DOSSIER N°1 : BTS I

SUPPORT DE

SOMMAIRE

Chapitre I : RAPPORTS ET PROPORTIONS

Objectif Pédagogique

I- Les Rapports

1. Rapport de deux nombres :

a. Exemple : le nombre 34 est le double du nombre 17. Nous pouvons exprimer cette relation entre 34 et 17 de deux façons : 34 = 17 x 2 ou $\frac{34}{17} = 2$. L'expression $\frac{34}{17}$ est dite rapport de 34 à 17. Le nombre 2 est la valeur de ce rapport.

b. Définition : étant donné deux (2) nombres a et b l'expression $\frac{a}{b}$ est appelée rapport de a à b. La valeur du rapport du nombre a au nombre b est le quotient exact de a par b. Les nombres a et b sont les termes du rapport.

2. Suite de Rapports égaux :

Soient les rapports égaux suivants dont les termes représentent les ventes réalisées par un commerçant au cours d'un trimestre.

$\frac{45}{15} = \frac{60}{20} = \frac{42}{14} = 3$ où les numérateurs constituent les recettes mensuelles et les dénominateurs les quantités vendues par mois.

Si nous formons le rapport de la recette totale à la quantité totale vendue au cours du trimestre, nous obtenons un nouveau rapport qui a une même valeur que les valeurs précédentes et dont les termes sont d'une part la somme des numérateurs et d'autre part la somme des dénominateurs.

La suite initiale des rapports égaux peut donc être complétée de la façon suivante : $\frac{45}{15} = \frac{60}{20} = \frac{42}{14} = \frac{45+60+42}{15+20+14} = \frac{147}{49} = 3$

- **Conclusion** : A partir d'une suite de rapports égaux on peut former un nouveau rapport égal aux précédents qui a pour numérateur la somme des numérateurs et pour dénominateur la somme des dénominateurs :

  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Longrightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = k$

  En effet à partir de la suite des rapports égaux, nous avons les égalités suivantes :

  $\frac{a}{b} = k \Longrightarrow a = bk$

  $\frac{c}{d} = k \Longrightarrow c = dk$

  $\frac{e}{f} = k \Longrightarrow e = fk.$

II- Les Proportions :

1. **Définition** : Quatre (4) nombres a, b, c et d forment une proportion si le rapport du nombre a au nombre b est égal au rapport du nombre c au nombre d. La proportion s'écrit : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

   Dans la proportion $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, les quatre nombres sont dans l'ordre a, b, c et d.

   a et d sont des termes extrêmes, b et c sont dits termes moyens de la proportion.

   Remarque : les termes d'une proportion sont toujours dans l'ordre de leur rang.

   Dans la proportion $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, l'inconnue x est appelé $4^{ème}$ proportionnel de a, b, c.

2. **Propriétés** :
   - Si quatre nombres a, b, c, forment une proportion. Le produit des termes extrêmes est égal au produit des moyens. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow$ ad = bc.
   - On forme une nouvelle proportion si on inverse les deux rapports de la proportion initiale : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$.
   - On obtient une nouvelle proportion en permutant les moyens de la proportion initiale : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. $\Longrightarrow$
   - Dans une proportion on peut multiplier ou diviser les deux termes l'un et/ou des deux rapports par une même quantité sans changer l'égalité des rapports :

     $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{am}{bm} = \frac{cl}{dl}$; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a:q}{b:q} = \frac{cm}{dm}$
   - Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Longrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$.

III- Grandeurs proportionnelles

A. Grandeurs directement proportionnelles

1. **Définition** : les grandeurs x et y sont dites directement proportionnelles si le rapport de deux valeurs quelconques de l'une est égal au rapport des valeurs correspondantes de l'autre.

   $\frac{y2}{y1} = \frac{x2}{x1}$; $\frac{y6}{y10} = \frac{x6}{x10}$; $\frac{yi}{yj} = \frac{xi}{xj}$.

2. **Méthode de résolution du problème de partage directement proportionnel** :

Partager par exemple le nombre N en partie directement proportionnelle aux nombres a, b et c revient à déterminer les parts x, y et z telles que :

$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ $\qquad k = \frac{x+y+z}{a+b+c}$

$x + y + z = N$

$\frac{x}{a} = k \Rightarrow x = ak$ $\quad \frac{y}{b} = k \Rightarrow y = bk$; $\quad \frac{z}{c} = k \Rightarrow z = ck$

Application: Partager un bénéfice de 48 000 F entre trois (3) associés directement proportionnel à leurs apports: 10 000 F, 6 000 F et 4 000 F.

B. Grandeurs inversement proportionnelles

1. Définition :

Soit xi et yi les mesures respectives des grandeurs x et y. x et y sont inversement proportionnelles si le produit de leurs mesures (ou le quotient de leurs mesures à l'inverse de l'autre) est constant. x et y sont inversement proportionnelles si et seulement si : $\frac{x1}{\frac{1}{y1}} = \frac{x2}{\frac{1}{y2}} = \frac{x3}{\frac{1}{y3}} = \text{----------------} \frac{xn}{\frac{1}{yn}}$ ou $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3$ ------------- x_ny_n

2. Méthode de résolution :

Partage le nombre N en partie inversement proportionnelle à a, b, et c revient à déterminer les parts respectives x, y et z dans la résolution du système suivant :

$$\begin{cases} \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} \end{cases}$$

$x + y + z = N$

Application : Partage une somme de 192 000 F entre (3) ouvriers en partie inversement proportionnelle à leur temps de travail : 10h ; 5h et 2h.

IV- Partage proportionnel à plusieurs grandeurs :

Partager le nombre N directement proportionnel à a, b et c et a', b' et c' revient à déterminer les parts x, y et z telle que :

$$\begin{cases} \dfrac{x}{a \times a'} = \dfrac{y}{b \times b'} = \dfrac{z}{c \times c'} \\ x + y + z = N \end{cases}$$

Application: Partager la somme de 972 800 entre trois employés proportionnellement à leur année de service 2, 3 et 4 ans et à leur nombre de personnes à charge respectivement 3, 4 et 5 enfants.

V- Partage directement et inversement proportionnel:

Partager le nombre N directement proportionnel à a, b, c et inversement proportionnel à a', b', c' revient à déterminer les parts x, y et z tels que :

$$\begin{cases} \dfrac{x}{a \times \dfrac{1}{a'}} = \dfrac{y}{b \times \dfrac{1}{b'}} = \dfrac{xz}{c \times \dfrac{1}{c'}} \\ x+y+z=N \end{cases}$$

Application : On cherche à répartir une somme de 370 000 F en partie directement proportionnel à 6, 8 et 10 et inversement proportionnel à 750, 1 200 et 1 000.

VI- Partage erroné : Dans ce type de problème ; il faut :

- Présenter le partage dans le cas normal
- Le présenter dans le cas erroné

- Comparer les deux cas faire ressortir l'erreur et la rectifier en faisant normalement le partage.

Application : Trois (3) associés ont mis dans l'entreprise. Le premier 5 000 F, le 2nd :7 000 F et le 3ème :10 000 F respectivement pendant 7, 4 et 3 mois. En faisant la répartition du bénéfice qui devrait se faire proportionnellement aux mises et aux temps. Ils se sont trompés et ont oublié de tenir compte du temps. Sachant que le 1er associé a reçu ainsi 305 F de moins que son dû. Calculer le montant du bénéfice à répartir et la part de chacun.

Résolution :

Questions à Choix Multiples (QCM)

A) Répondre par vrai ou faux

Soient les nombres a, b, c et d formant une suite de rapports: on peut donx écrire

1. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
2. $\frac{b}{a}=\frac{c}{d}$
3. $\frac{a}{b}=\frac{d}{c}$
4. $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$
5. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+d}{b+c}$

6. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow ac=bd$

7. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow a+c=b+d$

8. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow a-c=b-d$

9. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

10. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$

11. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \rightarrow b=ak$

12. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \rightarrow d=ck$

13. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \rightarrow a=bk$

14. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \rightarrow c=dk$

B) Soit une somme de 3.150.000 F à partager entre trois personnes proportionnellement à leurs âges restecifs 18 ans ; 20 ans ; 25 ans et soient X, Y et Z les parts respectives.

Choisir la ou les bonnes réponses

1) X = 900.000; Y = 1.200.000 ; Z = 1.050.000
2) X = 1.100.000; Y = 1.000.000 ; Z = 1.050.000
3) X = 900.000; Y = 1.500.000 ; Z = 1.250.000
4) X = 1.500.000; Y = 650.000 ; Z = 1.000.000
5) X = 900.000; Y = 1.000.000 ; Z = 1.250.000

Chapitre II : POURCENTAGES ET PRIX

Objectif Pédagogique

I- **Les prix** :

A. **Généralité** :

Dans le cas des entreprises commerciales qui achètent et revendent sans transformation il faut remarquer qu'entre l'achat proprement dit et la vente on engage de différents frais.

- Frais d'achat (transport, manutention)
- Frais de vente (salaire des vendeurs, publicités)

Pour plus de précision nous appellerons coût l'ensemble des charges calculées à l'étape finale. Nous accorderons le terme PR à la totalité de ce qu'a coûté un objet au moment de sa vente au client.

B. **Prix d'achat (PA)**

Considérons un marchand qui achète une marchandise pour 150 000 F en obtenant une réduction de 10 000 F. Quel est le prix payé par ce marchand ?

Le prix payé par ce marchand est le prix d'achat brut diminué de la réduction PAN soit le prix d'achat net.

PA net = PA brut – Réductions

PA N = 150 000 F – 10 000 = PAN = 140 000 F

C. **Coût d'achat (CA)**

Pour déplacer ses marchandises jusqu'à son magasin, notre marchand dépense 5 000F. Quel est son coût d'achat ?

Coût d'achat (CA) = PAN +Frais d'achat

CA = 140 000 F + 5 000 F = CA = 145 000 F

D. **Prix de revient (PR)**

Le prix de revient d'un objet est formé de toutes les dépenses engagées depuis son acquisition jusqu'à sa vente au client. Notre marchand évalue à 15 000 F ses frais de vente. Quel est son PR.

Prix de revient = coût d'achat + Frais de vente.

PR = VA + FN = PR = 145 000 + 15 000 = PR = 160 000 F

E. **Prix de vente (PV) et marge**

- On désigne par prix de vente, la somme payée effectivement par le client à son fournisseur.

- On appelle marge brute la différence de prix de vente et le coût d'achat correspondant. Notre marchand revend les marchandises à 185 000 F. Quelle est sa marge brute ?

Marge bruite = Prix de vente – coût d'achat.

MB = PV – CA $\Longrightarrow$ MB = 185 000 – 145 000 $\Longrightarrow$ <u>MB = 40 000 F</u>

<u>NB</u>: La marge brute n'est pas le bénéfice, elle est égale au bénéfice augmenté des frais de vente d'où : MB = B + FV

F. <u>Résultat (bénéfice ou perte)</u>

Le résultat est la différence entre le prix de vente et le prix de revient. Le résultat est positif quand le PV¿ $PR(bénéfice)$ dans le cas contraire on réalise 1er perte.

Résultat = PV- PR

Calculons le bénéfice du marchand

B = PV – PR

B = 185000 – 160 000 $\Longrightarrow$ B = 25 000

II- <u>Les pourcentages.</u>

A/ <u>Définition</u>

En considérant deux nombres proportionnels, on désigne par pourcentage ou taux pour cent du premier nombre par rapport à la seconde le rapport $\frac{x}{100}$.

X représente le 1er nombre et 100 le 2nd nombre.

On l'écrits : x%. Ainsi sont exprimés les taux d'intérêt, remise, rabais, ristourne, bénéfices, escompte, commission …..

<u>Remarque</u>: Il est obligatoire d'indiquer sur quelle base est calculé le pourcentage.

B/ <u>Application des pourcentages</u>.

<u>Rappels</u> : PAN = PAB – R : CA = PAN + FIA : PR = CA + F/V

PV = PR + B, PV = CA + MB, MB = B+ F/V

1. **<u>Bénéfice en dedans ou taux de marge</u>**.

Le bénéfice s'exprime par rapport au PA, coût d'achat ou prix de revient.

a) **<u>Recherche du prix de vente connaissant le prix de revient et le taux de bénéfice sur le prix de revient</u>**.

- Soit x% le taux de bénéfice

$\frac{PV}{100+X}$ =

Pr	B	PV
100	X	100 + x

$\frac{PR}{100}$ → PV = $\frac{PR(100+x)}{100}$

b) <u>Recherche du bénéfice connaissant le PR et le taux de bénéfice x% sur PR</u>

$\frac{B}{x} = \frac{PR}{100} \rightarrow$ B = PR $\frac{x}{100}$

c) <u>Recherche du bénéfice connaissant le PV et le taux x% sur PR</u>

$\frac{B}{x} = \frac{PR}{100+n} \rightarrow$ B = PV $(\frac{x}{100+x})$

<u>Application</u>

PV est le prix de vente d'une marchandise donc le PR = 64 000F si le taux de bénéfice est de 15 % du prix $\frac{PR}{100} = \frac{B}{15} = \frac{PV}{115}$

AN : $\frac{PR}{100} = \frac{PV}{115}$ → PV = PR x $\frac{115}{100}$ → PV = 64000 x $\frac{115}{100}$ = 73 600 F

PV= 73.600

2 / <u>bénéfice en dehors ou taux de marque</u>.

Le bénéfice s'exprime en % sur le prix de vente hors taxe.

a/<u>Recherche du prix de vente connaissant le PR et le taux de bénéfice sur Y% sur le PV</u>

PR	B	PV
100 - Y	Y	100

$\frac{PV}{100} = \frac{PR}{100-Y}$ → PV = PR x $\frac{100}{100-y}$

b) <u>Recherche du bénéfice connaissant le PV et le taux de bénéfice pour le prix de vente</u>

$\frac{B}{Y} = \frac{PV}{100} \rightarrow B = PR¿)$

c)<u>Recherche du bénéfice connaissant le PR et le taux de bénéfice sur le prix de vente</u>

$\frac{B}{Y} = \frac{PV}{100-y} \rightarrow B = PR¿)$

d) <u>Application</u>

Une marchandise dont le coût d'achat s'élève à 26600 est revendue avec 1 taux de marque de 30%

- Calculer son prix de vente
- Calculer le % de la marge brute par rapport au CA

  Résolution

  . Calcul du PV. PV = CA + MB

  $\frac{CA}{70} = \frac{BM}{30} = \frac{PV}{100}$; $\frac{CA}{70} = \frac{PV}{100} \rightarrow$ PV = CA x

  PV = 38000

  *Calcul du % de la MB rapport au CA

  $\frac{CA}{100} = \frac{MB}{Y} = \frac{PV}{100+Y} \rightarrow$ PV = CA x

3/ Le Coefficient multiplicateur

On appelle Coef. Multiplicateur ce nombre k par lequel, il faut multiplier

Le nombre x pour obtenir un autre Y

$$k.x = y \rightarrow k = \frac{y}{x}$$

Ainsi, le coefficient multiplicateur permettant de passer du PA au PV est le nombre par lequel il faut multiplier le PA, CA ou le PR pour obtenir le PV

PAxk = PV → k = PV/ PA

CAxk = PV → k = PV/ CA

PRxk = PV → k = PV/ PR

Application

Une marchandise est vendue en appliquant un taux de bénéfice de 25 %par rapport au PV .Calculer le Coef. Multiplicateur permettant de passer du PA au PV.

Résolution

PA	B	PV
75	25	100

$$\frac{PV}{100} = \frac{PA}{75} = \rightarrow \frac{PV}{PA} = \frac{100}{75} = K = \frac{4}{3}$$

4/ Relation entre taux de marge et taux de marque :

Soit un taux de marge x% et un taux de marque Y%

$$\frac{PA}{100} = \frac{PV}{100+x} \rightarrow \boxed{PV = PA\,x\,\frac{100+X}{100} \qquad (1)}$$

$$\frac{PA}{100-Y} = \frac{PV}{100} \rightarrow \boxed{PV = PA\,x\,\frac{100}{100-Y} \qquad (2)}$$

$$(1) = (2) \rightarrow PA\,x\,\frac{100+X}{100} = \text{PA x } \frac{100}{100-Y} \rightarrow \boxed{(100+ x)\,(100 - Y) = 10\,000}$$

Application : Calcule le taux de marque correspondant à un bénéfice de 25 % calculé sur le prix de revient.

Résolution

Calculons le taux de marque. On sait que (100 + x) (100 –Y) = 10 000

Or x = 25 donc on a : (100 + 25) (100 – y)= 10 000

Y = 20

D'où le taux de marque est de 20%

5) Influence dans la réduction sur le prix de vente à la clientèle

- **Cas de réduction unique**

Cette réduction s'applique au PV marqué (PVm) ou prix de vente catalogue (Pvc) ou prix de vente à la clientèle.

$$\boxed{\textbf{PVnet = Pvc – réductions}}$$

Si a% est le taux de réduction accordée au client on a :

PV net	R	Pvc
100 - a	a	100

$$\frac{PVc}{100} = \frac{PVnet}{100-a} \longrightarrow \text{PVc = PVnet x } \frac{100}{100-2}$$

Application :

Un article est payé net 340 F après une remise 15%.Quel était le prix marqué sur cet article.

Calculer le prix de vente marqué sur cet article : PVm = PVnet x $\frac{100}{100-a}$

PVm = 340 x $\frac{100}{100-a} \longrightarrow \boxed{\text{PVm = 400 F}}$

- **Cas de plusieurs réductions**

Soit a%, b%, c% trois réduction successives accordées sur le prix d'achat brut d'un article.

$PAN_1 = PAB- \frac{a}{100}\ PAB = PAB\ \frac{(100-a)}{100}$

$PAN_2 = PAN_1 - \frac{b}{100} - PAN_1 = PAN_1 \frac{(100-b)}{100}$

$PAN_2 = PAB\ \frac{(100-a)}{100}\frac{(100-b)}{100}$

$PAN_3 = PAN - \frac{c}{100}\ PAN_2 = PAN_2\frac{(100-C)}{100}$

$$\boxed{PAN = PAB\frac{(100-a)}{100}\times\frac{(100-b)}{100}\times\frac{(100-C)}{100}}$$

PAB = PM = PMC

$$\boxed{PAB = PM = PVC = PAN\ \frac{100}{100-a}\times\frac{100}{100-b}\times\frac{100}{100-c}}$$

<u>Application</u> :

Le prix marqué d'un article est de 1200 000.Un commerçant obtient sur cet article 1 remise de 6% et 1 rabais de 5%. Il paie les frais de transport qui s'élèvent à 10% du prix d'achat net de l'article.

Calculer le coût d'achat net.

<u>Résolution</u>

Calcul du coût net :

$PAN = PAB\ x\frac{(100-a)}{100}x\frac{(100-b)}{100}$

$PAN = 1200.000\ x\frac{100-6}{100}\ x\frac{100-5}{100} \rightarrow PAN= 1071600$

$CAN = PAN\ \frac{110}{100} \rightarrow CAN = 1071600\ x\ \frac{110}{100}$ $\boxed{CAN = 11787600}$

<u>Remarque</u> : Le taux unique de réduction qui remplace 2 taux t_1 et t_2.

Soit t ce taux $\Longrightarrow$ $\boxed{t = (t_1 + t_2) - (t_1 \times t_2)}$

C/ <u>La TVA</u> (taxe sur la valeur ajoutée)

La TVA est un impôt indirect à la consommation instituée depuis juillet 1995 au Togo

Et pour taux légal 18%. Il s'applique au prix hors taxe. (Taxe-non comprise).Notons que c'est le consommateur final qui supporte en définitive la TVA lors de l'achat d'un bien ou service. Les industriels, commerçants et les artisans ne sont que des collecteurs d'impôts.
Les taxes encaissées par des derniers doivent être réservées à l'État.
<u>Ex</u> : Le prix de vente hors taxes d'un produit est de 140.000 Quel est son prix de vente toute taxe comprise. TVA 18%

$$\frac{PVHT}{100} = \frac{TAXE}{18}\frac{PVTTC}{118}$$

$$\frac{PVHT}{100} = \frac{PVTTC}{118} \rightarrow \text{PVHT x } \frac{118}{100} = 140.000 \text{ x } \frac{118}{100} \quad \boxed{\text{PVTTC = 165 200F}}$$

- Lors de l'achat de marchandise, le commerçant acheteur paie la TVA sur achat appelée TVA déductible ou récupérable.
- Lors de la vente il facture au client la TVA appelée TVA collectée réservée à l'Etat la TVA due ou TVA décaissée = TVA collectée – TVA déductible

$$\boxed{\text{TAV due = TVA collectée – TVA déductible = 18\% (PVHT – PANHT)}}$$

<u>Application</u> : Un article est acheté 23600 TTC. Les frais d'achat s'élèvent à 15%du prix d'achat. Le commerçant revend l'article à 325068 F TTC.

a) Calculer le coût d'achat de l'article.
b) Calculer le taux de marge appliqué.
c) Calculer la TVA versée au trésor public.

<u>Résolution</u> :
PATTC = 23600 ; FA = 15% PAHT ; PVTTC = 32568

*Calcule du PAHT

$$\text{PAHT} = \frac{100\,PATTC}{118} \rightarrow \text{PAHT} = \frac{100\,x\,23600}{118} = 20.000 \rightarrow \quad \boxed{\text{PAHT= 20.000 F}}$$

*Calcul du coût d'achat

$$\frac{PA}{100} = \frac{FA}{15} = \frac{CA}{115}\ ;\ \frac{PA}{100} = \frac{CA}{115} \rightarrow \text{CA = PA x } \frac{115}{100} = 20.000 \text{ x } \frac{115}{100}$$

$$\boxed{\text{CA = 23.000 F}}$$

a) <u>Calcul du PVHT</u>.

$$\text{PVHT} = \frac{100\,PVTTC}{118} = \frac{100\,x\,32568}{118} - \boxed{\text{PVHT = 27600}}$$

b/<u>Calcul du taux de marge</u> : x%

$$\frac{CA}{100} = \frac{B}{x} = \frac{PVHT}{100+x} ; \frac{CA}{100} = \frac{PVHT}{100+x} \rightarrow 100 + x = \frac{PVHT\ x\,100}{CA}$$

$$100 + x = \frac{27600\,x\,100}{23.000} \rightarrow 100 + x = 120 \rightarrow x = 2$$

Soit 1 taux de marge de 20%

C/ <u>Calcul de la TVA versée</u> :

TVA. Collectée ……………………………….. 4968
TVA. Déductible …………………………….. <u>3600</u>
TVA due = 1368

D/ <u>les pourcentages par Tranche</u>

1/ <u>Définition</u> : On appelle pourcentage par tranche sur une somme lorsque cette somme étant divisée en parties ou tranches le taux varie selon les tranches.

<u>Application</u> : suivant les conditions de vente, l'ETS EMICO accorde à son client une ristourne semestrielle sur le chiffre d'affaire net selon les tranches suivantes de

0	à	20 000 :	%
20 000	à	40 000 :	2%
40.000	à	80.000 :	3%
80.000	à	80.000 :	4%
Plus de 150.000			5%

Vous relevez dans la comptabilité d'EMILCO pour le dernier semestre 2000 le chiffre d'affaire du client BEZ : Calculer la ristourne accordée au BAZ.

<u>Résolution</u> : Calcul de la ristourne

De o	à	20.000……………………	o
20.000	à	$40.000 \frac{(40.000-20.000)^2}{100}$ =	400
40.000	à	80.0000¿¿ =	1200
80.000	à	$150.000 \frac{(150.000-80.000)^4}{100}$ =	2800
150.000	à	$182000 \quad \frac{(182000-150.000)^5}{100}$ =	<u>1600</u>
6000 F			

La ristourne est de 6000 F

<u>EX</u> : un représentant commercial est appointé annuellement d'après le barème suivant

- Fixe : 20.000.
- Commission sur les ventes réalisées 2% jusqu'à 100.000
  . 5% de 100.000 à 200.000

. 8% de 200.000 à 500.000

. 12% au délai de 500.000

a) Calculer l'appointement de ce représentant s'il a réalisé un CA = 450.000
b) Calculer le CA qu'il a réalisé si son appointement s'élevé à 32000 F

Résolution

A) Σcommission par tranche = 27.000 appointent : 20.000 + 27000 = 47.000F

B) $38000-20\,000=18000$

18000 – (2000 + 5000) = (CA – 200.000) x 0,08

$$\boxed{CA = 337500\ F}$$

Questions à Choix Multiples (QCM)

A) Répondre par vrai ou faux

1. PAN = PAB + Réductions
2. CÂ = PAN + Frais d'achat – Frais de distribution
3. CÂ = PAN si F/A sont nuls
4. CÂ = PAN + Frais d'achat
5. CR = PAN + FA + FV
6. PV = 2PR – 2CA – FV + CÂ + B
7. PAN = PAB $\left(\frac{100}{100-a}\right)\left(\frac{100}{100-b}\right)\left(\frac{100}{100-c}\right)$
8. PAN = $\left(\frac{100-a}{100}\right)\left(\frac{100}{100+b}\right)\left(\frac{100}{100-c}\right)$
9. PAN = PAB $\left(\frac{100}{\frac{1}{(100-c)}}\right)\left(\frac{100}{\frac{1}{(100-a)}}\right)\left(\frac{100}{\frac{1}{(100-b)}}\right)$

B) Choisir la ou les bonnes réponses

La remise est accordée compte tenu :

1. Du retard de livraison
2. De la non – conformité des marchandises
3. De la défectuosité des marchandises
4. De la fidélité du client
5. De l'importance de la commande

Chapitre III : LES LOGARITHMES DECIMAUX

Objectif Pédagogique

I/ Définition :

Le log décimal d'un nombre est égal à l'exposant de la puissance de 10 égale à ce nombre.

Exemple : $10.000 = 10^4$; $\log 10.000 = 4$; $1/100 = 10^2$; $\log 1/100 = -2$

La fonction log décimale est une application de l'ensemble R^*_+ vers l'ensemble R

Pour tout réel positif x ; l'image par la fonction log décimal est notée logX. Cette fonction possède des propriétés suivantes :

II/LES PROPRIETES

1. La fonction log décimale est strictement croissante sur R^*_+
2. Pour tout réel z ; il existe un réel positif unique x qui vérifie l'égalité logX = z
3. pour tout couple (x ; y) des réels positifs ; on a les égalités suivantes
   - $\text{Log } xy = \log x + \log y$
   - $\log x/y = \log x - \log y$

En particulier on a les égalités suivantes

$\text{Log } 1 = 0$; $\log 10 = 1$; $\log x^a = a \log x$

Rappels : $\sqrt{x} = x^{1/2}$; $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$; $\sqrt[4]{x} = x^{1/4}$; $\sqrt[n]{xp} = x^{p/n}$

a/ Le cologarithme décimal d'un nombre positif (noté colog)

On appelle colog d'un nombre positif x le logarithme de l'inverse de ce nombre noté colog de x (colog x).

$\text{Colog } x = \log 1/x = -\log x$

$A>0$ et $B>0$; si $A=B \Longrightarrow \log A = \log B$.

Exemple : Déterminer x dans les expressions suivantes

$2^x=64$ et $\log (2x-9) = \log(x+1)$

Solution

$2x=64$

$\text{Log } 2^x=\log 64$

$X \log 2 = \log 64$

$x=\dfrac{\log 64}{\log 2} \Longrightarrow \boxed{X = 6}$

$\log (2x-9) = \log(x+1)$

$2x-9 = x+1$

$2x-x =1+9$

$\boxed{x =10}$

b/ logarithme d'un nombre sous forme de puissance de 10 :

$\log x^n = n\log x$

c/Détermination d'un nombre dont-on connait le logarithme

Soit $\log x = n \Longrightarrow x = 10^n$

Exemple : • $\log x = 1,1760 \Longrightarrow x=10^{1,1760} =14,996 \approx 15$ $\boxed{x=14,996 \approx 15}$

• $\log y = 0,0168 \Longrightarrow y = 10^{0,0168}= 1,03944$ $\boxed{y=1,039}$

• $\text{colog } z = 0,6198 \Longrightarrow - \log z = 0,6198 \Longrightarrow \log z = - 0,6198$

$z =10^{-0,6198}= 0,2399$ $\boxed{z \approx 0,24}$

d/ <u>Caractéristique et mantisse des logarithmes</u>

Soit log A = 3,6531 = 3+0,6531

log A = 5,045 = 5+0,045

log A = ……..P + m

<u>P</u> : est a appelé caractéristique : c'est le plus grand entier relatif supérieur ou égal à log A.

<u>M</u> : est appelé mantisse : c'est un nombre décimal positif strictement supérieur à 1

Cas ou la caractéristique est négative : P=-4 et m=0,5228

Log A = -4+0,5228

On convient décrire que log A = 4,5228.On place le signe (-) au-dessus de P pour se rappeler que seule la caractéristique est négative et la mantisse est positive.

Cherchons A : log A = 4,5228 log A = -4+0,5228

Log B = -3,4772 ➡ B = 10 -3,4772 ➡ $\boxed{\text{B= 0,00033272}}$

e/ <u>Logarithme d'une racine</u> :

Log $\sqrt{a}$ = log $a^{1/2}$ = ½ log a

f/ <u>logarithme d'une racine n^{ieme}</u> :

- log $\sqrt[n]{a}$ = log $a^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n}$ log a
- log $\sqrt[n]{a^p}$ = log $a^{\frac{p}{n}} = \frac{p}{n}$ log a

<u>NB</u>:

- log (x + y) ≠ log x + log y
- log (x - y) ≠ log x - log y
- $\frac{\log x}{\log y}$ ≠ log x - log y

<u>Exercice</u>

Calculer les expressions suivantes :

log (4x+2) = 6 ➡ $4x+2= 10^6$

log x^2 = 1 ➡ $x^2= 10^1$

<u>Exercice d'application</u>

1/ $\begin{cases} \log x + \log y = 8{,}006466 \\ \log x + \text{colog } y = 0{,}006466 \end{cases}$

2/ $\begin{cases} \log x - \log y = 0{,}08835 \\ \log xy = 8{,}01781 \end{cases}$

3/ $\begin{cases} \log x + \log y = 1{,}20412 \end{cases}$

Log (x+y) = 1

Questions à Choix Multiples (QCM)

A) Répondre par vrai ou faux

1. La base du logarithme décimal est 10^2
2. Le logarithme décimal est défini sur IR*
3. Le cologarithme d'un nombre est le logarithme de l'inverse de ce nombre.

B) Choisir la bonne réponse

Soit X = $10^{\log.a}$

a) X = loga
b) X = -loga
c) X = a
d) X = 1/a - loga

Soit Y = $10^{-\log a}$

a) Y = - loga
b) Y = loga
c) Y = 1/4
d) Y = a

Soit Z = C olog$\frac{a}{b}$

a) Z = log $\left(\frac{a}{b}\right)$
b) Z = $\frac{-a}{b}$
c) Z = log b – log a
d) Z = log a – log b

Chapitre IV : PROGRESSIONS OU SUITES ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

Objectif Pédagogique

I- **Définition** :

C'est une succession de nombres réels numériques appelés termes tous rangés dans un ordre bien déterminé. Il existe plusieurs types de suites à savoir :

- les progressions ou suites arithmétiques.
- Les progressions ou suites géométriques.
- Suites alternées
- Suites récurrentes

Parmi tous ces types de suites, notre étude portera sur les progressions ou suites arithmétiques et géométriques.

II- Progression arithmétique

A- Définition :

C'est une succession de termes dans laquelle on détermine chaque terme suivant en ajoutant au terme précédent un constant appelé raison noté ''r''. Soit une suite arithmétique (U_n), le 1er terme $U_1 = 2$ et de $r = 3$ retrouver les 10 premiers termes.

Résolution :

$U_n = U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4 ; U_5 ; U_6 ; U_7 ; U_8 ; U_9 ; U_{10}$

$U_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29$

Ainsi on à la relation

$$\boxed{U_n + 1 = U_n + r}$$

- Si $r > 0$ alors on a une suite croissante
- Si $r < 0$ alors on a une suite décroissante
- Si $r = 0$ alors on a une suite constante

B- Propriété

1) Détermination d'un terme :

$$\boxed{U_n = U_1 + (n - 1)r}$$

Ex : Déterminez le 8ème terme d'une progression arithmétique connaissant le 1er terme de 125 et $r = 25$

Résolution :

$U_8 = U_1 + (8 - 1) r$

$= U_1 + 7r$

$= 125 + 7 \times 25$

$\boxed{U_8 = 300}$

P : étant le n^ème^ terme inconnu
k : étant le n^ème^ terme connu

$$U_p = U_k + (p - k)\, r$$

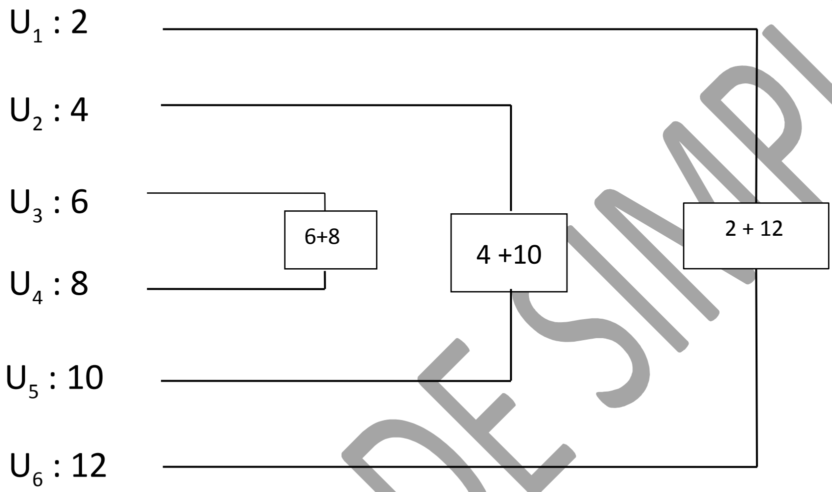
<u>Ex</u> : Calculer le 10^ème^ terme d'une progression arithmétique connaissant la raison égale à 12 et 7 égale à 14.

Résolution :

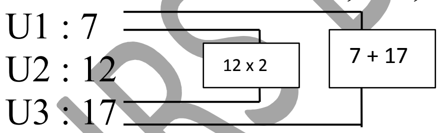
$U_{10} = U_7 + (12 – 7)\, r$
$\quad = U_7 + 5\, r$
$U_{10} = 400$

2) <u>Constatation</u>

- Soient les six 1^er^ d'une suite arithmétique : 2 ;4 ;6 ;8 ;10 ;12



- Soient les trois 1^er^ termes : 7 ; 12 ;17



Alors $U_1 + U_3 = 2U_2$

3) **<u>Détermination de la somme</u>** (S_n)

$S_n = U_1 + U_2 + U_3 \ldots\ldots\ldots U_n$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)}$$

Or $U_n = U_1 + (n - 1)\, r$

$$\boxed{S_n = n\,[U_1 + \frac{(n-1)}{2} r] = \frac{n}{2}\left[2U_1 + (n-1)\, r\right]}$$

<u>Application</u>1:

Calculer la somme des 23 premiers termes d'une suite dont le premier terme 20 et le dernier terme 64.

<u>Résolution</u> :

$S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$

$S_{23} = \frac{23}{2}(20 + 64)$

$\boxed{S_{23} = 966}$

<u>Application</u> 2:
Déterminer la somme des quatre premiers termes d'une progression arithmétique de 1er terme 2 et de r = 4
<u>Résolution</u>

III- <u>Progression géométrique</u>

A- <u>Définition</u>

Une progression géométrique est une succession de termes dans laquelle on détermine chaque terme suivant en multipliant le terme précédent par un constant noté ''q''.
<u>Ex</u> : Ecrivez une suite géométrique dont le 1er terme est 4 et la raison q=2.
<u>Résolution</u> :
$U_n = U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4 ; U_5$
$U_n = 4 ;8 ;16 ;32 ;64$

- Si $q > 1$ alors on a une suite croissante
- Si $0 < q < 1$ alors on a une suite décroissante
- Si $q = 1$ alors on a une suite constante

B- <u>Propriété :</u>

1- <u>Détermination d'un terme</u>

$U_n = U_1.q^{(n-1)}$

P : étant le $n^{ème}$ terme inconnu
k : étant le $n^{ème}$ terme connu

$$U_p = U_k.q^{(p-k)}$$

<u>Exercice</u>1: Calculer le 5ème terme d'une suite géométrique qui a pour 1er terme 4 et raison q = 2.

Résolution :

$U_5 = U_1.q^{(5-1)}$

$= 4 \times 2^4$

$\boxed{U_5 = 64}$

Exercice2: Déterminer le 6ème terme d'une suite q = 2 et le 3ème terme = 9

Résolution :

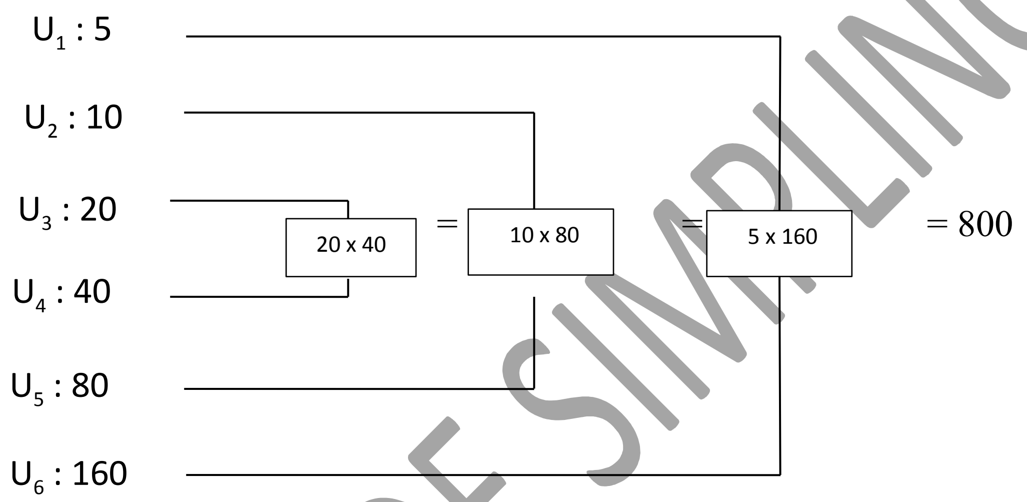
$U_6 = U_3.q^{(6-3)}$

$= 9 \times 2^3$

$\boxed{U_6 = 72}$

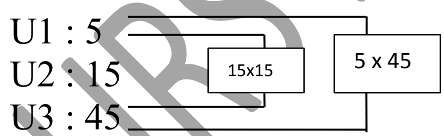
2- Constatation

Soit les six 1er termes d'une suite geometrique 5 ;10 ;20 ;40 ;80 ;160



Alors : $U_1 \times U_6 = U_2 \times U_5 = U_3 \times U_4$

Soit les trois 1er termes d'une suite géométrique 5 ;15 ;45



alors $U_1 \times U_3 = U_2^2$

3- Détermination de la somme (S_n)

Elle est obtenue comme suit :

$S_n = U_1\left[\frac{q^n - 1}{q-1}\right] = \left[\frac{U_{n\times} q - U_1}{q-1}\right]$ q¿1

$S_n = U_1\left[\frac{1-q^n}{1-q}\right] =$ 0¿q¿1

Application :

Déterminer la somme de 5 termes en progression géométrique de raison 2 et dont le premier terme est égal à 100.

Résolution :

Questions à Choix Multiples (QCM)

1) Une suite arithmétique est dite décroissante si et seulement si sa raison r est telle que :
   a. $0 < r < 1$
   b. $r > 1$
   c. $r < 1$
   d. $r < 0$
2) Une suite est dite géométrique décroissante si et seulement si sa raison q est telle que :
   a. $q < 0$
   b. $q < 1$
   c. $0 < q < 1$
   d. $q > 1$
3) Pour une suite de tenus en programmes géométrique la somme des termes extrêmes est égale à celle des termes équidistants.

4) Pour une suite de termes en progression arithmétique le produit des termes extrêmes est égal à celui des termes équidistants
5) La somme d'une suite de termes en progression géométriques est obtenue comme suit :
   a. $s_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$
   b. $s_n = U_1\left(\frac{q-1}{q^n-1}\right)$
   c. $s_n = \frac{U_{nq-U1}}{q-1}$
   d. $s_n = \frac{U_{1q-Un}}{q-1}$
6) La somme d'une suite de terme en progression arithmétique est obtenue comme suit :
   a. $s_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_{n-1})$
   b. $s_n = \frac{n}{2}[U_1 + (n-1)r]$
   c. $s_n = \frac{n}{2}[2U_1 + (n-1)r]$

Chapitre V : LES INTERETS SIMPLES

Objectif Pédagogique

O.P

I/ Généralité et définitions :

L'intérêt simple est la rémunération d'un capital prêté ou emprunté à un certain taux et pendant une période donnée.

- ❖ **Le Capital**
  Généralement il représente la somme prêtée ou empruntée.
- ❖ **Le Taux**
  C'est la rémunération de 100 F de capital placé ou emprunté à la fin d'une période.
- ❖ **Les Durée de placement**
  C'est le temps au bout duquel le capital est resté placé.

Exemple de forme d'intérêt

- ➢ Le fait d'épargner

- Le fait de prêter ou d'emprunter entraine la notion d'intérêt.

II/ Formule Générale de l'intérêt

L'intérêt noté **I** est déterminé de la façon suivante :**I** $=\frac{Ctn}{100}$

$$\mathbf{I} = \frac{Ctn}{100} \text{(n en année)}$$

$$\mathbf{I} = \frac{Ctn}{1200} \text{(n en mois)}$$

$$\mathbf{I} = \frac{Ctn}{36\,000} \text{(n en jours)}$$

$$\mathbf{I} = \frac{Ctn}{2400} \text{(n en quinzaine)}$$

Application:
Un capital 200.000 f placé à intérêt simple au taux de 10% pendant 1 mois 15 jours. Déterminer l'intérêt par ce capital.
Résolution :

Remarque
La convention la plus généralement admise quand la durée est égale ou inférieur à 1 an :
- L'intérêt est proportionnel au capital qui est la mesure de la somme prêtée.
-Il est proportionnel à la durée du prêt ; laquelle durée est mesurée en période (jours, mois, trimestre, semestre, ans….)
-Il est proportionnel au taux qui est en général l'intérêt produit par le capital de 100F pendant 1an

III/ Paiement des intérêts

- Les intérêts ne sont pas incorporés au capital, le prêt est dit intérêt simple.
- Le mode de paiement des intérêts varie selon le contrat du prêt.
- L'intérêt est généralement payable à la fin du prêt pour les durées supérieures à 1an. L'intérêt peut être payé le jour du prêt (au montant du versement du capital on parle d'intérêt précompté)

IV/ Problèmes relatifs au décompte

(Calcul des durées)
Le calcul des durées se fait selon les règles suivantes.

- Si la durée est calculée en jours les mois sont comptés à leurs justes valeurs.
- Sans autres indications le mois de février compte 28 jours. On ne tient pas compte du 1er jour mais on compte le dernier jour.
- Si la durée est calculée en quinzaine on compte les quinzaines à partir du 1er ou du 16 de chaque mois qui suit le dépôt, à partir du 1er ou du 16 qui précède le retrait.
- Si la durée est exprimée en mois on ne tient pas compte de la durée réelle du mois.

  1 mois représente $\frac{1}{12}$ d'année ou 30 jours.

  Application

  Déterminer la durée qui sépare les dates suivantes :

  a- 3 janvier et le 13 mars de la même année.

  b- 17 janvier 2004 au 13 avril 2004.

  c- 15 août /2005 →17 Mai 2006.

  d- 31 Août 2012→15 Septembre 2012

  Résolution

  Détermination de la durée séparant :

OP

-D'établir une relation entre l'intérêt commerciale et l'intérêt civile

-Calculer la valeur du capital du taux de la durée connaissant les autres données.

V – Relation entre Intérêt commercial I et l'intérêt civil I'

On sait que:

$I = \frac{ctn}{36000} \rightarrow ctn = 36000\ I\ (1)$

$I' = \frac{ctn}{36500} \rightarrow ctn = 36500\ I\ \ (2)$

$(1) = (2)$

$36000\ I = 36500\ I'$

$\frac{I}{I'} = ¿\frac{365}{360}$

$\frac{I}{I'} = \frac{5 x 73}{2^3 x 8 x 3^2} = \frac{73}{72}$

$\frac{I}{I'} = \frac{73}{72}$

365	5
73	73

$$\boxed{\frac{I}{I'} = \frac{73}{72}}$$

360	2
180	2
90	2
45	5
9	3
3	3

Application

Soit X et Y respectivement les intérêts simple commercial et civil ordinaire

1) Montrer que la somme des intérêts simples est s= $\left(\frac{145}{73}\right)X$
2) Déterminer l'intérêt commercial X sachant que cette somme S= 529250
3) Déduire l'intérêt civil y.

Résolution

VI- Problèmes sur la formule de calculs des intérêts simples

(Capital(c), taux, (t), durée(n))

On sait que

$$I = \frac{ctn}{36000} \rightarrow c = \frac{36000\,I}{tn}$$

$$I = \frac{ctn}{36000} \rightarrow t = \frac{36000\,I}{cn}$$

$$I = \frac{ctn}{36000} \rightarrow n = \frac{36000\,I}{ct}$$

Application

1- Déterminer la valeur d'un capital (c) placé à intérêt simple au taux de 6% pendant 4 mois et dont l'intérêt total s'élève à 4 000 F.

2- Déterminer la durée de placement d'un capital de 5 840 000 F au taux de 7,5% et dont le revenu est de 219 000 F.

3- Déterminer le taux de placement d'un capital de 300 000 F placé à intérêt simple au taux de t% pendant 5 mois et qui rapporte un revenu de 5 000 F.

Résolution

VII- Valeur acquise ou valeur définitive notée A

C'est la somme du capital et de l'intérêt produit à la fin de la durée du placement.

$$\boxed{A = C + I}$$

$A = c + \frac{ctn}{36000} = \frac{36000c + ctn}{36000}$

$A = C\left(\frac{36000+tn}{36000}\right.$¿ → n en jrs

$A = C\left(\left(\frac{1200+tn}{1200}\right)\right.$ → n en mois

$A = C\left(\frac{100+tn}{\ldots}\right)$ → n en année

Soit un capital de 600.000 F placé à intérêt simple au taux de 8% pendant 45 jours. Déterminer sa valeur acquise.

Résolution

Op

- Calculer les intérêts par la méthode des nombres et diviseurs
- Représenter graphiquement l'I et la valeur acquise

VIII- Méthode des nombres et diviseurs

Principes

Cette méthode est appliquée lorsque le dénominateur de la formule de l'intérêt est un multiple de taux l'intérêt.

On sait que $I = \frac{ctn}{36000}$

$I = \frac{Cn}{\frac{36000}{t}} = \frac{N}{D}$ I =

$Cn \quad N$

Le produit cn est appelé nombre et noté N

Le quotient $\frac{36000}{t}$ / $\frac{1200}{t}$ / $\frac{100}{t}$ est appelé diviseur et noté D

Exemple:

Calculer l'intérêt produit par un capital de 800.000 F placé à intérêt simple au taux de 10 % pendant 80 jours.

Résolution:

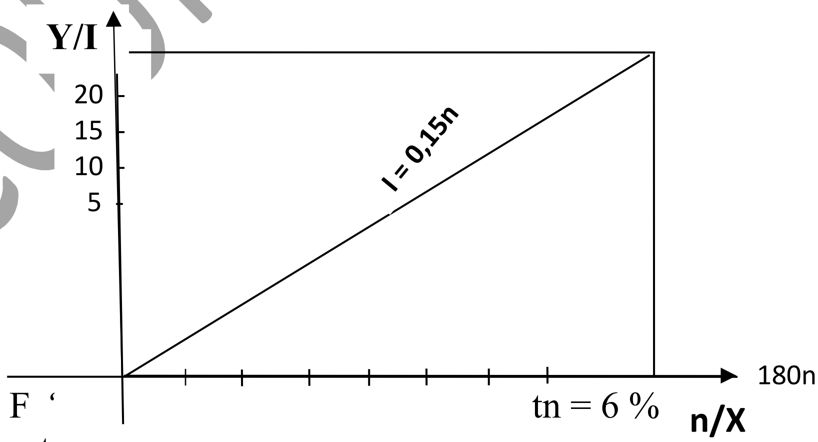
IX- Représentation graphique de l'intérêt et la valeur acquise :

Exemple: Un capital de 900 F est placé pendant n jours au tn de 6 % l'an (n variant de 0 à 180 jours)

TAF: Représenter graphiquement les variations de l'intérêt en fonction de la durée n.

2) Dans la même hypothèse que précédemment les variations de la valeur acquise.

A en fonction de la durée n.



C = 900 F ' tn = 6 %

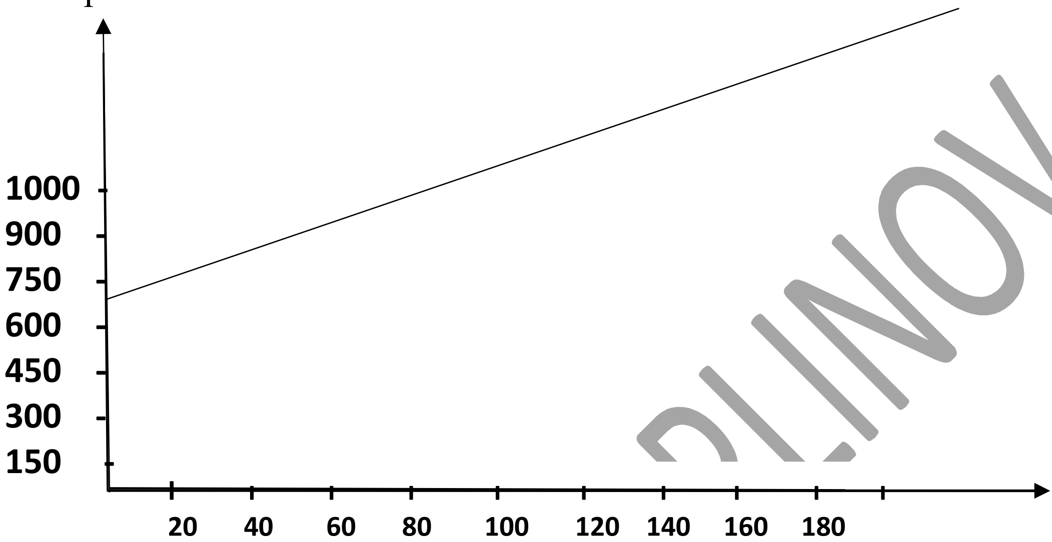
2) Représentation

A = C + I

$A = c + \frac{ctn}{36000}$

$A = 900 + \frac{9a x 6n}{36000}$ $\boxed{A = 900 + 0,15n}$

I) représentation de la A



A = 0,15n + 900

X- <u>Le taux moyen de placement</u>

Considérons trois capitaux C_1, C_2 et C_3 placés à intérêt simple respectivement au taux

t_1 %, t_2 % et t_3% pendant respectivement n_1, n_2 et n_3 périodes et soit T le taux unique ou le taux moyen de placement.

On appelle taux moyen de placement T le taux unique qu'il faudrait substituer à t_1 , t_2 , t_3 pour ne pas modifier l'intérêt total (pour avoir le même intérêt total.) Ainsi on a :

$$\frac{C_1 t_{n1}}{36000} + \frac{C_2 t_{n2}}{36000} + \frac{C_3 t_{n3}}{36000} = \frac{C_1 t_{1n1}}{36000} + \frac{C_2 t_{2n2}}{36000} + \frac{C_3 t_{3n3}}{36000}$$

$$C_1 t_{n1} + C_2 t_{n2} + C_3 t_{n3} = C_1 t_{1n1} + C_2 t_{2n2} + C_3 t_{3n3}$$

$$T ¿¿ + C_{2n2} + C_{3n3}) = C_1 t_{1n1} + C_2 t_{2n2} + C_3 t_{3n3}$$

$$T = \frac{C_1 t_{1n1} + C_2 t_{2n2} + C_3 t_{3n3}}{C_{1n1} + C_{2n2+¿+C_{3n3}} ¿}$$

$$\boxed{T = \frac{\sum Citini}{\sum Cini}}$$

<u>Application</u>:

Quel est le taux moyen de placement des 3 capitaux placés dans les conditions suivantes

$C_1 = 25000$ F à 5 % pendant 48 jours
$C_2 = 30.000$ F à 4% pendant 19 jours
$C_3 = 45000$ F à 3 % pendant 1,5 mois

Résolution

XI- Intérêt précompté : taux effectif de placement

A- Définition

On peut envisager le versement d'un prêt au moment du versement du capital c'est-à-dire à la conclusion du contrat : on parle alors d'intérêt précompté.

B- Capital effectif (C') :

IL en résulte que le placement est effectué à un taux différent du taux d'intérêt annoncé qui conventionnellement correspond à des Intérêts versés à l'issue du contrat.

Soit C' le capital effectif (reçu à la date du contrat).

$C' = C - I$

C- Le taux effectif du placement

Soit le placement d'un capital au taux d'intérêt t% effectué n jours ; les intérêts étant précomptés le jour du placement du capital le prêteur négocie en même temps l'intérêt.

Ainsi on aura :

$$C - I = C - \frac{Ctn}{36.000} = C\left(\frac{36.000 + tn}{36.000}\right)$$

On récupère quelques jours plus tard le capital C.

Soit T_e le taux effectif de placement.

$$I = \frac{C' \, x \, T_e \, x \, n}{36.000}$$

$$\frac{ctn}{36.000} = \frac{C\left(\frac{36.000 - tn}{36.000}\right) x \, T_e \, x \, n}{36.000}$$

$$ctn = \frac{C(36.000 - tn) \, x \, T_e \, x \, n}{36.000}$$

$$t = \frac{(36.000 - tn) T_e}{36.000}$$

$T_e = \dfrac{36.000\,t}{36.000 - tn}$ n en jours

$T_e = \dfrac{1.200\,t}{1.200 - tn}$ n en mois

Application :
Un commerçant place 640.000 F à intérêt précompté à 8% pendant 7 mois, quel est le taux effectif de ce placement ?

Questions à Choix Multiples (QCM)

Répondre par Vrai ou Faux

1) L'année commerciale compte 365 jours
2) L'année civile compte 360 jours
3) L'année bissextile compte 366 jours
4) Février compte 28 jours pour une année bissextile
5) Lorsqu'on raisonne en jours, chaque mois jours compte 30 jours
6) Le taux moyen de placement est égal ou taux assersif de placement

7) L'intérêt commercial (I) et l'intérêt civil (I') sont tels que :
$\frac{I}{72} = \frac{I'}{73}$

8) La formule de l'intérêt simple (I) est égal ci I = $\frac{Cn}{\frac{36000}{t}}$

9) Le taux (te) effectif de placement est $te = \frac{36000 - tn}{36000\,t}$

Chapitre VI : ESCOMPTE ET BORDEREAU D'ESCOMPTE

Objectif Pédagogique

I- Généralité :

1- Notion d'effet de Commerce

Lorsqu'un débiteur ne peut pas ou ne veut pas s'acquérir immédiatement d'une dette envers son créancier il souscrit un billet à ordre au profit de ce créancier qui l'autorise à tirer sur lui une lettre de change qu'il accepte. Les deux effets de commerce constituent alors la promesse faite par le débiteur de payer à son créancier à une date déterminée la dette contractée.

2- Terminologie :

- **Valeur nominale** : c'est le montant inscrit sur l'effet
- **Echéance** : date à laquelle la valeur nominale est exigible.
- **Valeur actuelle** : montant comptant payé par le banquier escompteur de l'effet
- **Escompte** : différence entre la valeur nominale et la valeur actuelle.

NB : Négocier un effet c'est le vendre ; escompter c'est l'acheter.

II- Formule Fondamentale

Il existe deux formes d'escompte : escompte commerciale (e) et l'escompte rationnel (e).

1- Escompte commerciale (e)

L'escompte commercial est l'intérêt de la valeur nominale pour le temps qui doit s'écouler entre le jour de la négociation et celui de l'échéance.

$$e = \frac{Vtn}{36\,000}$$

$$e = \frac{Vtn}{1200}$$

V = valeur nominale

t = taux d'escompte

n = durée de placement

$$e = \frac{Vtn}{100}$$

Par la méthode des nombres et diviseur on aura : $e = \frac{Vn}{D}$

<u>Exemple</u> : un commerçant négocie un effet de 750 000 F payable dans 45 jours. Sachant que le taux d'escompte est de 10%. Calculer le montant de l'escompte.

<u>Résolution</u> :

2- <u>Valeur actuelle</u> (v)

v = v – e or e = $\frac{V\,n}{D}$ Alors : v = v - $\frac{Vn}{D}$

$$\boxed{v = V(D - n)}$$

<u>Application</u> : en reprenant l'escompte précédant déterminer la valeur actuelle à escompte commerciale.

<u>Résolution</u> :

3- <u>Escompte rationnel</u> (e')

Le banquier escompteur peut être considéré comme un prêteur. En effet il avance au vendeur une somme égale à la valeur actuelle pendant une durée égale à celle qui s'écoule entre la date de négociation et l'échéance. Par la suite il est logique de penser que la somme qu'il percevra à l'échéance ou valeur nominale ne soit autre que la valeur actuelle augmentée des intérêts que cette valeur aurait produits. L'escompte apparaît alors comme l'intérêt de la valeur actuelle pendant le temps séparant la date de négociation de l'escompte ; cet escompte s'appelle escompte rationnel (e').

e’ = $\frac{V\,n}{D+n}$

e’ = $\frac{v' \times tn}{36\,000}$

e’ = $\frac{v' \times n}{D}$

Or v’ = v – e’

e’ = $\frac{(V-e')n}{D}$

e‘D = Vn – e’n

e‘D + e’n = Vn

e‘¿ + n) = Vn

$\boxed{e' = \frac{V\,n}{D+n}}$

Application :

Déterminer la valeur actuelle à escompte rationnel d’un effet de nominal 180 000 F au taux d’escompte de 6% pendant 9 mois. Déterminer l’escompte rationnel.

Résolution :

- Comparer l’escompte commercial (e) et l’escompte rationnelle (e’)
- Définir le bordereau d’escompte et les divers termes (agio, commission)
- Calculer l’agio

III- Relation entre l’escompte commerciale (e) et l’escompte rationnel (e’)

La relation entre e et e’ sera établit à travers la comparaison **e – e’ = ?**

On sait que : e = $\frac{Vn}{D}$; e’ = $\frac{Vn}{D+n}$

e – e’ = $\frac{Vn}{D}$ - $\frac{Vn}{D+n}$

$$= \frac{Vn(D+n) - D(Vn)}{D(D+n)}$$

$$= \frac{VnD + Vn^2 - DVn}{D(D+n)} = \frac{Vn}{D+n} \times \frac{n}{D} = \frac{Vn^2}{D(D+n)}$$

$$\boxed{e - e' = \frac{Vn^2}{D(D+n)}}$$

$$\boxed{e - e' = \frac{Vn}{D} \times \frac{n}{D+n}}$$

$$\boxed{e - e' = e \times \frac{n}{D+n}}$$

$$\boxed{e - e' = e' \times \frac{n}{D}}$$

Conclusion e > e'

IV- <u>Pratique de l'escompte : Bordereau d'escompte</u>

C'est un document établi par le banquier escompteur des effets sous la forme d'un tableau qui distingue les caractéristiques des effets négociés (N° de l'effet, valeur nominale, lieu de paiement …, le détail des calculs, l'agio le nette de négociation).

1- <u>Agio</u> :

Il comprend l'escompte, les commissions et les taxes.

a- <u>L'escompte</u> :

Il est soumis à des conditions relatives au nombre de jours et à son montant. S'agissant du nombre de jours à courir par l'effet et du montant de l'escompte un minimum est souvent imposé.

b- <u>Les commissions</u> :

Elles peuvent être calculées selon leur mode de calculs :

- Les commissions prorata temporis : elles se calculent comme l'escompte commercial proportionnellement au temps.
  Seule la commission d'endos se calcule comme l'escompte.

$$\boxed{CE = \frac{V \times t' \times n}{36\,000} = \times \frac{Vn}{D'} \qquad D' = \frac{36\,000}{t'}}$$

- Commission proportionnelle à la valeur nominale : commission de change, commission de place.
  Elle est dite au pair si l'effet est payable dans la banque où il est négocié ou dans une succursale de celle-ci. Dans ce cas son montant est nul.
- Commission fixe ou spéciale

<u>Exemple</u> : commission de devis. Elle varie d'une nation à un autre et d'une banque à un autre.

Le taux de la taxe est appliqué sur l'agio

NB : le taux utilisé dans le domaine bancaire de nos jours au Togo s'appelle TAF : taxe sur activités financières, son taux est de 10%.

Application :
Calculer l'agio total retenu au 1er février 2003 sur un effet retenu en 2003 valeur nominale 178 000 F payable 12/02/2003 ; escompte minimum de jours 15 jours ; commission d'endos 0,9%.
Commission de manipulation 77 F / effet ; commission d'encaissement 0,05% montant minimum 70F ; taxe 10%/agio net.
Résolution:

Op :

- Calculer la valeur nette
- Présenter le bordereau d'escompte

2- <u>Valeur nette</u>

C'est la différence entre la somme des valeurs nominales (des effets présentés à la négociation) diminué du montant total de l'agio.

$$\boxed{Vn = \Sigma V - \text{Agio TTC}}$$

<u>Application</u>: En reprenant l'exemple précédent déterminons la valeur nette de la négociation

3- <u>Présentation du bordereau d'escompte</u> :

<u>Application</u>: (B AC I 1991 /Exo II)

La « SA Kloto » reçoit de son client « Mono » les trois traites suivantes :

- Traite n°1 : Nominal 540 000F ? payable à kpalimé le 31/05
- Traite n°2 : Nominal 360 000F ? payable à Atakpamé le 15 juin
- Traite n°3 : Nominal 180 000F ? payable à Sokodé le 30 juin

Le 16/04/90 pour renflouer sa trésorerie en difficulté la « SA Kloto » négocie les 3 traites à sa banque aux conditions suivantes :

Escompte 6%, commission d'endos (durée est exprimée en jour) change place 0,1% sur l'effet n°1 ; 0,2% sur l'effet n°2 ; 0,5% sur l'effet n°3 ; commission proportionnelle : 1% ; commission divers : 2030F par effet ; TAF 14% sur Agio net.

<u>Travaille à faire</u> : Présenter le bordereau d'escompte mettant en évidence la somme nette au crédit au compte de la « SA Kloto ».

<u>Résolution</u> :

Valeur nominale	Lieu de payement	Echéance	Nombre de jours	Escompte	Commission d'endos	Commission de change de place	
						Taux %	Montant
540 000	kpalimé	31/05	45	4 050	675	0,1	540

360 000	Atakpamé	15/06	60	3 600	600	0,2	720
180 000	Sokodé	30/06	75	2 250	375	0,5	900
1 080 000	-	-	-	9 900	1 650	-	2 160
				Escompte = 6%			9 900
				Commission d'endos 1%			1 650
				Commission de change de place			2 160
				Commission proportionnelle			10 800
				Commission divers (2 030 x 3)			6 090
				Agio net			30 600
				TVA 14%			4 284
-34 884				Agio TTC			34 884
1 045 116				Valeur nette			

Calculs préliminaires :

Calcul de nombres de jours

n1 : (16/04 au 31/05)
avril (30 – 16) = 14 jours
mai = 31 jrs

$\boxed{\text{n1 = 45 jours}}$

n2 : (16/04 au 15/06)
avril (30 – 16) = 14 jours
mai = 31 jrs
juin = 15 jrs

$\boxed{\text{n2 = 60 jours}}$

n3 : (16/04 au 30/06)
avril (30 – 16) = 14 jours
mai = 31 jrs
juin = 30 jrs

$\boxed{\text{n2 = 75 jours}}$

Escompte : $e = \frac{Vtn}{36\,000}$; $e1 = \frac{540\,000 \times 6 \times 45}{36\,000}$ $\boxed{\text{e1 = 4 050}}$

$$e2 = \frac{360\,000 \times 6 \times 60}{36\,000}$$ $\boxed{e2 = 3\ 600}$

$$e3 = \frac{180\,000 \times 6 \times 75}{36\,000}$$ $\boxed{e3 = 2\ 250}$

Commission d'endos: $CE = \frac{V t' n}{36\,000}$

$$CE1 = \frac{540\,000 \times 45}{36\,000}$$ $\boxed{CE1 = 675}$

$$CE2 = \frac{360\,000 \times 60}{36\,000}$$ $\boxed{CE2 = 600}$

$$CE3 = \frac{180\,000 \times 75}{36\,000}$$ $\boxed{CE3 = 375}$

Commission de change et de place: $CCP = \frac{V t''}{100}$

$$CCP1 = \frac{540\,000 \times 0{,}1}{100}$$ $\boxed{CCP1 = 540}$

$$CCP2 = \frac{360\,000 \times 0{,}2}{100}$$ $\boxed{CCP2 = 720}$

$$CCP2 = \frac{180\,000 \times 0{,}5}{100}$$ $\boxed{CCP3 = 900}$

Commission proportionnelle : $CP = \frac{Vn}{100}$

$$CP1 = \frac{540\,000 \times 1}{100}$$ $\boxed{CP1 = 5\ 400}$

$$CP2 = \frac{360\,000 \times 1}{100}$$ $\boxed{CP1 = 3\ 600}$

$$CP3 = \frac{180\,000 \times 1}{100}$$ $\boxed{CP3 = 1\ 800}$

Total CP = 10 800

V- Les taux relatifs à l'escompte

a) Taux réel de l'agio / taux effectif d'escompte

Le taux réel de l'agio ou taux effectif de l'escompte est le taux Ө qui permet à la valeur nominale de produire pendant n jours un intérêt égal à l'agio.

$$\frac{V \times \Theta \times n}{36\,000} = \text{Agio}$$ $\boxed{\Theta = 36\,000 \times Agio}$

D'une autre manière on peut retrouver le taux réel de l'agio ainsi en désignant par :

V : valeur nominale

t : taux d'escompte

t': taux de Commission d'endos

γ : taux correspondant à l'ensemble des autres commissions (sauf commission d'endos)

Ө : taux réel de l'agio

$$\frac{V \times \Theta \times n}{36\,000} = \text{Agio HT}$$

e = e + Com. + ΣCom

On aura d'une part :

Avec la présence des commissions fixes

$$\boxed{\Theta = t + t' + \frac{360}{n}x + \frac{36\,000\,F}{n}}$$

Avec F : commissions fixes

D'autre part on aura en tenant compte de la taxe : $\frac{V \times \Theta \times n}{36\,000}$ = Agio TTC

$$\boxed{\Theta = \frac{36000\,Agio\,TTC}{Vn}}$$

b) **Taux d'aggravation** (λ)

C'est la différence entre le taux effectif d'escompte et le taux d'escompte

$$\boxed{\lambda = \Theta - t}$$

c) **Le taux de revient** (Θ')

C'est le taux Θ' qui permet à la valeur nette de produire pendant n jours un Intérêt égal à l'Agio.

$$\frac{Vnette \times \Theta' \times n}{36\,000} = \text{Agio} \qquad \boxed{\Theta' = \frac{36000\,Agio}{Vnette \times n}}$$

d) **Le taux de placement pour le banquier** (Θ'')

C'est un taux Θ'' qui permet à la valeur actuelle de produire pendant n jours un intérêt I = escompte.

$$\frac{v \times \Theta'' \times n}{36000} = e$$

$$\boxed{\Theta'' = \frac{36000\,e}{v \times n}}$$

$$e = \frac{Vn}{D} \qquad v = V\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

$$Θ'' = \frac{36000\, x\, \frac{Vn}{D}}{V\left(\frac{D-n}{D}\right) x \frac{n}{D}}$$

$$= \frac{36000}{v\, x\, n} \text{ x } \frac{ND}{2a} \text{ x } \frac{D}{(D-n)}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} Θ'' = \frac{36000}{D-n} \\ \\ Θ'' = \frac{1200}{D-n} \end{array}}$$

(n en jour)
(n en mois)

Remarque

Le calcul du taux réel escompte Θ permet de comparer les conditions offertes par 2 ou plusieurs banques pour la négociation des effets.

Application n°1

Les conditions d'escompte offert par 3 banques À, B et C

	t	t'	α
A	9,2	0,6	0,5
B	10,2	0,6	0,25
C	11,2	0,6	0,125

NB : Les taux sont en pourcentages

a)En supposant qu'un effet de nominal V a n jours d'échéance à courir, exprimer les agios respectifs retenus par les 3 banques.

b) Comparer les tarifs des 3 banques suivants les valeurs de n et classer les 3 banques.

c) Même question qu'en b en exprimant les Θ'' suivant respectifs retenus par les 3 banques.

Résolution

a) $\begin{cases} t \rightarrow \text{ taux d'escompte} \\ t' \rightarrow \text{ taux de commission} \\ α \rightarrow \text{ taux des autres commissions} \end{cases}$

Expression des agios respectifs retenus par les 3 banques

Agio = E + CE + Autres commissions + taux

$$= \frac{Vtn}{36000} + \frac{Vt'n}{36000} + \frac{Vα}{100}$$

$$= \frac{Vtn}{36000} + \frac{Vt'n}{36000} + \frac{3600\,α}{36000}$$

$$\boxed{\text{Agio} = \frac{V}{36000}\,[\,tn + t'n + 360\alpha]}$$

$$\text{Agio}_A = \frac{V}{36000}\,[9{,}2n + 0{,}6n + (360 \times 0{,}5)]$$

$$\boxed{\text{Agio}_A = \frac{V}{36000}(9{,}8n + 180)}$$

$$\text{Agio}_B = \frac{V}{36000}\,[10{,}2n + 0{,}6n + (360 \times 0{,}25)]$$

$$\boxed{\text{Agio}_B = \frac{V}{36000}(10{,}8n + 90)}$$

$$\text{Agio}_C = \frac{V}{36000}\,[11{,}2n + 0{,}6n + (360 \times 0{,}125)]$$

$$\boxed{\text{Agio}_C = \frac{V}{36000}(11{,}8n + 45)}$$

VI – Comparaison

- entre A et B

$9{,}8n + 180 < 10{,}8n + 90$

$9{,}8n - 10{,}8n < 90 - 180$

$-n < -90$

$\boxed{n > 90}$

- Entre A et C

$9{,}8n + 180 < 11{,}8n + 45$

$9{,}8 - 11{,}8n < 45 - 180$

$-2n < -135$

$-n < -67{,}5$

$\boxed{n > 67{,}5}$

- Entre B et C

10,8n + 90 < 11,8n + 45

10,8n – 11,8n < 45 – 90

- n < - 45

$\boxed{n > 45}$

<u>Tableau de comparaison</u>

Durée (en jours) n	0	45	67,5	∞ 90
Comparaison	B < A	B < A	B < A	A < B
	C < A	C < A	A < C	A < C
	C < B	B < C	B < C	B < C
	C < B < A	B < C < A	B < A < C	A < B < C
CHOIX	C	B	B	A

Questions à Choix Multiples (QCM)

Répondre par Vrai ou Faux

1) Le créancier est celui qui doit à quelqu’un
2) Le débiteur est celui à qui l’on doit
3) L’escompte commercial est toujours supérieur à l’escompte rationnel (e)
4) $\frac{1}{e} - \frac{1}{e'} = \frac{1}{v}$
5) e – e’ = e x $\frac{n}{D}$
6) e – e = e’ x $\frac{n}{D+n}$
7) Agio total = Ago HT
8) Toutes les commissions sont calculées au prorata temporis
9) La commission d’endossement se calcule seulement proportionnellement à la valeur nominale
10) Le taux réel d’escompte permet de comparer deux ou plusieurs banques

Chapitre VI : EQUIVALENCE D'EFFETS OU DES CAPITAUX

Objectif Pédagogique

I- Définition.

Soient deux effets de commerce de valeurs nominales V_1 et V_2, échéant respectivement aux dates n_1 et n_2 et escomptés au taux t% à une même date.

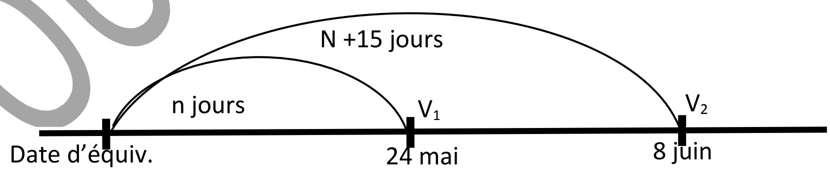
On dit que v_1 et v_2 sont équivalents à une date donnée s'ils ont à cette date la même valeur actuelle. Cette date est appelée date d'équivalence.

II –Détermination algébrique de la date d'équivalence de deux effets.

Deux effets de commerce de valeur nominales v_1 = 44 100F et v_2 = 44 325 F échant respectivement le 24 mai et le 28 juin de la même année, sont négociés au taux de 12%.
Déterminons la date d'équivalence.

Résolution:

Soit n le nombre de jours séparant la date d'équivalence du 24 mai,
Donc (n +15) jours séparant cette date du 8 juin.



A L'équivalent, on a : $44\,100 - \frac{44100\,x\,12}{36\,000} - 44\,325 - \frac{44325(n+15)\,x\,12}{36\,000}$

$$44\,100 \quad 14{,}7n = 44325 - 14{,}775\,(n + 15)$$

$$0{,}075n = 44\,325 - 44\,100 - 221{,}625$$

$$0{,}075n = 3{,}375 \rightarrow n\ 45 \text{ jours}$$

La date d'équivalence se situe donc 45 jours avant le 24 mai, soit au 9 avril.

Remarque :
Date d'équivalence de deux effets, si elle existe, est antérieure à la date échéance la plus proche.
Date d'équivalence doit être postérieure aux dates auxquelles les deux effets ont créés.
Les deux effets ont des valeurs nominales égales entre elles, mais des échéances ces deux effets ne peuvent jamais être équivalents.
Date équivalence si elle existe entre deux effets est unique.

III- Renouvellement d'effets.

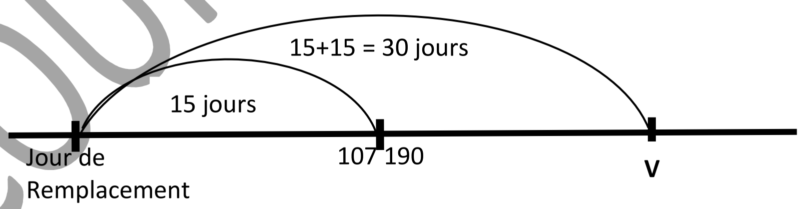
1) *Notion de renouvellement d'effets.*

Le renouvellement d'un effet par un autre s'explique par le, fait qu'à l'approche de la date d'échéance convenue lors de la création de l'effet, le client qui se trouve dans l'incapacité de respecter son engagement peut demander au fournisseur (bénéficiaire de l'effet) de remplacer l'effet par un autre d'échéance plus lointaine.

A la date de renouvellement, la valeur actuelle de remplacé doit être à celle du nouvel effet.

Exemple 1 : Un commerçant bénéfice d'un effet de 107.190 F payable dans un mois 15 jours avant l'échéance, le client demande de remplacer cet effet par un nouvel effet payable 15 jours après l'échéance convenue. Au taux d'escompte de 9%, quelle doit être la valeur nominale du nouvel effet pour qu'il ait équivalence ?

Solution



$$107\,190\left(\frac{36\,000-15\,x\,9}{36000}\right. ¿ \; V\left(\frac{36\,000-9\,x\,30}{36\,000}\right) \rightarrow V\,\frac{170\,190\,35\,865}{35730} \qquad 107\,595$$

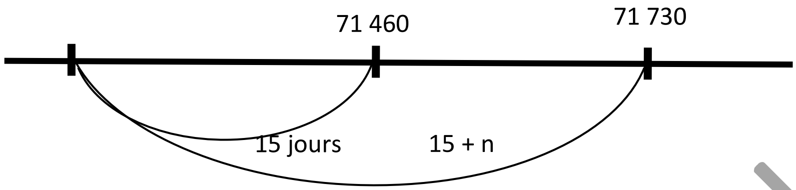
$$\boxed{V = 107\,595\ F}$$

Exemple 2 : 15 jours avant l'échéance d'un effet de 71 460 F, un client demande à son fournisseur, qui accepte de remplacer cet effet par un autre de

71 730 F. Quelle doit être la date d'échéance du nouvel effet pour qu'il ait équivalente au taux de 9% ?

***Solution**:*

Soit n le nombre de jours séparant l'ancienne échéance de la nouvelle.



L'équivalence s'écrit : 71 460$\left(\frac{36\,000 - 9x15}{36\,000}\right)$- 71 730$\left(\frac{36\,000 - 9(n+15)¿ ¿}{36\,000}\right)$

71 460 x 25 865 = 71 730 (35 865 – 9n) → 35 865 – 9n = 35 730

→9n = 135 → $\boxed{n = 15 \text{ jours}}$

Le nouvel effet sera 15 jours après l'ancienne échéance.

2) <u>L'échéance commune d'effet</u>

Le problème de l'échéance commune est celui du remplacement de plusieurs effets de valeurs et échéance différente des autres.

Désignons par : V, la valeur nominales respectives de 3 effets échéant dans n jours.

V_1, V_2, V_3les valeurs nominales respectives de 3 effets échéant dans n_1 n_2 et n_3 jours.

A la date de remplacement, on a :

$$V- \frac{Vtn}{36\,000} = V_1- \frac{V1tn1}{36\,000} + v_2- \frac{V2t2}{36\,000} + V_3- \frac{V3tn3}{36\,000}$$

$$V\,\left(\frac{36000 - tn¿ ¿}{36\,000}\right) \quad v_1\frac{(36\,000 - tn1)}{36\,000} + v_2\frac{(36\,000 - tn2)}{36\,000} + v_3\frac{(36\,000 - tn3)}{36\,000}$$

$$\boxed{V = v1(36\,000 - tn1) + v2(36\,000 - tn2) + v3(36\,000 - tn3)}$$

Pour calculer l'échéance de l'effet unique.

V (36 000- tn) = v_1(36 000 – tn_1) + v_2 (36 000 – tn_2) + v_3 (36 000 –tn_3)

36 000- tn$\frac{v\,1(36\,000-tn\,1)+v\,2(36\,000-tn\,2)+3(36\,000-tn\,3)}{v}$

n. $\frac{36\,000}{t}-\frac{v\,1(36\,000-tn\,1)+v\,2(36\,000-tn\,2)+v\,3(36\,000-tn\,3)}{V\,x\,t}$

$$\boxed{n = D - V\,1(D-N\,1)+V\,2(D-n\,2)+V\,3¿¿}$$

Application: Le 6 avril, on remplace les effets suivants:

. 120 000 F échéant le 30 mai

. 205 500 F échéant le 7 juin

. 60 000 F échéant le 25 juin

Par un effet unique échéant le 10 juin.

Calculer la valeur de l'effet unique. Taux d'escompte = 9%

Solution:

6 avril → 10 juin : 65 jours pour l'effet unique.

6 avril → 30 mai : 54 jours pour l'effet de 120 000 F.

6 avril → 7 juin : 62 jours pour l'effet de 60 000 F.

6 avril → 25 juin : 80 jours pour l'effet de 60 000 F. D $\frac{36\,000}{9}$ = 4 000 F

v$\frac{(4\,000\,x\,65)}{4\,000}$ 120 000 $\frac{(4\,000-54)}{4\,000}$ + 205 500$^{4\,000-62¿}\frac{¿}{4\,000}$ + 60 000 $\frac{(4000-80)}{4\,000}$

V$\frac{120\,000\,x\,3\,946-205\,500\,x\,3\,938+60\,000\,x\,3920.}{3\,935}$ 385 763,4

$$\boxed{V = 385\,763}$$

3) Echéance moyenne

On appelle échéance moyenne de plusieurs effets. L'échéance commune de ces effets dans le cas où la valeur nominale l'effet unique et égale à la somme des valeurs nominales des effets remplace.

On trouve l'échéance commune en écrivant l'égalité des valeurs actuelles des effets remplacés et de l'effet unique.

$V = V_1 + V_2 + V_3$avec V la valeur nominale de l'effet unique.

$$V - \frac{Vtn}{36000} \qquad V_1 - \frac{V1tn1}{36000} + V_2 - \frac{V2tn2}{36000} + V_3 - \frac{V3tn3}{36\,000}$$

$V - \frac{Vtn}{36000} \qquad V_1 + V_2 + V_3 - \frac{(V1tn1 + V2tn2 + V3tn3)}{36000}$ et comme $V = V_1 - V_2 - V_3$

Il reste $\frac{Vtn}{36000}\frac{(V1tn1+V2tn2+V3tn3)}{36000}$

Avec $V = V_1 - V_2 - V_3$

$$\boxed{n = V1n1+V2n2+V3n3}$$

Application 1: Le 04 mai, un débiteur demande et obtient le remplacement des effets suivants :

. 32 000 F échéant le 20 mai

. 47 000 F échéant le 30 mai

. 55 000 F échéant le 8 juin : par un effet unique de nominale 134 000 F. Déterminer la date d'échéance de l'effet

Solution :

4 mai → 20 mai = 16 jours : 4 mai *Tapez une équation ici.* → 30 mai = 26jours : 4 mai → 8 juin = 35 jours

Il faut savoir que 32 000F + 47 000 F + 55 000 F = 134 000 F. Donc nous avons à calculer l'échéance moyenne.

$N \frac{32000 x 16 + 47000 x 26 + 55000 x 35}{134000} = \frac{3659000}{134000}$ 27,3 = 28 jours après le 4 mais

$$\boxed{\text{Date d'échéance} = 1^{er} \text{ juin}}$$

Application 2 : On décide de remplacer les deux effets suivants :

30 000F échéance le 3janvier.

45 000 F échéance le 28 janvier.

Par un effet unique de 75 000F. Déterminer la date d'échéance du nouvel effet.

<u>Solution</u>

75 000 F = 45 000F + 30 000F donc on cherche l'échéance moyenne.

Ici la date d'équivalence n'est pas précisée. On retient donc la date d'échéance la plus proche (donc3 janvier) comme date d'équivalence.

N ¿ $\frac{30000\,x\,0+45000\,x\,25}{75000}$ 15 jours après le 3 janvier.

Donc l'échéance cherchée est le 18 janvier.

Questions à Choix Multiples (QCM)

Répondre par Vrai ou Faux

1) Actualiser : c'est ajouté les intérêts à la valeur de base
2) Capitaliser : c'est diminuer la valeur initial des intérêts
3) Si l'équivalence a lieu à une date donnée, elle a lieu à n'importe quelle date
4) Deux effets sont équivalents à une date donnée s'ils ont à cette date la même valeur nominale
5) L'échéance moyenne des effets ayant même valeur nominale est égale à $n=\frac{\varepsilon ni}{N}$

Chapitre VII : COMPTE COURANT ET D'INTERET (CCI)

Objectif Pédagogique

C'est un compte ouvert par le banquier pour le compte d'un commerçant au profit de son client.

Il s'agit d'une convention entre les deux parties, convention par laquelle toute somme versée par l'une des parties aux profits de l'autre doit porter intérêt.

I – Définition

Le CCI est un tableau récapitulatif présenté généralement par la banque au profit de son client pour retracer toutes les opérations réalisées par ce dernier au cours d'une période donnée. Ces opération produisant chacune d'intérêt à la charge ou nan selon leur nature : un compte est dit CCI lorsque les sommes inscrites produisent des intérêts

II – Terminologie

a) **Date de valeur :** c'est la date à partir de laquelle toutes sommes inscrites dans le compte au débit ou au crédit commencent à porter d'intérêt.

b) **Date d'arrêter** : C'est l'époque à laquelle le solde est déterminé après calcul des intérêts des Capitaux et taux.
c) **La période** : C'est l'espace de temps séparant 2 arrêtés successifs.
d) **Date d'opération** : date à laquelle l'opération a été réalisée.

III- <u>Les opérations de CCI</u>

Le CCI enregistré
-Au débit toute les opérations diminuant l'avoir du client ou qui augmentant sa dette.
-Au crédit : toutes opération augmentant l'avoir du client ou qui détermine sa dette.

IV – <u>Le taux d'intérêt</u>

Il est déterminé par le banquier

- Si le taux est le mouvement pour le débit et crédit, on dit que le CCI est à taux réciproque
- Si le taux de débit est différent de celui de crédit le CCI est à taux non réciproque
- Si le taux varie au cours de période le CCI est à taux variables.

V- <u>Méthodes et représentation du CCI</u>.

Il existe 3 méthodes dans la présentation du CCI.

- La méthode directe
- La méthode indirecte
- La méthode hambourgeoise

  Dans le cadre de notre chapitre seule la méthode hambourgeoise sera étudiée

  1) Etablissement d'un CCI par la méthode hambourgeois

- Chaque opération comporte une date de valeur.
- On enregistre les opérations par ordre chronologique
- Apres chaque opération on détermine le solde

- Chaque solde produit solde produit d'intérêt pendant le nombre de jours séparant sa date de valeur de la valeur de la date de valeur l'opération suivantes
- L'intérêt partiel est de même nature que celle du solde.

Lorsque la date de valeur d'une opération donnée est antérieure à celle de l'opération précédant on parle de jours rouges

Si le nombre de jours inscrit est en parenthèses ou précédé du signe (-) on porte l'intérêt selon la nature du solde en parenthèses ou précédé du signe (-).

- Les comptes sont généralement tenus par date d'opérations ordonnées.
- L'intérêt à porter dans les colonnes des capitaux est le solde des intérêts partiels.
- **NB** : En cas de commission de découvert elle sera surtout calculée sur le total des capitaux débiteurs.

Date	opération	capitaux		SOLDES		Date de valeur	Nombre de jours	Intérêt	
		D	C	D	C			D	C

Application

Etablir le CCI au taux de 9% ouvert le 1 / 04/ et fermé le 30/06

- Opération de crédit : date de valeur :
  Valeur du lendemain
- Opération de débit : date de valeur
  Valeur de veille.
  Au cours du 1er semestre les opérations suivantes réalisées :
  1/04 solde créditeur : 54000
  6/04 Remise à l'encaissement d'effet échéant le 19/ 05 :46 000
  17/04 Tiré chèque n° 42 120 000
  8/05 : Remise à l'escompte 180 000
  24/05 Domiciliation d'effet échéant le 9/07 190 000
- C° du cpte 0,1% sur le total des capitaux débiteurs

- C° de découvert :1 % sur le fort solde débiteurs

Application

Présentation du CCI

Dates	Libellés	Capitaux		Solde		Date	Nbre de jrs	Intérêts	
		D	C	D	C			D	C
	Solde à Nveau		54 000		54 000	1/ 03	50		675
	Remise d'effet		46.000		100.000	20/05	(34)		-850
	Tirage d'effet	120 000		20 000	-	16/04	23	115	
8/05	Remise à l'escpte		180 000		160 000	09/05	60		2400
	Domiciliation d'efffet	190 000		30.000		08/07	(8)	-60	
Total	310.000	280.000						55	2225
30/06	Relance des I	-	-	-	-	-	-	2170	
	Capitalisation I	-	2170						
	C° d'escpte	310 (1)							
	C° de découvert	300 (2)							
			28440						
		310610	310610						

Calculs annexes

. Décompte

M (30/ 03→20/05) Mois = 0 Avril = 30 Mai = 20
n1= 50 jrs
N2 ? (20/05 → 16,04¿
Avril → 14
Mai → 20
N = 34

Calculs des intérêts

$$I1 = \frac{54\,000\,x\,50\,x\,9}{36\,000} = 675$$

$$I2 = \frac{100\,000\,x\,34\,x\,9}{36\,000} = 850$$

$$I3 = \frac{20\,000\,x\,23\,x\,9}{36\,000} = 115$$

$$I4 = \frac{160\,000\,x\,60\,x\,9}{36000} = 24\,000$$

$$I5 = \frac{30\,000\,x\,8\,x\,9}{36\,000} = 6o$$