



THEME 1 : ACTIVITES NUMERIQUES

LEÇON 6 de la classe de 6^{ème} : **FRACTIONS**

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE :

Après le décès de M Diallo, le conseil de famille décide de partager ses bœufs à ses trois enfants.

L'aîné devra recevoir les deux cinquièmes des bœufs, le cadet les un cinquième et le benjamin se contentera du reste. Avant le partage, le benjamin informe ses camarades élèves en classe de sixième.

Ces derniers espèrent que leur camarade aura la plus grande part, pour ce faire ils écrivent sous forme d'une fraction la part de chaque enfant.

B. CONTENU

I. Fraction

1. Définition

Soit a un nombre entier naturel et b un nombre entier naturel non nul.

L'écriture $\frac{a}{b}$ est une fraction.

a est appelé son numérateur et b son dénominateur.

Exemple

$\frac{3}{4}$ est une fraction ; 3 est le numérateur et 4 est le dénominateur.

Remarque :

Tous les nombres entiers naturels peuvent s'écrire sous forme de fractions avec 1 comme dénominateur.

Exemple

$$7 = \frac{7}{1}; \quad 0 = \frac{0}{1}$$

Exercice de fixation

Cite parmi les écritures suivantes celles qui sont des fractions :

$$\frac{3}{5}; \quad \frac{2}{3,7}; \quad \frac{1}{4}; \quad 5; \quad \frac{5,4}{1,8}; \quad \frac{9,4}{5}; \quad \frac{0}{7}; \quad \frac{11}{13}$$

Corrigé de l'exercice de fixation

Je cite les écritures qui sont des fractions :

$$\frac{3}{5} ; \frac{1}{4} ; \frac{0}{7} \text{ et } \frac{11}{13}$$

2. Fractions décimales

Définition

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 10 ou 100 ou 1000 ou 10000

Exemple

$\frac{4}{10}$; $\frac{7}{100}$; $\frac{143}{100000}$ sont des fractions décimales.

Exercice de fixation

Ecris les nombres décimaux suivants sous la forme de fractions décimales
2,7 ; 1,52 ; 0,05

Corrigé de l'exercice de fixation

$$2,7 = \frac{27}{10} ; 1,52 = \frac{152}{100} ; 0,005 = \frac{5}{1000}$$

3. Représentation sur une droite graduée

Point méthode :

Pour représenter la fraction $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée :

- On choisit la longueur d'un segment comme unité ;
- On partage ce segment en b segments de même longueur ;
- On compte a graduations (a "petits segments") à partir de l'origine.

Exemple :

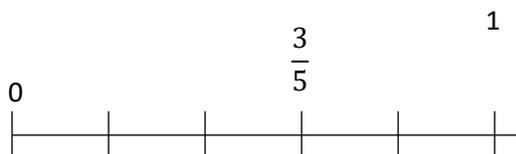
Pour représenter la fraction $\frac{3}{5}$ sur une droite graduée :

- On choisit un segment de longueur 1 ;
- On partage ce segment en 5 segments de même longueur ;
- On compte 3 "petits segments" à partir de l'origine.

Exercice de fixation

Représente sur une droite graduée la fraction suivante : $\frac{3}{5}$

Corrigé de l'exercice de fixation



4. Fractions égales

Propriété

On obtient une fraction égale à une fraction donnée en multipliant ou en divisant son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier naturel non nul.

Exemple :

$\frac{7}{4}$ et $\frac{21}{12}$ sont des fractions égales. En effet $\frac{7}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{21}{12}$ et $\frac{21}{12} = \frac{21 \div 3}{12 \div 3} = \frac{7}{4}$

Exercice de fixation

Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes :

N°	Affirmations	Réponses
1	$\frac{12}{7} = \frac{48}{28}$	
2	$\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$	
3	$\frac{17}{6} = \frac{34}{2}$	

Corrigé de l'exercice de fixation

N°	Affirmations	Réponses
1	$\frac{12}{7} = \frac{48}{28}$	Vrai
2	$\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$	Vrai
3	$\frac{17}{6} = \frac{34}{2}$	Faux

5. Simplification d'une fraction :

Propriété :

Pour simplifier une fraction, on divise le numérateur et le dénominateur de la fraction par un même nombre entier non nul lorsque cela est possible.

Remarque :

Pour déterminer un tel nombre, on utilise les critères de divisibilité.

Exemple :

Simplifions la fraction $\frac{12}{9}$

On a :

$$\frac{12}{9} = \frac{12:3}{9:3} = \frac{4}{3}$$

Exercice de fixation :

Simplifie chacune des fractions suivantes : $\frac{40}{95}$ et $\frac{8}{24}$

Corrigé de l'exercice de fixation

On a :

$$\frac{40}{95} = \frac{40 \div 5}{95 \div 5} = \frac{8}{19} \quad \text{et} \quad \frac{8}{24} = \frac{8 \div 8}{24 \div 8} = \frac{1}{3}$$

II. Comparaison de deux fractions

1. Fractions de même dénominateur

Règle

Si deux fractions ont le même dénominateur alors la plus petite est celle qui a le plus petit numérateur.

Exemple :

$$\frac{3}{7} < \frac{5}{7} \quad \text{Car } 3 < 5.$$

Exercice de fixation

Remplace par les symboles < ou >.

$$\frac{13}{10} \dots \frac{6}{10} ; \quad \frac{8}{26} \dots \frac{15}{26} ; \quad \frac{307}{2021} \dots \frac{402}{2021}$$

Corrigé de l'exercice de fixation

$$\frac{13}{10} > \frac{6}{10} ; \quad \frac{8}{26} < \frac{15}{26} ; \quad \frac{307}{2021} < \frac{402}{2021}$$

2. Fractions de même numérateur

Règle

Si deux fractions ont le même numérateur alors la plus petite est celle qui a le plus grand dénominateur.

Exemple :

$$\frac{3}{7} < \frac{3}{4} \quad \text{Car } 7 > 4.$$

Exercice de fixation

Complete par les symboles < ou >.

$$\frac{11}{109} \dots \frac{11}{108} ; \quad \frac{9}{14} \dots \frac{9}{23} ; \quad \frac{1}{2021} \dots \frac{1}{2022}$$

Corrigé de l'exercice de fixation

$$\frac{11}{109} < \frac{11}{108} ; \quad \frac{9}{14} > \frac{9}{23} ; \quad \frac{1}{2021} > \frac{1}{2022}$$

3. Fractions de dénominateurs différents :

a. Reduction de deux fractions au même dénominateur :

Méthode

Pour réduire deux fractions aux mêmes dénominateurs on peut multiplier le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le dénominateur de l'autre fraction.

Exemple :

Réduisons au même dénominateur les fractions suivantes : $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{9}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 9}{5 \times 9} = \frac{27}{45} \text{ et } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{35}{45}$$

Les fractions $\frac{27}{45}$ et $\frac{35}{45}$ ont le même dénominateur.

Exercice de fixation

Réduis les fractions suivantes au même dénominateur $\frac{2}{3}$ et $\frac{6}{13}$

Corrigés de l'exercice de fixation

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 13}{3 \times 13} = \frac{26}{39} \text{ et } \frac{6}{13} = \frac{6 \times 3}{13 \times 3} = \frac{18}{39}$$

b. Comparaison de deux fractions dénominateur différents

Règle

Pour comparer deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur puis on compare les fractions de même dénominateur obtenues.

Exemple

Comparons $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{9}$

On a :

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 9}{5 \times 9} = \frac{27}{45} \text{ et } \frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{35}{45}$$

Comme $\frac{27}{45} < \frac{35}{45}$ donc $\frac{3}{5} < \frac{7}{9}$

Exercice de fixation

Compare les fractions suivantes $\frac{2}{3}$ et $\frac{6}{13}$

Corrigé de l'exercice de fixation

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 13}{3 \times 13} = \frac{26}{39} \quad \text{et} \quad \frac{6}{13} = \frac{6 \times 3}{13 \times 3} = \frac{18}{39}$$

$$\frac{26}{39} > \frac{18}{39} \quad \text{donc} \quad \frac{2}{3} > \frac{6}{13}$$

4. Comparer une fraction au nombre 1

Règles

- Si le numérateur d'une fraction est **plus petit que** le dénominateur, alors la fraction est **plus petite que** le nombre 1.
- Si le numérateur d'une fraction est **plus grand que** le dénominateur, alors la fraction est **plus grande que** le nombre 1.
- Si le numérateur d'une fraction est **égal** au dénominateur, alors la fraction est **égale** au nombre 1.

Exercice de fixation

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes :

N°	Affirmations	Réponses
1	$1 > \frac{3}{4}$	
2	$\frac{6}{15} > 1$	
3	$\frac{2021}{2021} = 1$	

Corrigé de l'exercice de fixation

N°	Affirmations	Réponses
1	$1 > \frac{3}{4}$	Vrai
2	$\frac{6}{15} > 1$	Faux

3	$\frac{2021}{2021} = 1$	Vrai
---	-------------------------	------

III. Somme de deux fractions

1. Fractions de même dénominateur

Méthode

Pour calculer la somme de deux fractions de même dénominateur procède comme suit :

- On additionne uniquement les numérateurs ;
- On garde le dénominateur commun.

Exemple

$$\frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10}$$

Exercice de fixation

Calcule les sommes suivantes :

$$\frac{3}{5} + \frac{8}{5} = \dots ; \quad \frac{11}{7} + \frac{4}{7} = \dots$$

Corrigé de l'exercice de fixation

$$\frac{3}{5} + \frac{8}{5} = \frac{11}{5} \quad ; \quad \frac{11}{7} + \frac{4}{7} = \frac{15}{7}$$

2. Fractions de dénominateurs différents

Méthode

Pour calculer la somme de deux fractions de dénominateurs différents, on procède comme suit:

- On réduit ces fractions au même dénominateur ;
- On fait la somme des fractions de même dénominateur obtenues.

Exemple

$$\frac{7}{6} + \frac{2}{11} = \frac{7 \times 11}{6 \times 11} + \frac{2 \times 6}{11 \times 6} = \frac{77+12}{66} = \frac{89}{66}$$

Exercice de fixation

Calcule les sommes suivantes :

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{2} = \dots ; \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{3} = \dots$$

Corrigé de l'exercice de fixation

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{2} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{4 \times 7}{2 \times 4} = \frac{6+28}{8} = \frac{34}{8} \quad ; \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{3} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{5 \times 4}{3 \times 5} = \frac{6+20}{15} = \frac{26}{15}$$

C. SITUATION D'ÉVALUATION

A l'issue d'un concours d'excellence dans trois lycées, une ONG publie les résultats suivants :

Lycée 1 : 5 candidats sur 7 sont déclarés admis

Lycée 2 : 8 candidats sur 11 sont déclarés admis.

Lycée 3 : 10 candidats sur 13 sont déclarés admis.

L'ONG décide de récompenser l'établissement qui a le taux de réussite le plus élevé.

Un élève de 6^{ème} du lycée 3 veut savoir si son établissement sera primé

1- Détermine la fraction représentant le nombre d'admis pour chacun des établissements

2- Justifie que $\frac{5}{7} = \frac{715}{1001}$; $\frac{8}{11} = \frac{728}{1001}$ et $\frac{10}{13} = \frac{770}{1001}$

3- Réponds à la préoccupation de l'élève de 6ème

Corrigé de la situation d'évaluation

1- Je détermine la fraction représentant le nombre d'admis pour chacun des établissements

Lycée 1 : $\frac{5}{7}$

Lycée 2 : $\frac{8}{11}$

Lycée 3 : $\frac{10}{13}$

2-

• Je Justifie que $\frac{5}{7} = \frac{715}{1001}$

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 143}{7 \times 143} = \frac{715}{1001}$$

• Je Justifie que $\frac{8}{11} = \frac{728}{1001}$

$$\frac{8}{11} = \frac{8 \times 91}{11 \times 91} = \frac{728}{1001}$$

• Je Justifie que $\frac{10}{13} = \frac{770}{1001}$

$$\frac{10}{13} = \frac{10 \times 77}{13 \times 77} = \frac{770}{1001}$$

3- Je déduis en une comparaison des fractions $\frac{5}{7}$; $\frac{8}{11}$ et $\frac{10}{13}$

$$\frac{5}{7} < \frac{8}{11} < \frac{10}{13}$$

Le lycée 3 a le taux le plus élevé donc le lycée 3 est l'établissement que l'ONG va récompenser

D. EXERCICES

Exercice 1

1) Complète

$$\frac{5}{3} = \frac{\dots}{12} ; \frac{18}{27} = \frac{2}{\dots}$$

2) Trouve deux fractions égale à $\frac{2}{3}$

3) Simplifie chacune des fractions suivantes : $\frac{24}{18}$ et $\frac{50}{150}$

Corrigé de l'exercice 1

1) Je complète :

$$\frac{5}{3} = \frac{20}{12} ; \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

2) Je trouve deux fractions égale à $\frac{2}{3}$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \quad \text{et} \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{14}{21}$$

3) Je simplifie les fractions suivantes : $\frac{24}{18}$ et $\frac{50}{150}$

$$\frac{24}{18} = \frac{24 \div 6}{18 \div 6} = \frac{4}{3} \quad \text{et} \quad \frac{50}{150} = \frac{50 \div 50}{150 \div 50} = \frac{1}{3}$$

Exercice 2

Compare les fractions suivantes :

$$\frac{5}{7} \text{ et } \frac{4}{7}; \quad \frac{5}{7} \text{ et } \frac{2}{3}$$

Corrigé de l'exercice 2

Je compare les fractions suivantes :

$$5 > 4 \text{ donc } \frac{5}{7} > \frac{4}{7} ;$$

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21} \quad \text{et} \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{14}{21}. \text{ On a } 15 > 14 \text{ donc } \frac{5}{7} > \frac{2}{3} ;$$

Exercice 3

Compare les fractions suivantes au nombre 1

$$\frac{8}{9}; \quad \frac{9}{5}; \quad \frac{1901}{1901}$$

Corrigé de l'exercice 3

Je compare les fractions suivantes au nombre 1

$$8 < 9 \text{ donc } \frac{8}{9} < 1$$

$$9 > 5 \text{ donc } \frac{9}{5} > 1$$

$$1901 = 1901 \text{ donc } \frac{1901}{1901} = 1$$

Exercice 4

Réponds par Vrai si l'affirmation est juste et par Faux si elle est fausse

Numéro	Affirmations	Réponses
1	$\frac{11}{14} + \frac{4}{14} = \frac{15}{14}$	
2	$\frac{4}{5} + \frac{9}{3} = \frac{13}{8}$	
3	$\frac{11}{35} + \frac{2}{7} = \frac{21}{35}$	
4	$\frac{27}{100} + \frac{3}{100} = \frac{3}{10}$	

Corrigé de l'exercice 4

Numéro	Affirmations	Réponses
1	$\frac{11}{14} + \frac{4}{14} = \frac{15}{14}$	Vrai
2	$\frac{4}{5} + \frac{9}{3} = \frac{13}{7}$	Faux
3	$\frac{11}{35} + \frac{2}{7} = \frac{21}{35}$	Vrai
4	$\frac{27}{100} + \frac{3}{100} = \frac{3}{10}$	Vrai

Exercice 5

Calcule les sommes suivantes puis simplifie si possible :

$$\frac{7}{3} + \frac{10}{3} ; \quad \frac{5}{9} + \frac{13}{9} ; \quad \frac{4}{3} + \frac{5}{4} ; \quad \frac{7}{18} + \frac{5}{12}$$

Corrigé de l'exercice 5

Je calcule les sommes suivantes puis simplifie si possible :

$$\frac{7}{3} + \frac{10}{3} = \frac{7+10}{3} = \frac{17}{3} ;$$

$$\frac{5}{9} + \frac{13}{9} = \frac{5+13}{9} = \frac{18}{9} = 2 ;$$

$$\frac{4}{3} + \frac{5}{4} = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{16+15}{12} = \frac{31}{12} ;$$

$$\frac{7}{18} + \frac{5}{12} = \frac{7 \times 12}{18 \times 12} + \frac{5 \times 18}{12 \times 18} = \frac{84+90}{216} = \frac{174}{216} = \frac{29}{36}$$

Exercice 6

Range du plus petit au plus grand les fractions suivantes :

$$1 ; \frac{7}{8} ; \frac{3}{4} ; \frac{69}{68}$$

Corrigé de l'exercice 6

Je range du plus petit au plus grand les fractions suivantes :

$$\frac{3}{4}; \frac{7}{8}; 1; \frac{69}{68}$$

Exercice 7

A la finale inter-établissements, le gardien de buts du Lycée moderne de BOUNA a arrêté 16 tirs sur 25 tandis que celui du Collège moderne de BOUNA a arrêté 13 tirs sur 20.

Détermine lequel des gardiens est le plus efficace en arrêt de tirs.

Corrigé de l'exercice 7

- Le gardien de but du Lycée Moderne de BOUNA a arrêté 16 tirs sur 25 donc $\frac{16}{25}$ est la fraction représentant le nombre de tirs qu'il a arrêtés
- Le gardien de but du Collège Moderne de BOUNA a arrêté 13 tirs sur 20 donc $\frac{13}{20}$ est la fraction représentant le nombre de tirs qu'il a arrêtés

- Comparons $\frac{16}{25}$ et $\frac{13}{20}$
$$\frac{16}{25} = \frac{16 \times 4}{25 \times 4} = \frac{64}{100} \quad \text{et} \quad \frac{13}{20} = \frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{100}$$

or $64 < 65$ donc $\frac{16}{25} < \frac{13}{20}$

Le gardien le plus efficace est celui du Collège Moderne de BOUNA.

Exercice 8

Calcule :

$$m = \frac{4}{11} + \frac{1}{3} + \frac{8}{11}$$

$$n = \frac{1}{5} + \left(\frac{4}{3} + \frac{7}{3} \right)$$

$$p = \frac{5}{12} \times 3 + \frac{1}{9} \times 8$$

Corrigé de l'exercice 8

$$m = \frac{4}{11} + \frac{1}{3} + \frac{8}{11}$$

$$n = \frac{1}{5} + \left(\frac{4}{3} + \frac{7}{3}\right)$$

$$p = \frac{5}{12} \times 3 + \frac{1}{9} \times 8$$

$$m = \frac{4}{11} + \frac{8}{11} + \frac{1}{3}$$

$$n = \frac{1}{5} + \frac{11}{3}$$

$$p = \frac{5 \times 3}{12} + \frac{1 \times 8}{9}$$

$$m = \frac{12}{11} + \frac{1}{3}$$

$$n = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} + \frac{11 \times 5}{3 \times 5}$$

$$p = \frac{15}{12} + \frac{8}{9}$$

$$m = \frac{12 \times 3}{11 \times 3} + \frac{1 \times 11}{3 \times 11}$$

$$n = \frac{3}{15} + \frac{55}{15}$$

$$p = \frac{15 \times 3}{12 \times 3} + \frac{8 \times 4}{9 \times 4}$$

$$m = \frac{36}{33} + \frac{11}{33}$$

$$n = \frac{58}{15}$$

$$p = \frac{45}{36} + \frac{32}{36}$$

$$m = \frac{47}{33}$$

$$p = \frac{77}{36}$$

Exercice 9

Le vieux Koleat a donné 600 mangues à vendre à son neveu.

Pour lui faire un bilan de sa vente celui-ci lui a laissé au vieux une feuille sur laquelle est écrit :

« 600 mangues n'ont pas toutes été vendues. Une mangue sur 5 a été écrasée par le transport avant que je n'arrive au marché. Les trois quart des mangues parvenues intactes au marché ont été vendus 150 Fcfa l'unité ».

Mais il n'a pas versé la recette.

Le vieux Koleat demande à son petit-fils en classe de 6^{ème} de lui calculer la somme d'argent que lui doit son neveu.

Aide ce dernier.

- 1) Donne la fraction de la quantité de mangues écrasées
- 2) Justifie que la fraction de la quantité de mangues arrivées intactes au marché est $\frac{4}{5}$
- 3) Vérifie que le nombre de mangues arrivées intactes au marché est égal à 480.
- 4) Calcule la somme rapportée par la vente des mangues.

Corrigé de l'exercice 8

- 1) La fraction de la quantité de mangues écrasées est $\frac{1}{5}$

2) Si une mangue sur 5 a été écrasée alors il en reste 4 sur 5. Donc la fraction de la quantité de mangues arrivées intactes au marché est $\frac{4}{5}$.

3)

- Le nombre de mangues arrivées intactes au marché est :

$$\frac{4}{5} \times 600 = \frac{4 \times 600}{5} = \frac{2400}{5} = 480$$

- Les deux tiers des mangues arrivées intactes au marché ont été vendues.

$$\text{Donc le nombre de mangues vendues est : } \frac{2}{3} \times 480 = \frac{2 \times 480}{3} = 360$$

4) La somme rapportée par la vente des mangues est :

$$360 \times 150 = 54\,000 \text{ Fcfa}$$

La vente des mangues a rapporté la somme de 54 000 Fcfa.

Le neveu du vieux Koleat lui doit 54 000 Fcfa.