



Thème : Calculs algébriques

Leçon 1 de la classe de 6^{ème} :

NOMBRES ENTIERS NATURELS

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

YAO est un élève de sixième au Collège Moderne de BONDOUKOU. Son père sera absent du 04 Mai au 24 Mai 2021. Il promet à YAO une somme de 1 890 francs à dépenser entièrement pour son goûter pendant son absence.

Dans le souci de bien gérer cet argent, YAO décide de dépenser le même montant chaque jour pour acheter des petits gâteaux. Sa camarade FANTA lui propose de dépenser 105 francs par jour.

En vue d'examiner la pertinence de la proposition de sa camarade, YAO décide de trouver :

- le nombre de jours d'absence de son père ;
- le montant fixe qu'il doit dépenser chaque jour.

B. CONTENU

I. Nombres entiers naturels

1. Présentation

Les nombres 0 ; 1 ; 105 ; 1890 ; 2021 ; ... sont des nombres entiers naturels

2. Notation

L'ensemble des nombres entiers naturels se note \mathbb{N} .

II. Symboles \in ou \notin

- Pour exprimer que 105 est un nombre entier naturel, on écrit : $105 \in \mathbb{N}$ et on lit « 105 appartient à l'ensemble \mathbb{N} ».

- Pour exprimer que 3,5 n'est pas un nombre entier naturel, on écrit $3,5 \notin \mathbb{N}$ et on lit « 3,5 n'appartient pas à l'ensemble \mathbb{N} ».

Exercice de fixation

Pour chacune des affirmations suivantes, mets une croix dans la case qui correspond à la bonne réponse.

AFFIRMATION	VRAI	FAUX
$350,12 \in \mathbb{N}$		
$3,14 \notin \mathbb{N}$		
$0 \notin \mathbb{N}$		
$200 \in \mathbb{N}$		
$0,25 \notin \mathbb{N}$		

Corrigé de l'exercice de fixation

AFFIRMATION	VRAI	FAUX
$350,12 \in \mathbb{N}$		×
$3,14 \notin \mathbb{N}$	×	
$0 \notin \mathbb{N}$		×
$200 \in \mathbb{N}$	×	
$0,25 \notin \mathbb{N}$	×	

III. Nombres entiers naturels consécutifs

1. Présentation

21 et 22 sont deux nombres entiers naturels consécutifs.

12 ; 13 et 14 sont trois nombres entiers naturels consécutifs.

30 et 35 ne sont pas des nombres entiers naturels consécutifs.

Exercices de fixation

Exercice 1

Parmi les listes suivantes de nombres, entoure celles qui sont composées de nombres entiers naturels consécutifs.

- a) 37 ; 39 ; 40
- b) 0 ; 1 ; 2 ; 3
- c) 2018 ; 2019 ; 2020
- d) 13 ; 15 ; 17 ; 19 ; 21

Corrigé

- a) 37 ; 39 ; 40
- b) 0 ; 1 ; 2 ; 3
- c) 2018 ; 2019 ; 2020
- d) 13 ; 15 ; 17 ; 19 ; 21

Exercice 2

- 1) Écris quatre nombres entiers naturels consécutifs.
- 2) Écris trois nombres entiers naturels consécutifs dont le plus petit est 99.

Corrigé

- 1) Écrivons quatre nombres entiers naturels consécutifs : 7 ; 8 ; 9 et 10.
- 2) Écrivons trois nombres entiers naturels consécutifs dont le plus petit est 99 :
99 ; 100 et 101.

2. Détermination du nombre d'entiers naturels consécutifs de m à n , ($m < n$)

m et n sont deux nombres entiers naturels tels que m est le plus petit.

Pour déterminer le nombre d'entiers naturels consécutifs de m à n , on calcule $n - m + 1$.

Ce nombre $n - m + 1$ est le nombre d'entiers naturels consécutifs de m à n .

Exercice de fixation

Détermine le nombre d'entiers naturels consécutifs :

- 1) de 1 à 103 ;
- 2) de 0 à 85 ;
- 3) de 30 à 90.

Corrigé

- 1) $103 - 1 + 1 = 103$. Donc le nombre d'entiers naturels consécutifs de 1 à 103 est 103.
- 2) $85 - 0 + 1 = 86$. Donc le nombre d'entiers naturels consécutifs de 0 à 85 est 86.
- 3) $90 - 30 + 1 = 61$. Donc le nombre d'entiers naturels consécutifs de 30 à 90 est 61.

IV. Multiples d'un nombre entier naturel

1. Définition

Un multiple d'un nombre entier naturel est le produit de ce nombre par un nombre entier naturel.

Exemples : $0 \times 98 = 0$; $1 \times 98 = 98$ et $2 \times 98 = 196$

Donc 0 ; 98 et 196 sont des multiples de 98.

Remarques

- L'égalité $196 = 2 \times 98$ traduit que 196 est un multiple de 2 ou de 98.
- Chaque nombre entier naturel est multiple de 1 et de lui-même.
- 0 est multiple de chaque nombre entier naturel.

Exercice de fixation

Parmi les nombres entiers naturels ci-dessous, souligne ceux qui sont multiples de 8 en justifiant ta réponse :

24 ; 46 ; 72 ; 124 ; 400 ; 8 ; 0.

Corrigé

24 ; 46 ; 72 ; 124 ; 400 ; 8 ; 0 car $24 = 8 \times 3$; $72 = 8 \times 9$; $400 = 8 \times 50$; $8 = 8 \times 1$; $0 = 8 \times 0$.

2. Nombre pair - Nombre impair

Définition

Les multiples de 2 sont appelés **nombre pairs**.

Les nombres entiers naturels qui ne sont pas des nombres pairs sont appelés des **nombre impairs**.

Exercice de fixation

- 1) Détermine tous les nombres pairs compris entre 30 et 41.
- 2) Cite les nombres impairs plus petits que 13.

Corrigé

- 1) Tous les nombres pairs compris entre 30 et 41 sont : 32 ; 34 ; 36 ; 38 et 40.
- 2) Les nombres impairs plus petits que 13 sont : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 et 11.

V. Diviseurs d'un nombre entier naturel

1. Définition

Lorsque, dans la division d'un nombre entier naturel a par un nombre entier naturel non nul b , le reste est zéro, on dit que b est un diviseur de a ou a est divisible par b .

Exemple

$$\begin{array}{r|l} 1890 & 105 \\ -105 & \\ \hline 840 & 18 \\ -840 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$1890 = 105 \times 18$ donc 105 est un diviseur de 1890 ou 1890 est divisible par 105.

Exercice de fixation

On donne l'égalité $161 = 23 \times 7$.

Complète les pointillés par les nombres entiers 7 ; 23 et 161 qui conviennent :

"... est divisible par 23"

"... est un diviseur de 161"

Corrigé

"161 est divisible par 23"

"23 est un diviseur de 161" ou "7 est un diviseur de 161"

Remarques

- Tout nombre entier naturel non nul est divisible par 1 et par lui-même.
- Le nombre entier naturel 0 n'est diviseur d'aucun nombre entier naturel.

2. Écriture en extension d'un ensemble

Écrire en extension un ensemble, c'est citer tous les éléments de cet ensemble.

Exercice de fixation

Écris en extension l'ensemble E des diviseurs de 12.

Corrigé

$$E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12\}$$

3. Caractères de divisibilité

a) Caractère de divisibilité par 2

Règle :

Un nombre entier naturel est divisible par 2 lorsqu'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

b) Caractère de divisibilité par 3

Règle :

Un nombre entier naturel est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

c) Caractère de divisibilité par 5

Règle :

Un nombre entier naturel est divisible par 5 lorsqu'il se termine par 0 ou 5.

d) Caractère de divisibilité par 9

Règle :

Un nombre entier naturel est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

e) Caractère de divisibilité par 10 ; 100 ; 1000 ; ...

Règle :

Un nombre entier naturel est divisible par 10 lorsqu'il se termine par 0 ;

Un nombre entier naturel est divisible par 100 lorsqu'il se termine par 00 ;

Un nombre entier naturel est divisible par 1000 lorsqu'il se termine par 000 ;

...

Exercice de fixation

Complète le tableau ci-dessous en marquant une croix dans la case qui convient.

 <i>est divisible par</i>	75	100	123	783	6300
--	----	-----	-----	-----	------

1					
2					
3					
5					
9					
10					
100					

Corrigé

<i>est divisible par</i>	75	100	123	783	6300
1	×	×	×	×	×
2		×			×
3	×		×	×	×
5	×	×			×
9				×	×
10		×			×
100		×			×

C. SITUATION D'ÉVALUATION

Un établissement scolaire organise tous les 4 ans une semaine sportive et tous les 3 ans une journée de distribution de prix aux meilleurs élèves.

Lorsque ces deux événements se déroulent au cours d'une même année, l'établissement envoie les meilleurs élèves et les meilleurs sportifs en vacances dans un pays étranger.

Un élève en classe de 6^{ème} sait que le dernier voyage a eu lieu en 2020 et souhaite faire partie du prochain voyage. Il te sollicite pour savoir l'année au cours de laquelle ce voyage aura lieu.

- 1) Écris en extension l'ensemble des 4 premiers multiples non nuls de 4.
- 2) Justifie que les 6 premiers multiples non nuls de 3 sont : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 et 18.
- 3) Réponds à la préoccupation de cet élève à l'aide des questions précédentes.

Corrigé de la situation d'évaluation

1- $4 \times 1 = 4$; $4 \times 2 = 8$; $4 \times 3 = 12$; $4 \times 4 = 16$

Donc l'ensemble des 4 premiers multiples non nuls de 4 est : {4; 8; 12; 16}.

2- $3 \times 1 = 3$; $3 \times 2 = 6$; $3 \times 3 = 9$; $3 \times 4 = 12$; $3 \times 5 = 15$; $3 \times 6 = 18$

Donc les 6 premiers multiples non nuls de 3 sont : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 et 18.

- 3- D'après les questions précédentes, les deux événements se dérouleront ensemble 12 ans après 2020. Comme $2020 + 12 = 2032$, le prochain voyage aura lieu en 2032.

D. EXERCICES

I. Exercices de renforcement

Exercice 1

Complète le tableau ci-dessous par V si l'affirmation est vraie ou par F si l'affirmation est fausse.

Affirmation	Réponse
Tous les multiples de 5 sont aussi des multiples de 10	
225 est un multiple de 2	
153 est un multiple de 9	
2020 est un nombre impair	
1030 est un nombre pair	

Corrigé de l'exercice 1

Affirmation	Réponse
Tous les multiples de 5 sont aussi des multiples de 10	F
225 est un multiple de 2	F
153 est un multiple de 9	V
2020 est un nombre impair	F
1030 est un nombre pair	V

Exercice 2

Complète avec \in ou \notin :

$10 \dots \mathbb{N}$; $0,7 \dots \mathbb{N}$; $0 \dots \mathbb{N}$; $\frac{10}{2} \dots \mathbb{N}$

Corrigé

$10 \in \mathbb{N}$; $0,7 \notin \mathbb{N}$; $0 \in \mathbb{N}$; $\frac{10}{2} \in \mathbb{N}$

Exercice 3

- 1) Détermine tous les diviseurs de 24.
- 2) Ecris en extension l'ensemble des diviseurs de 18.
- 3) Détermine le plus grand commun diviseur de 24 et de 18.
- 4- Détermine le nombre d'entiers naturels consécutifs de 18 à 24

Corrigé

1) $24 = 1 \times 24$; $24 = 2 \times 12$; $24 = 3 \times 8$; $24 = 4 \times 6$.

Donc les diviseurs de 24 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24.

2) $18 = 1 \times 18$; $18 = 2 \times 9$; $18 = 3 \times 6$

Donc l'écriture en extension de l'ensemble des diviseurs de 18 est : { 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18 }.

3) Le plus grand commun diviseur de 24 et de 18 est 6.

4) $24 - 18 + 1 = 7$ donc le nombre d'entiers naturels consécutifs de 18 à 24 est 7.

Exercice 4

1) Justifie par une égalité que 4×27 est divisible par 36.

2) Justifie par une égalité que 4×27 est un multiple de 6.

Corrigé de l'exercice 4

1) $4 \times 27 = 108$ et $108 = 36 \times 3$ donc $4 \times 27 = 36 \times 3$. D'où 4×27 est divisible par 36.

1) $4 \times 27 = 108$ et $108 = 6 \times 18$ on a donc $4 \times 27 = 6 \times 18$. Donc 4×27 est un multiple de 6.

II. Exercice d'approfondissement (Situation d'évaluation)

Exercice 5

À l'occasion de la fête de Noël, la cellule "ENTRAIDE" de votre établissement souhaite faire une surprise aux enfants d'un orphelinat.

Il a été rapporté à la cellule qu'une autre structure a pu partager équitablement 42 habits et 63 cahiers aux élèves les plus méritants de cet orphelinat.

Curieux, le responsable de votre cellule veut savoir les nombres possibles d'enfants qui ont pu bénéficier des cadeaux de cette structure.

Il te demande de l'aider.

1) a) Écris en extension l'ensemble des diviseurs de 42.

b) Justifie que l'ensemble des diviseurs de 63 est : { 1 ; 3 ; 7 ; 9 ; 21 ; 63 }.

2) Donne la réponse que le responsable de la cellule attend.

Corrigé de l'exercice d'approfondissement

1) a) $42 = 1 \times 42$; $42 = 2 \times 21$; $42 = 3 \times 14$; $42 = 6 \times 7$ donc l'ensemble des diviseurs de 42 est : $\{1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42\}$.

b) $63 = 1 \times 63$; $63 = 3 \times 21$; $63 = 7 \times 9$ donc que l'ensemble des diviseurs de 63 est : $\{1 ; 3 ; 7 ; 9 ; 21 ; 63\}$.

2) Les diviseurs communs de 42 et 63 différents de 1 sont : 3 ; 7 et 21. Donc les nombres possibles d'enfants dans l'orphelinat sont 3 ; 7 et 21.