui ont la même valeur

Exercice de fixation

1) Compare les nombres décimaux suivants : c'est-à-dire dire quel est le plus grand ou quel est le plus petit.

A) 5,4 et 5,40 ; b) 2,03 et 2,2 ; c) 3,76 et 3,776 ; d) 11,9999 et 12,0001 ; e) 0,003 et 0,0029

2) Compare

a) 370000 dixième et 36000 dizaine ; b) 7260000 centièmes et 523 centaines

Situation d'intégration

Aux élèves de la classe de 6^e qui demandent à leur professeur de mathématiques en quelle année est né son premier fils. Il leur répond en ces termes : «*mon premier fils est né en $abxy$; La lettre a correspond au dixième du nombre 12,19, la lettre b correspond à la partie décimale de 08,9 ; la lettre x correspond au nombre de dizaines de 89,99 et la lettre y correspond au chiffre des unités de cinq cent vingt-deux. Vous avez tout pour connaître son année de naissance*».

1) Quelle est l'année de naissance du fils du professeur ?

2) Ecris ce résultat en toute lettre.

Solution de la situation d'intégration

1) On a : $a = 1$; $b = 9$; $x = 8$ et $y = 2$; donc l'année de naissance du fils est 1982

2) Ecriture en toute lettre : mille neuf cent quatre-vingt-deux.

CHAPITRE 2 : SENS ET TECHNIQUE D'EXECUTION DES OPERATIONS SUR LES ENTIERS ET LES DECIMAUX

I) RAPPEL SUR L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

1) Rappel sur l'addition

a) Activité

Issa et Karim ont ramassé des œufs de pintade ; Issa en a ramassé 53 et Karim en a ramassé 67. Combien d'œuf au total Karim et Issa ont-ils ramassés ?

Solution

Le nombre total d'œuf ramassé par Karim et Issa est : $53 \text{ œufs} + 67 \text{ œufs} = 120 \text{ œufs}$

b) Vocabulaire

Le résultat d'une addition s'appelle une **somme**

Les nombres que l'on additionne s'appellent les **termes** de la somme.

$$13,8 + 9,5 = 23,3$$

Termes

Somme

Remarque : Dans une addition l'ordre des termes n'a pas d'importance : $41+12=12+41$

c) Calcul d'une somme

Pour calculer une somme, il faut écrire les virgules l'une sous l'autre afin d'additionner les dixièmes avec les dixièmes ; les unités avec les unités...

Exemple : $27,3 + 149,54 = 176,84$

On pose : $27,3$

$$\begin{array}{r} 27,3 \\ +149,54 \\ \hline 176,84 \end{array}$$

2) Rappel sur la soustraction

a) Activité

Le premier jour de la rentrée scolaire, le père de Abou lui remet 1000f CFA ; il dépense 175f CFA. Quelle somme d'argent lui reste-t-il ?

Solution

La somme d'argent qui lui reste est : $1000f \text{ CFA} - 175f \text{ CFA} = 825f \text{ CFA}$

b) Vocabulaire

Le résultat d'une soustraction s'appelle une **différence**.

Les nombres que l'on soustrait s'appellent les **termes** de la différence.

$$22,7 - 8,5 = 14,2$$

Termes

Différence

c) Calcul d'une différence

Pour calculer une différence, il faut écrire les virgules l'une sous l'autre et compléter l'écriture des parties décimales avec des zéros afin qu'elles aient le même nombre de chiffre.

Exemple : $253,4 - 42,273 = 211,127$

On pose : 2 5 3 ,4 0 0

$$\begin{array}{r} 253,400 \\ - 42,273 \\ \hline 211,127 \end{array}$$

Remarque : on ne peut pas changer l'ordre des termes d'une différence, ni les regrouper comme on veut lorsqu'il y a plusieurs termes.

$$5,2 - 2,3 \neq 2,3 - 5,2$$

Exercice de fixation

1) Pose et effectue les opérations suivantes :

a) $125,1 + 100,08$; b) $99,254 + 45,12$; c) $65,25 + 8,375$; d) $15,99 + 3,989$

2) Pose et effectue les opérations suivantes :

a) $273,86 - 122,53$; b) $43,2 - 9,786$; c) $147,2 - 87,842$; d) $8000 - 587$; e) $87 - 32,78$

II) RAPPEL SUR LA MULTIPLICATION1) Activité

Un père peut distribuer à chacun de ses 6 enfants 15 pintades. Combien de pintade a-t-il ?

Solution

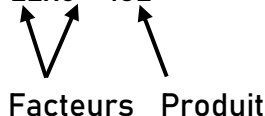
Le nombre de pintade qu'il possède est : $6 \times 15 = 90$ pintades

2) Vocabulaire

Le résultat d'une multiplication s'appelle le **produit**.

Les nombres que l'on multiplie s'appellent les **facteurs** de la multiplication

Exemple : $22 \times 6 = 132$

c) Calcul d'un produit

Pour multiplier des nombres décimaux :

-On effectue la multiplication comme s'il n'y avait pas de virgule,

-On compte le **nombre total** de chiffre après la virgule dans les deux facteurs

-On place la virgule dans le résultat pour qu'il y ait **n** chiffres après la virgule

Exemple : Calculons : $12,3 \times 0,24$

On pose : 1 2 3

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 24 \\ \hline 492 \\ + 246 \\ \hline 2952 \end{array}$$

D'où $12,3 \times 0,24 = 2,952$

Dans 12,3 il y a 1 chiffre après la virgule

Dans 0,24 il y a 2 chiffres après la virgule

Donc **n = 3**

Dans 2952, on place la virgule ainsi :

2,952 **n=3 chiffres après la virgule**

NB : dans un produit, l'ordre n'a pas d'importance ($5,8 \times 2,5 = 2,5 \times 5,8$)

Exercice de fixation

Pose et effectue les opérations suivantes

a) 218×46 ; b) $47 \times 12,5$; c) $27,45 \times 0,052$; d) $7,23 \times 3,124$; e) $2,008 \times 0,013$

III) RAPPEL SUR LA DIVISION

1) Activités

a) Activité 1

Un vendeur de tissu veut partager un rouleau de 66m en 12 coupons de même longueur. Quelle sera la longueur de chaque coupon ?

Solution

La longueur de chaque coupon sera : $66 : 12 = 5,5\text{m}$

On dit qu'on a effectué la division de 66 par 12.

b) Activité 2

4 enfants se partagent équitablement 35 billes. On veut que les quatre parts soient égales et les plus grands possibles. Quelle sera la part de chacun ?

Solution

La part de chaque enfant sera : $35 : 4 = 8$ et il reste 3 billes.

On dit qu'on a effectué la **division Euclidienne** de 35 par 4. On utilise la division Euclidienne dans les situations de partage équitable d'objet qu'on ne peut pas "fractionner" ; c'est-à-dire qu'on ne peut pas faire de morceaux.

c) Vocabulaire

- Dans l'activité 1 ; **66** est le **dividende** ; **12** est le **diviseur** et **5,5** est le **quotient exact**.

- Dans l'activité 2 ; **35** est le **dividende** ; **4** est le **diviseur** ; **8** est le **quotient** et **3** est le **reste**. Dans une division Euclidienne, **le reste est toujours inférieur au diviseur**.

d) Calcul d'une division

Le quotient d'un nombre **a** par un nombre **b (non nul)** est le nombre **q** qui vérifie :

$$a = b \times q ; \text{ d'ou } q = \frac{a}{b}$$

Exemple 1 : Cas où le diviseur est entier

Le quotient de 82,8 par 24 est $\frac{82,8}{24} = 3,45$. Pour trouver on pose :

$$\begin{array}{r|l} 82,8 & 24 \\ -72 & 3,45 \\ \hline 108 & \\ -96 & \\ \hline 120 & \\ -120 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Exemple 2 : cas où le diviseur n'est pas entier

Divisons 78,24 par 2,4

- On multiplie le dividende et le diviseur par 10 ; 100 ; ... pour obtenir un diviseur entier.

-Le quotient de 78,24 par 2,4 est égal au quotient de 782,4 par 24. Divisons donc 782,4 par 24

$$\begin{array}{r|l}
 782,4 & 24 \\
 \underline{-72} & 32,6 \\
 62 & \\
 \underline{-48} & \\
 144 & \\
 \underline{-144} & \\
 0 &
 \end{array}$$

NB : Quand la division ne s'arrête pas, le quotient n'est pas un nombre décimal. On peut en donner un arrondi ou une troncature.

Exercice de fixation

Pose et effectue les divisions suivantes :

a) $458 : 25$; b) $17 : 68$; c) $168,8 : 16$; d) $125 : 0,25$; e) $2018,308 : 2,68$

IV) REGLE DE PRIORITE DES OPERATIONS ; UTILISATION DES PARENTHESES

1) Activité

Calcule : $A = 4 + 5 \times 7$ et $B = (4 + 5) \times 7$

Solution

$A = 4 + 35 = 39$; Ici on donne la **priorité** à la **multiplication**

$B = 9 \times 7 = 273$; Dans ce cas la **priorité** est donnée à l'**addition**

3) Principe

Dans une expression où figurent des parenthèses, on commence par effectuer les calculs à l'intérieur des parenthèses ; quand il n'y a plus de parenthèses, on donne la priorité aux multiplications ou aux divisions.

3)Exemple de calcul

Calculons les expressions : $B = [25 - (3 \times 2)] \times (5 - 1)$; $C = (3 \times 9) - \left[(14 \times \frac{5}{8}) + \frac{7}{4} \right]$

Solution

$$B = (25 - 6) \times 4 = 19 \times 4 = 76;$$

$$C = 27 - (4 \times 0,625 + 1,4) = 27 - (2,5 + 1,4) = 27 - 3,9 = 23,1$$

Exercice de fixation

Calcul les expressions suivantes :

$$D = 2,5 \times 4 + 3 \times (7 - 2) + 11 \quad ; \quad E = 7 \times [22 - (45 - 35)] + 3 \times (12 - 7,5)$$

V) PROPRIETES DE L'ADDITION ET DE LA MULTIPLICATION DANS L'ENSEMBLE DES DECIMAUX POSITIF

1)Propriétés de l'addition de deux nombres

a) Activité

Effectue les opérations suivantes : $11 + 5$ et $5 + 11$; $10 + 6,5$ et $6,5 + 10$.Que remarques-tu ?

Solution

Je constate que $11 + 5 = 5 + 11$ et $10 + 6,5 = 6,5 + 10$.

NB : Dans une somme de deux nombres, on peut permuter les termes selon son choix sans que le résultat ne change.

b) Propriété

Si a et b sont deux nombres décimaux ; alors :

On a : $a + b = b + a$. On dit que l'addition est **commutative**

2) Addition de plusieurs nombres**a) Activité**

Effectue les opérations suivantes :

$A = 11 + (23 + 12)$ et $B = (11 + 23) + 12$. Quelle remarque fais-tu ?

Solution

Je constate que $A = B = 46$. Je peux donc écrire simplement que : $11 + (23 + 12) = (11 + 23) + 12 = 11 + 23 + 12$.

NB : Dans une somme de plusieurs termes, on peut regrouper selon son choix les termes sans changer le résultat.

b) Propriété

Si a ; b et c sont des nombres décimaux ; alors :

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$$

On dit que l'addition est **associative**

Exercice de fixation

Calcule les expressions suivantes : $C = 11,7 + 9,6 + 5,3$; $D = 23,4 + 2,9 + 1,6 + 0,1$;
 $E = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$

3) Propriété de la multiplication de deux nombres**a) Activité**

Effectue les produits suivants : 3×9 et 9×3 ; $3,5 \times 4$ et $4 \times 3,5$. Que remarques-tu ?

Solution

Je remarque que : $3 \times 9 = 9 \times 3 = 27$ et $3,5 \times 4 = 4 \times 3,5 = 14$.

NB : Dans un produit de deux nombres, on peut permuter les deux facteurs sans changer le résultat.

b) Propriété

Si a et b sont deux nombres décimaux ; alors on a : $a \times b = b \times a$. On dit que la multiplication est **associative**

4) Multiplication de plusieurs termes**a) Activité**

Calcule : $A = (3 \times 12) \times 2$ et $B = 3 \times (12 \times 2)$. Quelle remarque fais-tu ?

Solution

$$A = (3 \times 12) \times 2 = 36 \times 2 = 72 \text{ et } B = 3 \times (12 \times 2) = 3 \times 24 = 72.$$

Je constate que $A = B$.

Je peux donc écrire simplement : $(3 \times 12) \times 2 = 3 \times (12 \times 2) = 3 \times 12 \times 2$

NB : Dans le produit de plusieurs facteurs ; on peut changer l'ordre des facteurs ou les regrouper selon son choix sans pour autant changer le résultat final.

b) Propriétés

Si a ; b et c sont des nombres décimaux ; alors on a : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
 $= a \times b \times c$

On dit que la multiplication est **associative**.

Exercice de fixation

Calcule les expressions suivantes :

$$C = 2,5 \times 3 \times 10 \quad ; D = 125 \times 0,002 \times 8 \quad ; E = 0,5 \times 0,75 \times 2 \times 4$$

VI) DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION PAR RAPPORT A L'ADDITION ET PAR RAPPORT A LA SOUSTRACTION

1) Développement

a) Activité

On considère les expressions suivantes : $A = 5 \times (7 + 3)$; $B = 5 \times 7 + 5 \times 3$

$$C = 10 \times (8 - 5) \text{ et } D = 10 \times 8 - 10 \times 5$$

Calcule A ; B ; C et D ; puis compare A et B d'une part et C et D d'autre part.

Que remarques-tu ?

Solution

On a : $A = 5 \times 10 = 50$ et $B = 35 + 15 = 50$; je constate que $A = B$

$$C = 10 \times 3 = 30 \text{ et } D = 80 - 50 = 30 ; \text{ je constate que } C = D$$

En passant de $5 \times (7 + 3)$ à $5 \times 7 + 5 \times 3$; on dit qu'on a **développé** $5 \times (7 + 3)$ de même en passant de :

$$10 \times (8 - 5) \text{ à } 10 \times 8 - 10 \times 5 ; \text{ on dit qu'on a } \textbf{développé } 10 \times (8 - 5)$$

b) Propriété

Soient a ; b et c trois nombres décimaux ; on a :

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

Exercice de fixation

Développe sans calculer les expressions suivantes :

$$E = 2,5 \times (5 + 1,5) \quad ; F = 14 \times (1,5 + 4,1) \quad ; G = 4 \times (11 - 3) \quad ; H = 10,2 \times (1 - 2)$$

2) Factorisation

a) Activité

Calcule : $A = 11 \times 3 + 11 \times 5$; $B = 11 \times (3 + 5)$; $C = 11 \times 5 - 11 \times 3$ et

$D = 11 \times (5 - 3)$. Compare les deux résultats de A et B d'une part et C et D d'autre part.

Solution

On a : $A = 33 + 55 = 88$ et $B = 11 \times 8 = 88$. En comparant A et B ; je vois que $A=B$.
 Et $C = 55 - 33 = 22$ et $D = 11 \times 2 = 22$. En comparant C et D ; je constate que $C=D$.
 En passant de $11 \times 3 + 11 \times 5$ à $11 \times (3 + 5)$; on dit qu'on a **factorisé** $11 \times 3 + 11 \times 5$; Ou qu'on a mis **11 en facteur**. Il en est de même pour le passage de $11 \times 5 - 11 \times 3$ à $11 \times (5 - 3)$

b) Propriété

Soient a ; b et c trois nombres décimaux ; on a :

$$a \times b + a \times c = a \times (b + c) \text{ et } a \times b - a \times c = a \times (b - c)$$

Exercice de fixation

Factorise sans calculer les expressions suivantes :

$$E = 4 \times 11 + 4 \times 7; F = 5,7 \times (1,5 + 3); G = 11 \times 8 - 11 \times 3;$$

$$H = 2,5 \times 3 - 2,5 \times 1$$

3 Conclusion

On dit que la **multiplication** est **distributive** par rapport à **l'addition** et la **soustraction**.

Situation d'évaluationSituation d'évaluation1

Un élève décide de faire des travaux de vacances en vue d'aider ses parents pour sa scolarité pendant la rentrée scolaire 2022-2023. Il a travaillé pendant 24 jours dans un mois dans une société de séchage de mangue située à Orodara. Il est payé à 1250francs CFA par jour. Cependant il y a une retenue de 75Francs CFA par jour pour les cotisations sociales. Il te demande de l'aider à calculer la somme d'argent qu'il recevra après les 24 jours de travail.

- 1) Factorise l'expression : $P = 24 \times 1250 - 24 \times 75$.
- 2) Calcule la somme d'argent que recevra l'élève après les 24 jours de travail.
- 3) Ecris en toute lettre la somme d'argent reçu par l'élève.

Solution de la situation complexe 1

- 1) $P = 24 \times (1250 - 75)$
- 2) On a : $24 \times 1175 = 28200$. La somme que l'élève recevra est 28200f CFA
- 3) Ecriture en toute lettre de 28200 : vingt-huit mille deux cents

Situation d'évaluation2

Ismaël est un élève boursier dans la commune de Djigouéra. Vu sa situation une restauratrice de la localité, lui permet de manger à crédit et de payer quand sa bourse lui sera versé.

Après avoir perçu sa bourse, il se rend au restaurant pour régler ses dettes. Il a consommé dans un mois 10 plats de riz à 125F CFA l'unité ; 14 plats de haricot à 175F l'unité et 6 plats de soupe à 250F l'unité.

- 1) Calcule la somme d'argent qu'il doit après avoir écrit en une seule ligne le calcul à effectuer
- 2) Sachant que la restauratrice lui a fait une réduction de 25F sur chaque plat de haricot et 50F sur deux plats de soupe, réécrivez et calculez la dépense qu'il a effectué pour sa nourriture.

Solution de la situation d'évaluation 2

1) On a : $10 \times 125 + 14 \times 175 + 6 \times 250 = 1250 + 2450 + 1500 = 5200$

La somme qu'il doit payer est de 5200f CFA.

2) $10 \times 125 + 14 \times 175 + 6 \times 250 - 14 \times 25 - 2 \times 50$
 $= 1250 + 2450 + 1500 - 350 - 100$
 $= 5200 - 350 - 100 = 4850 - 100 = 4750$

Sa nouvelle dépense est de 4750f CFA.

CHAPITRE 3 : COMPARAISON ET RANGEMENT DE NOMBRES

I) COMPARAISON DE DEUX NOMBRES

1) Les symboles $<$ et $>$

a) Activité

Observe les nombres a et b suivants et dis quel est le plus petit ou quel est le plus grand.

i) $a=102$ et $b=121$

ii) $a=111$ et $b=99$

iii) $a=79$ et $b=54$

b) Définition

Comparer des entiers naturels différents, c'est de dire quel est le plus grand ou quel est le plus petit.

c) Vocabulaire

*41 est plus grand que 39 ; s'écrit $41 > 39$, et on lit 41 est *strictement supérieur* à 39

*99 est plus petit que 111 ; s'écrit $99 < 111$, et on lit 99 est *strictement inférieur* à 111

2) Comparaison de deux décimaux

a) Activité

Utilise le symbole $<$ ou $>$ ou $=$ pour comparer les nombres c et d dans chaque suivant :

i) $c=5,21000$ et $d=5,21$; ii) $c=11,01$ et $d=10,99$; iii) $c=9,99$ et $d=9,909$; iv) $c=121,12$ et $d=121,1200$

b) Règle de comparaison

→ Si deux nombres décimaux ont des parties entières différentes ; alors le plus grand des deux nombres est celui qui a la plus grande partie entière

Exemple : soit à comparer 11,99 et 12,01.

On a $11 < 12$, donc $11,99 < 12,01$

→ Si les deux nombres décimaux ont des parties entières égales ; alors on compare leurs parties décimales (les dixièmes, puis les centièmes...) ; le plus grand d'entre eux est celui qui a la plus grande partie décimale.

Exemple : soit à comparer 205,979 et 205,969

Ces deux nombres ont la même partie entière qui est 25 ; ils ont le même chiffre des dixièmes qui est 9 ; on constate une différence au niveau des chiffres des centièmes.

Comme $7 > 6$; alors $25,978 > 25,969$

NB : Le signe $=$ est utilisé pour comparer deux nombres décimaux qui ont la même valeur

Exercice de fixation

1) Compare les nombres décimaux suivants en utilisant le symbole $<$ ou $>$ ou $=$:

a) 15,4 et 15,40 ; b) 20,03 et 20,2 ; c) 3,76 et 3,776

d) 11,9999 et 12,0001 ; e) 0,003 et 0,0029 ; f) 0,00000101 et 0,000009

2) Compare

a) 370000 dixième et 36000 dizaine ; b) 7260000 centièmes et 523 centaines

II) RANGEMENT DE PLUSIEURS NOMBRES DANS L'ORDRE CROISSANT ; DECROISSANT

1) Activité

Les notes sur 20 suivants ont été obtenus par 7 élèves d'une classe de 6^{ème} lors d'un concours de mathématiques : 15,5 ; 14 ; 18 ; 17,5 ; 19 ; 15 ; 13. Donne un classement des élèves de la meilleure note à la plus faible note.

Solution

On a : 19 ; 18 ; 17,5 ; 15,5 ; 15 ; 14 ; 13. On dit qu'on a rangé ces notes dans l'ordre décroissant.

2) Rangement dans l'ordre croissant

Ranger des nombres dans l'ordre croissant ; c'est les classer du plus petit au plus grand.

Exemple/exercice

Soit à ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants : 7 ; 10,5 ; 6,7 ; 11 ; 5 et 12
On a : 5 ; 6,7 ; 7 ; 10,5 ; 11 ; 12.

On peut aussi utiliser le signe d'infériorité pour classer ces nombres dans l'ordre croissant ; on a : $5 < 6,7 < 7 < 10,5 < 11 < 12$.

3) Rangement dans l'ordre décroissant

Ranger des nombres dans l'ordre décroissant ; C'est les classer du plus grand au plus petit.

Exemple/exercice

Soit à ranger dans l'ordre décroissant les nombres suivants : 23 ; 19 ; 15,9 ; 10 ; 25,1.
On a : 25,1 ; 23 ; 19 ; 15,9 ; 10

On peut aussi utiliser le signe de supériorité pour classer ces nombres dans l'ordre décroissant ; on a : $25,1 > 23 > 19 > 15,9 > 10$.

Exercice de fixation

1) Range dans l'ordre croissant les nombres suivants :

a) 0,13 ; 0,103 ; 1,0001 ; 1 ; 0,1 ; b) 21,1 ; 22 ; 21 ; 19,999 ; 23,0002

2) Range dans l'ordre décroissant les nombres suivants :

c) 14,43 ; 4,424 ; 14,007 ; 14,0068 ; 4,042 ; 14,043 ; d) 0 ; 12 ; 9,75 ; 17 ; 53 ; 28 ; 3,5

4) Encadrement

a) Activité

A la visite médicale, l'infirmière pèse Ali ; Issouf et Noufou. Elle note :

Ali : 37,145kg ; Issouf : 42,350kg et Noufou : 40,125kg.

1) Qui est le plus lourd des trois ? Qui est le plus léger des trois ?

2) A l'aide de ces nombres complète : < 40,125 <

Solution

1) Le plus lourd est Issouf (42,350kg) et le plus léger est Ali (37,145kg)

2) Je complète : **37,145** < 40,125 < **42,350**. Dans cette expression, on dit qu'on a encadré 40,125 par les décimaux 37,145 et 42,350

b) Définition

Trouver un encadrement d'un nombre ; c'est donner un nombre plus petit et un nombre plus grand que celui-ci.

C'est-à-dire, si trois nombres a , b et c vérifient $a < b$ et $b < c$ alors $a < b < c$

c) Vocabulaires

Soit à encadrer $a = 7,4587902$

*Un encadrement de a par deux entiers consécutifs (ou à l'unité près) est : $7 < a < 8$

*Un encadrement de a par deux décimaux consécutifs au dixième (1/10) près est :
 $7,4 < a < 7,5$

*Un encadrement de a par deux décimaux consécutifs au centième (1/100) près est :
 $7,45 < a < 7,46$

*Un encadrement de a par deux décimaux consécutifs au millièmes (1/1000) près est :

$$7,458 < a < 7,459$$

Exercice de fixation

1) Range dans l'ordre croissant les nombres suivants : 25,12 ; 25,101 ; 25,9 ; 24,999

2) Range dans l'ordre décroissant les nombres suivants : 1,1 ; 1,11 ; 0,999 ; 0,9 ; 1,09.

3) soit $c = 45,789254$

a) Donne un encadrement à l'unité de c

b) Donne un encadrement de c au dixième (1/10) ; puis au millième (1/100) près.

III) APPROXIMATION DECIMALE

Lorsqu'on effectue la division de $b = \frac{22}{7}$; on trouve $b = \frac{22}{7} = 3,142857.....$; on constate que la division ne s'arrête pas. Dans ce genre de situation, on donne souvent une valeur approchée soit par défaut ou par excès en fonction d'un ordre donné.

→ $3 < \frac{22}{7} < 4$ C'est-à-dire $3 < \frac{22}{7} < 3 + 1$: **3** est une approximation par défaut de b à l'unité et **4** est une approximation de b par excès à l'unité.

→ $3,1 < b < 3,2$; C'est-à-dire $3,1 < b < 3,1 + 0,1$: **3,1** est une approximation décimale par défaut de b au $\frac{1}{10}$ près et **3,2** est une approximation décimale par excès de b au $\frac{1}{10}$ près

→ $3,142 < b < 3,143$; c'est à dire $3,142 < b < 3,142 + 0,001$: **3,142** est une approximation décimale au $\frac{1}{1000}$ près par défaut et **3,143** est une approximation décimale par excès au $\frac{1}{1000}$ près de b .

Exercice de fixation

Soit $d = 1,987120$

a) donne une approximation par défaut au dixième (1/10) près de d

b) Quelle est l'approximation décimale par excès au millième (1/1000) de d ?

c) Donner une approximation à l'unité de d par défaut.

IV) ORDRE DE GRANDEUR D'UN RESULTAT

Lorsque nous effectuons un calcul, nous avons deux possibilités :

→ Soit nous donnons la valeur exacte du résultat :

Exemple : soit à calculer : $7,845 \times 3,15 = 24,71175$. **24,71175** est la valeur exacte du produit $7,845 \times 3,15$

→ Soit nous évaluons à peu près le résultat :

Exemple : $7,845 \times 3,15$ est à peu près égale à $8 \times 3 = 24$. On dit que **24** est un **ordre de grandeur** du résultat de $7,845 \times 3,15$.

Exemple/exercice

Donnons un ordre de grandeur des résultats suivants :

* $2847 + 1215$ est à peu près égal à $3800 + 1200 = 5000$. Un ordre de grandeur du résultat $2847 + 1215$ est 5000.

* $8247 - 5746$ est à peu près égal à $8200 - 5800 = 2400$. 2400 est un ordre de grandeur du résultat $8247 - 5746$.

* $975 : 97,46$ est à peu près égal à $1000 : 100 = 10$. Un ordre de grandeur du résultat de $975 : 97,46$ est 10.

***Attention!!!** : L'ordre de grandeur n'est pas unique ; selon la précision que l'on souhaite, on prendra 76 ou 77 ou 80 comme ordre de grandeur de 77,5*

Exercice de fixation

Donne un ordre de grandeur du résultat des opérations suivantes :

a) $29478,780 + 41787,125$; b) $145987 - 997412$; c) $45,451 : 8,8912$; d) $4789215 \times 1,97889$

Situation d'évaluation

Pour la fête de la tabaski ; le père de Issa veut tuer un bélier dont la masse finale est estimée à 60kg. Il veut partager la moitié de sa viande à ses 11 voisins de façon équitable et donner un morceau de 2,25kg au bouché qui a tué et dépiécé le mouton. La division n'étant pas exacte, il veut savoir quelle masse de viande lui restera-t-il s'il fait un partage par excès. Il te demande de l'aider à faire ce partage.

- 1) Effectue l'opération suivante : $30 \div 11$ (tu t'arrêteras à 3 chiffres après la virgule)
- 2) Donne un encadrement au 1/1000 près du résultat de la question 1).
- 3) Quelle sera la part de chaque voisin au centième (1/100) près par excès ?
- 4) Si le père de Issa décide de donner 2,73kgs de viande à chacun de ses voisins et 2,25kg de viande au bouché qui a arrangé le bélier ; quelle masse de viande lui restera-t-il après le partage ?

Solution de la situation d'évaluation

- 1) On a : $30 \div 11 = 2,727$
- 2) La part de chaque voisin sera de 2,73kg
- 3) La part de viande qui restera est : $60 - (2,73 \times 11 + 2,25) = 60 - (30,03 + 2,25)$
 $= 60 - 32,28 = 27,72$

Il lui restera 27,72 kg de viande.

CHAPITRE 4 : LES FRACTIONS

I) RAPPELS SUR LES FRACTIONS

1) Convention et notation

On convient de poser $2,25 \div 4,48 = \frac{2,25}{4,48}$.

*De façon général, si **a** est un nombre décimal et **b** est un nombre décimal non nul ($b \neq 0$) ; on pose $a \div b = \frac{a}{b}$

*Si **a** et **b** sont des entiers naturels ; alors l'écriture $\frac{a}{b}$ est une fraction.

→Le nombre entier naturel **a** est son **numérateur** et le nombre entier naturel **b** non nul est son **dénominateur**.

→Le **numérateur** et le **dénominateur** sont les **termes** de la fraction.

Exemple : $\frac{1}{2}$; $\frac{111}{7}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{5}{99}$ sont des fractions

$\frac{1,25}{2,3}$; $\frac{45}{5,5}$; $\frac{10,5}{3}$ ne sont pas des fractions

2) Quelques conséquences

→On a : $\frac{7}{1} = 7 \div 1 = 7$; $\frac{5,9}{1} = 5,9 \div 1 = 5,9$; $\frac{792}{1} = 792 \div 1 = 792$; ...

→ $\frac{0}{5} = 0 \div 5 = 0$; $\frac{0}{14,5} = 0 \div 14,5 = 0$; $\frac{0}{1000000} = 0 \div 1000000 = 0$;

On retiendra que :

→Pour tout nombre décimal **a** ; on a $\frac{a}{1} = a$

→Pour tout nombre décimal **b** non nul ($b \neq 0$) ; on a $\frac{0}{b} = 0$

II) ECRITURE FRACTIONNAIRE D'UN DECIMAL POSITIF

1) Activité

Complète les égalités suivantes par les nombres qui conviennent :

$$45,2 = \frac{\quad}{10} \quad ; 2,5 = \frac{\quad}{100} \quad ; 102,75 = \frac{\quad}{1000}$$

Solution

$45,2 = \frac{452}{10}$; $2,5 = \frac{250}{100}$; $102,75 = \frac{102750}{1000}$. On remarque que les dénominateurs de ces fractions sont : 10 ; 100 ; 1000.... ; ces fractions sont appelés fractions décimales.

2) Définition

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10 ; 100 ; 1000 ; ...

Exemples : $\frac{10}{100}$; $\frac{124}{10}$; $\frac{25}{10000}$; $\frac{13}{10000000}$ sont des fractions décimales.

Remarque : Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

3) Exercice de fixation

Donne une fraction décimale de chacun des nombres suivants :

1,2 ; 32,012 ; 0,011 ; 101,1 et 555,55

III) ECRITURE DECIMALE D'UNE FRACTION DECIMALE1) Activité

Calcule : $\frac{45}{10}$; $\frac{1025}{100}$; $\frac{584}{1000}$. Quelle remarque fais-tu ?

Solution

Calculons : $\frac{45}{10} = 4,5$; $\frac{1025}{100} = 10,25$; $\frac{584}{1000} = 0,584$. Je constate que chaque résultat est le numérateur contenant une virgule en fonction du nombre de zéros au dénominateur

2) Règle

Pour diviser un nombre entier par 10 ; 100 ; 1000 ; ... ; on place une virgule à 1 ; 2 ; 3 ; ... ; chiffres à partir de la droite en fonction du nombre de zéro(0) au dénominateur.

Exemple : $\frac{1254}{1000} = 1,254$

Exercice de fixation

Donne une écriture décimale des fractions décimales suivantes

$$\frac{45}{100} \quad ; \quad \frac{111}{10000} \quad ; \quad \frac{1}{10} \quad ; \quad \frac{2}{1000}$$

IV) ECRITURE SOUS FORME DE FRACTION DU QUOTIENT DE DEUX DECIMAUX POSITIFS1) Activité

Calcule ; puis compare les résultats des quotients suivants :

$$\frac{90}{4} \quad ; \quad \frac{45}{2} \quad ; \quad \frac{4,5}{0,2} \quad ; \quad \frac{180}{8} \quad ; \quad \frac{9}{0,4}$$

Solution

On a :

$\frac{90 \div 2}{4 \div 2} = \frac{45}{2} = \frac{4,5 \times 10}{0,2 \times 10} = \frac{180 \div 4}{8 \div 4} = \frac{9 \times 5}{0,4 \times 5}$. On passe d'un quotient à un autre en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre sans que le résultat final ne change.

2) Règle1

On ne change pas la valeur d'un quotient en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul

3) Quotients de deux décimaux

En appliquant la règle précédente ; on peut donc écrire que :

$$\begin{aligned} \frac{45,8}{12,5} &= \frac{45,8 \times 10}{12,5 \times 10} = \frac{458}{125} ; \text{ Ici, on a multiplié le numérateur et le dénominateur par 10} \\ \frac{75,1}{3,62} &= \frac{75,1 \times 100}{3,62 \times 100} = \frac{7510}{362} ; \text{ Ici, on a multiplié le numérateur et le dénominateur par 100} \\ \frac{9,125}{7} &= \frac{9,125 \times 1000}{7 \times 1000} = \frac{9125}{7000} ; \text{ On a multiplié le numérateur et le dénominateur par 1000} \end{aligned}$$

4) Règle2

Tout quotient de nombres décimaux peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

Exercice de fixation

Ecris sous forme de fraction les quotients suivants

$$\frac{87}{1,01} ; \frac{45,1}{31} ; \frac{3,254}{1425} ; \frac{55,125}{2} ; \frac{6,3589}{5,35} ; \frac{1}{1,111} ; \frac{0,00000012}{52}$$

V) ADDITION DE DEUX FRACTIONS1) Les deux fractions ont le même dénominateura) Activité1) Complète l'égalité suivante : $A = \frac{3}{5} + \frac{9}{5} = \frac{3+9}{5} = \frac{12}{5}$ 2) Calcule : $B = \frac{7}{11} + \frac{3}{11}$ et $C = \frac{15}{9} + \frac{11}{9}$ Solution1) Complétons l'égalité : $A = \frac{3}{5} + \frac{9}{5} = \frac{3+9}{5} = \frac{12}{5}$ 2) Calculons : $A = \frac{7}{11} + \frac{3}{11} = \frac{7+3}{11} = \frac{10}{11}$ et $B = \frac{15}{9} + \frac{11}{9} = \frac{15+11}{9} = \frac{26}{9}$ b) Propriété 1Pour tout nombre a ; b et c (avec $c \neq 0$) ; on a : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ 2) Les deux fractions ont des dénominateurs différentsa) Activité1) Complète l'égalité suivante : $\frac{8}{11} + \frac{16}{33} = \frac{8 \times \dots}{11 \times \dots} + \frac{16}{33} = \frac{24}{33} + \frac{16}{33} = \frac{\dots}{\dots}$

2) En multipliant l'une des fractions par le nombre qui convient (comme dans la question 1) ; calcule :

$$A = \frac{2}{3} + \frac{7}{6} \quad \text{et} \quad B = \frac{5}{21} + \frac{1}{7}$$

Solution1) Je complète l'égalité : $\frac{8}{11} + \frac{16}{33} = \frac{8 \times 3}{11 \times 3} + \frac{16}{33} = \frac{24}{33} + \frac{16}{33} = \frac{24+16}{33} = \frac{40}{33}$ 2) Je calcule : $A = \frac{2}{3} + \frac{7}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{7}{6} = \frac{4}{6} + \frac{7}{6} = \frac{11}{6}$ et $B = \frac{5}{21} + \frac{1}{7} = \frac{5}{21} + \frac{1 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{21} + \frac{3}{21} = \frac{8}{21}$ b) VocabulaireEn multipliant le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$ par 2 ; on obtient : $\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$. Les deux fractions ont maintenant le même dénominateur 6.On dit qu'on a réduit les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{6}$ au même dénominateur 6.

On ne peut additionner deux fractions que si elles ont le même dénominateur.

c) Propriété 2

Pour additionner deux fractions de dénominateur différent :

-on les réduit d'abord au même dénominateur ;

-On applique ensuite la propriété 1 : Pour tout nombre a ; b et c ($c \neq 0$) ;On a : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

Exercice de fixation

Calcule les sommes des fractions suivantes :

$$A = \frac{7}{11} + \frac{17}{11} ; B = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} ; C = \frac{1}{2} + \frac{9}{2} ; D = \frac{1}{2} + \frac{11}{8} ; E = \frac{9}{10} + \frac{3}{5} ; F = \frac{8}{9} + \frac{55}{81}$$

VI) ADDITION D'UN ENTIER ET UNE FRACTION1) Exemple/exercice

On désire calculer la somme suivante : $A = 3 + \frac{5}{8}$.

Tout nombre entier est une fraction dont le dénominateur est 1. Alors on peut écrire que : $A = 3 + \frac{5}{8} = \frac{3}{1} + \frac{5}{8}$. On peut donc appliquer la propriété 2 pour effectuer les calculs.

$$\text{On a : } A = 3 + \frac{5}{8} = \frac{3}{1} + \frac{5}{8} = \frac{3 \times 8}{1 \times 8} + \frac{5}{8} = \frac{24}{8} + \frac{5}{8} = \frac{24+5}{8} = \frac{29}{8}$$

2) Propriété 3

Pour additionner un entier et une fraction :

- On écrit d'abord l'entier sous forme de fraction dont le dénominateur est 1
- On applique ensuite la propriété 2

Exercice de fixation

$$\text{Calculer : } A = 1 + \frac{5}{3} ; B = \frac{1}{2} + 5 ; C = \frac{9}{11} + 2 ; D = 13 + \frac{3}{4}$$

VII) MULTIPLICATION D'UN DECIMAL PAR UNE FRACTION1) Multiplication d'un décimal par une fractiona) Activité

1) Complète les égalités suivantes : $3 \times \frac{5}{4} = \frac{3 \times \dots}{4} = \frac{15}{4}$ et $\frac{2}{3} \times 7,5 = \frac{\dots \times 7,5}{3} = \frac{15}{3}$. Que remarques-tu ?

2) En t'inspirant de la question 1) ; calcule : $A = 3 \times \frac{1}{11}$; $B = \frac{4}{5} \times 2,5$.

Solution

1) Je complète les égalités suivantes : $3 \times \frac{5}{4} = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4}$ et $\frac{2}{3} \times 7,5 = \frac{2 \times 7,5}{3} = \frac{15}{3}$. Je remarque que dans chaque cas, le nombre décimal multiplie seulement le numérateur de la fraction et le dénominateur de la fraction ne change pas.

b) Propriété 4

Pour tout nombre entier a et b (b ≠ 0) et pour tout nombre décimal c ; on a :

$$c \times \frac{a}{b} = \frac{c \times a}{b} = \frac{a}{b} \times c$$

Exercice de fixation

$$\text{Calcule les produits suivants : } C = 5,5 \times \frac{7}{11} ; D = 11 \times \frac{2}{3} ; E = \frac{1}{11} \times 10 ; F = \frac{7}{4} \times 3,5$$

2) Prendre une fraction d'une quantitéa) Activité dirigée

Pour calculer les $\frac{2}{3}$ de 18 : on divise 18 par 3 pour calculer un tiers de 18 ; puis on multiplie le résultat par 2 pour prendre deux tiers. Au final, on a multiplié 18 par $\frac{2}{3}$

Prendre $\frac{2}{3}$ revient à calculer $18 \times \frac{2}{3} = 12$

b) Propriété 5

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par la fraction.

Exemple/Exercice

Pour calculer $\frac{2}{7}$ de 35kg, il y a deux procédures de calcul possible

-En commençant par la division : $35 \times \frac{2}{7} = (35 \div 7) \times 2 = 5 \times 2 = 10$

-En commençant par la multiplication : $35 \times \frac{2}{7} = (35 \times 2) \div 7 = 70 \div 7 = 10$

3) Appliquer un pourcentage à une grandeur

a) Activité dirigée

Lorsqu'on applique 12% au nombre 300, on obtient 36. Comment avons-nous obtenu ce résultat ?

En effet ; calculer 12% de 300, revient à pose : $(300 \times 12) \div 100$ ou $(300 \div 100) \times 12$.
Ce qui donne le résultat 36.

b) Propriété 6

Calculer p% d'un nombre n, c'est multiplier ce nombre par $\frac{p}{100}$

Exemple

Calculons 15% de 720 :

On pose $720 \times \frac{15}{100} = 720 \times 0,15 = 108$

Exercice de fixation

1) Le prix d'un article était 46000f CFA ; cet article a eu une augmentation de 15%.
Calcule la valeur de cette augmentation

2) Pendant la fête de la Tabaski la famille Traoré a consommé les $\frac{2}{5}$ de leur sac de riz de 50kg. Calcule la masse de riz consommé par la famille Traoré.

VIII) ENCADREMENT

Lorsqu'on effectue le calcul suivant : $\frac{15}{7}$; on trouve $\frac{15}{7} = 2,142857.....$. On constate que cette division ne s'arrête pas. On peut donc en fonction de nos besoins, décider de donner un encadrement de la fraction $\frac{15}{7}$ par deux décimaux consécutifs (qui se suivent) à l'unité ; au dixième ; centième ; au millième...près

On a donc :

→ $2 < \frac{15}{7} < 3$; est un encadrement de $\frac{15}{7}$ par deux décimaux consécutifs à l'unité près

→ $2,1 < \frac{15}{7} < 2,2$; est un encadrement de $\frac{15}{7}$ par deux décimaux consécutifs au $\frac{1}{10}$ près

→ $2,14 < \frac{15}{7} < 2,15$; est un encadrement de $\frac{15}{7}$ par deux décimaux consécutifs au $\frac{1}{100}$ près

Exercice de fixation

1) Donne un encadrement de la fraction $\frac{5}{2}$ à l'unité près.

2) Soit la fraction $\frac{19}{6}$. Donne un encadrement de cette fraction au $\frac{1}{10}$; puis au $\frac{1}{100}$ près

IX) RAPPELS SUR LES CRITERES DE DIVISIBILITE

→ Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 et 8.

Exemple : 22 ; 48 ; 456 ; 650 sont divisibles par 2

→ Un nombre entier supérieur à 10 est divisible par 4 si ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4

Exemple : 148 est divisible par 4 car 48 est divisible par 4

7644 est divisible par 4 car 44 est divisible par 4

→ Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3

Exemple : 714 est divisible par 3 car $7+1+4=12$ est divisible par 3

7644 est divisible par 3 car $7+6+4+4=21$ est divisible par 3

→ Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9

Exemple : 882 est divisible par 9 car $8+8+2=18$ est divisible par 9

58419 est divisible par 9 car $5+8+4+1+9=27$ est divisible par 9

→ Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5

Exemple : 5 ; 445 ; 520 ; 1 010 ; 4555 ; 2020 sont divisibles par 5

→ Un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0

Exemple : 10 ; 1010 ; 6000 ; 5200 ; 350 sont divisibles par 10

X) SIMPLIFICATION D'UNE FRACTION1) Propriété

Pour simplifier une fraction, on divise le numérateur et le dénominateur de la fraction par un même nombre entier non nul lorsque cela est possible

2) Vocabulaire

Considérons la fraction $\frac{18}{12}$. En divisant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par 2, on obtient : $\frac{18 \div 2}{12 \div 2} = \frac{9}{6}$. On dit qu'on a **simplifié la fraction $\frac{18}{12}$** et les fractions **$\frac{18}{12}$ et $\frac{9}{6}$ sont égales.**

On peut donc avoir plusieurs fractions égales à $\frac{18}{12}$. On a donc $\frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

On constate qu'on ne peut plus simplifier la fraction $\frac{3}{2}$; on dit que **$\frac{3}{2}$ est une fraction irréductible.**

Définition: Une fraction irréductible est une fraction qui ne peut pas être simplifiée.

Exemple : $\frac{19}{11}$; $\frac{5}{22}$; $\frac{100}{3}$; $\frac{77}{5}$ sont des fractions irréductibles.

NB : Pour simplifier efficacement une fraction ; il faut maîtriser et utiliser les critères de divisibilité

Exercice de fixation

Ecris sous forme de fractions irréductibles les fractions suivantes :

$$\frac{18}{27} ; \frac{32}{72} ; \frac{9000}{3700} ; \frac{1700}{23000} ; \frac{3}{6} ; \frac{45}{35}$$

Situation d'intégration

Sita est une élève boursière de la classe de 6^è. Elle perçoit la totalité de sa bourse qui s'élève à 108000f CFA. Son père retient 40% pour pouvoir payer sa scolarité pendant la rentrée scolaire suivante. Avec la part qui lui reste elle décide d'investir les $\frac{3}{5}$ dans son champ d'arachide et garder le reste pour ses besoins personnels.

- 1) Calcule le montant prélever par son père.
- 2) Quel montant a-t-elle investi dans son champ d'arachide ?
- 3) Calcule le montant qui lui reste pour ses besoins personnels.

Solution de la situation d'intégration

- 1) Le montant prélevé par son père est : $108000 \times \frac{40}{100} = 43200$ f CFA.
- 2) Le montant investi est : $64800 \times \frac{3}{5} = 38880$ f CFA
- 3) Le montant qui lui restera est : $108000 - (43200 + 38880) = 108000 - 82080 = 25920$ f CFA

CHAPITRE 5 : EGALITES A << TROUS >>**1) EGALITES A << TROUS >>****1) Egalité du type $a + \dots = b$ ou $\dots + a = b$** **a) Activité**

Complète les égalités suivantes pour qu'elles soient vraies

$$2 + \dots = 7 \quad ; \quad 5,5 + \dots = 10 \quad ; \quad \dots + 7 = 8 \quad ; \quad \dots + 11 = 15,5$$

Solution

Je complète les égalités suivantes :

$$2 + \mathbf{5} = 7 \quad ; \quad 5,5 + \mathbf{4,5} = 10 \quad ; \quad \mathbf{1} + 7 = 8 \quad ; \quad \mathbf{4,5} + 11 = 15,5$$

b) Définition

Compléter une égalité à <<trous>> du type $a + \dots = b$ ou $\dots + a = b$; c'est remplacer les pointillés par un nombre pour que l'égalité soit vraie en **faisant $b - a$**

2) Egalité du type $a - \dots = b$ **a) Activité**

Complète les égalités suivantes pour qu'elles soient vraies

$$17 - \dots = 11 \quad ; \quad 12,7 - \dots = 9 \quad ; \quad 20 - \dots = 7,5 \quad ; \quad 14,9 - \dots = 10,5$$

b) Définition

Compléter une égalité à trous du type $a - \dots = b$; revient à remplacer les pointillés par le nombre qui convient pour que l'égalité soit vraie en **faisant $a - b$** .

Exercice de fixation

Complète les égalités à trous suivants :

$$9 + \dots = 12 \quad ; \quad 52 - \dots = 25 \quad ; \quad 23,5 + \dots = 25 \quad ; \quad 70,8 - \dots = 50 \quad ; \quad 101 - \dots = 11$$

3) Egalités à trous du type $\frac{\dots}{a} = b$ avec $a \neq 0$ **a) Activité**

Complète les égalités suivantes par des nombres pour qu'elles soient vraies

$$\frac{\dots}{5} = 4 \quad ; \quad \frac{\dots}{3} = 3 \quad ; \quad \frac{\dots}{4,5} = 1 \quad ; \quad \frac{\dots}{4} = 2,5$$

Solution

Complétons les égalités suivantes

$$\frac{\mathbf{20}}{5} = 4 \quad ; \quad \frac{\mathbf{9}}{3} = 3 \quad ; \quad \frac{\mathbf{4,5}}{4,5} = 1 \quad ; \quad \frac{\mathbf{10}}{4} = 2,5$$

b) Définition

Compléter une égalité à trous du type $\frac{\dots}{a} = b$ avec $a \neq 0$; C'est trouver le nombre convenable qui remplacera les pointillés pour que l'égalité soit toujours vraie en **faisant $a \times b$**

4) Egalités à trous du type $a \times \dots = b$ a) Activité

Complète les égalités suivantes pour qu'elles soient vraies

$$2 \times \dots = 12 \quad ; 5,5 \times \dots = 11 \quad ; 2,5 \times \dots = 12,5 \quad ; 7 \times \dots = 17,5$$

Solution

Je complète les égalités suivantes

$$2 \times \mathbf{6} = 12 \quad ; 5,5 \times \mathbf{2} = 11 \quad ; 2,5 \times \mathbf{5} = 12,5 \quad ; 7 \times \mathbf{2,5} = 17,5$$

b) Propriété

Compléter une égalité à trou du type $a \times \dots = b$; revient à trouver le nombre convenable qui rend l'égalité toujours vraie en **faisant $b \div a$**

Exercice de fixation

Complète les égalités suivantes :

$$3 \times \dots = 18 \quad ; 6,5 \times \dots = 26 \quad ; 5 \times \dots = 27,5 \quad ; 2 \times \dots = 5 \quad ; 1000 \times \dots = 10$$

$$\frac{\dots}{1000} = 27 \quad ; \frac{\dots}{3} = 7,5 \quad ; \frac{\dots}{5,5} = 2,5 \quad ; \frac{\dots}{0,15} = 15 \quad ; \frac{\dots}{10} = 125,5 \quad ; \frac{\dots}{0,1} = 1$$

II) PROBLEMES RESOLUSProblème1

En 1959 le père de Karim s'installe à Bobo-Dioulasso ; il avait alors 25ans. En quelle année est-il né ?

Solution

Déterminons l'année de naissance du père de Karim

Trouver l'âge du père de Karim revient à compléter l'égalité à trou suivant :

$$\dots + 25 = 1959$$

Le père de Karim est né en : $1959 - 25 = 1934$

Probleme2

M.TRAORE partage à ses 7 enfants tous ses poulets pour des raisons de voyage.

Sachant que chaque enfant a reçu 13 poulets. Combien de poulets avait M. TRAORE ?

Solution

Déterminons le nombre de poulets que possédait M. TRAORE

Trouver le nombre de poulets de M. TRAORE revient à compléter l'égalité suivante :

$$\frac{\dots}{7} = 13$$

Le nombre de poulets que possédait M. TRAORE est : $7 \times 13 = 91$ poulets.

Probleme3

En 2015, un éleveur de pintades avait 1375 pintades. Cinq ans plus tard, c'est-à-dire en 2020, il n'y avait plus que 815 pintades. Combien de pintade avait perdu l'éleveur pendant ces cinq années ?

Solution

Pour trouver le nombre de pintade, il suffit de compléter l'égalité suivante :

$$1375 - \dots = 815$$

Le nombre de pintade perdu par l'éleveur pendant ces cinq ans est :

$$1375 - 815 = 560 \text{ Pintades}$$

Situation d'évaluation

T.V.A veut dire « *Taxe sur la Valeur Ajoutée* ». C'est un impôt sur les objets que nous achetons. Pour beaucoup d'objets, le taux de la T.V.A est de 18% ; et dans ce cas :

$$T.V.A = p H.T \times \frac{18}{100} ; \text{ avec } p H.T : \text{prix Hors - taxes.}$$

M. OUATTARA ; un cultivateur résident à Orodara commande un tracteur agricole à Ouagadougou. Sachant que le tracteur coûte 6 500 000f CFA (p H.T). Et le transport pour acheminer le tracteur jusqu'à destination à Orodara est 275 000f CFA et des taxes de douane intermédiaires dont le montant n'est pas connu seront à la charge du client. M. OUATTARA veut savoir à combien s'est élevé les taxes intermédiaires sachant qu'il a déboursé 8 275 000f CFA pour que le tracteur arrive à destination. Il te demande de l'aider à évaluer les taxes de douanes intermédiaires. Pour cela tu dois répondre aux questions suivantes :

- 1) A combien s'élève la T.V.A pour l'achat de ce tracteur ?
- 2) Évalue les dépenses de M. OUATTARA sans les taxes intermédiaire de douane.
- 3) Détermine le montant des taxes intermédiaire de douane.

Solution de la situation d'évaluation

- 1) Je calcule la T.V.A pour l'achat de ce tracteur

$$\text{On a : } 6500000 \times \frac{18}{100} = 1\,170\,000. \text{ La T.V.A s'élève à } 1\,170\,000 \text{f CFA.}$$

- 2) J'évalue les dépenses de M. OUATTARA sans les taxes intermédiaires

$$\text{On a : } 6\,500\,000 + 275\,000 + 1\,170\,000 = 7\,945\,000.$$

Les dépenses sans les taxes intermédiaires s'élèvent à 7 945 000f CFA

- 3) Je détermine le montant des taxes intermédiaire de douane

Cela revient à compléter l'égalité à trou suivant : $7\,945\,000 + \dots = 8\,275\,000$.

$$\text{On a : } 8\,275\,000 - 7\,945\,000 = 330\,000.$$

Donc les taxes intermédiaires de douane étaient de 330 000f CFA

CHAPITRE 6 : LES NOMBRES RELATIFS

I) INTRODUCTION DE $\mathbb{Z}$ et de $\mathbb{D}$

1) Introduction de $\mathbb{Z}$

Une date comme 21 avant Jésus-Christ peut se noter par le nombre négatif (-21) ; et une date comme 54 après Jésus-Christ peut se noter par le nombre positif (+54).

-Les nombres entiers écrits avec un **signe +** ou écrits sans signe sont des **nombres entiers relatifs positifs**. L'ensemble des entiers relatifs positif se note $\mathbb{Z}^+$

On a : $\mathbb{Z}^+ = \{0; (+1); (+2); (+3); (+4); (+5); (+6); (+7); (+8); (+9); (+10); \dots\}$

-Les nombres entiers écrits avec un **signe -** sont des **nombres entiers relatifs négatifs**. Noté $\mathbb{Z}^-$. On a : $\mathbb{Z}^- = \{\dots; -10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$

-L'ensemble des entiers relatifs se note $\mathbb{Z}$.

Et on a :

→ $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ = \{(-5); (-4); (-3); (-2); (-1); 0; (+1); (+2); (+3); (+4); (+5); \dots\}$

→ $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+$ se lit « $\mathbb{Z}$ égal à $\mathbb{Z}^-$ union $\mathbb{Z}^+$ »

→ $\mathbb{Z}^- \cap \mathbb{Z}^+ = \{0\}$ et se lit « $\mathbb{Z}^-$ inter $\mathbb{Z}^+$ » égal au « singleton 0 »

Remarque :

-L'ensemble des entiers relatifs positifs sont des entiers naturels et on a : $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$;

-On a $(-0) = (+0)$; 0 est un nombre entier relatif à la fois **positif et négatif** : on dit que 0 n'a pas de signe.

-Lorsqu'un nombre appartient à un ensemble, on utilise le symbole $\in$ (**appartient**) et lorsqu'il n'appartient pas, on utilise le symbole $\notin$ (**n'appartient pas**).

Exemple : $(-3) \in \mathbb{Z}^-$; $(+11) \in \mathbb{N}$; $(-6) \notin \mathbb{N}$; $(+25) \in \mathbb{Z}$; $(+6,5) \notin \mathbb{Z}$

-Tous les éléments de $\mathbb{Z}^-$ sont dans $\mathbb{Z}$; on note $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$ et on lit « $\mathbb{Z}^-$ est inclus dans $\mathbb{Z}$ »

De même on a : $\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Z}$ on lit « $\mathbb{Z}^+$ est inclus dans $\mathbb{Z}$ ».

2) Introduction de $\mathbb{D}$

Nous avons vu dans les chapitres précédant, les nombres **décimaux positifs** : $(+2,5)$; $(+3,1)$; $(+10,8)$; $(+15,9)$; ...noté **D ou $\mathbb{D}^+$** . Il existe aussi des nombre **décimaux négatifs** : $(-2,5)$; $(-1,4)$; $(-10,02)$; $(-36,5)$;Noté **$\mathbb{D}^-$** .

L'ensemble des décimaux relatifs se note simplement $\mathbb{D}$ et on a : $\mathbb{D} = \mathbb{D}^- \cup \mathbb{D}^+$

Remarques :

-On a $(-0) = (+0)$; alors 0 est un nombre à la fois négatif et positif

-Tous les éléments de $\mathbb{Z}$ sont dans $\mathbb{D}$; alors on note $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ et on lit

« $\mathbb{Z}$ est inclus dans $\mathbb{D}$ »

-Si un ensemble n'est pas inclus dans un autre ensemble on utilise le symbole $\not\subset$

Par exemple $\mathbb{D}^- \not\subset \mathbb{D}^+$; $\{(-5); (-2); (-1); (+1)\} \not\subset \mathbb{Z}^-$

-On a $\mathbb{D}^- \cap \mathbb{D}^+ = \{0\}$ et on lit « $\mathbb{D}^-$ inter $\mathbb{D}^+$ » égal au singleton 0

-Tous les nombres entiers relatifs sont aussi des nombres décimaux relatifs.

En effet : $(+6) = (+6,0)$; $(-3) = (-3,00)$; $(-25) = (-25,0)$; $(+11) = (+11,000000)$

Exercice de fixation

Complète par le symbole $\in$ ou $\notin$ ou $\subset$ ou $\not\subset$

$(+3) \dots \mathbb{Z}; (-1,01) \dots \mathbb{Z}^-; \mathbb{Z}^+ \dots \mathbb{D}; (-11,0) \dots \mathbb{N}; (+2,758) \dots \mathbb{D}^+; (-0,02) \dots \mathbb{D}; \mathbb{Z}^+ \dots \mathbb{N}$
 $\{(+1); (+5,2); (+325); (+102)\} \dots \mathbb{D}; \mathbb{D} \dots \mathbb{Z}; \mathbb{Z}^- \dots \mathbb{D}; \mathbb{D}^+ \dots \mathbb{Z}; 0 \dots \mathbb{D}^-; \mathbb{N} \dots \mathbb{Z}$

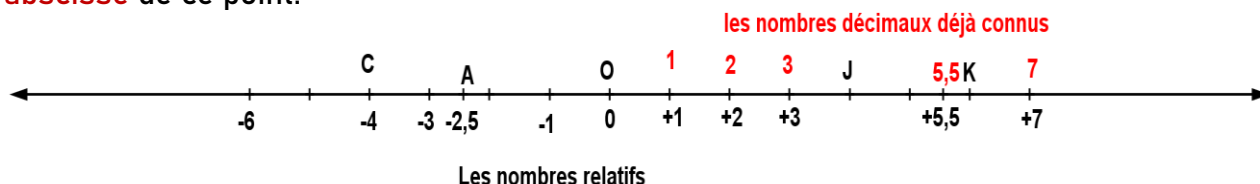
II) ADDITION DE DEUX NOMBRES RELATIFS

1) La droite graduée

a) Vocabulaire

Les nombres relatifs permettent de graduer une droite à gauche et à droite de **0** (appelé **origine**).

Chaque point d'une droite graduée est repéré par un **nombre décimal relatif** appelé **abscisse** de ce point.



*Le point **O** est **l'origine** de la droite graduée ; son abscisse est 0

*Sur la droite ; l'abscisse du point C est (-4) ; celle du point A est (-2,5) ; celle du point J est (+4) et celle du point K est (+6).

b) Distance à zéro d'un nombre décimal relatif

La distance à zéro d'un nombre décimal relatif est la distance du point dont il est l'abscisse à l'origine de la graduation.

Exemple : la distance à zéro de (-6) est 6 ; la distance à zéro de (-2,5) est 2,5 ;

La distance à zéro de (+2) est 2 ; la distance à zéro de (+5,5) est 5,5

Remarque : On peut dire aussi que la distance à zéro d'un nombre décimal relatif est ce nombre sans son signe.

Exercice de fixation

1) Trace une droite graduée et marque les points correspondant à :

$+4,5$; -3 ; $-0,5$; $+2$; $+3,5$

2) Donne la distance à zéro des nombres suivants : $(-7,5)$; $(+1)$; $(+6,2)$; $(-12,9)$; (-25)

2) Addition de deux nombres décimaux relatifs de même signe

a) Règle

Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de même signe, on effectue la somme de leur distance à zéro et on affecte au résultat leur signe commun.

Exemple : soit à calculer : $(-25) + (-12)$.

La distance à zéro de (-25) est 25 et la distance à zéro de (-12) est 12. Leur signe commun est (-)

Alors $(-25) + (-12) = -(25+12) = -37$

b) Exemple/Exercice

Calcule les sommes suivantes : $(+5) + (+9)$; $(+5,6) + (+4,1)$; $(-3) + (-7)$; $(-2,5) + (-3)$

Solution

$(+5) + (+9) = (+14)$; $(+5,6) + (+4,1) = (+9,7)$; $(-3) + (-7) = (-10)$; $(-2,5) + (-3) = (-5,5)$

3) Addition de deux nombres de signe contraire

a) Règle

Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de signe contraire, on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande distance à zéro et on affecte au résultat le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemple : soit à calculer : $(-23) + (+12)$.

On a la distance à zéro de (-23) est 23 et la distance à zéro de $(+12)$ est 12 ; le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro est $(-)$.

Alors : $(-23) + (+12) = -(23-12) = (-11)$

b) Exemple/Exercice

Calcul les expressions suivantes :

$(-14) + (+19)$; $(-5,5) + (+2,5)$; $(+56) + (-37,8)$; $(+101) + (-125)$; $(-0,9) + (0,11)$; $(+0) + (-13)$

III) OPPOSE D'UN NOMBRE RELATIF

1) Activité

1) Quelle est la distance à zéro de (-7) et de $(+7)$? Que remarques-tu ?

2) Calcule $(-7) + (+7)$

Solution

1) La distance à zéro de (-7) est 7 et la distance à zéro de $(+7)$ est 7. Je remarque que (-7) et $(+7)$ ont la même distance à zéro.

2) Je calcule $(-7) + (+7)$

$$(-7) + (+7) = (+7) + (-7) = (7-7) = (+0) = 0.$$

On dit que les nombres relatifs (-7) et $(+7)$ sont **opposés**.

2) Définition

On dit que deux nombres décimaux relatifs sont **opposés** lorsqu'ils ont la **même distance à zéro** et de **signe contraire**. L'**opposé** d'un nombre relatif **b** se note **-b**

Remarque :

-on obtient l'opposé d'un nombre décimal relatif en changeant son signe

-Le nombre décimal relatif 0 est son propre opposé.

Exercice de fixation

Trouve l'opposé des nombres décimaux relatifs suivants :

$(-0,5)$; $(+15,6)$; (-108) ; $(-0,001)$; $(+123)$; $(+0)$; (-12578901)

IV) VALEUR ABSOLUE D'UN NOMBRE RELATIF

1) Vocabulaire

Considérons les nombres suivants : (-12) ; $(+45,8)$; $(-25,1)$; $(+2)$. On constate que chaque nombre est constitué d'un signe $(-)$ ou d'un signe $(+)$ suivis d'un nombre décimal appelé **valeur absolue**.

2) Définition

La valeur absolue d'un nombre décimal relatif ; est ce nombre sans son signe.

Exemple : considérons les nombres relatifs suivants : $(-250,9)$ et $(+109)$

- le signe du nombre décimal relatif $(-250,9)$ est $(-)$ et sa valeur absolue est 250,9
- le signe du nombre décimal relatif $(+109)$ est $(+)$ et sa valeur absolue est 109

Exercice de fixation

Donne le signe et la valeur absolue de chaque nombre décimal relatif suivants :

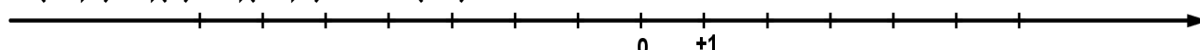
$(+89)$; (-12) ; $(+25,1)$; $(+8947)$; (-456) ; $(-0,015)$; $(-1,0014)$

V) COMPARAISON ; RANGEMENT DE NOMBRES RELATIFS

1) Activité

1) Sur la droite graduée suivante ; marque les points correspondant à :

$(-5,5)$; (2) ; $(+3,5)$ et $(+4)$



2) En te servant de la droite ; compare :

a) $(-5,5)$ et (-2)

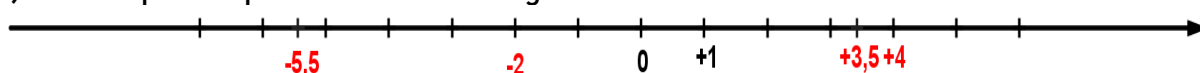
b) (-2) et $(+4)$

c) $(+3,5)$ et $(+4)$

3) Range tous les nombres sur la droite graduée du plus petit au plus grand

Solution

1) Je marque les points sur la droite graduée



2) En me servant de la droite ; je compare :

a) $(-5,5) < (-2)$

b) $(-2) < (+4)$

c) $(+3,5) < (+4)$

3) Je range ces nombres du plus petit au plus grand.

On a : $(-5,5) < (-2) < 0 < (+1) < (+3,5) < (+4)$

2) Règles

***Règle1** : si deux nombres décimaux relatifs sont de signe opposé ; alors le plus grand est celui qui est positif.

Exemple : $(-50) < (+12)$; $(+0,5) > (-17,5)$

***Règle2** : Si deux nombres décimaux relatifs sont tous positifs ; alors le plus grand est celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemple : $(+12,1) < (+10)$; $(+65) > (+55,5)$

***Règle3** : Si deux nombres décimaux relatifs sont tous négatifs ; alors le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.

Exemple : $(-12) < (-5)$ car (-5) à la plus petite distance à zéro.

$(-3,5) > (-55,2)$ car $(-55,2)$ à la plus grande distance à zéro.

Exercice de fixation

1) Recopie et complète par le symbole $<$ ou $>$ ou $=$

$(+2,3)$ $(+2,19)$; (-77) (-17) ; (0) (-12) ; $(-0,01)$ (0) ; (-8) (-11) ; $(-4,5)$ $(+1)$

2-a) Place sur une droite graduée les points A ; B ; C ; D ; E et F d'abscisse respective -7 ; +4 ; +3 ; -2 ; +5 ; -6

b) Range dans l'ordre décroissant les nombres : -7 ; +4 ; +3 ; -2 ; +5 ; -6 ; 0 ; -1)

Situation d'évaluation

Le père de Marthe est un vendeur de mangues et d'oranges dans la commune de Zabré. Il note chaque trois jours dans son carnet de comptabilité ci-dessous ses bénéfices ou ses pertes pour les deux marchés où il vend ses fruits. Il veut savoir durant toute la semaine s'il a enregistré une perte ou un bénéfice.

Jour du marché	Marché 1	Marché 2	Résultat
Lundi	-2850f CFA	+3500f CFA	+650
Mercredi	-300f CFA	-550f CFA	
Vendredi	+1050f CFA	+1900f CFA	
Dimanche	+2400f CFA	-3500f CFA	

Il te demande de l'aider. Pour cela tu dois répondre aux questions suivantes :

- 1) Complète le tableau.
- 2) Range ces résultats du plus petit au plus grand
- 3) Donne une réponse à la préoccupation du père de Marthe.

Solution de la situation d'évaluation

1) Je complète le tableau

Jour du marché	Marché 1	Marché 2	Résultat
Lundi	-2850f CFA	+3500f CFA	+650
Mercredi	-300f CFA	-550f CFA	-850
Vendredi	+1050f CFA	+1900f CFA	+2950
Dimanche	+2400f CFA	-3500f CFA	-1100

2) Je range ces résultats du plus petit au plus grand

On a : $(-1100) < (-850) < (+650) < (+2950)$

3) Je donne une réponse à la question du père de Marthe.

Il suffit de faire la somme : $(+650) + (-850) + (+2950) + (-1100)$

$$\begin{aligned}
 \text{On a : } (+650) + (-850) + (+2950) + (-1100) &= (+650) + (+2950) + (-850) + (-1100) \\
 &= + (650 + 2950) - (+850 + 1100) \\
 &= (+3600) - (+1950) \\
 &= +1650
 \end{aligned}$$

Le père de Marthe a fait un bénéfice de 1650f CFA durant cette semaine.

CHAPITRE 7 : RELATIONS-FONCTIONS

I) NOTION DE RELATION ET DE FONCTION

1) Exemple/Exercice

Amidou, un élève de la classe de 6^{ème} est un éleveur de pigeons. Il relève le nombre de ses pigeons chaque deux ans pendant dix ans. Il les a consignés dans le tableau suivant ; où il a oublié de relever le nombre de ses pigeons de départ.

Nombre d'années	0	2	4	6	8	10
Nombre de pigeons		16	32	64	128	256

$\mathcal{R}$

*La première ligne représente **les années** auxquelles les relevés ont été faits

*La deuxième ligne représente le **nombre de pigeons correspondant** à chaque relevé.

*La **flèche** indique le sens de lecture du tableau

On dit qu'on a établi une relation entre l'ensemble des années, qu'on notera

$E = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$ et l'ensemble des nombres de pigeons qu'on notera

$F = \{16; 32; 64; 128; 256\}$; qui peut être exprimé par la phrase :

<< à mois , le nombre de pigeons est de >>.

Exemple : *<< à 4 ans, le nombre de pigeons est de 32 >>*

2) Vocabulaire et notation

+L'ensemble $E = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$ représentant les années du relevé, s'appelle :

l'ensemble de départ de la relation $\mathcal{R}$

+L'ensemble $F = \{16; 32; 64; 128; 256\}$ représentant le nombre de pigeons relevé s'appelle : ***l'ensemble d'arrivée*** de la relation $\mathcal{R}$.

+<< à ans , le nombre de pigeons est de >> est ***le lien verbal*** de la relation $\mathcal{R}$.

+ $(2, 16) ; (4, 32) ; (6, 64) ; (8, 128) ; (10, 256)$ sont les **couples** qui forment le **graphe (G)** de cette relation $\mathcal{R}$. Et on a : $G = \{(2, 16) ; (4, 32) ; (6, 64) ; (8, 128) ; (10, 256)\}$

+<< à 4 ans, le nombre de pigeons est de 32 >> : on dit que 32 est **l'image** de 4 par la relation $\mathcal{R}$; ou encore que 4 est **l'antécédent** de 32 par $\mathcal{R}$. On note **$4 \mathcal{R} 32$**

3) Définitions

*Pour définir une relation, il faut :

-Un ensemble de départ (E)

-Un ensemble d'arrivée (F)

-Un ensemble de couples (ou lien verbal) ou chaque couple est formé d'un élément de E et d'un élément de F

*Une fonction est une relation telle que chaque élément de E (ensemble de départ) correspond à **un** ou **aucun** élément de F (ensemble d'arrivée).

II) REPRESENTATION PAR UN DIAGRAMME SAGITAL OU PAR UN TABLEAU DE DONNÉES

1) Exemple

Considérons la fonction suivante :

Soit $E = \{14 ; 16 ; 17 ; 20 ; 25\}$ l'ensemble des âges des enfants d'un cultivateur et $F = \{42 ; 48 ; 51 ; 60 ; 75\}$ l'ensemble des masses (en kg) de maïs reçus par chaque enfant après chaque saison des cultures en fonction de son âge.

Le lien verbal est « à **chaque enfant**, la masse de maïs est **trois fois son âge** »

Cette fonction (ou relation) peut être représentée de plusieurs façons : sous forme de tableau ; de diagramme sagittal ; de diagramme cartésien ; de diagramme en bâton.

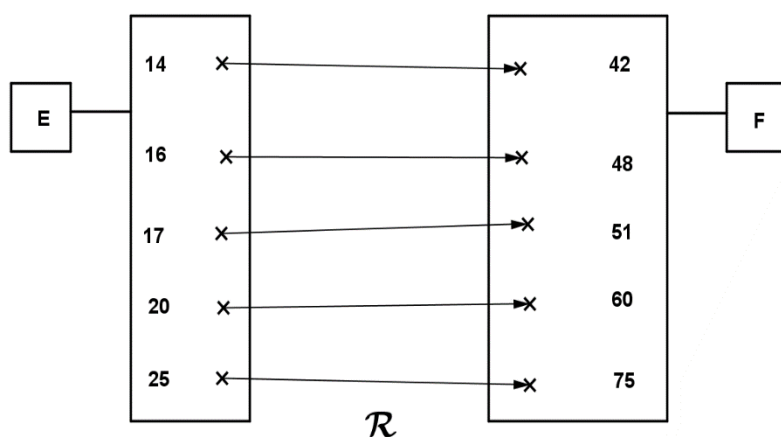
+ Ici $E = \{14 ; 16 ; 17 ; 20 ; 25\}$ est l'ensemble de départ et $F = \{42 ; 48 ; 51 ; 60 ; 75\}$ est l'ensemble d'arrivée de cette fonction.

+ Le graphe de cette fonction se présente comme suit :

$$G = \{(14, 42) ; (16, 48) ; (17, 51) ; (20, 60) ; (25, 75)\}$$

2) Représentation par un diagramme sagittal

La représentation par un diagramme sagittal de cette fonction se présente comme suit :



On utilise cette représentation lorsqu'il n'y a pas trop d'éléments dans les ensembles de départ et d'arrivée ou lorsque les éléments ne sont pas des nombres

3) Représentation par un tableau de données

La représentation de cette fonction par un tableau de données se présente comme suit :

Age(en année)	14	16	17	20	25
Masse (en kg)	42	48	51	60	75

↻ $\mathcal{R}$

III) REPRESENTATION GRAPHIQUE

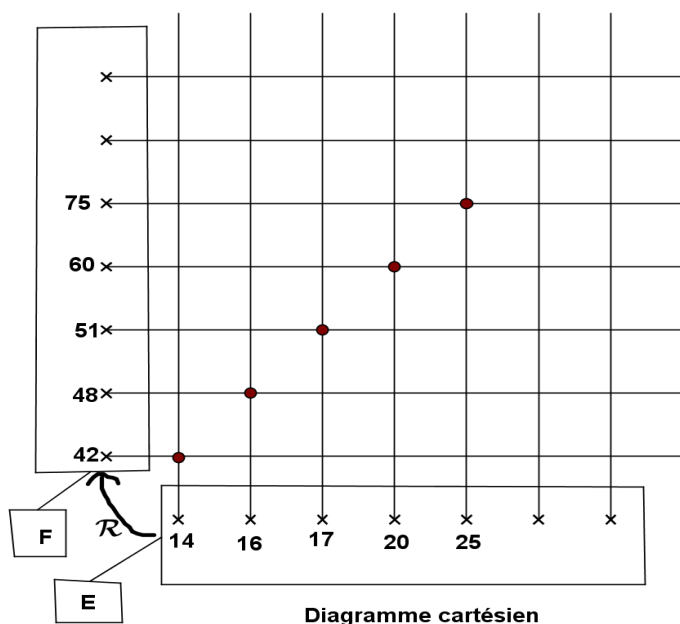
1) Diagramme cartésien

Pour représenter une fonction par un diagramme cartésien ; il faut toujours

+ Représenter l'ensemble d'arrivée sur l'axe vertical

+ L'ensemble de départ sur l'axe horizontal

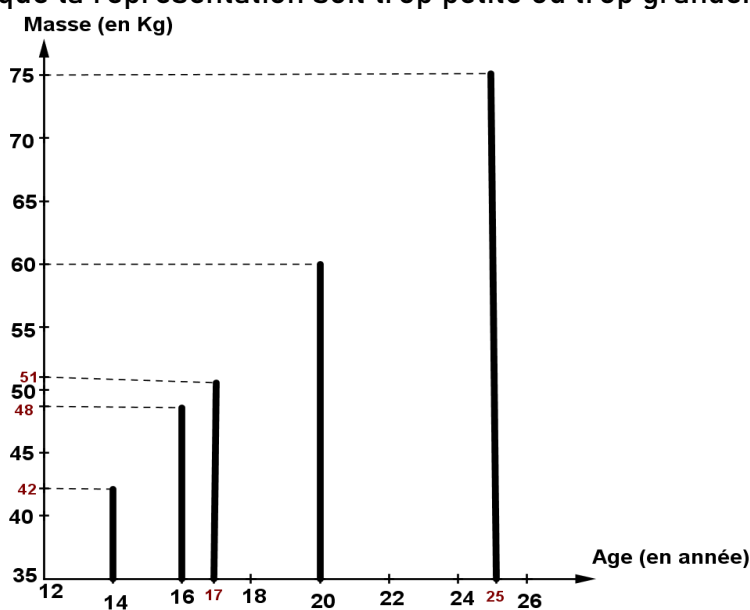
+ Chaque couple est représenté par un point



2) Diagramme en bâton

Pour représenter une fonction (relation) par un diagramme en bâton :

- + Les éléments de l'ensemble de départ sont représentés sur l'axe horizontal
- + Les éléments de l'ensemble d'arrivé sont représentés sur l'axe vertical
- + Il faut bien choisir la graduation de chaque axe avant de commencer, pour éviter que la représentation soit trop petite ou trop grande.

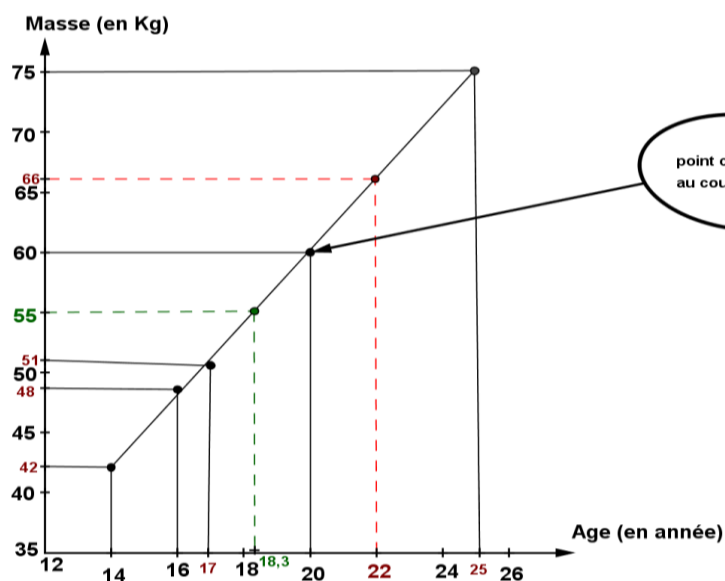


Ici nous avons gradué : - Sur l'axe vertical : 1cm=5kg avec pour origine 35

- Sur l'axe horizontal : 1cm=2ans avec pour origine 12

3) Représentation graphique

Cette représentation est généralement utilisée lorsque les éléments des ensembles de départ et d'arrivé sont des nombres.



Echelle :

En abscisse :

1cm=2ans

En ordonnée : 1cm=5kg

Représentation graphique

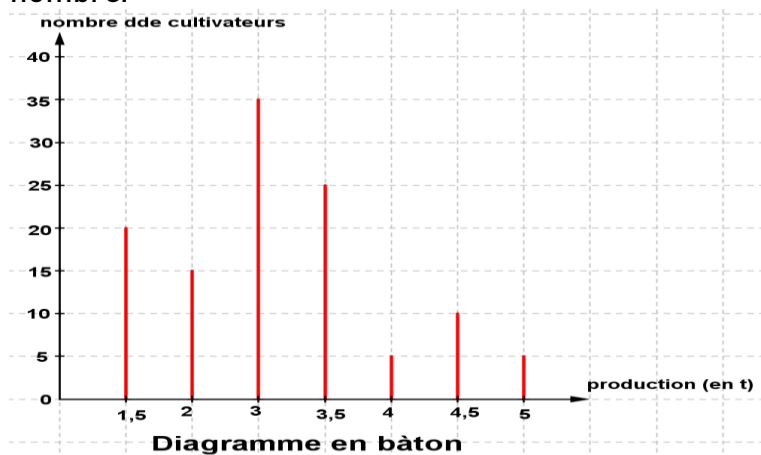
Cette représentation permet de trouver une coordonnée d'un couple connaissant l'autre coordonnée :

+Si on veut savoir graphiquement quelle masse de maïs aura un enfant de 22ans ; on trace un trait vertical jusqu'à toucher la courbe et à partir du point obtenu, on trace un trait horizontal jusqu'à toucher l'axe des ordonnées. On trouve 66kg. Dou le couple : (22 ; 66).

+De la même façon, si on veut savoir graphiquement un enfant qui a reçu 55kg de maïs à quel âge ; on trace un trait horizontal jusqu'à toucher la courbe et à partir de ce point obtenu sur la courbe, on trace un trait vertical jusqu'à toucher l'axe des abscisses. On trouve environ 18,3ans ; d'où le couple (18,3 ; 55)

Situation d'intégration

M.MARE est le président de l'association des cultivateurs d'arachide dans la commune de Zabré. Absent pendant plusieurs années ; il n'a plus une idée du nombre de cultivateur appartenant à son association. Il se rend donc à la mairie pour avoir plus d'informations. Le SG de la mairie lui remet le diagramme en bâton ci-dessous qui représente la production des cultivateurs en fonction de leur nombre.



Ne comprenant rien dans cette représentation, il te demande de l'aider à trouver le nombre exact de cultivateur.

- 1) Donne l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivé de cette fonction.
- 2) Donne le graphe de cette fonction
- 3) Donne une représentation par un tableau de ce diagramme et son diagramme sagittal.
- 4) Donne une réponse à M. MARE consternant le nombre de cultivateur dans son association.

Solution de la situation d'intégration

1) Ensemble de départ : $E = (1,5 ; 2 ; 3 ; 3,5 ; 4 ; 4,5 ; 5)$

Ensemble d'arrivé : $F = (5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 ; 35)$

2) Le graphe de cette fonction :

On a : $G = \{(1,5 ; 20) ; (2 ; 15) ; (3 ; 35) ; (3,5 ; 25) ; (4 ; 5) ; (4,5 ; 10) ; (5 ; 5) \}$

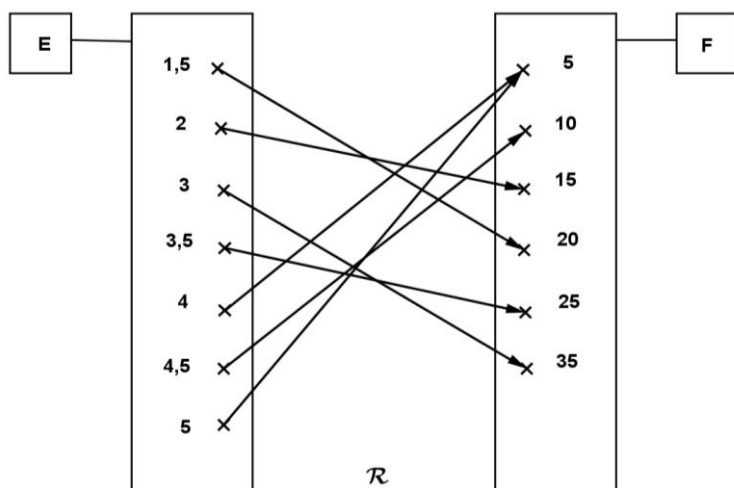
3) Représentation

+Par un tableau

Production en t	1,5	2	3	3,5	4	4,5	5
Nombre de cultivateur	20	15	35	25	5	10	5

$\mathcal{R}$

+Par un diagramme sagittal



4) Le nombre de cultivateur

On a : $5+5+10+15+20+25+35=125$. Il y a donc 125 cultivateurs dans l'association.

CHAPITRE 8 : PROPORTIONALITÉ

1) DEFINITION DE SUITES PROPORTIONNELLES

1) Exemple/Exercice

Considérons le tableau ci-dessous qui donne le prix des cahiers en fonction du nombre de cahiers achetés.

Nombre de cahiers	2	3	5	10
Prix des cahiers	250	375	625	1250

+ Dans ce tableau, chaque ligne représente une suite de nombre ; ainsi 2 ; 3 ; 5 ; 10 est une suite de nombre ; il en est de même de 250 ; 375 ; 625 ; 1250.

+ Chaque **nombre** de ces suites est un **terme** de cette suite ; ainsi 3 est un terme.

+ On remarque également qu'en multipliant les termes de la suite 2 ; 3 ; 5 ; 10 par 125, on obtient les termes de la suite 250 ; 375 ; 625 ; 1250 : On dit alors qu'il y a **proportionnalité** entre les deux suites, et **125 est le coefficient de proportionnalité** qui fait passer une suite à l'autre.

2) Définition

Il y a proportionnalité dans un tableau de nombres, lorsque les nombres de la 2^e ligne s'obtiennent en **multipliant par un même nombre** ceux de la 1^{re} ligne.

Exemple :

3	4	6
7,5	10	15

$$\times 2,5 \quad \frac{7,5}{3} = \frac{10}{4} = \frac{15}{6} = 2,5 : \text{il y a proportionnalité}$$

5	6	7
10	12	15

$$\frac{10}{5} = \frac{12}{6} = 2 \text{ mais } \frac{15}{7} \neq 2 : \text{Il n'y a pas proportionnalité}$$

3) Coefficient de proportionnalité

Dans un tableau de proportionnalité, les opérateurs multiplicatifs qui permettent de calculer les nombres d'une ligne en fonction des nombres de l'autre ligne s'appellent des **coefficients de proportionnalité**

Exemple :

$\times 3$	15	7,5	13,5	21
	5	2,5	4,5	7
$\times \frac{1}{3}$	5	2,5	4,5	7
	15	7,5	13,5	21

$\frac{1}{3}$ et 3 Sont des coefficients de proportionnalité

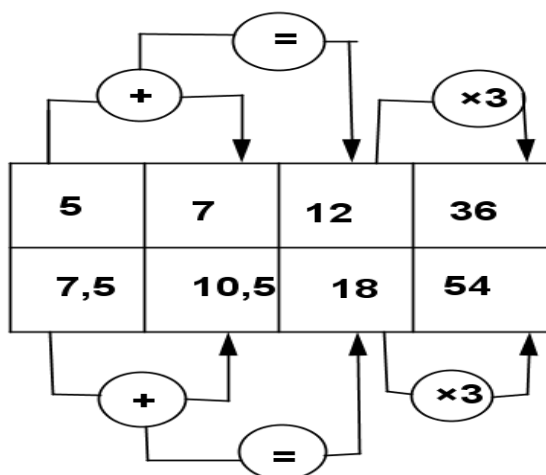
$$\text{On a : } \frac{15}{5} = \frac{7,5}{2,5} = \frac{13,5}{4,5} = \frac{21}{7} = 3 \text{ et } \frac{5}{15} = \frac{2,5}{7,5} = \frac{4,5}{13,5} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

Remarque : lorsque le quotient n'est pas un nombre entier ou un nombre décimal exact, il faut l'écrire sous forme de fraction irréductible.

4) Propriétés

Dans un tableau de proportionnalité on peut :

- + additionner (ou soustraire) deux colonnes ;
- + multiplier une colonne par un même nombre.
- + diviser une colonne par un même nombre.



Ce tableau est aussi un tableau de proportionnalité

II) REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

1) Définition

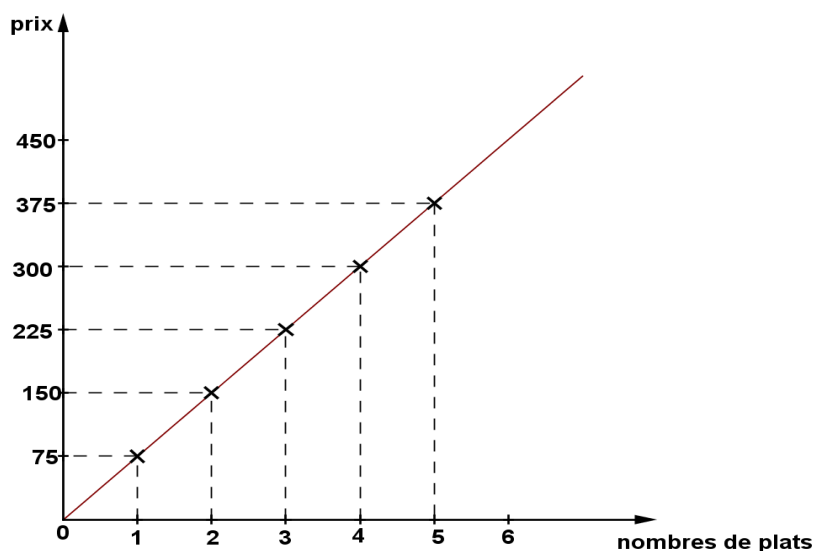
Lorsqu'on représente graphiquement des données d'un tableau de proportionnalité, on obtient des points alignés sur une demi droite passant par l'origine du repère.

2) Exemple/Exercice

Soit à représenter graphiquement le tableau suivant qui donne le prix des plats d'une cantine scolaire en fonction du nombre de plats

Nombre de plats	1	2	3	4	5
Prix	75	150	225	300	375

En choisissant comme graduation : $\left\{ \begin{array}{l} \text{en abscisse : } 1\text{cm pour } 1\text{plat} \\ \text{en ordonnées : } 1\text{cm pour } 125 \end{array} \right.$; on obtient la représentation suivante



On constate que tous les points sont alignés sur une demi droite qui passe par l'origine du repère de coordonnées (0 ; 0)

III) CALCUL DE LA QUATRIÈME PROPORTIONNELLE : LA RÈGLE DE TROIS

1) Exemple/Exercice

5 boules de savons identiques pèsent ensemble 900g. Comment calculer la masse de 8 boules de savon ?

Solution

On peut traduire ces données dans un tableau comme suit :

Nombre de savon	5	8
Masse (en g)	900	m

On veut trouver la valeur de m.

Trouver la valeur de m revient à calculer la **quatrième proportionnelle**.

Puisque toutes les boules de savon sont identiques, elles ont donc la même masse.

Donc la masse totale est proportionnelle au nombre de boules de savons

On cherche la masse d'une boule de savon. Une boule de savon pèse : $900 \div 5 = 180$ g

8 boules étant **8 fois plus lourdes** qu'une boule, elles pèsent : $8 \times 180 = 1440$ g.

2) Définition

En situation de proportionnalité, on dit que l'on effectue une "règle de trois" lorsque, Pour conclure, on fait d'abord le calcul pour une seule unité ; autrement dit, on calcule le coefficient de proportionnalité.

Exercice de fixation

1) 3 litres d'essence coûtent 2700f CFA ; combien coûterait 5 litres d'essence ?

2) Combien de kilomètre peut parcourir une moto électrique si elle a été chargée pendant 3 heures, sachant qu'elle peut parcourir 10,5km si elle a été chargée pendant 5 heures ?

III) SITUATION DE PROPORTIONNALITÉ : QUANTITÉS/PRIX ; DISTANCE/DURÉES

Les situations de proportionnalité auxquelles on s'intéressera dans cette partie sont : quantités/prix et distances/durées

1) Quantités achetées/Prix à payés

Le tableau suivant traduit la somme à payer en fonction du nombre de litre d'essence

Quantité (en l)	5	3	10	2	4
Prix à payer (en f CFA)	4075				



1) Donne son coefficient de proportionnalité ; que représente-t-il ?

2) Recopie et complète le tableau sachant qu'il traduit une situation de proportionnalité

Solution

1) Le coefficient de proportionnalité de ce tableau est : $4075 \div 5 = 815$

Cela représente le prix d'un litre d'essence

2) Je recopie et je complète le tableau.

Quantité (en l)	5	3	10	2	4
Prix à payer (en f CFA)	4075	2445	8150	1630	3260



2) Distances parcourues/Durées des trajets

Considérons le tableau ci-dessous qui indique la distance parcourue par un cycliste au cours d'une promenade en fonction du temps :

Temps mis (en min)	10	15	20	25	60
Distance parcourue en (m)	2500	3750	5000	6250	15000



1) Recopier et compléter ce tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

2) Donner son coefficient de proportionnalité ; que représente-t-il ?

Solution

1) Je recopie et complète le tableau et je vérifie qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité

Temps mis (en min)	10	15	20	25	60
Distance parcourue en (m)	2500	3750	5000	6250	15000



On a : $\frac{2500}{10} = \frac{3750}{15} = \dots = \frac{15000}{60} = 250$; je constate qu'on peut passer des termes de la deuxième ligne aux termes de la première ligne en multipliant par 250. Ce tableau traduit donc une situation de proportionnalité.

2) Son coefficient est 250 et il représente la distance parcourue pendant 1min

IV) SITUATION DE PROPORTIONNALITE : APPLICATION D'UN POURCENTAGE A UNE SUITE DE NOMBRES ; ECHELLE D'UNE CARTE

1) Application d'un pourcentage à une suite de nombrea) Rappel

Calculer p% d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{p}{100}$

Calculer 12% de 370 revient à calculer : $370 \times \frac{12}{100} = 370 \times 0,12 = 44,4$

b) Exemple/Exercice

Un mécanicien fait 20 % de réduction sur tous les prix affichés des pièces détachées de motos. Le prix de quelques pièces détachées a été consigné dans le tableau ci-dessous.

Prix affichés en f CFA	1000	1500	3800	4200
Réduction correspondante	200			



1) Recopie et complète le tableau

2) Vérifie que ce tableau traduit une situation de proportionnalité et donne son coefficient.

Solution

1) Je recopie et complète le tableau

Prix affichés en f CFA	1000	1500	3800	4200
Réduction correspondante	200	300	760	840



2) Je vérifie que ce tableau traduit une situation de proportionnalité et je donne son coefficient.

On a : $\frac{1000}{200} = \frac{1500}{300} = \frac{3800}{760} = \frac{4200}{840} = 5$. Ce tableau traduit bien une relation de proportionnalité. Son coefficient est égal à 5.

c) Des pourcentages bien connus

*50% d'une quantité correspond à sa moitié

50% de 1500 est 750

*25% d'une quantité correspond à son quart

25% de 37 est 17,5

*10% d'une quantité correspond à son dixième

10% de 60 est 6

Remarques

+Calculer le résultat d'une augmentation de 15% sur 4200 revient à calculer 115% de 4200, soit : $4200 \times 1,15 = 4830$

+Calculer le résultat d'une diminution de 8% sur 6400 revient à calculer 92% de 6400, soit : $6400 \times 0,92 = 5888$

2) Echelle d'une cartea) Définition

L'échelle du dessin d'un objet est le nombre par lequel il faut multiplier les dimensions de l'objet pour obtenir les dimensions du dessin. Et on a :

$$\text{Echelle} = \frac{\text{longueur sur le dessin}}{\text{longueur réelle}};$$

ces longueurs sont exprimées dans la même unité

b) Exemple/Exercice

Sur une carte à l'échelle 1/2500, une longueur de 600m est représentée par :

$$600 \times \frac{1}{2500} = 0,24m \text{ soit } 24cm$$

On peut donc passer des mesures des longueurs sur le terrain aux mesures des longueurs sur une carte en les multipliant par l'échelle donnée. On dit qu'il y a proportionnalité entre les longueurs mesurées sur le terrain et les longueurs mesurées sur le dessin (plan, carte, photo...) et le coefficient de proportionnalité est égal à $\frac{1}{2500}$.

c) Interprétation

Une échelle $\frac{1}{2500}$; signifie dans la pratique que les distances sur le terrain sont 2500 fois plus grandes que sur le dessin (plan, photo, carte)

Exercice de fixation

Recopie et complète le tableau suivant :

Dimension réelle sur le terrain en m	100	2500	5000	12500
Dimension sur la carte en cm				

$$\times \frac{1}{5000}$$

Situation d'évaluation

M.TRAORE est un grand cultivateur de coton dans la commune de Djigouéra. Son ami M. DIABATE veut lui aussi cultiver du coton cette année mais ne sait pas

exactement quelle quantité d'engrais il lui faudra pour son champ qui aura une superficie de 10,5ha. Il demande donc à son ami TRAORE qui lui dit ceci : *sur une superficie de 2ha (hectare) j'utilise 75kg d'engrais et sur une superficie de 7ha (hectares) j'utilise 262,5 kg d'engrais*. M.DIABATE ne comprenant rien te demande de l'aide.

1-a) Vérifie que le tableau suivant est un tableau de proportionnalité

2	7
75	262,5

b) Donne son coefficient de proportionnalité ; que représente ce nombre ?

2) Détermine la quantité d'engrais qu'il faut à M. DIABATE pour son champ

Solution

1-a) Je Vérifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité

On a : $\frac{75}{2} = 37,5$ et $\frac{262,5}{7} = 37,5$; par conséquent ce tableau est un tableau de proportionnalité

b) Son coefficient de proportionnalité est 37,5 et cela représente la quantité d'engrais en kg qu'il faut à l'hectare.

2) Je détermine la quantité d'engrais qu'il faut à M. DIABATE pour son champ.
On a : $10,5 \times 37,5 = 393,75$. Donc il faut 393,75kg à M. DIABATE pour son champ.

ACTIVITE GEOMETRIQUE PROGRAMME APC

CHAPITRE 1 : LES ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE ET VOCABULAIRE ENSEMBLISTE

1) LES DROITES DU PLAN

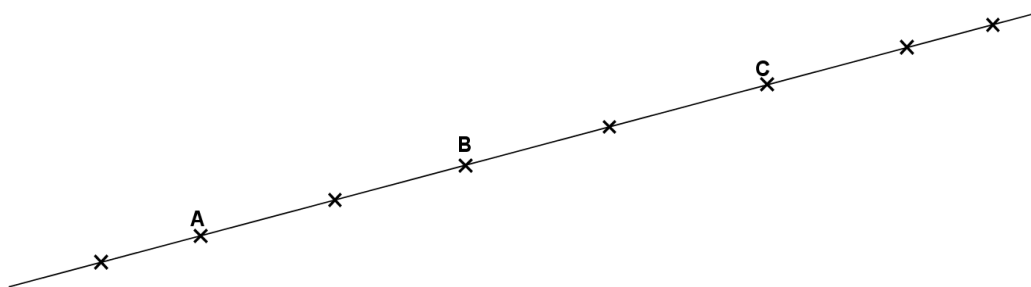
1) Construction

a) Activité

- 1) Trace à l'aide d'une règle un trait ;
- 2) Place les points A ; B et C sur ce trait ;
- 3) Peux-tu placer encore d'autres points sur ce trait, si oui combien ?
Que remarques-tu ?

Solution

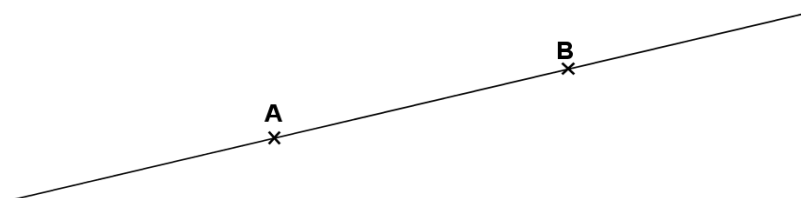
- 1) Je trace à l'aide d'une règle un trait



- 2) Je place les points A ; B et C. (*voir figure*)
- 3) Oui ; On peut placer une infinité de points sur ce trait.
On remarque on peut toujours prolonger ce trait dans les deux sens : on dit qu'on a une droite

b) Définition

La droite (AB) est la ligne droite qui passe par les points A et B. Une droite est illimitée (ni début, ni fin) ; on peut prolonger son tracé de chaque côté



NB : La droite (AB) se note aussi (BA)

c) Vocabulaire

+Un point est généralement représenté par une petite croix ; on le note toujours par une lettre majuscule.

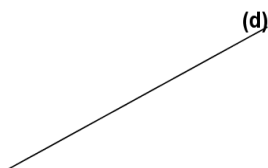
P



Cette figure représente le point P

+Quand on ne précise pas deux points particuliers d'une droite, on peut la nommer (d) ; (xy) ; (D)

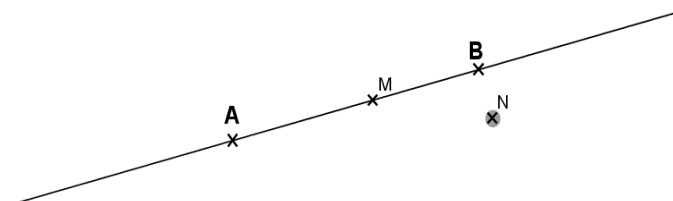
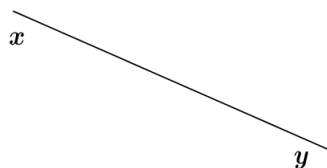
la droite (d)



la droite (D)



la droite(xy)



+Des points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à une même droite

+les points A ; M et B appartiennent à la même droite ; on dit qu'ils sont alignés.

+Ici M appartient à la droite (AB) et on note $M \in (AB)$

+N n'appartient pas à la droite (AB)
et on note $N \notin (AB)$

Attention : deux points sont toujours alignés

Exercice de fixation

- 1) Trace une droite (D)
- 2) Place sur la droite (D) les points E ; O et S
- 3) Place deux points Q et N n'appartenant pas à la droite (D)

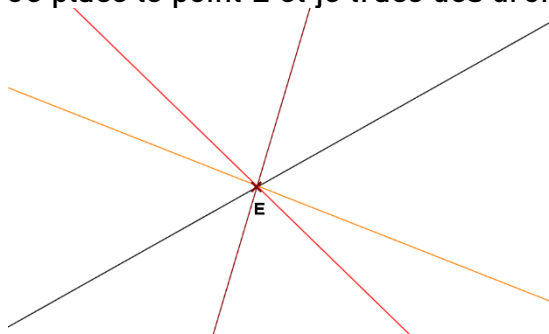
2) Droites passant par un point

a) Activité

Place un point E et trace des droites passant par le point E.
Combien de droite passant par ce point pouvons-nous tracer ?

Solution

Je place le point E et je trace des droites passant par E



On remarque qu'on peut tracer autant de droite passant par le point E.
Le point E appartient donc à une infinité de droites.

b) Propriété

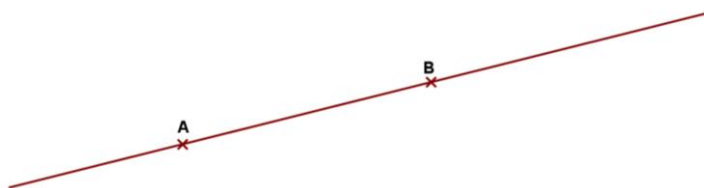
Par un point, il passe une infinité de droites

3) Droites passant par deux points

a) Activité

Place deux points distincts A et B et trace des droites passant par les points A et B.
Combien de droite peut-on tracer ?

Solution



Je place deux points A et B et je trace des droites passant par les points A et B.
On remarque qu'on ne peut tracer qu'une seule droite passant par A et B

b) Propriété

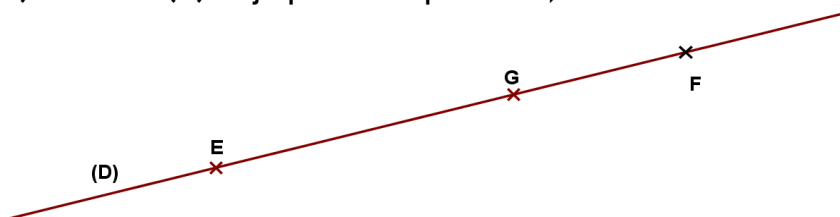
Par deux points distincts ; on ne peut tracer qu'une et une seule droite passant par ces points.

Exercice de fixation

- 1) Trace une droite (D) et place les points E ; F et G appartenant à cette droite.
- 2) Donne quatre autres noms à la droite (D)

Solution

- 1) Je trace (D) et je place les points E ; F et G



- 3) Prendre quatre notations parmi celle-ci : (EG) ; (GF) ; (FG) ; (FE) ; (GE) ; (EF)

II) DEMI-DROITES ; SEGMENTS

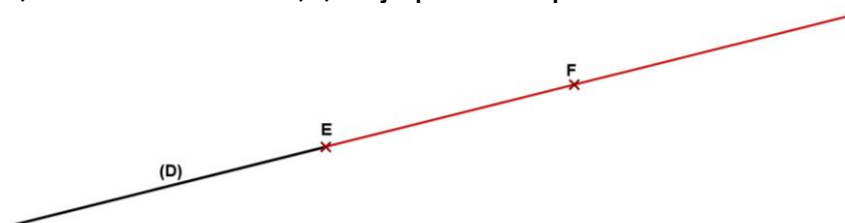
1) Demi-droite

a) Activité

- 1) Trace une droite (D) et place sur cette droite les points E et F.
- 2) Trace en rouge le point E ainsi que tous les points situés du même côté que F par rapport à E. Que remarques-tu ?

Solution

- 1) Je trace la droite (D) et je place les points E et F



- 2) Voir figure

On remarque que la partie coloriée a un début (origine) mais n'a pas de fin : On l'appelle **demi-droite d'origine E** passant par F.

b) Vocabulaire et notation

+Une demi-droite est une partie de la droite ayant pour origine un point de celle-ci.

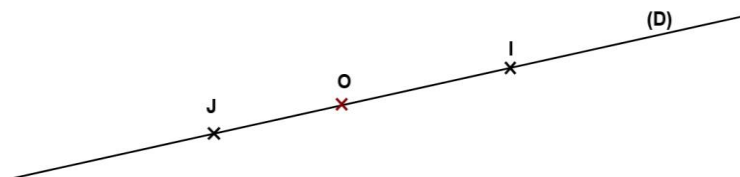
+La demi-droite d'origine E passant par le point F se note : $[EF)$

+La demi-droite $[EF)$ est une partie de (D) ou de (EF). On note alors :

$[EF) \subset (EF)$; qui se lit « la demi – droite $[EF)$ est inclu dans la droite (EF) »

c) Propriété

Sur une droite donnée, un point partage toujours une droite en deux demi-droites ; dont l'origine de chaque demi-droite est ce point.

Exemple :

Sur la figure ci-contre le point O partage la droite (D) en deux demi-droites : la demi-droite $[OI)$ et la demi-droite $[OJ)$.

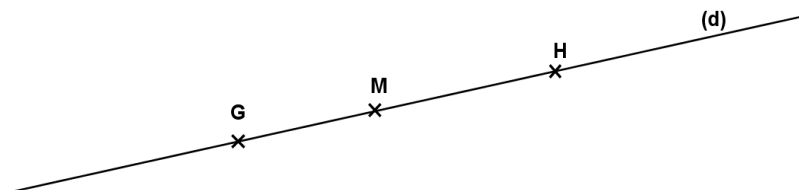
+On a : $[OI) \cup [OJ) = (JI)$ et on lit $[OI)$ union $[OJ) = (IJ)$

+On a aussi $[OI) \cap [OJ) = \{O\}$ et on lit $[OI)$ inter $[OJ)$ égal au singleton $\{O\}$

+La demi-droite $[OI)$ n'est pas inclu dans la demi droite $[OJ)$ et note $[OI) \not\subset [OJ)$

Exercice de fixation

Soit la figure ci-dessous où (d) est une droite et les points G ; H et M sont sur la droite (d).



1) Combien de demi-droites d'origine M a-t-on sur cette figure ? Les citer

2) Cite toutes les demi-droites d'origine H sur cette figure.

Solution

1) Nous avons deux demi-droites d'origine M ; qui sont : $[MH)$ et $[MG)$

2) $[HM)$ et $[HG)$

2) Le segmenta) Activité

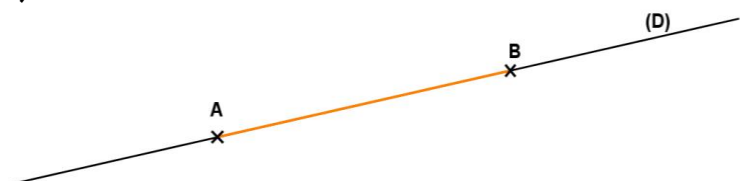
1) Trace une droite (D) et place deux points A et B appartenant à cette droite

2) Colorie les points A et B ainsi que tous les points situés entre A et B.

Que remarques-tu ?

Solution

1) Construction



2) Voir figure

On remarque que la partie coloriée à un début et aussi une fin : On dit qu'on a un segment d'extrémité A et B.

2) Vocabulaire et notation

+Un segment est une partie de la droite **limitée par deux points**; il se note avec des **crochets**.

+Le segment d'extrémité A et B se note : **$[AB]$**

+Les points E et F sont les extrémités du segment **$[EF]$**

+Le tracé d'un segment ne peut être prolongé

+le segment **$[AB]$** est une partie de **(AB)** ; on a : **$[AB] \subset (AB)$** et **$[AB] \subset (BA)$**

D'où **$[AB] = (AB) \cap (BA)$** et on lit **$[AB] = (AB) \text{ inter } (BA)$**

3) Longueur d'un segment

Le segment **$[AB]$** peut se mesurer

La mesure d'un segment **$[AB]$** se note **AB**

Les phrases suivantes ont le même sens

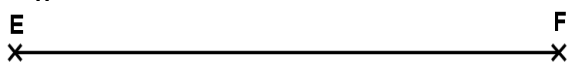


- +le segment **$[AB]$** mesure 8cm
- +La distance entre le point A et le point B est 8cm
- +la longueur du segment **$[AB]$** est égale à 8cm
- + **$AB=8\text{cm}$**

4) Milieu d'un segment

a) Activité

Sur le segment **$[EF]$** suivant, utilise la règle graduée pour placer le point I tel que **$EI = IF$**



Solution

Construction



On dit que le point I est le milieu du segment **$[EF]$**

b) Définition

Les points A, M et B sont alignés et **$AM = MB$** . On dit que le point **M** est le milieu du segment **$[AB]$** .



$$AM = MB = \frac{AB}{2}$$

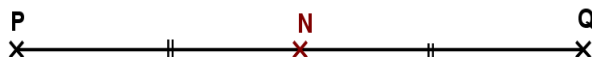
Remarque : Pour indiquer que deux segments ont la même longueur, on utilise un codage en notant sur chacun d'eux le même symbole.

Exercice de fixation

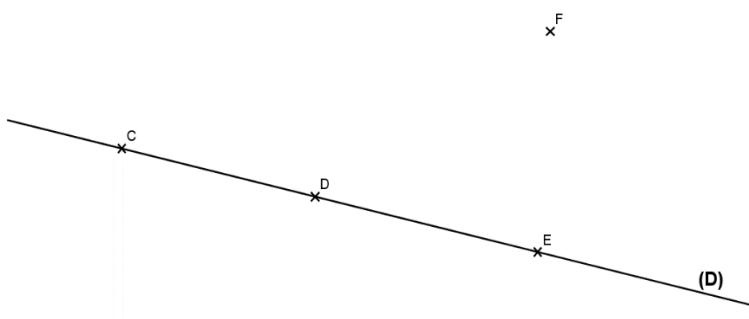
- 1) Trace un segment $[PQ]$ de longueur 7cm et place sur ce segment le point N tel que $PN=NQ$.
- 2) Que représente le point N pour le segment $[PQ]$?

Solution

- 1) Construction



- 2) Le point N est le milieu du segment $[PQ]$

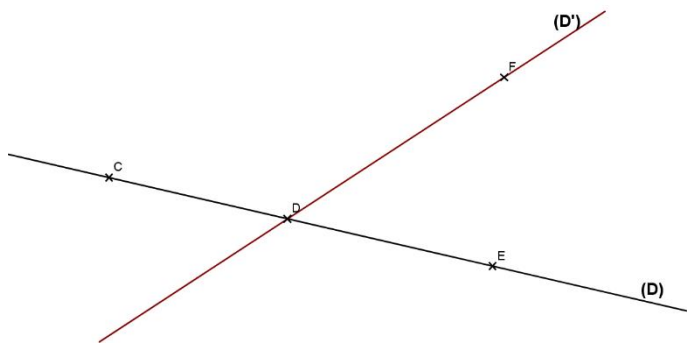
III) DROITES SECANTES ; DROITES PERPENDICULAIRES1) Droites sécantesa) Activité

Considère la figure suivante :

- 1) Trace la droite (D') passant par les points F et D.
- 2) Que peux-tu dire du point D par rapport aux droites (D) et (D') ?
- 3) Que peux-tu conclure par rapport aux droites (D) et (D') ?

Solution

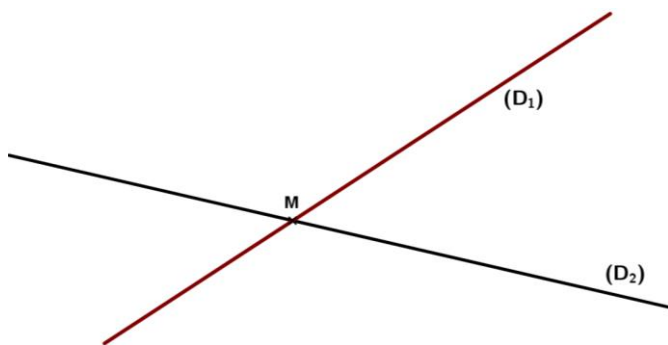
- 1) Construction



- 2) le point D appartient aux deux droites (D) et (D') : on dit que le point D est le point d'intersection des droites (D) et (D')
- 3) On peut conclure que les deux droites (D) et (D') ont un seul point en commun : on dit alors que (D) et (D') sont sécantes en D.

b) Définition

On dit que deux droites (D_1) et (D_2) sont sécantes, lorsqu'elles se coupent en seul point.



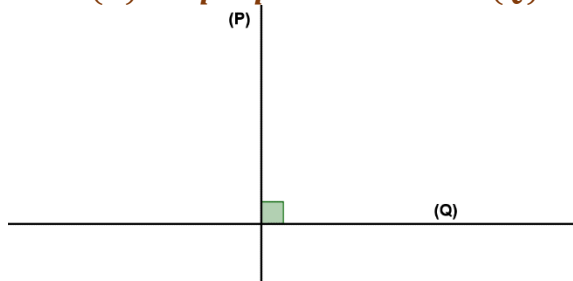
(D_1) et (D_2) sont sécantes en M.
M est le point d'intersection des droites (D_1) et (D_2) . Et on a :
 $(D_1) \cap (D_2) = M$

2) Droites perpendiculaires

a) Présentation et notation

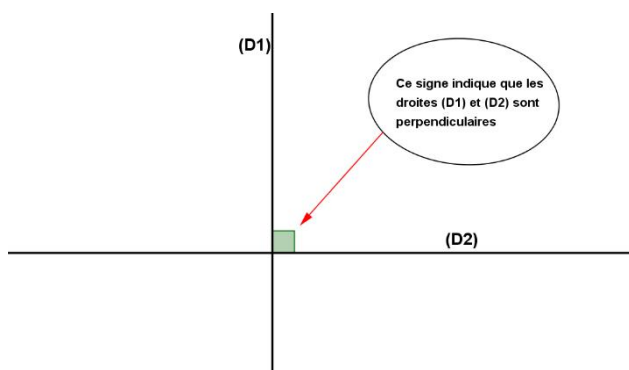
Considérons la figure ci-dessous :

Les droites (P) et (Q) sont perpendiculaires. On note : $(P) \perp (Q)$ ou $(Q) \perp (P)$ et on lit : « (P) est perpendiculaire à (Q) ou que (Q) est perpendiculaire à (P) »



b) Définition

On dit que deux droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires lorsqu'elles se coupent en un seul point en formant un angle droit (angle de 90°)



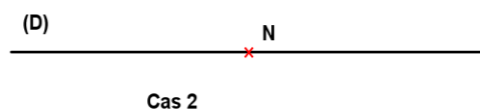
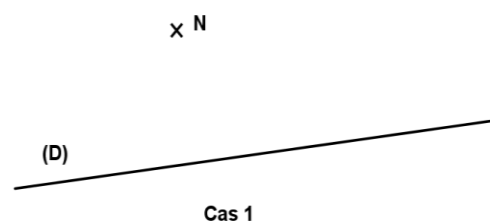
Ce signe indique que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires

NB: Deux droites perpendiculaires se traces facilement avec une équerre

3) Droites perpendiculaire passant par un point

a) Activité

Considérons les deux figures ci-dessous, où (D) est une droite et N est un point du plan



- 1) En utilisant l'équerre, construis dans chaque cas une droite passant par le point N et qui est perpendiculaire à la droite (D).
- 2) Combien de droite perpendiculaire à (D) et passant par le point N peut-on tracer ?

Solution

1) Construction



2) On constate que dans chacun des cas, on ne peut tracer qu'une seule droite passant par N et qui soit perpendiculaire à (D)

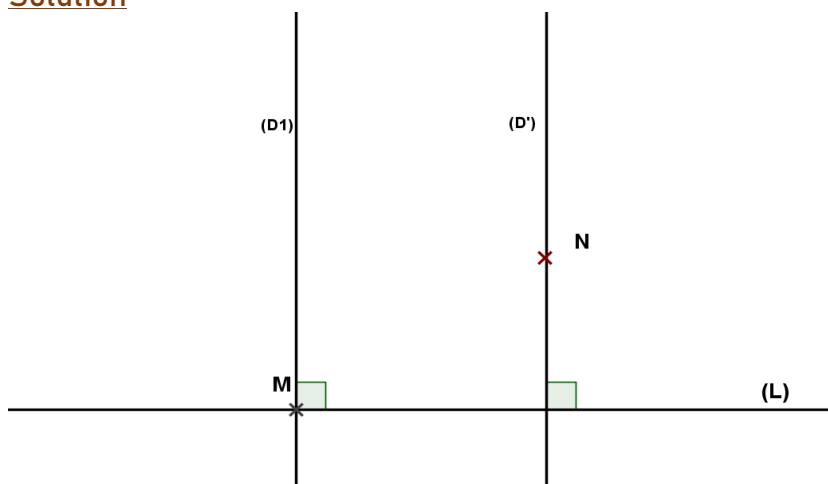
b) Propriété

Etant donné une droite (D) et un point A, on ne peut tracer qu'une et une seule droite perpendiculaire à (D) et passant par A.

Exercice de fixation

- 1) Construis une droite (L) ; place deux points M et N tel que le point M appartient à la droite (L) et le point N n'appartient pas à (L)
- 2) Trace une droite (D_1) perpendiculaire à (L) et passant par M.
- 3) Construis une droite (D') passant par N et perpendiculaire à (L)

Solution



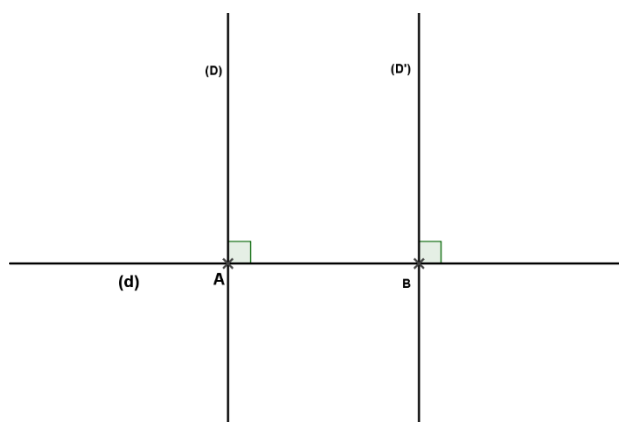
IV) DROITES PARALLELES

1) Activité

- 1) Trace une droite (d) et place deux points A et B sur cette droite.
- 2) Utilise l'équerre pour tracer les perpendiculaires (D) et (D') à la droite (d) passant respectivement par les points A et B.
- 3) Prolonge (D) et (D') ; quelle remarque fais-tu par rapport aux droites (D) et (D') ?

Solution

1) Construction

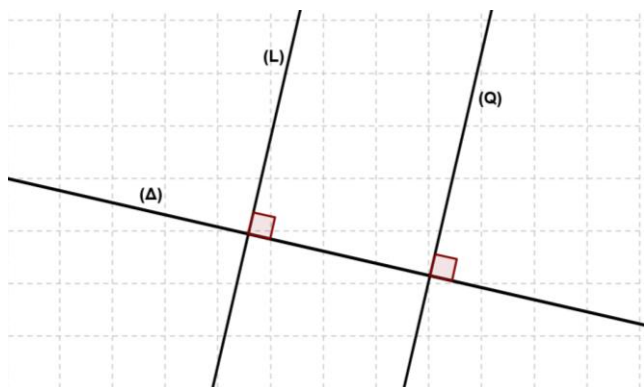


2) voir figure

3) lorsque je prolonge (D) et (D') ; je constate qu'elles ne se touchent pas : On dit que (D) et (D') sont parallèles.

2) Définition et notation

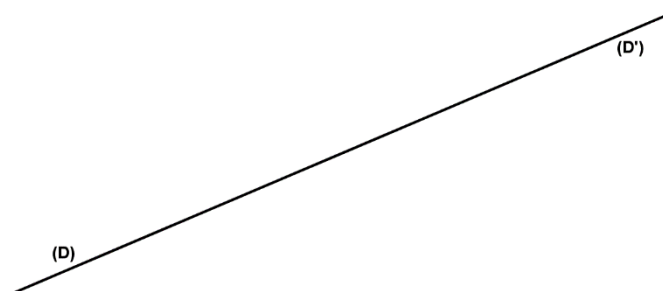
Deux droites sont parallèles, lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite.



Les droites (L) et (Q) sont perpendiculaires à la droite (Δ) ; alors elles sont parallèles. Et on note :

$$(L) // (Q) \text{ ou } (Q) // (L)$$

Attention : Deux droites parallèles qui ont un point commun ne forment qu'une seule droite : on dit qu'elles sont **confondues**.



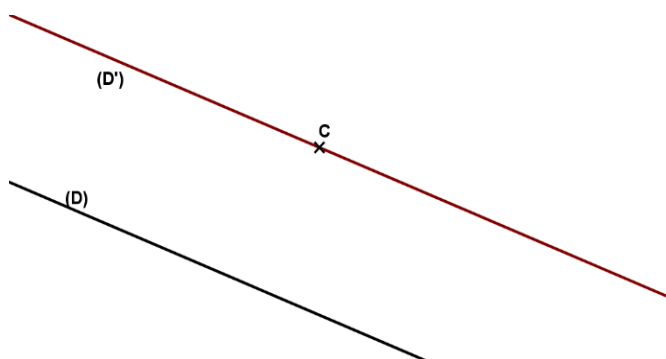
Les droites (D) et (D') sont parallèles car elles sont confondues. On note : $(D) // (D')$ et on a $(D) = (D')$.

3) Méthode de construction à la règle et à l'équerre

Pour construire une droite (D') parallèle à une droite (D) et passant par un point C du plan ; on procède comme suit :

- + On pose d'abord un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (D) ;
- + Ensuite, on pose la règle sur l'autre côté de l'angle droit de l'équerre ;

+En fin, on glisse le côté de l'équerre situé sur la droite (D) jusqu'au point C et on trace une droite suivant ce côté.



Les droites (D) et (D') sont parallèles.

4) Propriétés

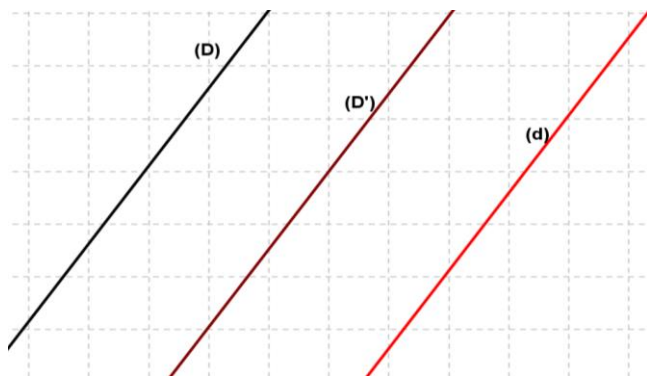
a) Axiome d'Euclide

En nous référant à la construction du 3) on constate qu'on ne peut tracer une autre droite passant par C et qui soit parallèle à (D). D'où l'axiome suivant :

Axiome d'Euclide: Etant donné une droite (D) et un point C, on ne peut tracer qu'une et seule droite parallèle à (D) et passant par C.

b) Propriété 1

Traçons deux droites parallèles (D) et (D'). Puis traçons une autre droite (d) parallèle à (D'). Que pouvons-nous dire de (D) et (d) ?



On constate que (D) et (d) sont parallèles.

On a l'organigramme suivant :

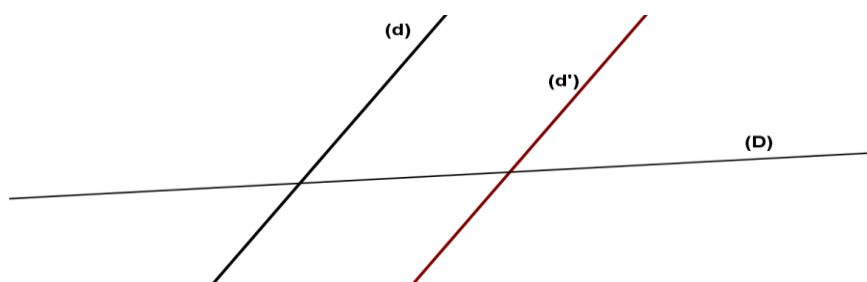
Données : (D) // (D') et (D') // (d)

Conclusion : (D) // (d)

Propriété 1 (admise) : Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

c) Propriété 2

Traçons deux droites parallèles (d) et (d') ; puis traçons une droite (D) sécante à (d). Que peut-on dire de (d') et (D) ?

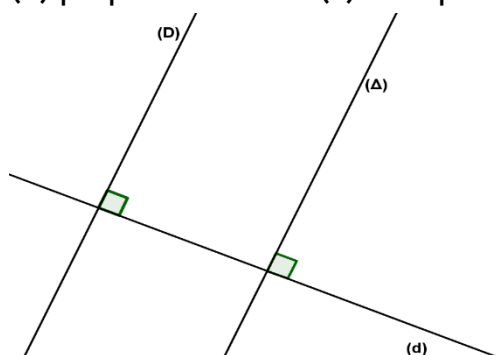


On peut dire que (d') et (D) sont aussi sécantes.

Propriété 2 (admise) : Si deux droites sont parallèles ; alors toutes droites sécantes à l'une est sécante à l'autre.

d) Propriété 3

Traçons deux droites (D) et (d) perpendiculaires ; puis traçons une troisième droite (Δ) perpendiculaire à (d). Que peut-on dire de (D) et (Δ) ?



On peut dire que (D) et (Δ) sont parallèles.

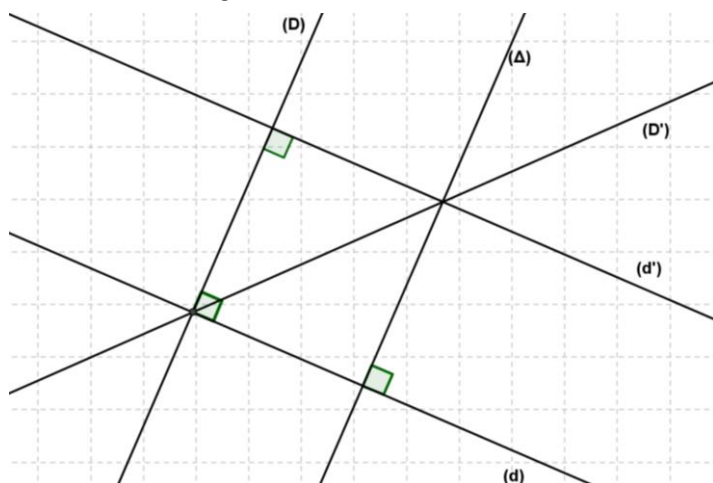
On a : $(D) \perp (d)$ et $(\Delta) \perp (d)$

Alors : $(D) // (\Delta)$

Propriété 3 : Si deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires à une même droite (D) ; alors elles sont parallèles entre elles.

Exercice de fixation 1

Considérons la figure suivante :



- 1) Cite deux droites sécantes à la droite (Δ).
- 2) Quelle droite est parallèle à la droite ((D) ?
- 3) Justifie que les droites (d') et (d) sont parallèles.
- 4) Les droites (Δ) et (d') sont perpendiculaires : vrai ou faux ? Justifie ta réponse

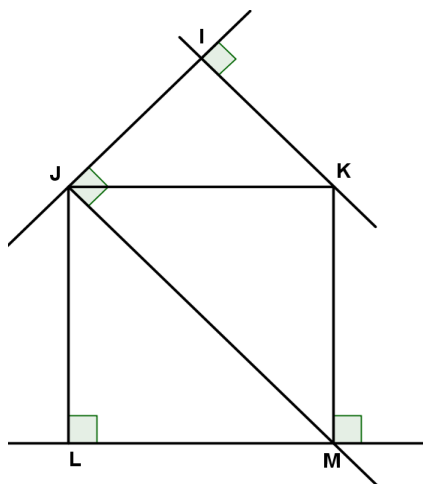
Correction

- 1) Choisir deux droites parmi : (d') ; (D) et (d)
- 2) C'est la droite (Δ)

- 3) (d) et (d') sont toutes perpendiculaires à la droite (D) ; donc elles sont parallèles
 4) vrai : car $(d) \parallel (d')$ et $(\Delta) \perp (d)$ donc $(\Delta) \perp (d')$

Exercice de fixation2

- 1) Compléter le texte suivant avec les mots : point ; droite ; points ; demi-droite ; segment.
 « Placer trois.....I, J et K non alignés. Tracer le[IJ] et le..... [KJ].
 Sur le.....[KJ] ,placer un..... S. Tracer la.....(IK) et la..... [IS].»
 2) Réaliser la figure ainsi décrite ci-dessus.



Situation d'intégration

Le dessin ci-contre est un dessin proposé par un élève de la classe de 3^{ème} a son grand frère qui veut construire une maisonnette de dix tôles pour accueillir ses invités. Il dit avoir respecté certaine propriété mathématique telles que le parallélisme ; l'orthogonalité... pour que cette maisonnette soit très solide. Le grand frère voulant connaître ces propriétés te demande de l'aider. Pour cela tu dois répondre aux questions suivantes :

- 1) Justifie que les droites (IK) et (JM) sont parallèles
- 2) Justifie que les droites (JL) et (KM) sont parallèles
- 3) Comment sont les droites (IJ) et (LM) ?
- 4) Justifie que les droites (IJ) et (KM) sont sécantes.

Solution

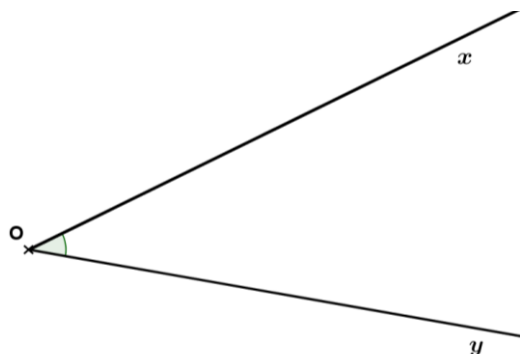
- 1) On a : $(IK) \perp (IJ)$ et $(JM) \perp (IJ)$ donc $(IK) \parallel (JM)$
- 2) On a : $(JL) \perp (LM)$ et $(KM) \perp (LM)$ donc $(JL) \parallel (KM)$
- 3) Les droites (IJ) et (LM) sont sécantes ; car elles se coupent si on les prolonge.
- 4) Selon le codage (KM) n'est pas perpendiculaire à (JM) ; alors (IJ) et (KM) ne sont pas parallèles. Donc (IJ) et (KM) sont sécantes.

CHAPITRE 2 : LES ANGLES

I) CONSTRUCTION ET NOTATION

1) Construction et définition

Construisons deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ de même origine O .



Les deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$ de même origine O déterminent un angle.

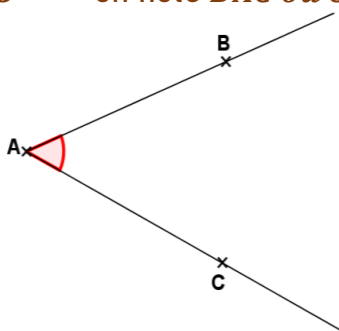
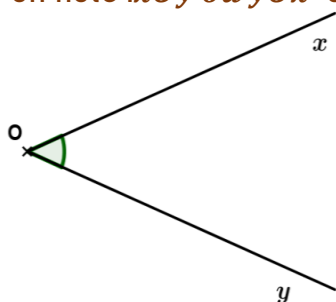
Les **demi-droites** $[Ox)$ et $[Oy)$ sont les **côtés** de l'angle.

Le point **O** est le **sommet** de l'angle

2) Notation

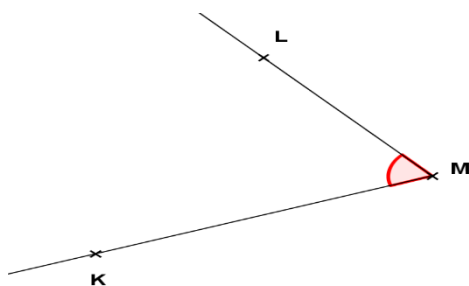
On désigne généralement un angle par trois lettres et le signe $\widehat{}$. La lettre centrale indique toujours le sommet de l'angle.

+on note $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$ ou simplement $\widehat{O}$ +on note $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$ ou simplement $\widehat{A}$



Exercice de fixation

Soit la figure suivante :



- 1) Donne deux autres noms à cet angle
- 2) Quel est le sommet de cet angle ?
- 3) Cite les côtés de cet angle

Solution

- 1) Choisir deux noms parmi : $\widehat{LMK}$; $\widehat{KML}$; $\widehat{M}$
- 2) Le sommet de cet angle est M
- 3) Les côtés de cet angle sont : $[ML)$ et $[MK)$

II) MESURE D'UN ANGLE

1) Instrument et unité de mesure

Un angle se mesure à l'aide d'un **rapporteur** gradué en **degré**. Le **degré** est l'unité de mesure des angles. Elle se note, en abrégé : $^\circ$ (par exemple 25°)

2) Méthode de mesure d'un angle

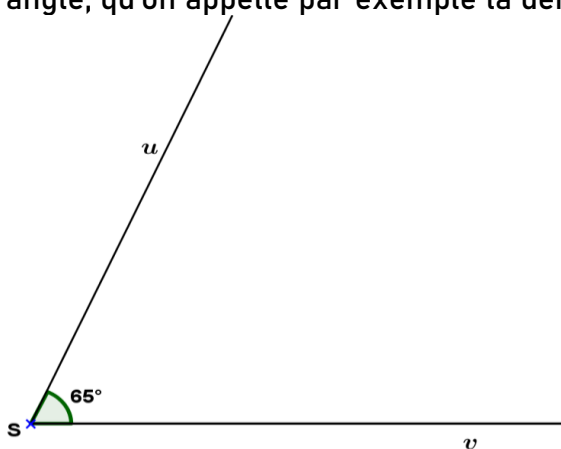
Pour mesurer correctement un angle, il faut :

- +Placer le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle ;
- +Placer le **zéro** du rapporteur sur l'un des côtés de l'angle,
- +Lire la graduation qui coïncide avec l'autre côté de l'angle.

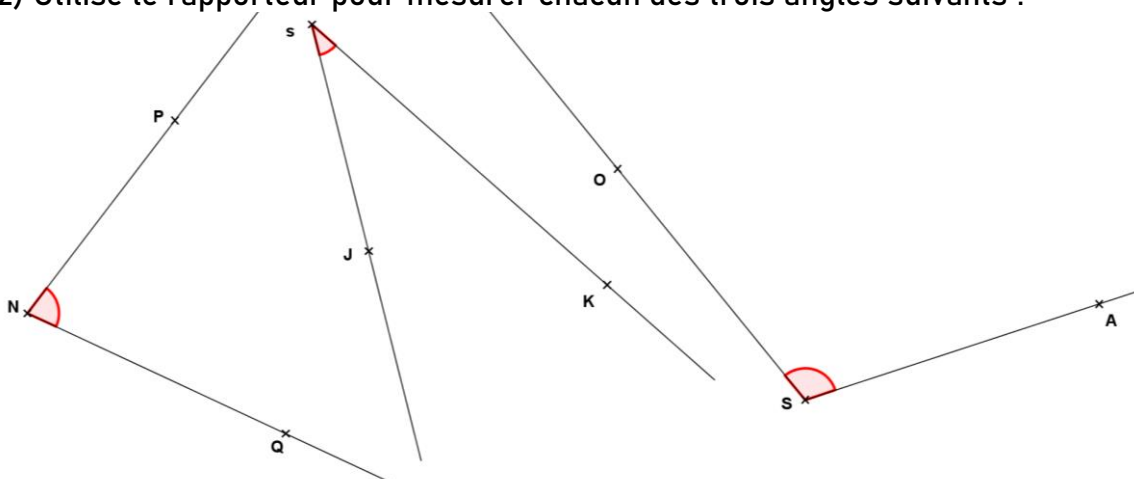
3) Construction d'un angle de mesure donnée

Pour construire un angle de mesure donnée ; par exemple 65° , on procède comme suit :

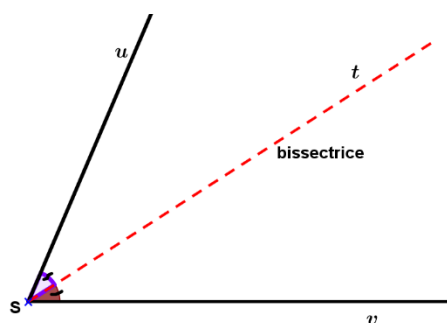
- +On trace un premier côté de l'angle à partir d'un point (par exemple S). On le nomme par exemple $[Sv)$ et on place le centre du rapporteur sur S.
- +On positionne le 0° de la graduation la plus pratique sur la demi-droite $[Sv)$
- +On marque la graduation 65 en partant du 0° choisi, et on trace le second côté de l'angle, qu'on appelle par exemple la demi-droite $[Su)$

Exercice de fixation

- 1) En utilisant le rapporteur, construis un angle de 40° et un angle de 85°
- 2) Utilise le rapporteur pour mesurer chacun des trois angles suivants :

III) BISSECTRICE D'UN ANGLE1) Définition

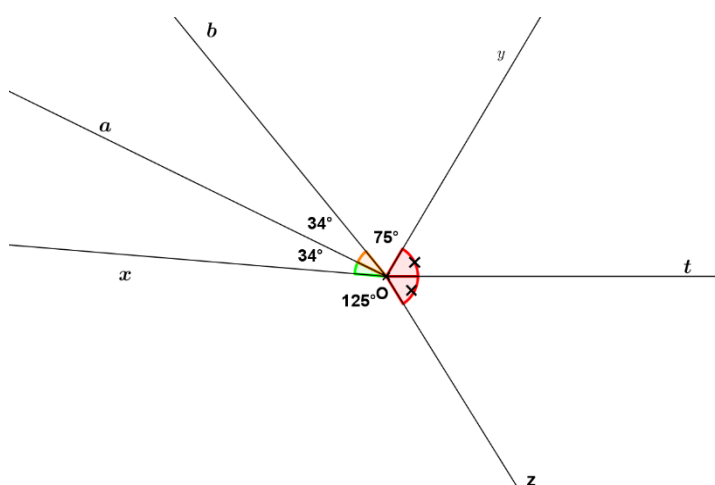
La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

Exemple

La demi-droite $[St)$ qui partage l'angle $\widehat{uSv}$ en deux angles égaux est la bissectrice de cet angle. On a donc $\widehat{uSt} = \widehat{tSv}$

2) Reconnaître une bissectrice

Pour qu'une demi-droite soit bissectrice d'un angle, il faut qu'elle partage cet angle en deux angles de même mesure.



+les angles $\widehat{bOa}$ et $\widehat{aOx}$ ont la même mesure, le même sommet et ont la même demi-droite $[Oa)$ en commun : la demi-droite $[Oa)$ est donc la **bissectrice** de l'angle $\widehat{bOx}$.

+Les angles $\widehat{yOt}$ et $\widehat{tOz}$ ont le même sommet ; et la demi-droite $[Ot)$ en commun : la demi-droite $[Ot)$ est donc la **bissectrice** de l'angle $\widehat{yOz}$

2) Construction de la bissectrice d'un anglea) Par pliage

En superposant les côtés d'un angle, on obtient une ligne de pli qui représente sa bissectrice

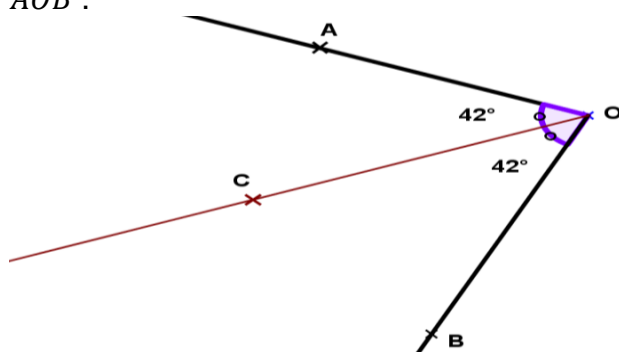
b) Avec le rapporteur

+On mesure l'angle $\widehat{AOB}$; on trouve $\widehat{AOB} = 84^\circ$ par exemple

+On divise par 2 la mesure obtenue ; on obtient 42° .

+On marque le point C correspondant à la « demi – mesure » sans déplacer le rapporteur.

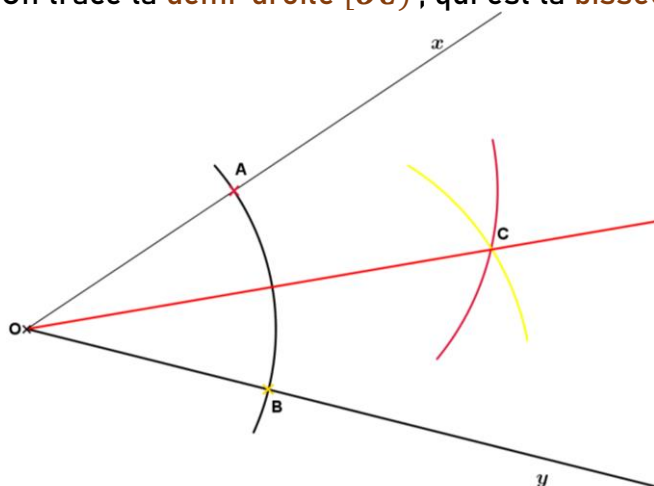
La demi-droite $[OC)$ d'origine O passant par le point C est la **bissectrice** de l'angle $\widehat{AOB}$.



c) A la règle et au compas

Pour construire la bissectrice d'un angle dont la mesure est connue ou inconnue à l'aide de la règle et du compas, on procède comme suit :

- + On trace à l'aide du rapporteur un angle (par exemple $\widehat{xOy}$) ; puis à l'aide du compas, on trace un arc de cercle de centre O qui coupe la demi-droite $[Ox)$ au point A par exemple et la demi-droite $[Oy)$ au point B .
- + On trace deux arcs de cercles, l'un de centre A et l'autre de centre B (sans écarter le compas), qui se coupent en un point C (par exemple)
- + On trace la demi-droite $[OC)$; qui est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$



NB : La méthode du compas et de la règle est plus exacte, car avec cette méthode on n'a pas besoin de connaître la mesure de l'angle.

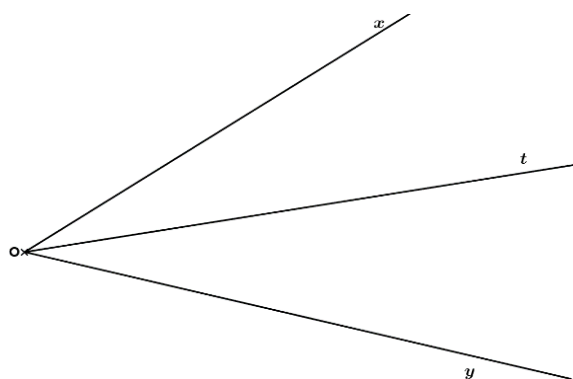
Exercice de fixation

- 1) Construis un angle $\widehat{BAC}$ mesurant 66° ; puis trace à l'aide du rapporteur et de la règle sa bissectrice.
- 2) Construis un angle $\widehat{RST}$ mesurant 73° ; puis trace à l'aide du compas et de la règle sa bissectrice.

VI) ANGLES ADJACENTS ; ANGLE DROIT ; ANGLE AIGU1) Angles adjacents

Deux angles sont adjacents s'ils ont le même sommet ; un côté commun, et s'ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Exemple :

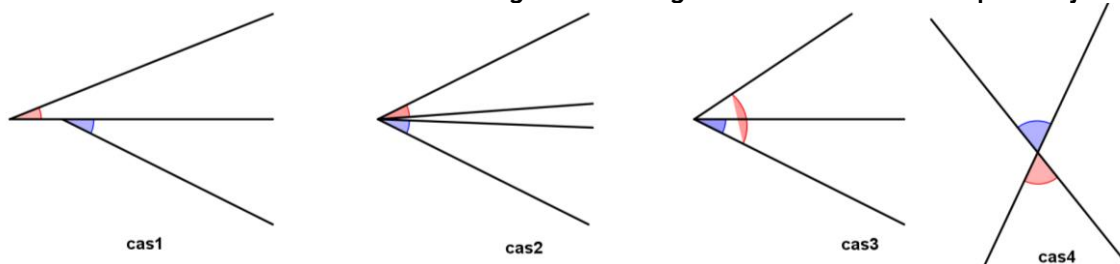


Les angles $\widehat{xOt}$ et $\widehat{tOy}$ sont deux angles adjacents ; car :

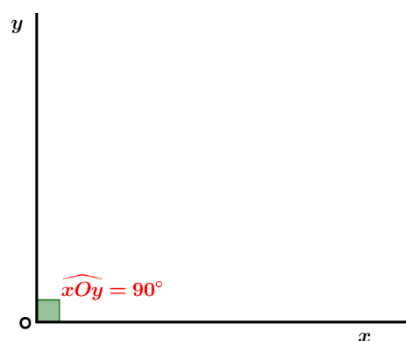
- + ils ont le même sommet O ;
- + ils ont la demi-droite $[Ot)$ en commun ;
- + ils sont situés de part et d'autre de $[Ot)$

Contre-exemple :

Dans chacun des cas suivant les angles en rouge et en bleu ne sont pas adjacents

2) Angle droit

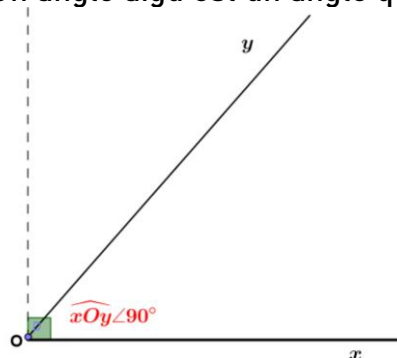
Un angle droit est un angle qui mesure 90° .



Les droites (Ox) et (Oy) sont perpendiculaires.

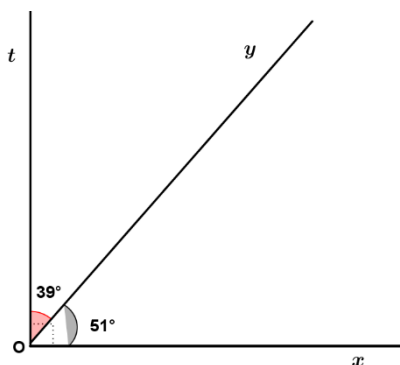
3) Angle aigu

Un angle aigu est un angle qui mesure moins de 90°

4) Angles complémentaires

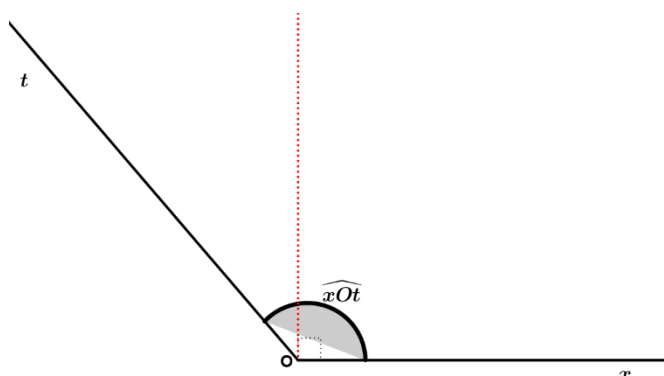
Deux angles sont dits complémentaires ; lorsque la somme des mesures de leurs angles est égale à 90° .

On a : $39^\circ + 51^\circ = 90^\circ$; alors les angles $t\hat{O}y$ et $y\hat{O}x$ sont complémentaires



V) Angle obtus ; angle plat ; angle nul

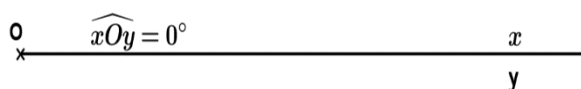
1) Angle obtus



Un angle obtus est un angle qui mesure plus de 90°

$\widehat{xOt}$ est un angle obtus, car sa mesure est supérieure à 90°

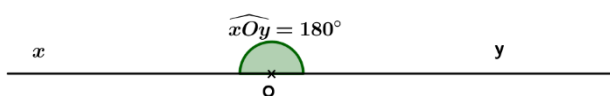
2) Angle nul



Un angle nul est un angle qui mesure 0°

x et y sont situés du même côté par rapport au sommet O

3) Angle plat



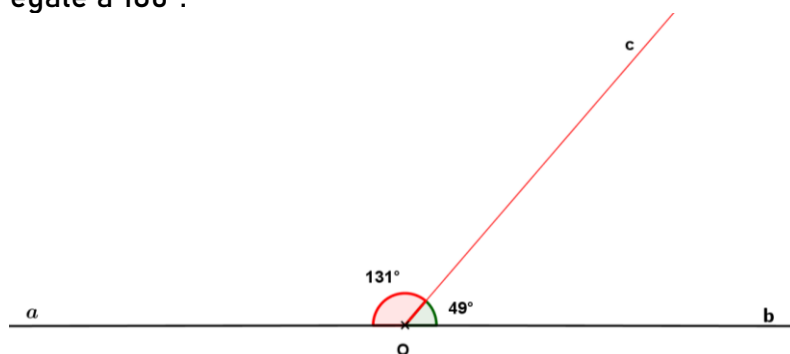
Un angle plat est un angle qui mesure 180° .

Le point O est sur la droite (xy) et x et y sont situés de part et d'autre du

sommet O.

4) Angles supplémentaires

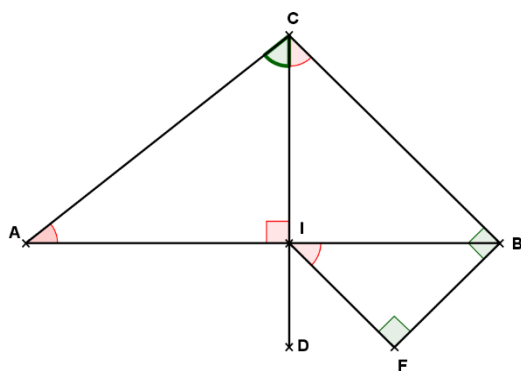
Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme de leur mesure est égale à 180° .



On a $131^\circ + 49^\circ = 180^\circ$; alors les angles $\widehat{aOc}$ et $\widehat{cOb}$ sont deux angles supplémentaires

Exercice de fixation

Considère la figure suivante



- 1) Donne la nature (angle aigu, obtus, droit, nul ou plat) de chacun des angles suivants : $\widehat{ACB}$; $\widehat{FBC}$; $\widehat{IAC}$; $\widehat{AIB}$ et $\widehat{CDI}$
- 2) Répond par vrai ou faux
 - a) les angles $\widehat{ACI}$ et $\widehat{DCB}$ sont adjacents
 - b) les angles $\widehat{CBF}$ et $\widehat{IFB}$ sont complémentaires
 - c) les angles $\widehat{CBI}$ et $\widehat{IBF}$ sont complémentaires
 - d) Les angles $\widehat{AIC}$ et $\widehat{DIB}$ sont

supplémentaires.

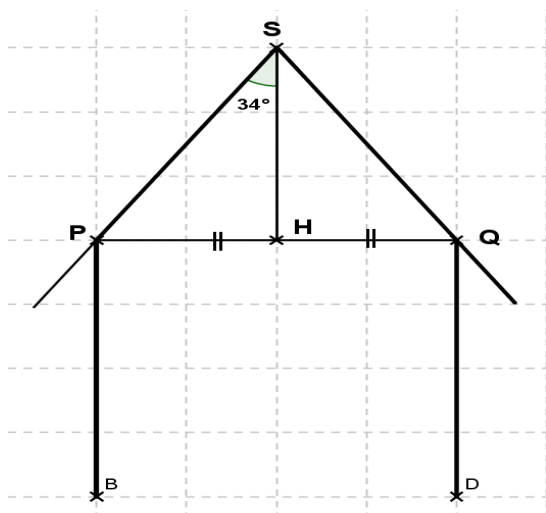
Solution

- 1) Nature des angles :

$\widehat{ACB}$: est obtus ; $\widehat{FBC}$: est droit ; $\widehat{IAC}$: est aigu ; $\widehat{AIB}$: est plat et $\widehat{CDI}$: est nul

- 2-a) vrai ; b) faux ; c) vrai ; d) vrai

Situation d'évaluation



Pour la fête du nouveau mil ; les jeune du village de Kipala désire construire une case ronde dont la toiture est un cône (sous forme de chapeau) comme l'indique la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur tel que : $\widehat{HQS} = 56^\circ$ et $(SH) \perp (PQ)$. Néanmoins certains jeunes pensent que pour que la case soit solide ; il faut que : « la mesure de l'angle $\widehat{PSQ}$ soit compris entre 60° et 75° ». Le président des jeunes te demande d'observer la figure et dire si la case sera solide.

- 1) Que représente le point H pour le segment $[PQ]$.

- 2) Détermine est la mesure de l'angle $\widehat{HSQ}$ sachant que les angles $\widehat{HSQ}$ et $\widehat{SQH}$ sont complémentaires
- 3) Que représente la demi-droite $[SH)$ pour l'angle $\widehat{PSQ}$?
- 4) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{PSQ}$ et dire si la case sera solide ou pas.

Solution de la situation d'évaluation

- 1) On a $PH = HQ$, alors le point H représente le milieu du segment $[PQ]$
- 2) Les angles $\widehat{HSQ}$ et $\widehat{SQH}$ sont complémentaires ; d'où $\widehat{HSQ} + \widehat{SQH} = 90^\circ$
Or $\widehat{SQH} = 56^\circ$ alors $\widehat{HSQ} + 56^\circ = 90^\circ$. Donc $\widehat{HSQ} = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$
- 3) On a : $\widehat{HSQ} = \widehat{PSH} = 34^\circ$; donc $[SH)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{PSQ}$
- 4) $\widehat{PSQ} = 34^\circ + 34^\circ = 64^\circ$: On a $60^\circ < \widehat{PSQ} < 75^\circ$. Donc la case sera solide.

CHAPITRE 3 : MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

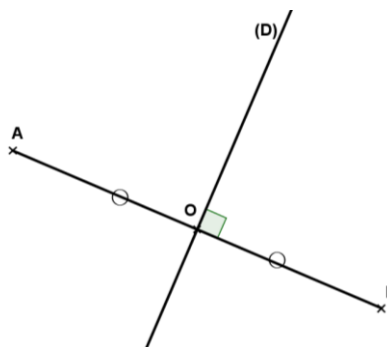
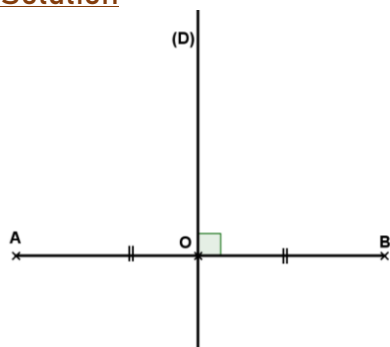
1) DÉFINITION ET CONSTRUCTION

1) Définition

a) Activité

- 1) Trace un segment $[AB]$ et place un point O milieu de ce segment ;
- 2) Construis à l'aide de l'équerre la droite (D) passant par O et perpendiculaire à $[AB]$.

Solution



Le point O est le milieu du segment $[AB]$ et $[AB]$ est perpendiculaire à (D) : On dit que la droite (D) est la **médiatrice du segment $[AB]$** .

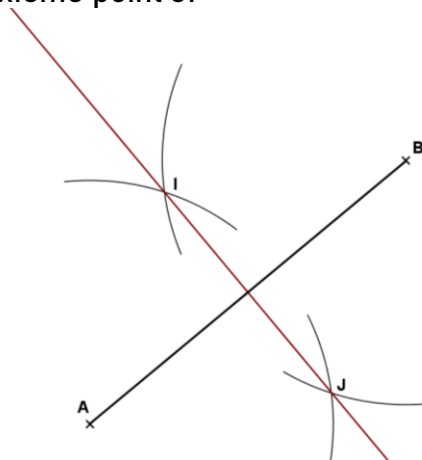
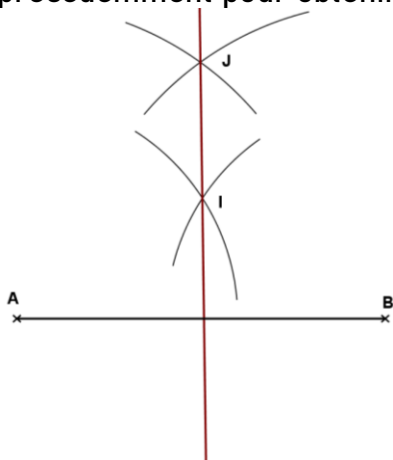
b) Définition

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu

2) Construction de la médiatrice à l'aide d'un compas

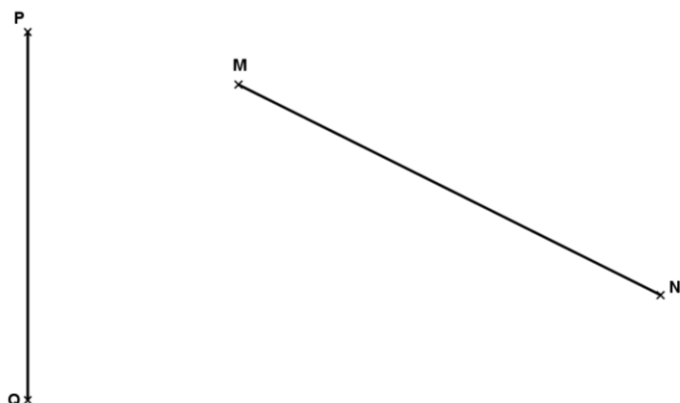
Pour construire la médiatrice d'un segment $[EF]$ avec le compas ; on procède comme suit :

- +On pose la pointe du compas en E et on trace un arc de cercle ; puis sans changer l'écartement du compas on place la pointe du compas en F , on trace un deuxième arc de cercle. Ces deux arcs de cercle se coupent en un même point I
- +On reprend la même opération sans être obligé de garder le même écartement que précédemment pour obtenir un deuxième point J .



Exercice de fixation

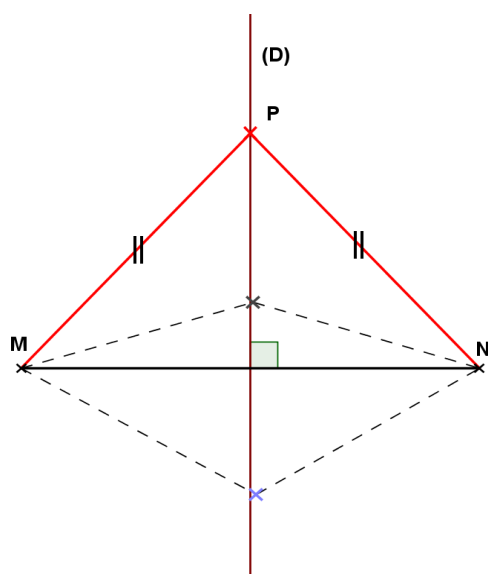
Construis la médiatrice des segments $[PQ]$ et $[MN]$ suivants :

II) PROPRIÉTÉS1) Première propriétéa) Activité

Soit (D) la médiatrice du segment $[MN]$.

Place un point P sur la droite (D) ; puis utilise la règle ou le compas pour comparer les distances PN et PM .

Que remarques-tu si on prend d'autres points sur la droite (D) ?

Solution

En comparant les distances PM et PN ; on constate que $PM = PN$

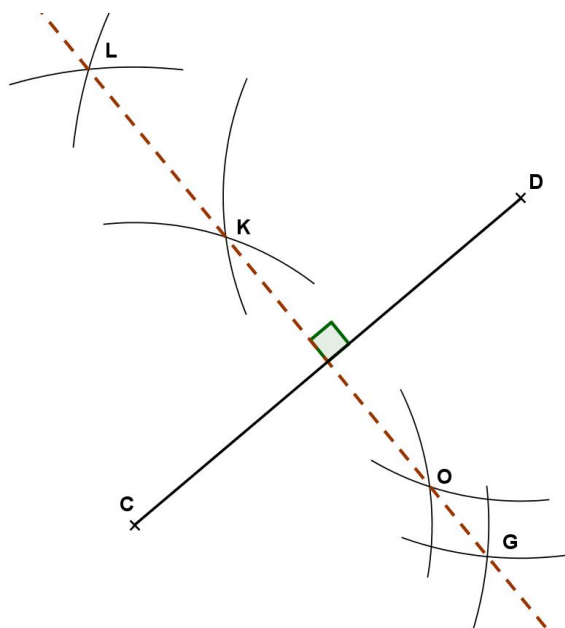
On remarque que même si nous prenons d'autres points sur la droite (D) ; ils sont tous à la même distance de M et de N : on dit qu'ils sont **équidistants de M et N** .

b) Propriété

Pour tout point M de la médiatrice de $[AB]$; on a : $MA = MB$

2) Deuxième propriétéa) Activité

Traçons un segment $[CD]$ et plaçons avec le compas quelques points à égale distance de C et D . Que remarque-t-on ?



On constate que tous les points sont sur la droite qui est la perpendiculaire au segment $[CD]$ en son milieu. Cette droite par définition, est la médiatrice de $[AB]$.

b) Propriété

Tout point équidistant de C et D se trouve sur la médiatrice de $[AB]$.

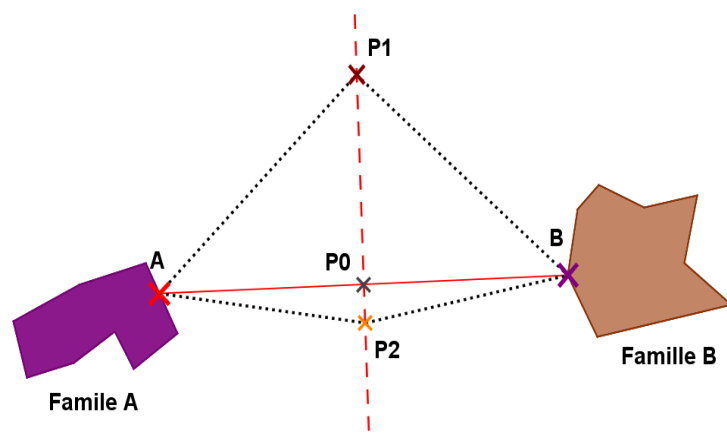
Situation d'évaluation

Deux familles décident de se mettre ensemble pour s'offrir un forage. Néanmoins ils ne veulent pas que le forage soit plus proche d'une famille que l'autre afin d'éviter les frustrations. Les deux familles te demandent de l'aide pour trouver un emplacement idéal de ce forage. Les deux familles sont disposées comme l'indique la figure suivante.



Tu reproduiras cette figure et tu donneras toutes les positions possibles de ce forage à partir des points A et B pour satisfaire les deux familles

Solution de la situation d'évaluation



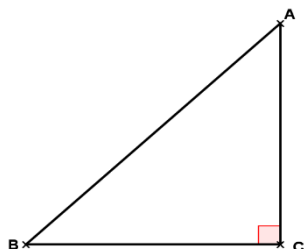
Pour que les deux familles soient satisfaites de l'emplacement du forage ; il faut que ce forage soit situé sur la médiatrice du segment $[AB]$.

CHAPITRE 4 : LE TRIANGLE

1) VOCABULAIRE ; TRIANGLES PARTICULIERS

1) Triangle rectangle

a) Présentation



La figure ci-contre, est un triangle ABC rectangle en C.
On a : $(AC) \perp (BC)$ et le côté $[AB]$ est appelé **hypoténuse** de ce triangle.

b) Définition

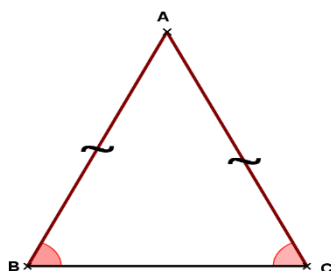
Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit

Exercice de fixation

- 1) Construis un triangle TSR rectangle en S tel que $TS = 4\text{cm}$ et $SR = 3\text{cm}$.
- 2) Que représente le côté $[TR]$ pour le triangle TSR ?

2) Triangle isocèle

a) Présentation

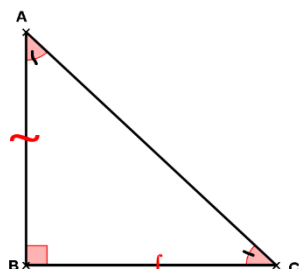


Le triangle ABC est un triangle isocèle.
On a : $AB = AC$ et le côté $[BC]$ **opposé au sommet A** est la **base** du triangle isocèle.
Les angles **$\hat{B}$ et $\hat{C}$** sont les angles à la base et on a : **$\hat{B} = \hat{C}$**

b) Définition

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur

Remarque :



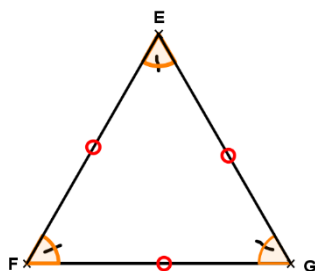
Un triangle peut être à la fois isocèle et rectangle : on dit que le triangle est **isocèle rectangle**

Exercice de fixation

Construis un triangle RIZ isocèle en I tel que $RZ = 4\text{cm}$ et $IR = 5\text{cm}$

3) Triangle équilatéral

a) présentation



EFG est un triangle équilatéral

On a : $EF=FG=EG$ et $\widehat{E} = \widehat{F} = \widehat{G} = 60^\circ$

b) Définition

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur

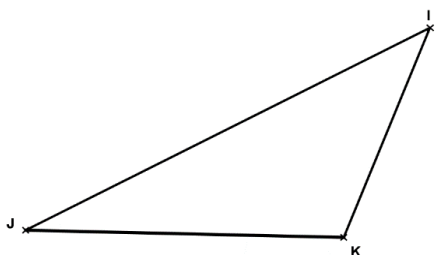
Remarque : un triangle **équilatéral** est aussi un triangle **isocèle**.

Exercice de fixation

Construis un triangle équilatéral LMN de côté 4cm

4) Triangle quelconque

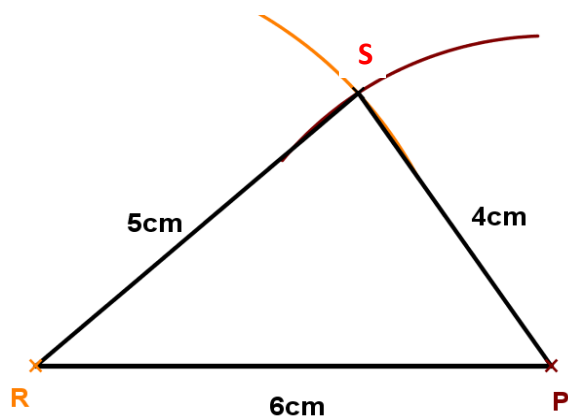
a) Définition



Un triangle quelconque est un triangle qui n'est ni rectangle ; ni isocèle ; ni équilatéral

b) Construction d'un triangle connaissant les mesures de ses côtés

Pour construire un triangle RSP tel que $RS=5\text{cm}$; $SP=4\text{cm}$ et $RP=6\text{cm}$; on peut procéder comme suit :



+Tracer un des coté à l'aide d'une règle graduée. Par exemple : $RP=6\text{cm}$
 +Tracer un arc de cercle de centre R et de rayon $RS=5\text{cm}$
 +Tracer un arc de cercle de centre P et de rayon $SP=4\text{cm}$ de tel sorte que les deux arcs se coupent en un point. Ce point est le point S

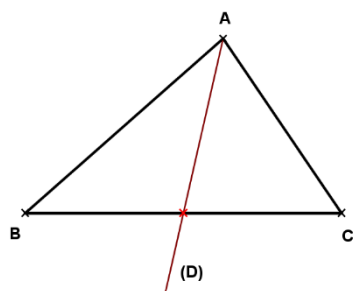
Exercice de fixation

Construis un triangle quelconque IJK tel que $IJ=7\text{cm}$; $IK=4\text{cm}$ et $JK=6\text{cm}$

II) DROITES ET POINTS PARTICULIERS DANS LE TRIANGLE1) Médiane et centre de gravité

a) Médiane

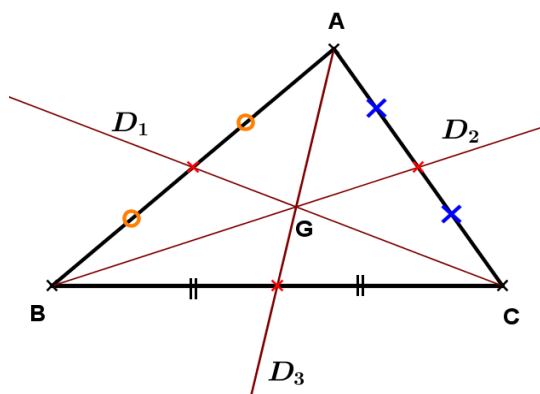
On appelle médiane d'un triangle la droite passant par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.



La droite (D) est la médiane du triangle ABC passant par le sommet A

b) Centre de gravité

Lorsqu'on trace les trois médianes d'un triangle ; on constate que ces trois médianes se coupent en un point : ce point est appelé **centre de gravité** du triangle ; on le note généralement **G**.



Les droites (D_1) ; (D_2) et (D_3) sont les médianes passant respectives par le sommet C ; B et A.

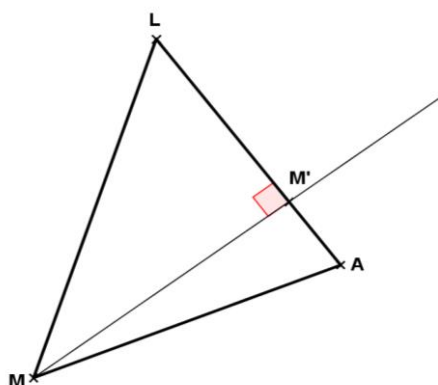
Les trois médianes sont concourantes au point **G** **centre de gravité** du triangle ABC.

Exercice de fixation

Construis un triangle quelconque de ton choix et construis son centre de gravité.

2) Hauteur et orthocentrea) hauteur

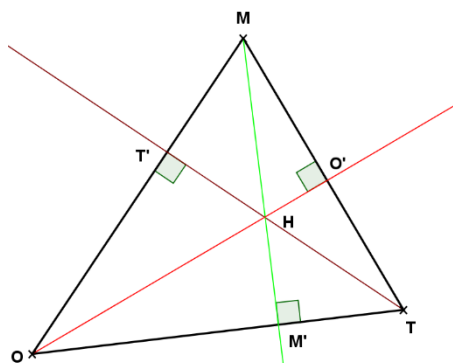
Dans un triangle la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet



La droite (MM') est la hauteur issue du point M

b) Orthocentre

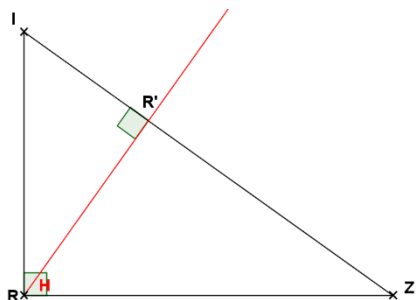
Lorsqu'on trace les trois hauteurs d'un triangle ; on constate que ces trois hauteurs se coupent en un point : ce point est appelé **orthocentre** du triangle ; on le note généralement **H**.



Les droites (OO') ; (MM') et (TT') sont les hauteurs issues respectivement des sommets O ; M et T. Les trois hauteurs sont **concurrentes en un point H** appelé **orthocentre** de ce triangle.

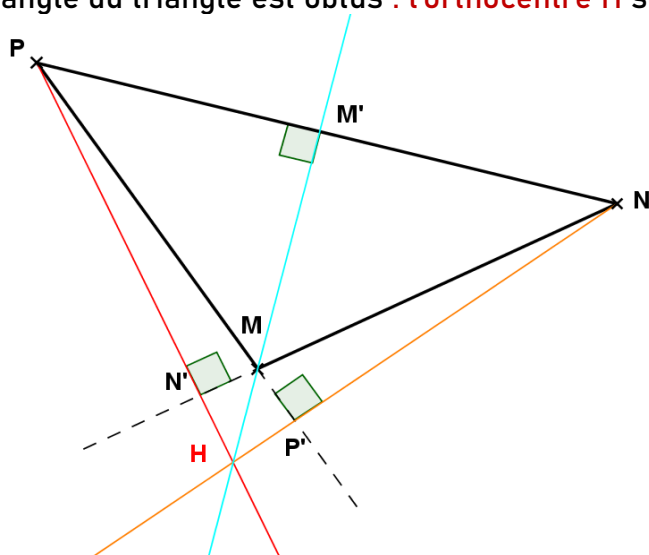
Remarques :

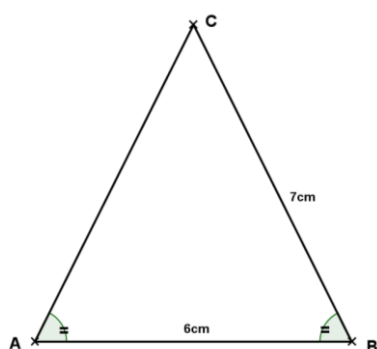
+Lorsque le triangle est rectangle ; l'orthocentre de ce triangle se trouve à l'intersection des deux côtés perpendiculaires de ce triangle.



L'orthocentre de ce triangle rectangle RIZ se trouve au point A

+La construction des hauteurs devient encore plus compliquée dans le cas où un angle du triangle est obtus : **l'orthocentre H** se trouve alors à **l'extérieur du triangle**

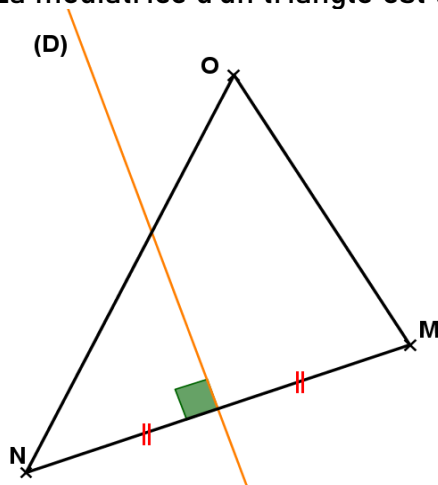


Exercice de fixation

- 1) Quelle est la nature de ce triangle ?
- 2) Reproduis le triangle ABC
- 3) Construis ses hauteurs et place son orthocentre H

3) Médiatrice et centre du cercle circonscrita) Médiatrice

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés

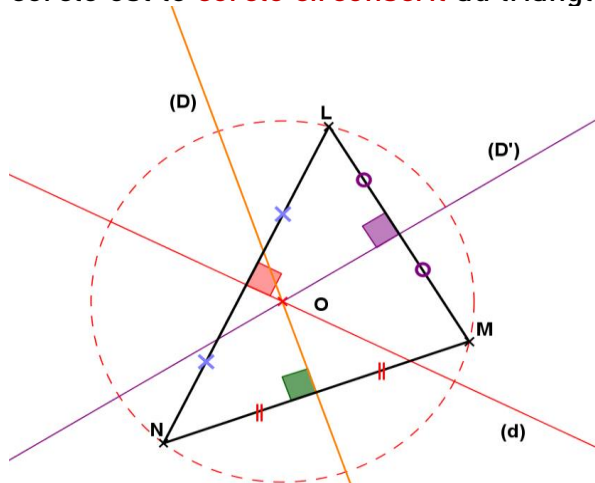


La droite (D) est la médiatrice du côté $[NM]$ du triangle NOM

b) Centre du cercle circonscrit

Dans un triangle, les trois **médiatrices** se coupent en un même point : on dit qu'elles sont **concurrentes**.

Ce point est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle. Ce cercle est le **cercle circonscrit** au triangle. Généralement noté **O**.



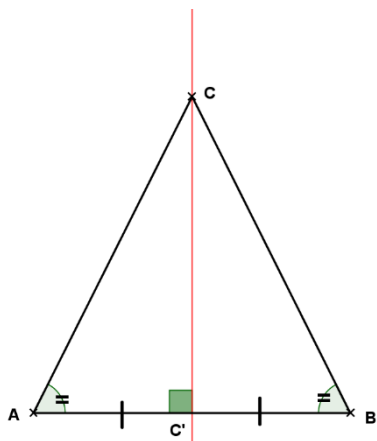
Les droites (D) ; (D') et (d) sont les médiatrices respectives des côtés $[NM]$; $[LM]$ et $[LN]$.

Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle LMN.

Et on a : $OL=ON=OM$

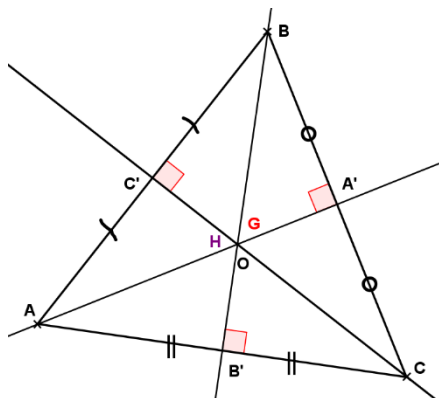
4) Cas particuliers

+La médiatrice de la base d'un triangle isocèle est à la fois hauteur et médiane



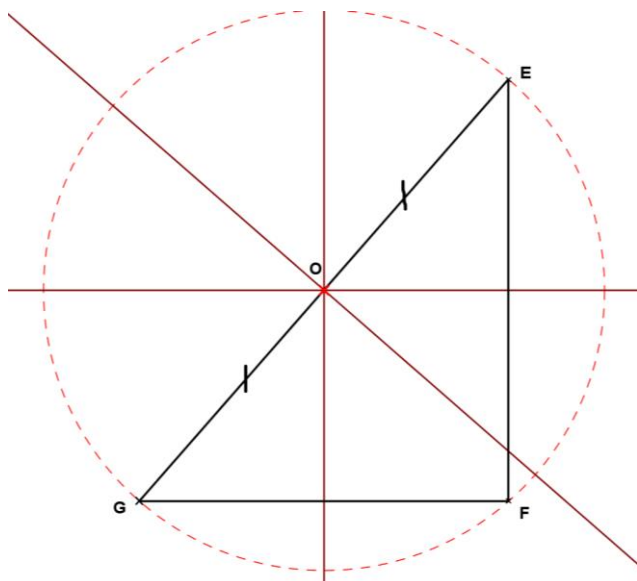
+La droite (CC') est la **médiatrice de [AB]**
 +La droite (CC') est la **hauteur issue de C**
 +La droite (CC') est la **médiane qui passe par le sommet C'** et par le **milieu du côté [AB] opposé à ce sommet**.
 Donc (CC') est à la fois **hauteur, médiane et médiatrice**

+Les médiatrices d'un triangle équilatéral sont à la fois hauteurs et médianes

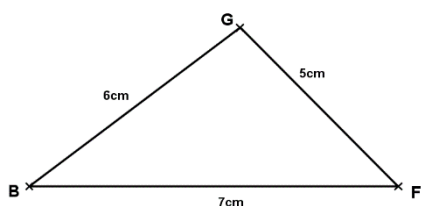


ABC est un triangle équilatéral.
 Les droites (BB') ; (AA') et (CC') sont à la fois **hauteurs ; médianes** issues des sommets et **médiatrices** des côtés.
 Les points O ; G et H sont **confondus**.

+Les médiatrices d'un triangle rectangle se coupent au milieu du plus long côté (**hypoténuse**).



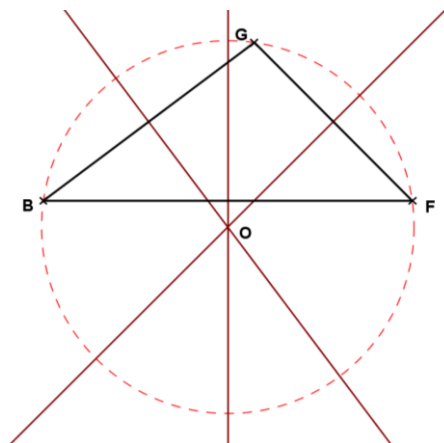
Propriété : Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

Exercice de fixation

- 1) Reproduis la figure ci-contre
- 2) Trace les trois médianes ; comment appelle-t-on leur point d'intersection
- 3) Construis le cercle circonscrit au triangle BGF

Solution

1) Voir figure



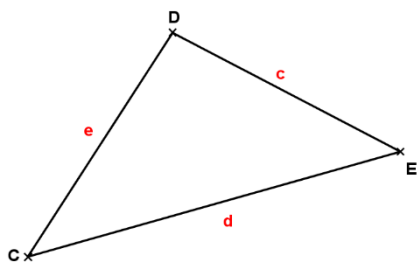
- 2) Leur point d'intersection est le centre du cercle circonscrit au triangle BGF
- 3) Voir figure

III) FORMULES DU PERIMETRE ET DE L'AIRE D'UN TRIANGLE1) Périmètre d'un triangle

Le périmètre d'un triangle est la somme des longueurs des trois côtés de ce triangle. On le note généralement $\mathcal{P}$.

Exemple :

Considérons le triangle ci-dessous, dont les côtés mesurent respectivement c ; d et e cm.



Le périmètre $\mathcal{P}$ du triangle CDE dont les côtés mesurent c , d et e est donné par la formule :

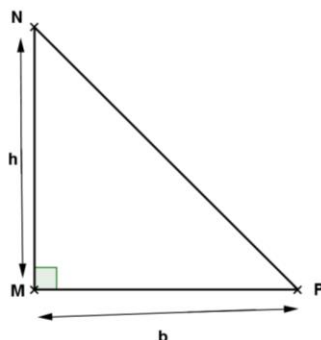
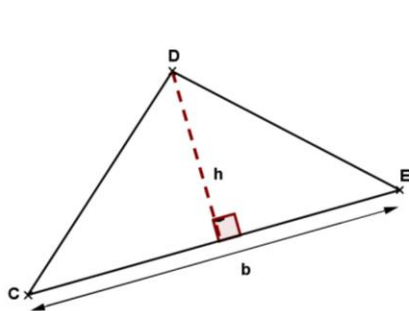
$$\mathcal{P} = c + d + e$$

Exercice de fixation

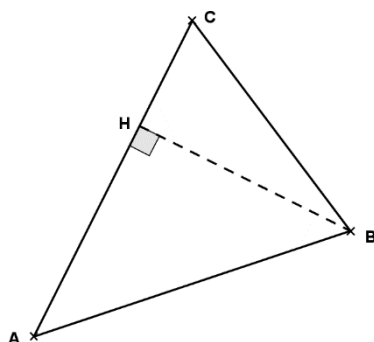
NEZ est un triangle tel que $NE=7,5\text{cm}$; $NZ=10\text{cm}$ et $EZ=12\text{cm}$. Calcule le périmètre $\mathcal{P}$ de ce triangle.

2) Aire d'un triangle

L'aire $\mathcal{A}$ d'un triangle de hauteur h et de base b est donnée par la formule : $\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$

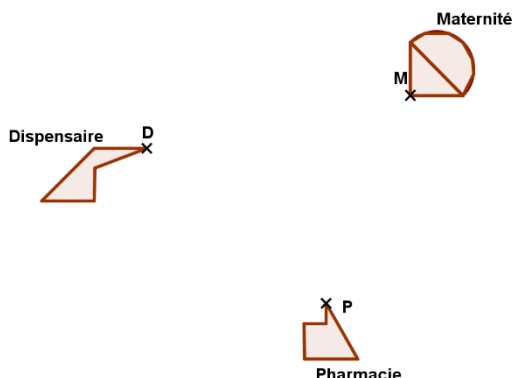


Exercice de fixation



Considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur. ABC est un triangle tel que $AC = 7,5$ et la hauteur BH issue de B est tel que $BH = 5\text{cm}$. Calcule l'aire du triangle ABC.

Situation d'évaluation

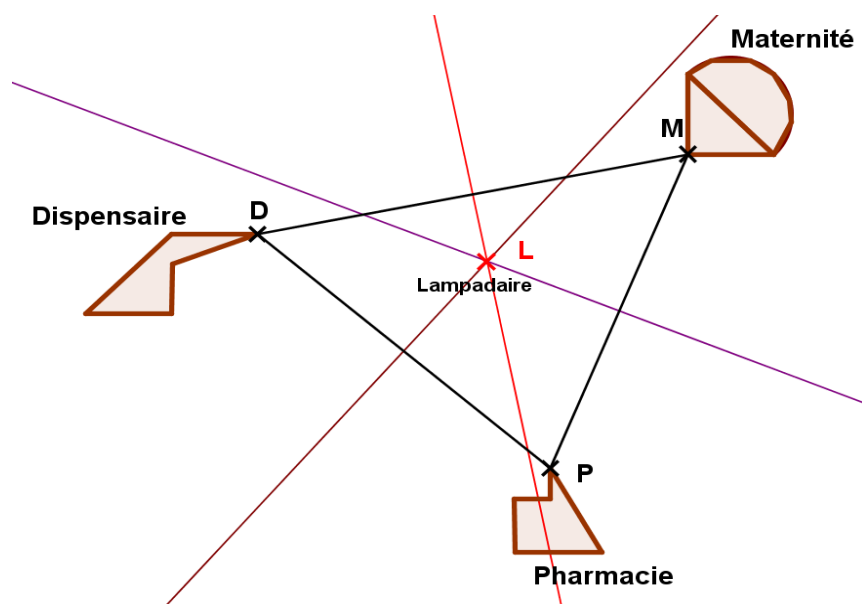


La jeunesse du village de KIPALA désire offrir un lampadaire au CSPS de KIPALA afin de soulager les patients. Néanmoins le major du CSPS aimerait que le lampadaire soit situé à égale distance du Dispensaire ; de la pharmacie et de la maternité comme l'indique la figure ci-contre. On te demande de trouver l'emplacement de ce lampadaire afin de répondre à la préoccupation du major.

Reproduis le schéma et trouve l'emplacement exact de ce lampadaire à partir des points M ; P et D de tes connaissances Mathématiques.

Solution de la situation d'évaluation

Trouver l'emplacement exact de ce lampadaire revient à construire les médiatrices du triangle MPD. Leur point d'intersection donne l'emplacement exact du lampadaire

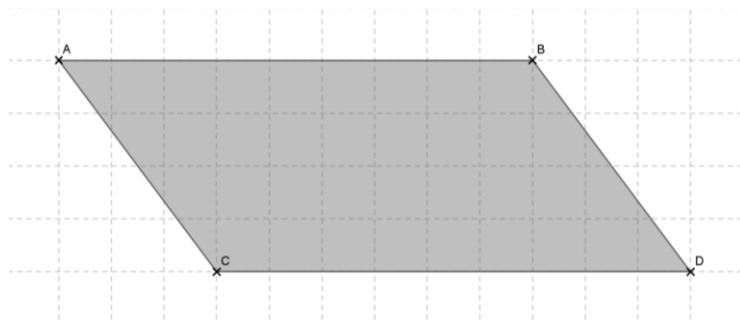


Le lampadaire doit
être placé au point L

CHAPITRE 5 : LE PARALLELOGRAMME

I) DESSIN ET DEFINITION D'UN PARALLELOGRAMME

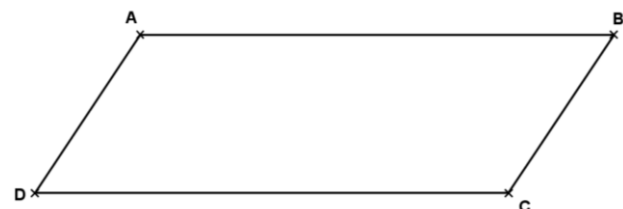
1) Dessin d'un parallélogramme



En observant la figure ci-contre ; on constate que cette figure à quatre (4) côtés (quadrilatère) dont les côtés opposés sont parallèles. Cette figure s'appelle **parallélogramme**.

2) Définition d'un parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



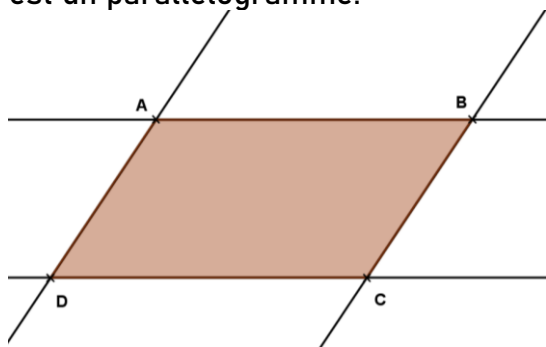
On note aussi ce parallélogramme : ABCD ou BCDA ou CDAB ou DABC..... ; Mais pas ABDC.

II) PROPRIETES DU PARALLELOGRAMME

1) Propriété 1

+Si un quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; alors : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles et les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

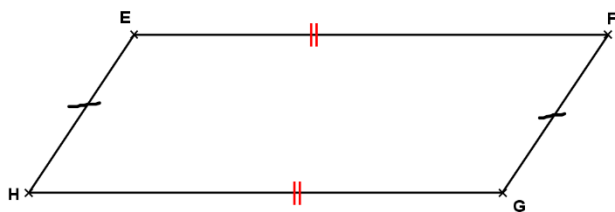
+**Réciproquement** : Dans un quadrilatère ABCD ; si les droites (AB) et (CD) sont parallèles et les droites (AD) et (BC) sont parallèles ; alors : le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



2) Propriété 2

+Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.

+**Réciproquement**: Si un quadrilatère à ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

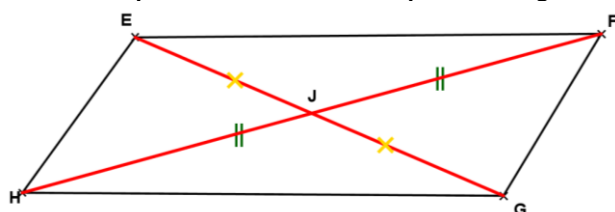


EFGH est un parallélogramme donc :
 $EF = HG$ et $EH = FG$

3) Propriété 3

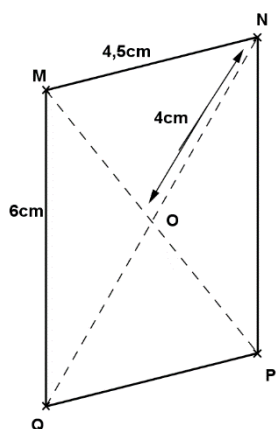
+ Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Réciproquement : Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.



Le quadrilatère EFGH est un parallélogramme donc : le point **J** est le milieu des segments $[EG]$ et $[HF]$.

Exercice de fixation



MNPQ est un parallélogramme ;

- 1) quel est le milieu du segment $[MP]$? justifie ta réponse
- 2) Donne les distances NP et OQ. Justifier les réponses
- 3) Justifie que $QP = 4,5\text{cm}$.
- 4) Justifie que les droites (MQ) et (NP) sont parallèles

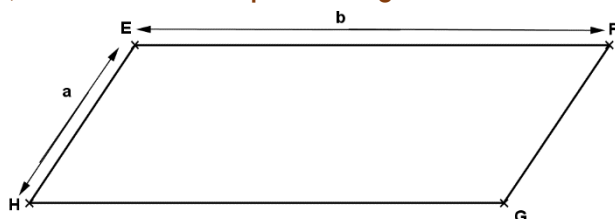
Solution

- 1) C'est le point O, car les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu
- 2) On a : $NP = 6\text{cm}$, car il est le côté opposé au côté $[MQ]$
 Et $OQ = 4\text{cm}$ car O est le milieu de $[NQ]$
- 3) Le côté $[QP] = 4,5\text{cm}$ car il est opposé au côté MN ; ils ont donc la même longueur.

4) MNPQ est un parallélogramme, donc les droites (MQ) et (NP) sont parallèles

III) FORMULES DU PERIMETRE ET DE L'AIRE D'UN PARALLELOGRAMME

1) Périmètre d'un parallélogramme

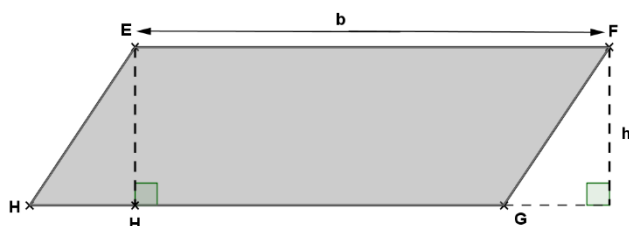


Soit le parallélogramme ci-contre de longueur b et de largeur a. Son périmètre est donné par la formule :

$$\mathcal{P} = 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$$

$$\mathcal{P} = 2 \times (a + b)$$

2) Aire d'un parallélogramme

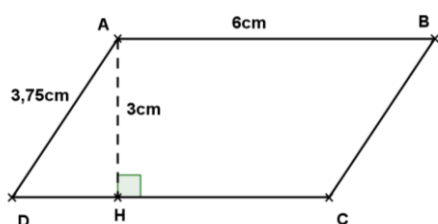


Soit le parallélogramme EFGH ci-contre de hauteur h relative à l'un des côtés de longueur b ; son aire est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = \text{Côté} \times \text{hauteur} \\ = b \times h$$

Exercice de fixation

Soit le parallélogramme ABCD suivant qui n'est pas en grandeur réelle



1) Calcule le périmètre du parallélogramme ABCD

2) Calcule l'aire du parallélogramme ABCD.

Solution

1) On a : $\mathcal{P} = 2 \times (AD + AB) = 2 \times (3,75 + 6) = 2 \times 9,75 = 19,5\text{cm}$

2) $\mathcal{A} = AB \times AH = 6 \times 3 = 18\text{cm}^2$

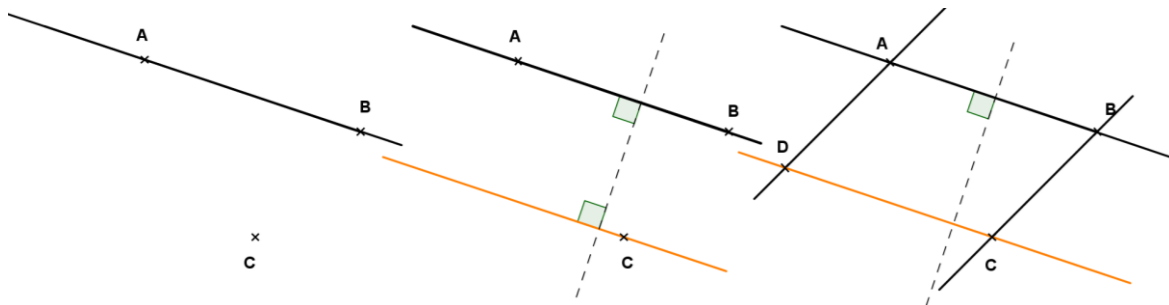
IV) CONSTRUCTION DU PARALLELOGRAMME A L'AIDE DE LA REGLE ET DE L'EQUERRE

Pour construire un parallélogramme à l'aide de la règle et de l'équerre ; on peut procéder comme suit :

+On trace la droite (AB) à l'aide de la règle et on place un point C n'appartenant pas à la droite (AB) D.

+On utilise l'équerre et la règle pour tracer la parallèle à (AB) passant par C

+On trace la parallèle à (BC) passant par A. Elle coupe la droite parallèle à (AB) en D.

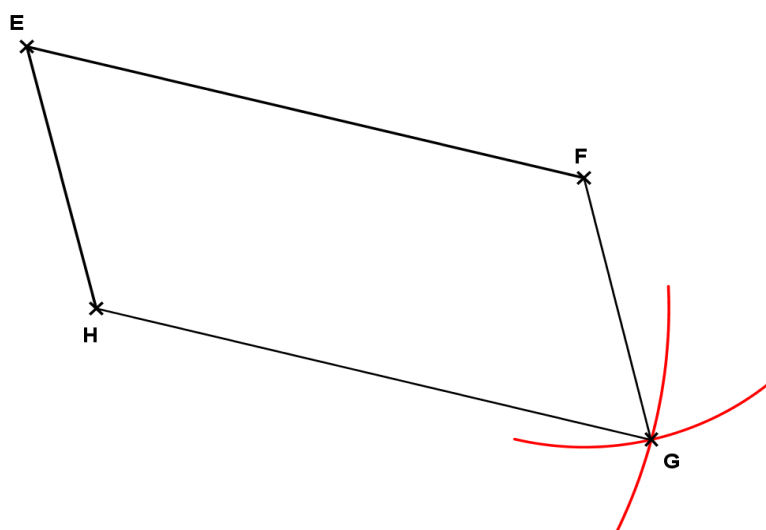


V) CONSTRUCTION DU PARALLELOGRAMME A L'AIDE DE LA REGLE ET DU COMPAS.

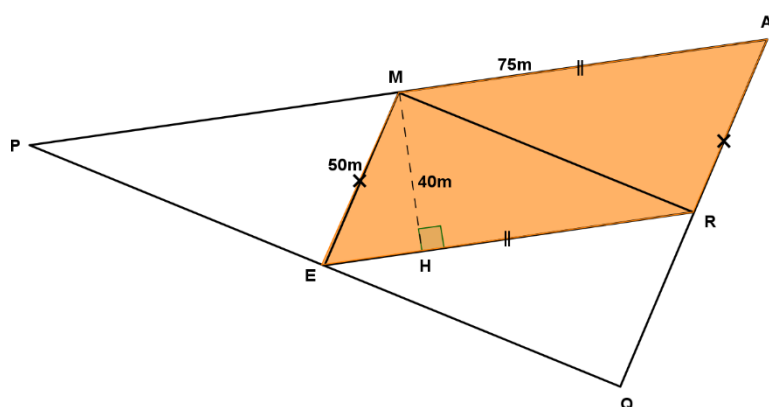
Soit à construire le parallélogramme EFGH

+On trace d'abord les segments $[EF]$ et $[EH]$ de même origine E

+On place ensuite la pointe du compas en H et on trace un arc de cercle de rayon EF
 +On place enfin la pointe du compas en F et on trace un arc de cercle de rayon EH ;
 les deux arcs de cercles se coupent en un point : c'est le point G



Situation d'évaluation



La surface délimitée par les points A ; P et Q représente le champ de M. GOUBA. Il veut produire de la tomate et de la salade sur la partie orange comme l'indique la figure. Pour plus de sécurité il désire entourer cette portion du champ avec du grillage. Cependant, il ne

sait pas quelle est la surface de cette portion ni combien lui coûtera le grillage pour l'entourer, sachant qu'un mètre de grillage coûte 225f CFA. Il te demande de l'aider à avoir une réponse :

- 1) Donne la nature de la portion délimitée par les points M ; A ; R et E
- 2) Calcule la surface de cette portion
- 3) Calcule le périmètre de cette portion
- 4) Quel sera le coût du grillage pour entourer cette portion du champ ?

Solution de la situation d'évaluation

- 1) Cette partie orangée MARE est un parallélogramme
- 2) On a : $\mathcal{A} = AM \times MH = 75 \times 40 = 3000m^2$
- 3) $\mathcal{P} = 2 \times (AM + ME) = 2 \times (75 + 50) = 2 \times 125 = 250m$
- 4) Comme le périmètre de la portion MARE correspond à la longueur de grillage que doit acheter M. GOUBA ; alors le coût total du grillage sera : $250 \times 225 = 56250f \text{ CFA}$

CHAPITRE 6 : PARALLELOGRAMMES PARTICULIERS ET TRAPEZE

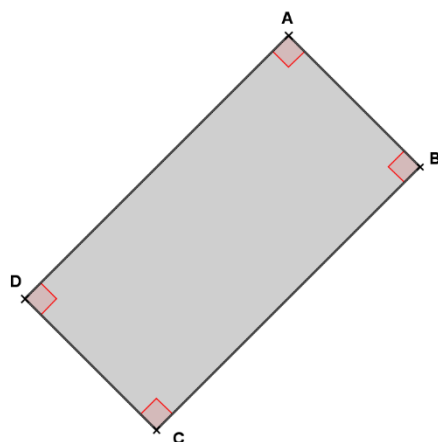
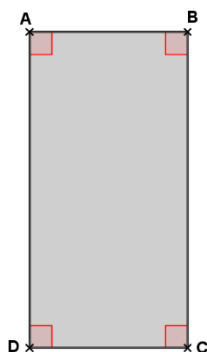
I) LE RECTANGLE

1) Définition et construction

a) Définition

Le rectangle est un quadrilatère qui a quatre (04) angles droits

b) Construction



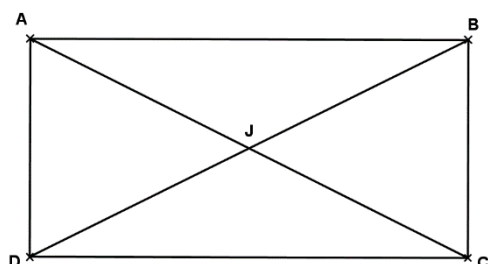
Les deux figures ci-contre sont des rectangles ; dans chaque cas :

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

On a : $(AB) \perp (BC)$; $(BC) \perp (CD)$;
 $(CD) \perp (DA)$ et $(DA) \perp (AB)$

b) Propriétés

Considérons la figure suivante :



Vérifions en utilisant le compas et l'équerre les égalités et propriétés suivantes :

+ $AB = CD$ et $AD = BC$

+ $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$

+ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$

+ $AC = BD$

+ J est milieu de $[AC]$ et de $[BD]$

Après vérification, on constate que toutes ces égalités et propriétés sont vérifiées.

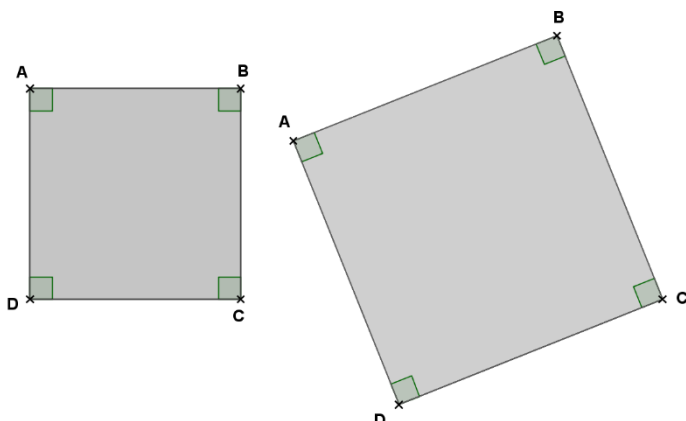
Propriétés: Dans un rectangle :

- les côtés opposés sont égaux et parallèles
- Les diagonales ont la même longueur
- les diagonales se coupent en leur milieu

II) LE CARRÉ

1) Définition

Le carré est un quadrilatère qui a quatre (04) côtés égaux et quatre (04) angles droits

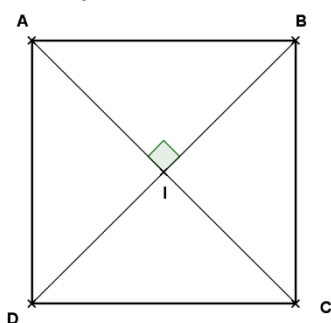


Les deux figures ci-contre sont des carrés.

Dans chacun des cas ; on :

$$AB = BC = CD = DA \text{ et } \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

2) Propriétés



Considérons le carré suivant ;

En utilisant le compas et l'équerre vérifions les égalités et les propriétés suivantes :

$$+AB = BC = CD = DC$$

$$+\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

$$+(AB) \parallel (CD) \text{ et } (AD) \parallel (BC)$$

$$+(AC) \perp (BD)$$

+I milieu de $[AC]$ et de $[BD]$ Après vérification, on constate

que toutes les égalités et propriétés sont vérifiées.

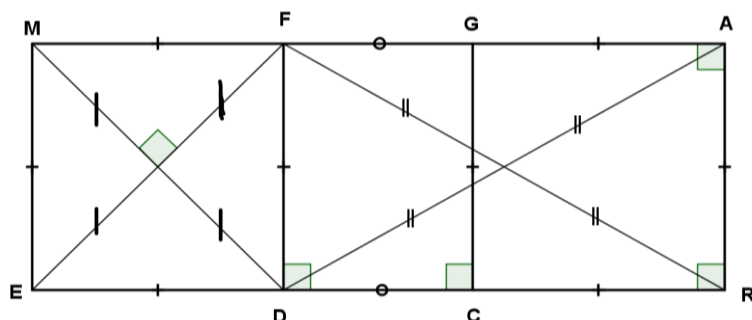
Propriétés : Dans un carré :

- les quatre (04) côtés sont égaux et parallèles deux à deux ;
- les diagonales ont la même longueur ;
- les diagonales se coupent en leur milieu ;
- les diagonales sont perpendiculaires

Remarque: un carré est un rectangle particulier

Exercice de fixation

Soit la figure suivante :



- 1) Identifie dans cette figure deux carrés
- 2) Identifie dans cette figure trois rectangles
- 3) Pourquoi FGCD n'est pas un carré ?

Solution

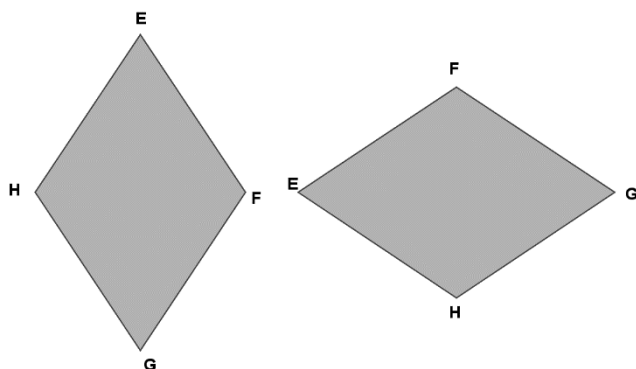
1) MFDE et GARC

2) Choisir quatre parmi : MARE ; MGCE ; FGCD ; FARD ; MFDE ; GARC

3) parce que les quatre côtés ne sont pas égaux

III) Le losange

1) Définition

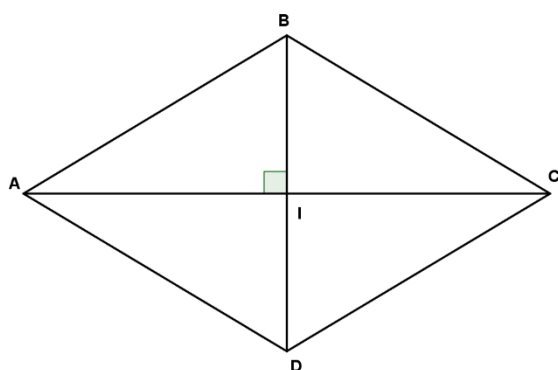


Le losange est un quadrilatère qui a ses quatre (04) côtés égaux.

Les figures ci-contre sont des losanges.

Dans chaque cas, on a :
 $EF=FG=GH=HE$

2) Propriété



Considérons le losange suivant :

Utilisons le compas et l'équerre pour vérifier les égalités et propriétés suivantes :

- + $AB=BC=CD=DA$
- + $(AB) \parallel (DC)$ et $(BC) \parallel (AD)$
- + $(AC) \perp (BD)$
- + I est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$

Après vérification ; on constate que toutes ces égalités et propriétés sont vraies.

Propriétés : Dans un losange

- + les quatre côtés sont égaux et parallèles deux à deux
- + les diagonales se coupent en leur milieu
- + les diagonales sont perpendiculaires

Remarque : un carré est un losange particulier

Exercice de fixation

Parmi les quatre figures suivantes deux sont des losanges : lesquelles ?

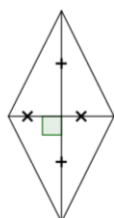


Figure1

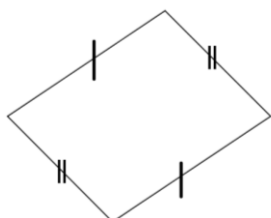


Figure2

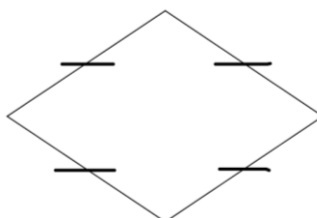


Figure3



Figure4

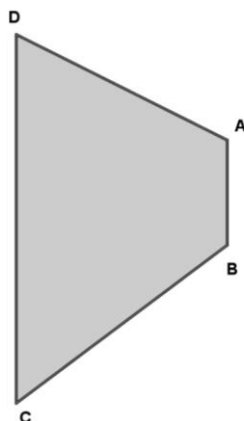
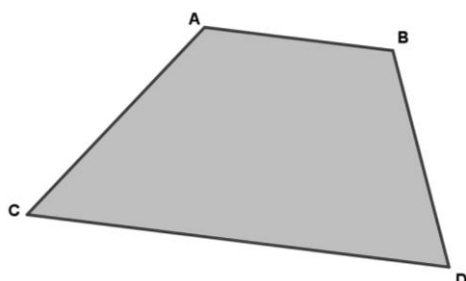
Solution

Les losanges sont : figure1 et figure3

IV) Le trapèze

1) Définition

Le trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles



Les figures ci-contre sont des trapèzes.

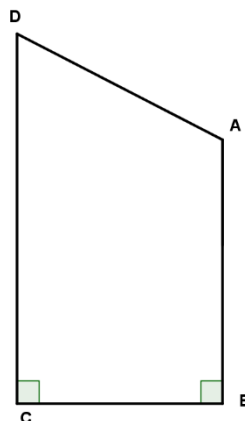
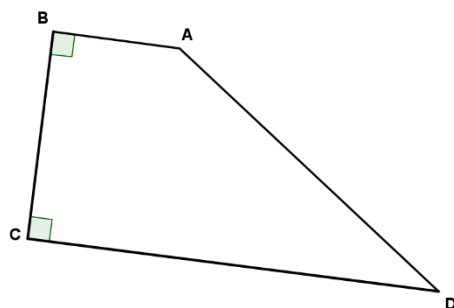
Dans chaque cas ; on a : $(AB) \parallel (CD)$.

Les côtés **[AB] et [CD]** qui sont parallèles sont les **bases** du trapèze

2) Trapèzes particuliers

a) Trapèze rectangle

Un trapèze rectangle est un trapèze qui a un côté perpendiculaire aux bases



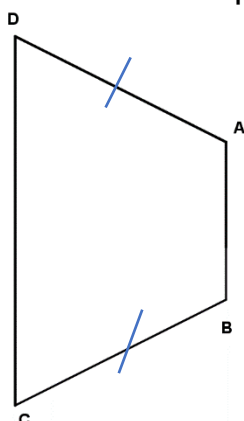
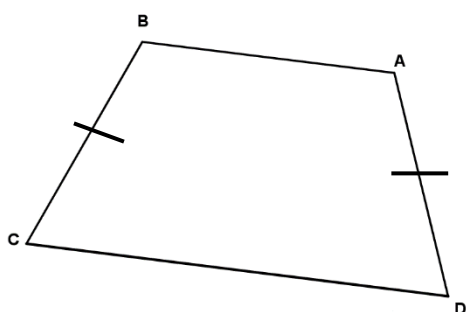
On a :

$+(AB) \parallel (CD)$

$+(AB) \perp (BC) \text{ et } (BC) \perp (CD)$

b) Trapèze isocèle

Un trapèze isocèle est un trapèze qui à ses côtés non parallèles égaux



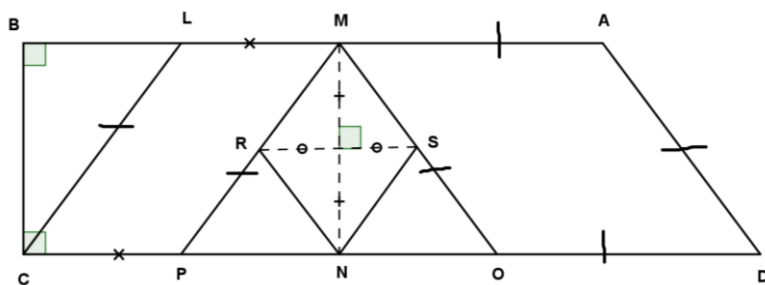
On a :

$+(AB) \parallel (CD)$

$+AD = BC$

Exercice de fixation

En considérant la figure ci-dessous ; identifie les quadrilatères ABCD ; LCPM ; AMOD ; MSNR ; MADP et LMOG

Solution

ABCD est un trapèze rectangle ; LCPM est un parallélogramme ; AMOD est un losange ; MSNR est un losange ; MADP est un trapèze isocèle ; LMOC est un trapèze isocèle

V) FORMULES DU PERIMETRE ET DE L'AIRE DU RECTANGLE ET DU CARRE1) Rappels sur les unités de longueur et d'aire

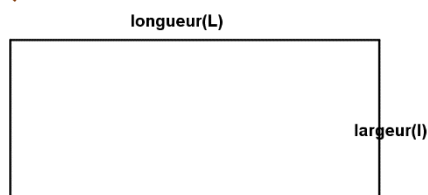
⇒ L'unité de longueur de base est le mètre (m) et les autres «vont de 10 en 10»

On a : 1dam = 10m ; 1hm = 100m ; 1km = 1000m

Et 1dm = 0,1m ; 1cm = 0,01m ; 1mm = 0,001m

⇒ L'unité d'aire de base est le mètre carré (m²) et les autres «vont de 100 à 100»

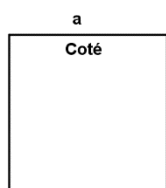
1dam² = 100m² = 1 are ; 1hm² = 10000m² = 1ha ; 1dm² = 0,01m² ; 1km² = 1 000 000m²

2) Périmètre et l'aire du rectangle

Avec L la longueur du rectangle et l sa largeur ;
On a :

$$\text{Périmètre} = 2 \times (L + l)$$

$$\text{Aire} = L \times l$$

3) Périmètre et l'aire du carré

Avec la mesure du côté ; on a :

$$\text{Périmètre} = 4 \times a$$

$$\text{Aire} = a \times a$$

Exercice de fixation

1) Calcule l'aire et le périmètre d'un rectangle de longueur 12,5cm et de largeur 5cm

2) Calcule l'aire et le périmètre d'un carré dont le côté mesure 7m

Solution

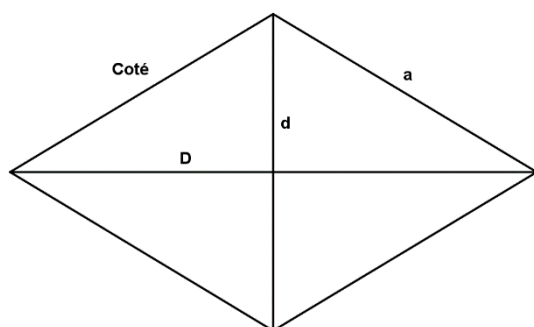
1) Périmètre = $2 \times (L + l) = 2 \times (12,5 + 5) = 2 \times 17,5 = 35\text{cm}$

Aire = $L \times l = 12,5 \times 5 = 62,5\text{cm}^2$

2) Périmètre = $4 \times a = 4 \times 7 = 28\text{m}^2$ et aire = $a \times a = 7 \times 7 = 49\text{m}^2$

VI) Formules du périmètre et de l'aire du losange et du trapèze

1) Le losange

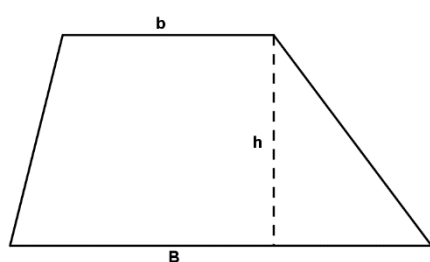


D est la mesure de la grande diagonale
d est la mesure de la petite diagonale
a est la mesure du côté

$$\text{Périmètre} = 4 \times a$$

$$\text{Aire} = \frac{D \times d}{2}$$

2) Le trapèze



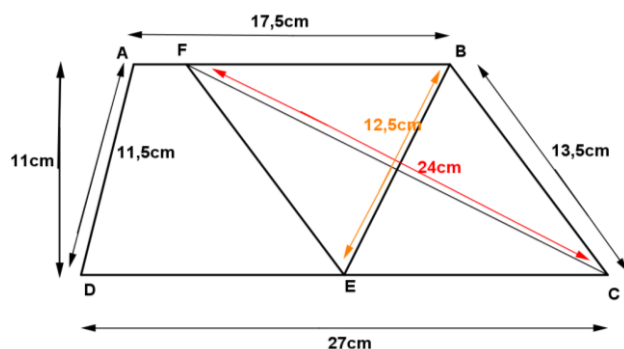
B est la mesure de la grande base
b est la mesure de la petite base
h est la mesure de la hauteur.

$$\text{Périmètre} = \text{somme des 4 côtés}$$

$$\text{Aire} = (B + b) \times \frac{h}{2}$$

Exercice de fixation

Dans la figure suivante qui n'est pas en vraie grandeur on suppose que le quadrilatère ABCD est un trapèze et le quadrilatère BCEF est un losange.



- 1) Calcule le périmètre et l'aire du quadrilatère ABCD
- 2) Calcule le périmètre et l'aire du quadrilatère BCEF

Solution

1) Périmètre et l'aire du trapèze ABCD

$$\text{Périmètre} = AB + BC + CD + DA = 17,5 + 13,5 + 27 + 11,5 = 69,5\text{cm}$$

$$\text{Aire} = (B + b) \times \frac{h}{2} = (27 + 17,5) \times \frac{11}{2} = 44,5 \times 5,5 = 244,75\text{cm}^2$$

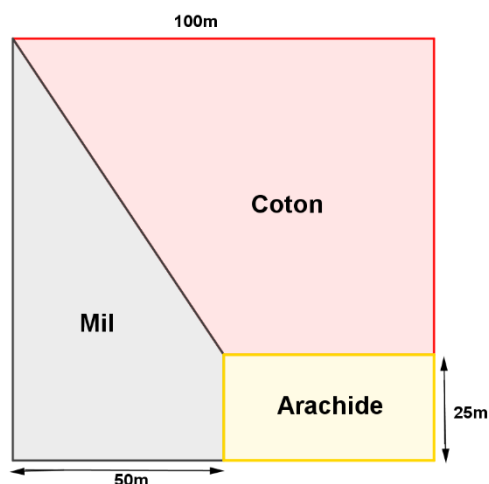
2) Périmètre et l'aire du losange BCEF

$$\text{Périmètre} = 4 \times BC = 4 \times 13,5 = 54\text{cm}$$

$$\text{Aire} = \frac{CF \times EB}{2} = \frac{24 \times 12,5}{2} = \frac{300}{2} = 150\text{cm}^2$$

Situation d'évaluation

M.BANSE possède un champ de forme carrée d'un hectare (1ha) et désire cultiver trois types de culture à savoir du coton ; du mil et de l'arachide comme l'indique la figure ci-contre.



M.BANSE n'est pas allé loin à l'école ; néanmoins il sait que la partie du champ contenant l'arachide est rectangle et veut savoir quelle est la superficie occupée par chaque type de culture pour mieux répartir ses dépenses.

- 1) Calcule la surface de tout le champ
- 2) Quelle est la forme des surfaces occupées par le coton et le mil ?
- 3) Calcule la surface occupée par chaque type de culture.

Solution de la situation d'évaluation

- 1) La surface du champ est : $100 \times 100 = 10\,000m^2$
- 2) La nature de chaque surface :
 - +La forme de la surface occupée par le coton est un trapèze rectangle
 - +La forme de la surface occupée par l'arachide est rectangle
 - +La forme de la surface occupée par le mil est un trapèze rectangle
- 3) Calcule de la surface occupée par chaque type de culture
 - Surface (arachide) = $50 \times 25 = 1250m^2$
 - Surface (Mil) = $(100 + 25) \times \frac{50}{2} = 125 \times 25 = 3125m^2$
 - Surface (coton) = $(100 + 50) \times \frac{75}{2} = 150 \times 37,5 = 5625m^2$

CHAPITRE 7 : LE CERCLE ET LE DISQUE

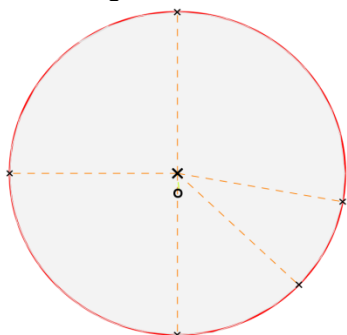
1) VOCABULAIRE ET CONSTRUCTION

1) Activité

- 1) Place un point O et place 5 points situés à 4cm du point O :
- 2) A l'aide du compas, représente tous les points situés à 4 cm du point O. Quelle figure obtient-on ?
- 3) Colorie tous les points situés à l'intérieur de la figure obtenue.

Solution

1) Voir figure



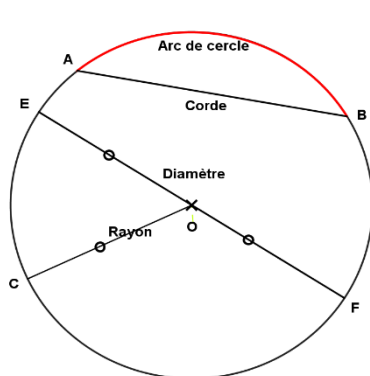
- 2) On obtient un cercle
- 3) Voir figure

2) Conclusion

- +Tous les points situés à 4cm du point O forment un **cercle** de **centre O** et de **rayon 4cm**
- +Tous les points situés à l'intérieur du cercle de centre O forment le **disque** de **centre O** et de **rayon 4cm**.

2) Définitions

- +**Cercle**: On appelle cercle de centre O et de rayon r la ligne formée par tous les points situés à la distance r du point O. On note $\mathcal{C}(O; r)$
- +**Disque** : On appelle disque de centre O et de rayon r l'ensemble des points situés à l'intérieur du cercle. On note $\mathcal{D}(O; r)$



4) Vocabulaire

- +Le point O est le centre du cercle $\mathcal{C}$;
- +Le segment $[OC]$ est un rayon du cercle $\mathcal{C}$;
- +Le segment $[AB]$ est une corde du cercle $\mathcal{C}$;
- +Les segments $[EF]$ est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$;
- +La portion de cercle $\widehat{AB}$ tracée en rouge est un arc de cercle

⇒ Une **corde** est le segment qui joint deux points du cercle

- ⇒ Un **diamètre** est la corde qui passe par le centre du cercle.
 ⇒ Un **rayon** est le segment qui joint le centre du cercle à un point du cercle
 ⇒ Un **arc de cercle** est la portion du cercle comprise entre deux points du cercle

Remarques :

- * La plus longue corde d'un cercle est son diamètre
- * Le plus grand arc d'un cercle est sa circonférence
- * Un cercle à une infinité de rayon et de diamètre ;
- * Le diamètre d'un cercle est deux fois son rayon ($d = 2 \times r$ ou $r = \frac{d}{2}$)
- * Un cercle a une infinité d'arcs

Exercice de fixation

- 1) Construis un cercle de centre O et de rayon 3,5cm
- 2) Trace un diamètre ; un rayon ; une corde et un arc de ce cercle.

II) FORMULE DU PERIMÈTRE D'UN CERCLE ET DE LA LONGUEUR D'UN ARC DE CERCLE

1) Formule du périmètre

Le périmètre d'un cercle ou encore la circonférence d'un cercle est donnée par la formule : **Périmètre du cercle** = $2 \times \pi \times r = d \times \pi$ avec $\pi = 3,14$; r = rayon et d = diamètre

Exercice de fixation

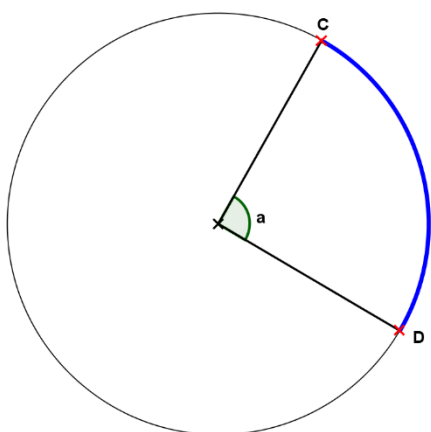
Calcule le périmètre d'un cercle de centre O de rayon 2,5cm

Solution

$$\text{Périmètre} = 2 \times \pi \times r = 2 \times 3,14 \times 2,5 = 15,7 \text{ cm}$$

2) Formule de la longueur d'un arc de cercle

Pour calculer la longueur d'un arc de cercle; il est plus simple de faire une règle de trois.



Que vaut la longueur de l'arc $\widehat{CD}$?

+ La longueur d'un arc de cercle de rayon donné dépend de l'angle a

+ Il faut noter que lorsqu'on parcourt un cercle complet on effectue un angle de 360°

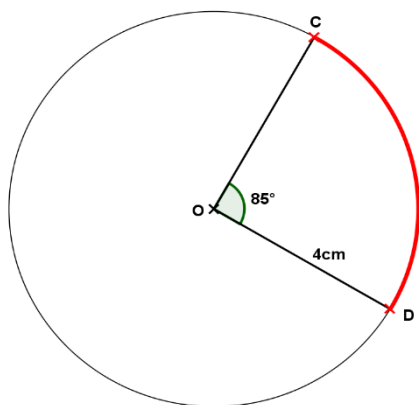
Alors on a :

360°	a°
Périmètre	$L(\widehat{CD})$

$$\text{D'où } L(\widehat{CD}) = \frac{a^\circ \times \text{périmètre}}{360^\circ}$$

Avec $L(\widehat{CD})$ longueur de l'arc $\widehat{CD}$

Exemple/exercice: Calculons la longueur de l'arc $\widehat{CD}$; comme l'indique la figure ci-dessous dont le périmètre est 25,12cm



$$l(\widehat{CD}) = \frac{\text{périmètre} \times 85^\circ}{360} = \frac{25,12 \times 80^\circ}{360^\circ} = 5,58\text{cm}$$

III) Formule de l'aire d'un disque

L'aire d'un disque est donnée par la formule suivante :

Aire = $\pi \times r \times r$; Avec r le rayon du disque

Exemple/exercice : Calculons l'aire de disque de rayon 4,5cm.

$$\text{Aire} = \pi \times r \times r = 3,14 \times 4,5 \times 4,5 = 63,585\text{cm}^2.$$

Situation d'évaluation

Le professeur d'EPS du CEG de Djigouéra veut que son nouveau terrain de sport soit constitué d'un rectangle et de deux demi-cercles comme l'indique la figure suivante pour les courses d'endurances et de football.



Il demande le soutien de l'APE pour couvrir les deux demi-disques de gazon spécial. L'APE lui a remis la somme de 200000f CFA. Cependant le professeur d'EPS est confronté à

deux difficultés : il ne sait pas quelle distance parcourt un élève qui fait un tour de ce terrain ; ni si l'argent donné par l'APE pour recouvrir totalement les deux demi-disques vont suffire, sachant qu'un mètre carré (1m²) de gazon planté coûte 125f CFA. Il te demande de l'aider à résoudre ce problème.

- 1) Calcule la longueur des deux demi-cercles
- 2) Calcule la distance parcourue par un élève qui effectue un tour de ce terrain
- 3) Calcule la surface occupée par les deux demi-disques en vert ; on donnera une approximation par excès à l'unité près du résultat
- 4) Les 200000f CFA pourront-elles suffire pour recouvrir les deux demi-disque en vert ? Justifie ta réponse

On prendra $\pi = 3,15$ pour les calculs

Solution de la situation d'évaluation

- 1) Calcule la longueur des deux demi-cercles
Soit l leur longueur

Calculer la longueur des deux demi-cercles, revient à calculer la longueur d'un cercle

On a : $l = \pi \times d = 3,15 \times 45 = 141,75m$

2) Calcule de la distance parcourue par un élève qui effectue un tour de ce terrain

Soit L cette longueur : elle est constituée des deux demi-cercles et de deux longueurs du rectangle.

$$L = 141,75 + 90 + 90 = 141,75 + 180 = 321,75m$$

3) Calcul de la surface occupée par les deux demi-disques

Soit S cette surface

Les deux demi-disques forment un disque ; on a alors :

$$S = \pi \times r \times r = 3,15 \times 22,5 \times 22,5 = 1594,6875$$

Cette surface : $S = 1595m^2$

4) Vérifions si les 200000f CFA vont suffire pour recouvrir cette surface

1m² de gazon coûte 125f CFA ; alors les 1595m² vont coûter : $1595 \times 125 = 199375f$ CFA.

Donc les 200000f CFA pourront suffire à recouvrir cette surface.

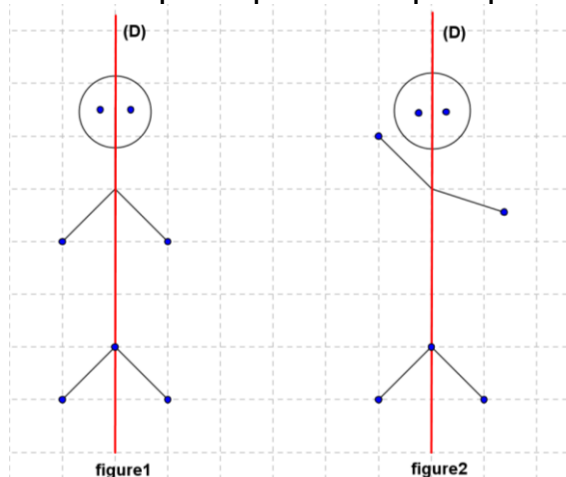
CHAPITRE 8 : LA SYMÉTRIE ORTHOGONALE

1) OBSERVATIONS ; DEFINITION ET PROPRIETES

1) Observations

Observons les deux figures ci-dessous :

Qu'est ce que se passe lorsqu'on plie chaque figure par rapport à la droite (D) ?



On observe que lorsqu'on plie la figure1 par rapport à la droite (D) elle se superpose parfaitement ; tandis que lorsqu'on plie la figure2 par rapport à la droite (D), elle ne se superpose pas au niveau du bras.

On dit alors que :

+ Dans la figure1 : les deux mains sont symétriques par rapport à la droite (D)

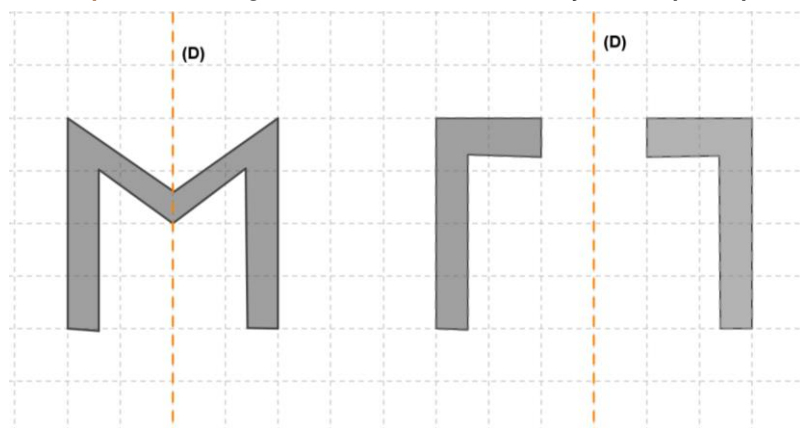
+ Dans la figure2 : les deux mains ne sont pas symétriques par rapport à la droite (D)

+ La droite (D) est appelée **axe de symétrie** pour la figure1

2) Définition

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (D) si elles se superposent parfaitement par pliage suivant cette droite (D)

Exemples: Les figures suivantes sont symétriques par rapport à la droite (D)



Remarque : Une symétrie par rapport à une droite est appelée **symétrie axiale** ou **symétrie orthogonale**

3) Propriété

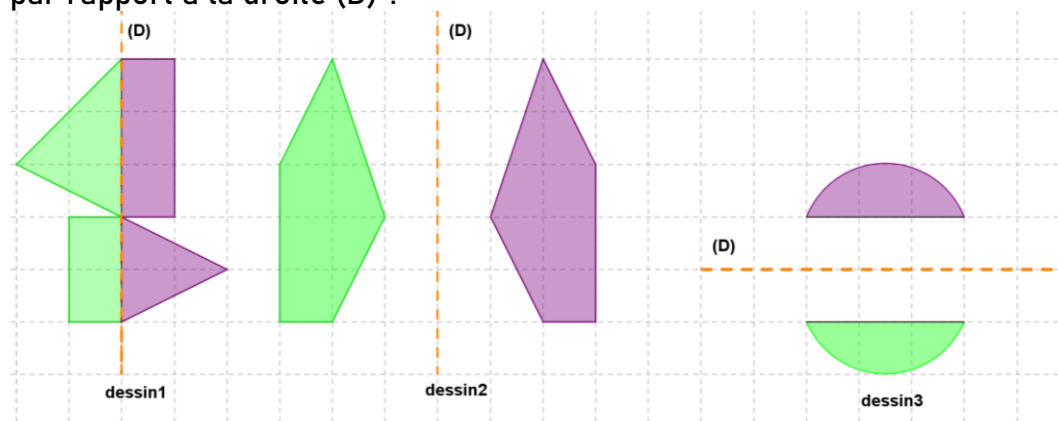
Deux figures symétriques par rapport à une droite :

+ On les mêmes formes ; les mêmes dimensions ; les mêmes angles et les mêmes aires

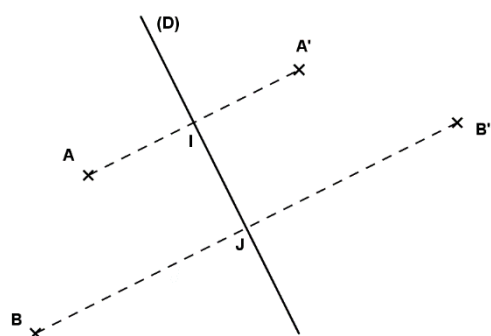
+ Conserve l'alignement des points et sont retournés.

Exercice de fixation

Parmi les trois dessins suivants dans quel(s) cas les deux figures sont symétriques par rapport à la droite (D) ?

Solution

Dessin2 et dessin3

II) Définition du symétrique d'un point1) Activité

$[AA']$ et $[BB']$?

1) Vérifie que la figure ci-dessous représente une situation de symétrie orthogonale

2) A l'aide de l'équerre et du rapporteur vérifie que :

- $[AA']$ est perpendiculaire à (D) et que I est le milieu de $[AA']$.
- $[BB']$ est perpendiculaire à (D) et que J est le milieu de $[BB']$.

-Que représente la droite (D) pour le segment

Solution

1) La figure représente une situation de symétrie orthogonale, car les points ont les mêmes dimensions et sont superposables par pliage par rapport à la droite (D).

2) Après vérification on constate que :

- $[AA']$ est perpendiculaire à (D) et le point I est le milieu du segment $[AA']$
- $[BB']$ est perpendiculaire à (D) et le point J est le milieu du segment $[BB']$
- La droite (D) représente la médiatrice du segment $[AA']$ et $[BB']$

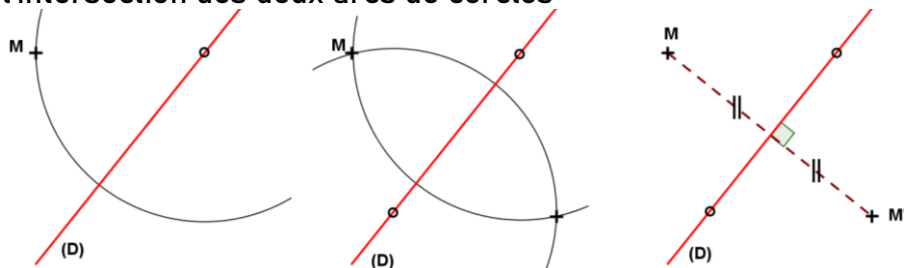
2) Définition

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (D) signifie que la droite (D) est la médiatrice du segment $[AA']$.

3) Construction du symétrique d'un point à la règle et au compas

Pour construire le symétrique M' d'un point M par rapport à une droite (D) ; on procède comme suit :

- +On place la pointe du compas sur un point de la droite (D), et on trace un arc de cercle passant par M ;
- +On place ensuite la pointe du compas (sans changer l'écartement du compas) sur la droite (D), et on trace un autre arc de cercle passant par M ;
- +Le point M' symétrique du point M par rapport à la droite (D) se trouve à l'intersection des deux arcs de cercles

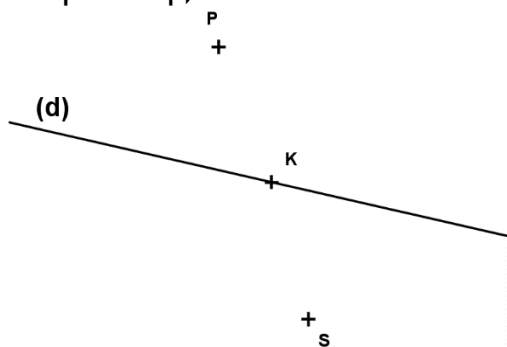


Remarque : Si le point M est sur la droite (D) alors $M=M'$

-Si M' est le symétrique de M, alors M est le symétrique de M'

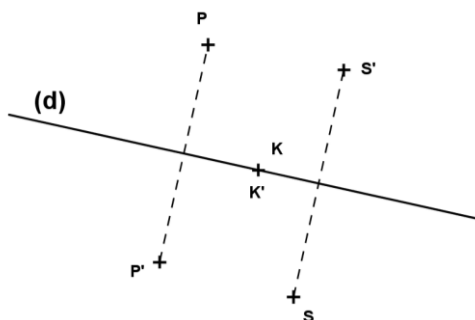
Exercice de fixation

Reproduis la figure ci-dessous et construis les symétriques P'; K' et S' respectifs des points p; K et S



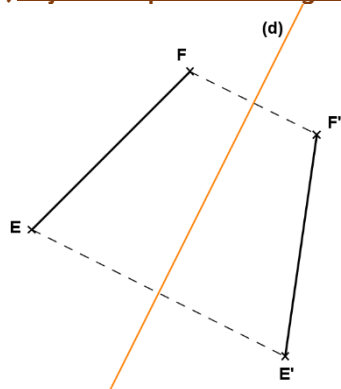
Solution

Construction



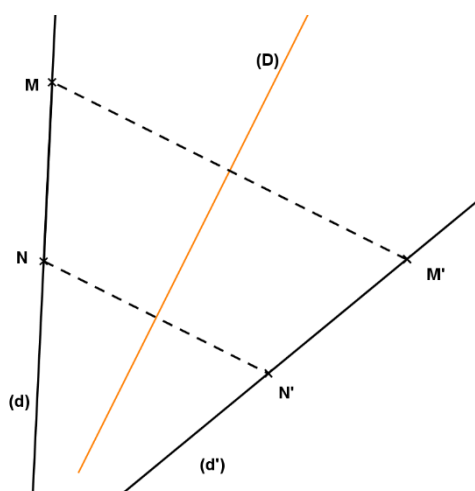
IV) SYMÉTRIQUE D'UN SEGMENT ; D'UNE DROITE ; D'UN CERCLE

1) Symétrique d'un segment



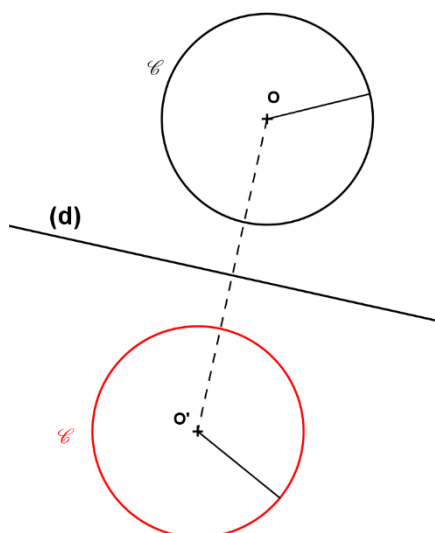
Pour construire le symétrique d'un segment ; on construit les symétriques des extrémités du segment ; puis on trace le segment reliant ces deux points

2) Symétrique d'une droite



Pour construire le symétrique d'une droite (d) ; on choisit deux points M et N par exemple sur la droite (d) et on construit leurs symétriques M' et N' ; puis on trace la droite passant par les points M' et N' .

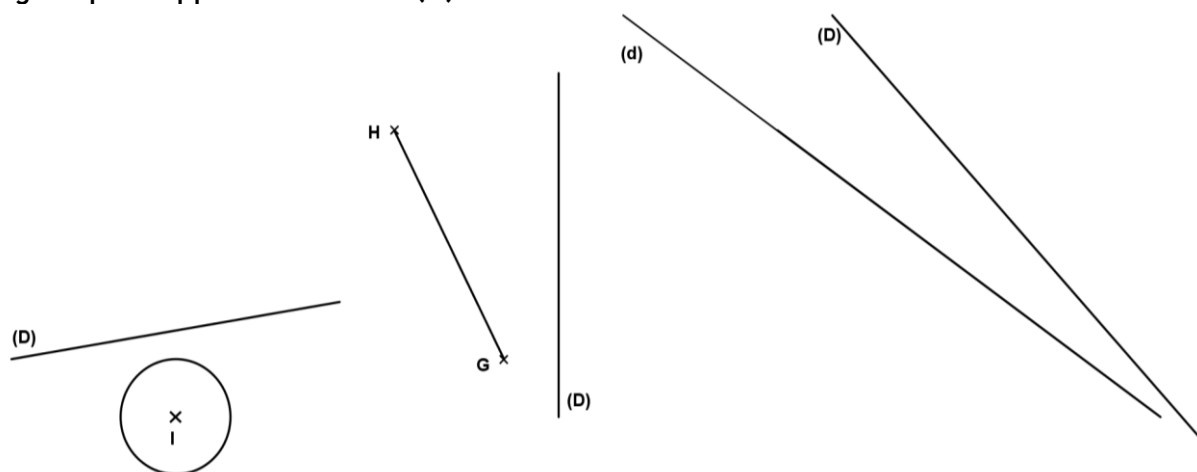
3) Symétrique d'un cercle



Pour construire le symétrique d'un cercle de centre O et de rayon connu par rapport à une droite (d) ; on construit le symétrique O' du centre O du cercle $\mathcal{C}$; puis on trace le cercle $\mathcal{C}'$ de centre O' et de même rayon.

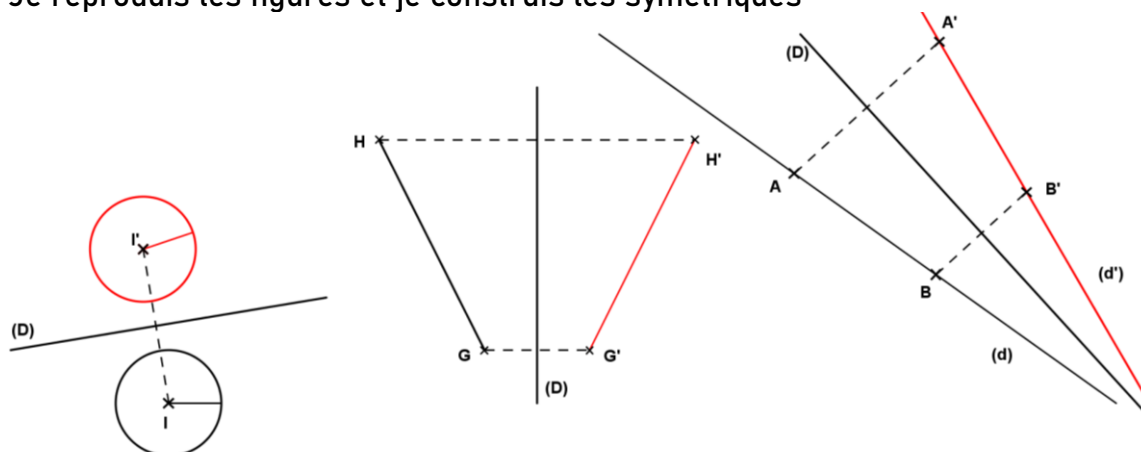
Exercice de fixation

Reproduis les dessins suivants et construis dans chaque cas le symétrique de la figure par rapport à la droite (D)

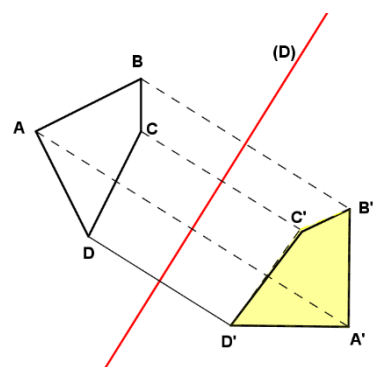


Solution

Je reproduis les figures et je construis les symétriques

V) SYMETRIQUE D'UNE FIGURE QUELCONQUE

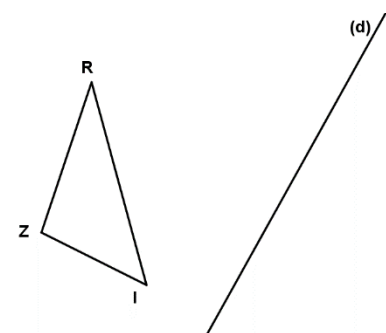
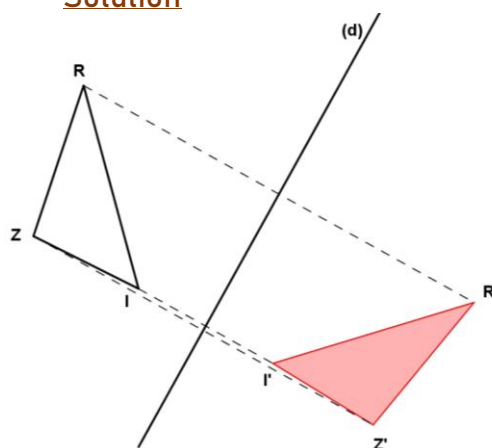
Pour construire le symétrique d'une figure quelconque par rapport à une droite ; on construit le symétrique de quelques points essentiels de cette figure et on les relie



Le symétrique de la figure ABCD est la figure A'B'C'D' par rapport à la droite (D)

Exercice de fixation

Reproduis le dessin suivant et construis le symétrique du triangle RIZ par rapport à la droite (D)

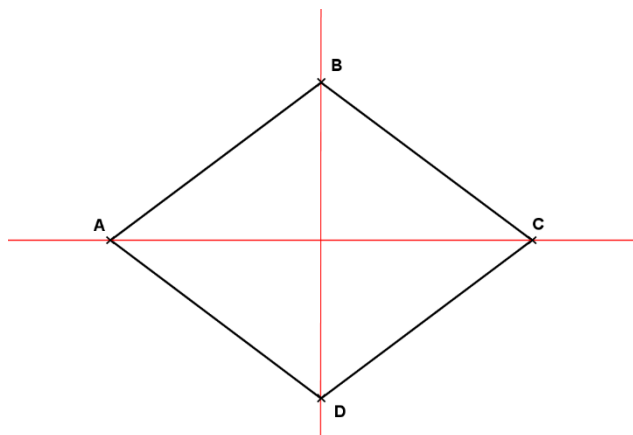
Solution

VI) AXES DE SYMÉTRIE D'UNE FIGURE ; FIGURES ADMETTANT UN AXE DE SYMÉTRIE

1) Axe de symétrie d'une figure

Considérons le losange ABCD suivant.

Construisons les symétriques des points A ; B ; C et D par rapport à la droite (AC)



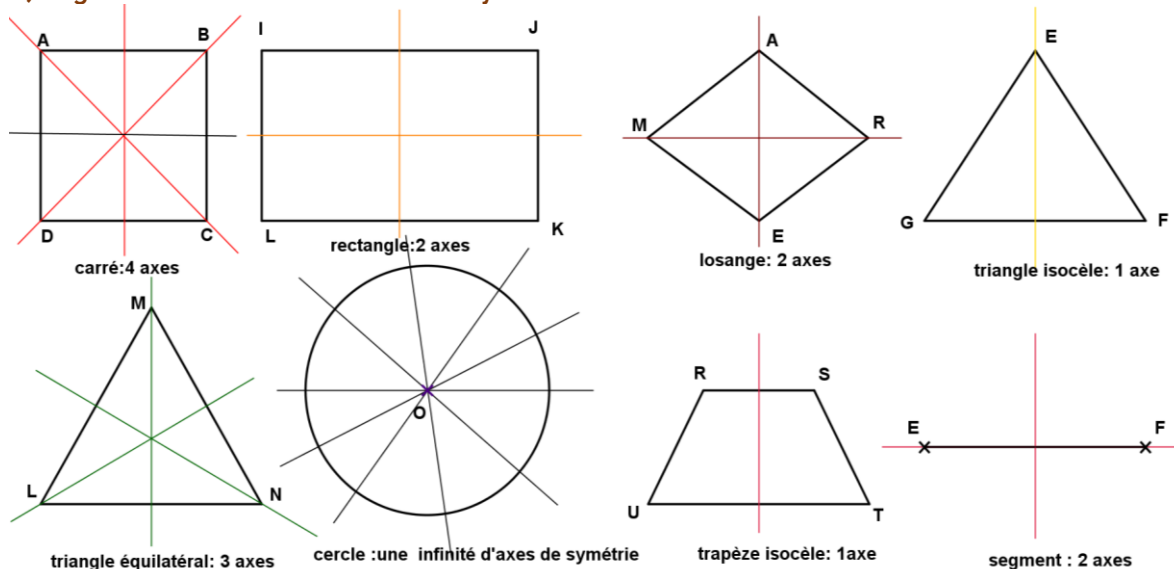
Le symétrique de A est A ;
 Le symétrique de B est D
 Le symétrique de C est C
 Le symétrique de D est B
 On constate que le symétrique du losange ABCD par rapport à la droite (AC) est le losange lui-même. On dit alors que la **droite (AC) est un axe de symétrie du losange ABCD**

2) Définitions

+Une droite (D) est un axe de symétrie d'une figure si cette figure se superpose à elle-même par pliage suivant cette droite (D)

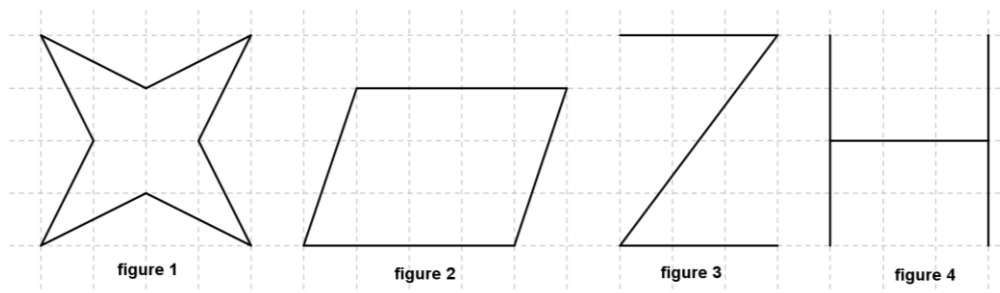
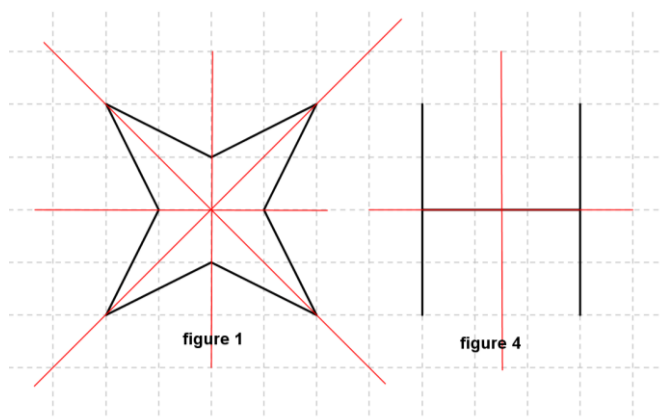
+On dit qu'une figure admet un axe de symétrie une droite (D) lorsque cette figure est confondue avec son symétrique par rapport à la droite (D)

2) Figures admettant un axe de symétrie



Exercice de fixation

1) Pour chacune de 4 figures suivantes dis si elles admettent ou non un ou des axes de symétrie ; donne le nombre d'axes pour celles qui admettent un ou des axes de symétrie. Puis les représentées

Solution

Les figures 2 et 3 n'admettent pas d'axes de symétrie

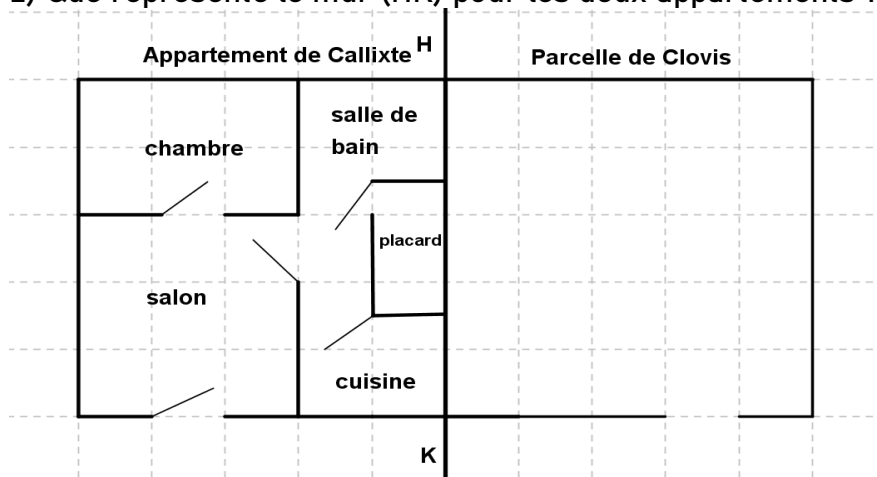
La figure 1 admet 4 axes de symétries

La figure 4 admet 2 axes de symétrie

Situation d'intégration

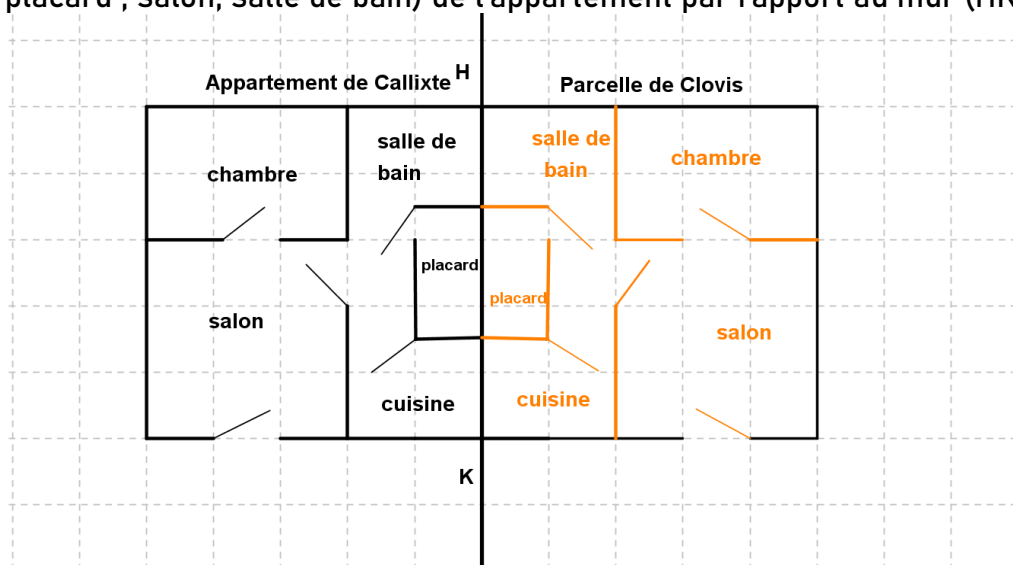
Calixte et Clovis sont deux frères ayant leurs parcelles l'un à côté de l'autre. Calixte étant le grand frère a déjà construit son appartement sur sa parcelle comme l'indique le plan ci-dessous. Clovis veut à son tour construire son appartement. Néanmoins, il veut que son appartement soit le symétrique de l'appartement de son grand frère par rapport au mur (HK). Il te demande de l'aider à réaliser ce plan sur sa parcelle.

- 1) Construis le symétrique de l'appartement de Calixte par rapport au mur (HK)
- 2) Que représente le mur (HK) pour les deux appartements ?



Solution de la situation d'intégration

1) Construire le symétrique de l'appartement de Calixte par rapport au mur (HK) ; revient à construire le symétrique de chaque partie (chambre ; salle à manger ; placard ; salon, salle de bain) de l'appartement par rapport au mur (HK)



2) Le mur (HK) est un axe de symétrie pour les deux bâtiments.

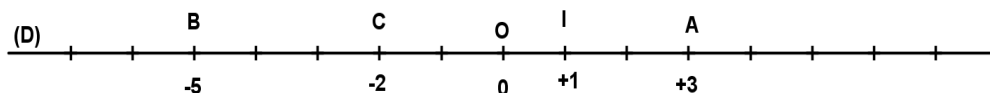
CHAPITRE 9 : REPERAGE

I) REPERAGE SUR UNE DROITE

1) Activité

Place sur une droite graduée (D) (unité 1cm) les points A ; B ; C ; O et I d'abscisses respectives (+3) ; (-5) ; (-2) ; 0 et (+1)

Solution

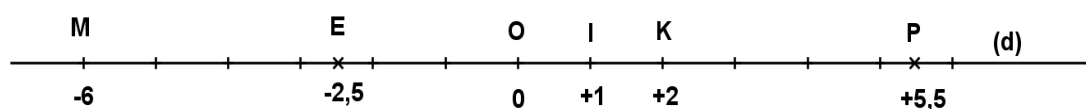


2) Vocabulaire

- +La droite ou l'axe (D) est appelé droite **graduée muni du repère (O ; I)** ;
- +A tout point de la droite, on peut associer un unique nombre relatif appelé **abscisse**
- +Le point A à pour abscisse +3 ; on note : A (+3). O à pour abscisse 0 ; on note O(0) ;
- +Le point **O d'abscisse 0** est appelé **origine** de l'axe (ou de la droite graduée) ;
- +Le point **I d'abscisse 1** est appelé **point unitaire** de l'axe ;
- +Le couple **(O ; I)** est appelé **repère** de l'axe ;
- +Tout point situé avant l'origine du repère à une abscisse négative ;
- +Tout point situé après l'origine du repère à une abscisse positive.

Exercice de fixation

Considère la droite graduée (unité 1cm) suivante :



- 1) Donne les coordonnées des points M ; E ; K et P
- 2) Que représente le point O pour la droite graduée ;
- 3) Que représente le couple (O ; I) ?
- 4) Quel est le point correspondant à l'abscisse (+1)

Solution

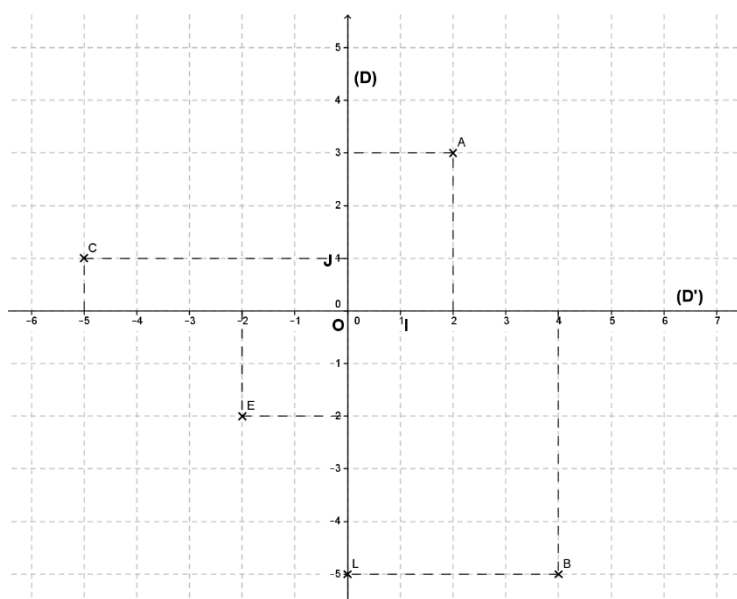
- 1) M (-6) ; E (-2,5) ; K (+2) et P (+5,5)
- 2) Le point O représente l'origine de l'axe graduée ;
- 3) Le couple (O ; I) représente le repère de l'axe
- 4) C'est le point I.

II) REPERAGE DANS LE PLAN

1) Exemple/exercice

Traçons deux droites graduées (D) et (D') perpendiculaires en O ; puis plaçons les points A ; B ; C et E.

- +Les points A ; B ; C et E sont repérés chacun par deux nombres appelés couple de nombre : A (+2 ; +3) ; B (+4 ; -5)
- C (-5 ; +1) et E (-2 ; -2).



Considérons le point C $(-5 ; +1)$
 +Le premier nombre (-5) est l'abscisse de C et se lit sur l'axe horizontal (D')
 +Le deuxième nombre $(+1)$ est l'ordonnée de C et se lit sur l'axe vertical (D) .
 +Le couple $(-5 ; +1)$ est appelé coordonnées de C

2) Définition et vocabulaire

+Les deux axes perpendiculaires en O étant tracés, on indique la position d'un point à l'aide de deux nombres appelés **coordonnées** ;
 +On place sur chaque axe un point unitaire I et J (I est en général sur l'axe horizontal et J sur l'axe vertical) ;
 +L'axe (OI) est appelé axe des **abscisses** et l'axe (OJ) est appelé axe des **ordonnées** ; on dit alors que : $(O ; I ; J)$ est un **repère du plan**
 +Un point M de coordonnées $(x ; y)$ sera noté $M(x ; y)$: On note l'abscisse x d'abord et ensuite l'ordonnée y.

NB : Les coordonnées de B sont $(+4 ; -5)$; à ne pas confondre avec $(-5 ; +4)$

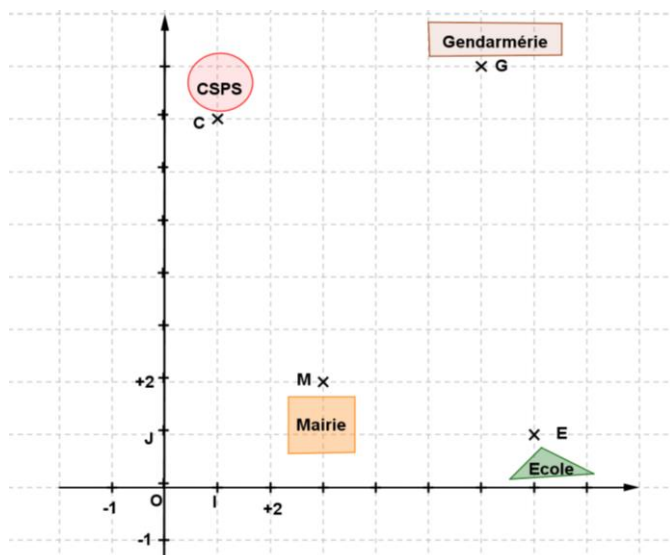
Remarque : de façon générale sauf indication contraire, l'axe des abscisses est "horizontal" et l'axe des ordonnées est "vertical"

Exercice de fixation

- 1) Construis un repère du plan ; avec pour unité de graduation 1cm sur chaque axes (les deux axes étant perpendiculaires)
- 2) Place les points G $(-1 ; 3)$; H $(+2 ; +4)$; K $(-3 ; -2)$ et L $(+1 ; -3)$ dans le repère.

Situation d'évaluation

Pour le lotissement dans la commune de Kipala ; Les jeunes de la commune veulent que le terrain soit plus proche de la mairie et situé à égale distance du CSPS et de l'école. Pour cela la mairie remet au président des jeunes le plan ci-dessous dans un repère du plan pour qu'ils trouvent eux même les coordonnées de l'emplacement de leur terrain. Néanmoins le maire exige que les coordonnées soient toutes des éléments de $\mathbb{N}$. Le SG propose de joindre par un segment la gendarmerie à la mairie ; par un autre segment le CSPS à l'école et l'intersection des deux segments sera l'emplacement idéal. Le président te demande de vérifier si le SG à raison.



Travail demandé :

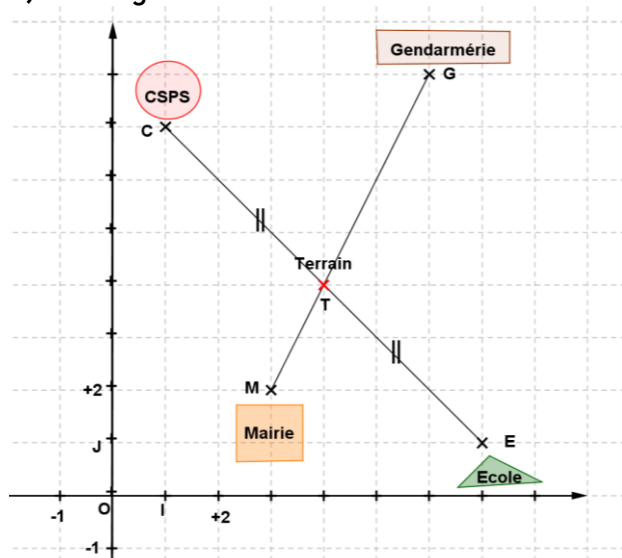
- 1) Donne les coordonnées de l'emplacement du CSPS ; de la gendarmerie ; de la mairie et de l'école
- 2) Joint les points G et M par un segment et les points C et E par un autre segment.
- 3) Le SG t-il raison ? Si oui précise les coordonnées de l'emplacement du CSPS

Solution de la situation d'évaluation

1) Les coordonnées des emplacements :

CSPS : C(+1 ; +7) ; Gendarmerie : G(+6 ; +8) ; Mairie : M(+3 ; +2) ; Ecole : E(+7 ; +1)

2) Voir figure



3) Le SG a-t-il raison ?

On a : $CT = TE$; le terrain est plus proche de la mairie que de la gendarmerie et les coordonnées de l'emplacement du terrain sont des entiers.

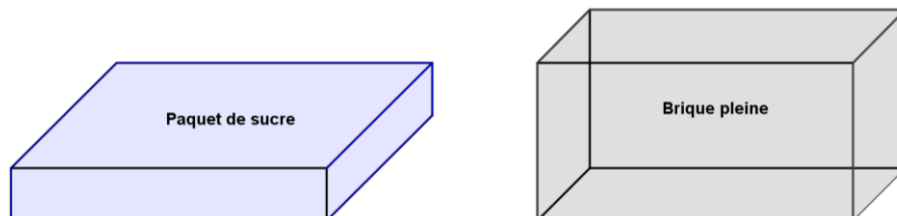
Donc le SG à raison. Les coordonnées du terrain sont: T(+4 ; +4)

CHAPITRE 10 : LE PARALLELEPIPEDE RECTANGLE-CUBE

1) LE PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

1) Observation

Observons les solides suivants :



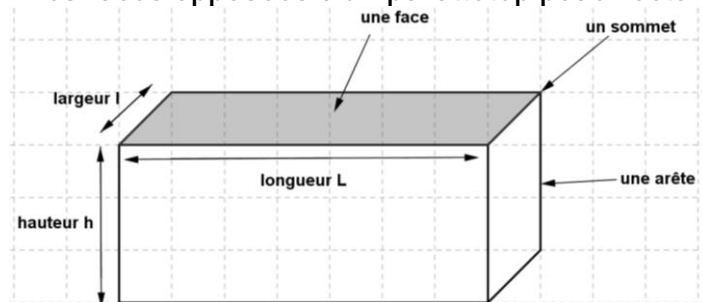
Lorsque nous observons les boîtes rectangulaires tels que ; les boîtes de craies ; les paquets de cigarettes ; les briques ; les boîtes d'allumettes... ; On constate que ces solides ont en commun le nombre de sommet (8) de faces (6) et d'arêtes (12) : ces solides particuliers sont appelés **parallélépipèdes rectangles ou pavés**

2) Définition et Description

+Un **parallélépipède rectangle (ou pave droit)** est un solide limité par 6 faces rectangulaire ; 8 sommets et 12 arêtes.

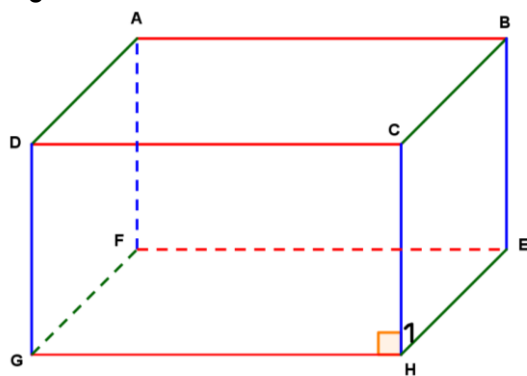
+La longueur L , la largeur l et la hauteur h d'un parallélépipède rectangle sont les longueurs des arêtes issue d'un même sommet ;

+Les faces opposées d'un parallélépipède rectangle ont les mêmes dimensions



3) Représentation en perspective cavalière

En mathématiques, on utilise la perspective cavalière pour représenter les solides, comme le parallélépipède rectangle. Néanmoins ; nous devons respecter deux règles :



représentation en perspective cavalière
d'un parallélépipède rectangle

- +Les arêtes cachées dans la réalité doivent être dessinées en pointilles sur la figure ;
- +Les segments parallèles dans la réalité doivent l'être aussi sur le dessin.

4) Formule du volume d'un parallélépipède rectangle

a) Unité de volume

L'unité internationale du volume est le mètre cube (de symbole: m^3)

Le volume d'un mètre cube de 1m d'arête est $1m^3$

On utilise souvent :

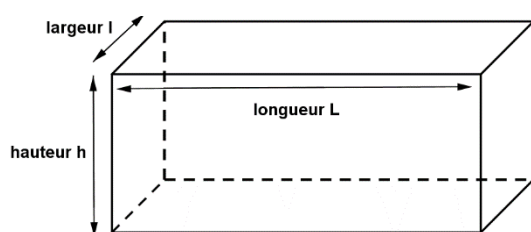
+le décimètre cube (symbole: dm^3) : $1dm^3 = 0,001m^3$

+le centimètre cube (symbole : cm^3) : $1cm^3 = 0,0000001m^3$

+le millimètre cube (symbole : mm^3) : $1mm^3 = 0,000000001m^3$

+etc...

b) Formule du volume



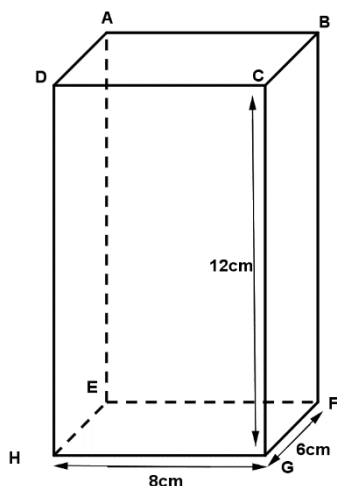
Si la longueur L ; la largeur l et la hauteur h d'un parallélépipède rectangle sont exprimées dans la même unité, on obtient son volume V en multipliant ces 3 dimensions :

$$V = L \times l \times h$$

Remarque: La base d'un parallélépipède rectangle est un rectangle dont l'aire vaut $S_b = L \times l$; on en déduit que : $V = S_b \times h$

Exercice de fixation

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle



- 1) cite deux faces parallèles ;
- 2) cite deux faces perpendiculaires à la face ABCD ;
- 3) Nomme toutes les arêtes cachées ;
- 4) Cite deux faces cachées
- 5) Cite deux arêtes perpendiculaires à l'arête $[GH]$
- 6) Quelle est la nature de la face BCGF ?
- 7) Calcule le volume de ce pavé droit

Solution

- 1) Choisir deux parmi : ABCD et EFGH ; ADHE et CBFH ; CDHG et ABFE.
- 2) choisir deux parmi : ADHE ; ABFE ; BCGF ; CDHG.
- 3) Les arêtes cachées sont : $[AE]$; $[EF]$ et $[EH]$
- 4) Choisir deux parmi : ABFE ; EFGH et ADHE

5) Choisir deux parmi : $[GF]$; $[HE]$; $[GC]$; $[HD]$; $[AD]$; $[CB]$; $[BF]$ et $[AE]$

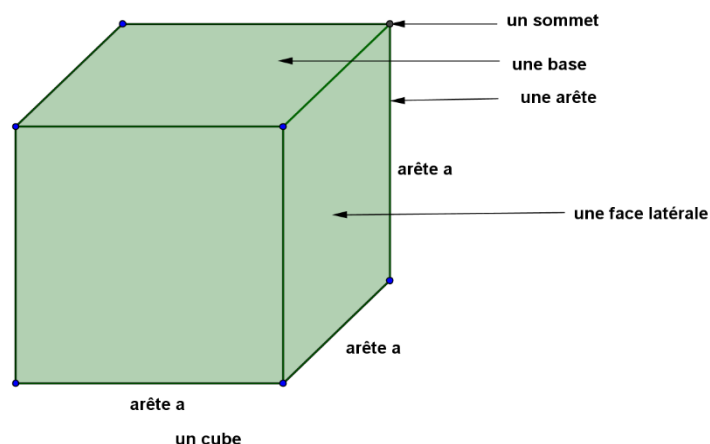
6) La face BCGF est un rectangle.

7) $V = L \times l \times h = 12 \times 8 \times 6 = 576cm^3$

II) LE CUBE

1)Description et définition

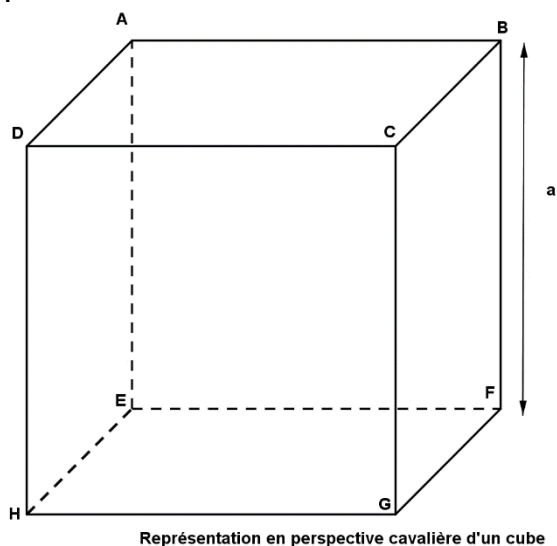
Un cube est un pavé droit dont toutes les faces sont des carrés. Toutes les arêtes d'un cube ont la même longueur



- +un cube à deux bases carrées et 4 faces latérales carrées superposables ;
- +un cube à 8 sommets
- +un cube à 12 arêtes
- +Toutes les arêtes d'un cube ont la même longueur

2) Représentation en perspective cavalière d'un cube

On utilise le même principe que pour le pavé droit : toutes les faces cachées sont en pointillées



Représentation en perspective cavalière d'un cube

3) Le volume d'un cube

Pour calculer le volume d'un cube, on peut utiliser la formule suivante :

$$v = a \times a \times a = a^3$$

Exercice de fixation

Parmi les solides représentés ci-dessous ; quel est celui qui représente un cube ?
Calcule son volume si son arête mesure $a=2,7\text{cm}$

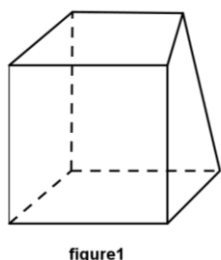


figure1

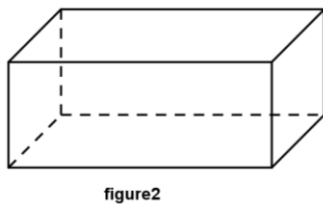


figure2

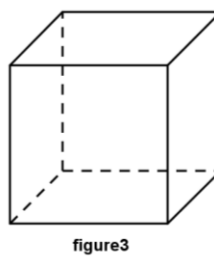


figure3

Solution

Le solide qui représente un cube est la figure3

Son volume est : $V = a \times a \times a = 2,7 \times 2,7 \times 2,7 = 19,683\text{cm}^3$

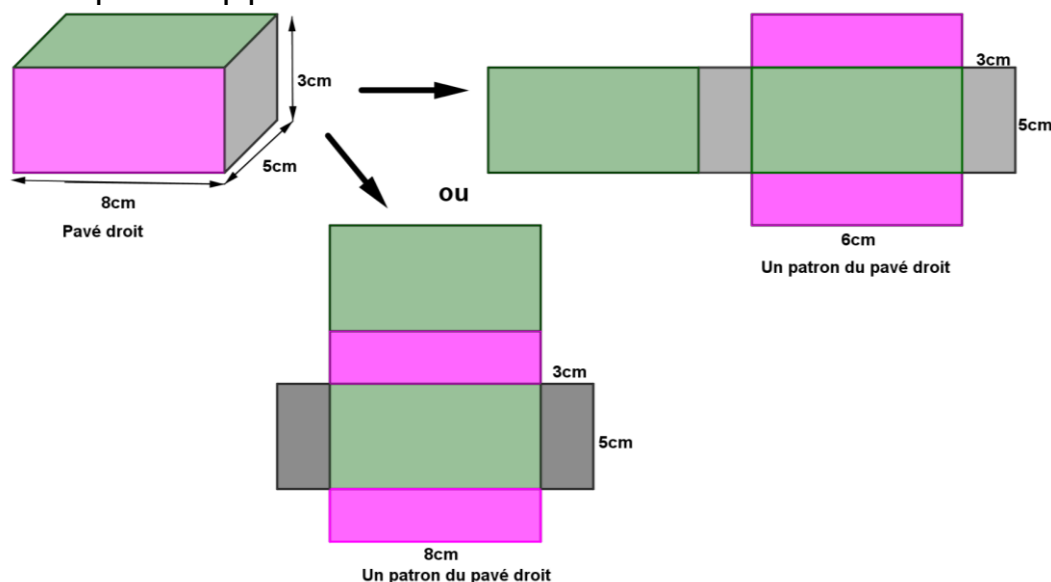
III) REALISATION D'UN PATRON1) Définition

Un patron est une figure qui, une fois pliée et collée, forme un solide

2) Patron d'un parallélépipède rectangle

En découpant un parallélépipède rectangle le long de certaines arêtes, on obtient une **surface plane appelée patron**.

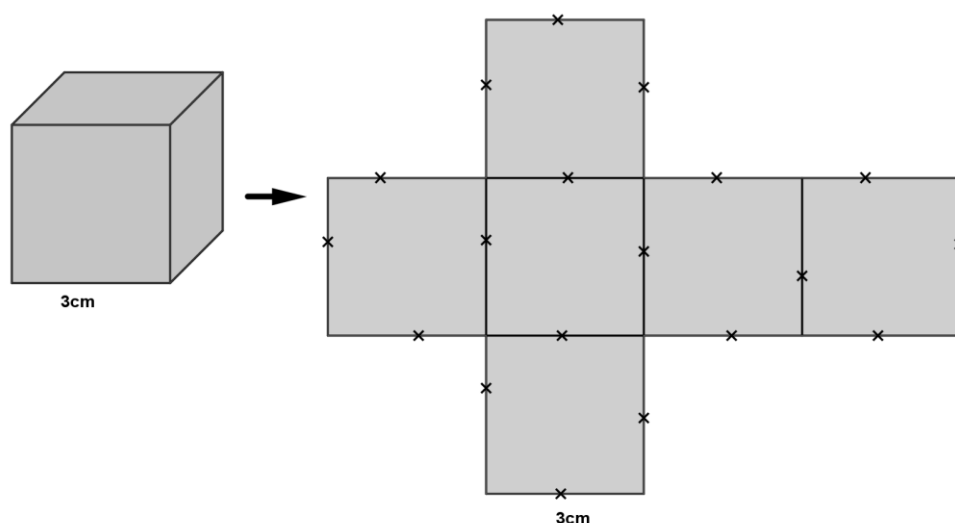
Selon le choix des arêtes découpées, on peut obtenir des patrons différents d'un même parallélépipède.



Nous pouvons observer sur le patron obtenu du pavé droit que toutes les faces sont des rectangles.

3) Patron d'un cube

Lorsque nous découpons un cube suivant les arêtes, on obtient la figure ci-dessous qui est **un patron du cube**



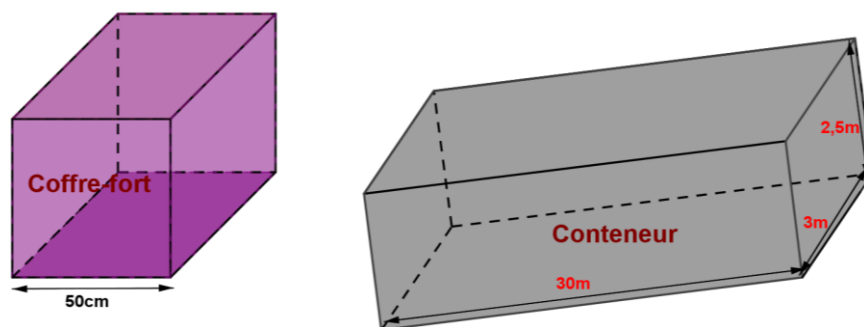
Nous observons que toutes les faces du cube sont des carrées.

Exercice de fixation

- 1) Représente un patron d'un parallélépipède rectangle dont la longueur mesure 10cm ; la largeur mesure 7cm et la hauteur mesure 4cm.
- 2) Représente un patron d'un cube dont l'arrête mesure 4cm.

Situation d'évaluation

Un commerçant à Ouagadougou veut commander des coffres-forts de forme cubique dont la mesure d'un côté externe est 50cm comme l'indique la figure ci-dessous depuis les Etats unis. Il désire commander le plus grand nombre de coffre-fort que peut transporter son conteneur qui a la forme d'un pavé droit, dont les dimensions internes sont marquées sur le dessin ci-dessous :



Ne sachant pas exactement combien de coffre-fort le conteneur pourra contenir ; il te demande de l'aide.

- 1) Calcule le volume Occupé par un coffre-fort ;
- 2) Calcule le volume du conteneur ; puis convertis le résultat en cm^3 .
- 3) Combien de coffre-fort peut commander le commerçant ?

Solution

1) Le volume du coffre-fort est : $V = 50 \times 50 \times 50 = 125000\text{cm}^3$

2) Le volume du conteneur est : $V = L \times l \times h = 30 \times 3 \times 2,5 = 225\text{m}^3$

En cm^3 on a $V = 225000000\text{cm}^3$

2) Le nombre de coffre-fort :

On a : $\frac{225000000}{125000} = 1800$. Le nombre de coffre-fort à commander est : 1800 coffres-forts