Le programme de terminale L est divisé en 3 parties : **algèbre ; analyse et organisation de données.**

L'algèbre comporte les chapitres:

I. **Composition des applications**
II. **Factorisation des polynômes**

L'analyse comporte les chapitres suivants :

I. **Limite et continuité**
II. **Dérivabilité**
III. **Etude de fonctions**
IV. **Fonction logarithme népérien**
V. **Fonction exponentielle**
VI. **Suites numériques**
VII. **Calcul intégral**

L'organisation de données comporte les chapitres suivants :

I. **Dénombrement-Probabilité**
II. **Statistique**

Ce programme est prévu pour 4h de cours par semaine soit 2 séances de 2h.

Notre emploi de temps est le suivant :

Mercredi : 12h30-14h30 et Jeudi : 12h30-14h30 S22

Chapitre 1 : Composition des applications (17 octobre)

Durée : 2h (cours)

Objectifs spécifiques :

- ✓ Calculer $g \circ f(x)$.

Prérequis :

- ✓ Calcul dans $\mathbb{R}$.

Supports didactiques :

- ✓ Collection N. Dimathème Terminale A_2 /A_3 ;
- ✓ Ordinateur.

Plan du chapitre

I. **Calcul de $(g \circ f)(x)$**
   1. **Exemples**
      - ✓ **Exemple 1**
      - ✓ **Exemple 2**
   2. **Exercice d'application**

II. **Calcul de $(f \circ g)(x)$**
   1. **Exemples**
      - ✓ **Exemple 1**
      - ✓ **Exemple 2**
   2. **Exercice d'application**

Déroulement du chapitre

I. Calcul de $(g \circ f)(x)$

Soit f et g deux applications. L'application notée $g \circ f$ (on lit g rond f) est dite composée de f par g et est définie par : $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

1. Exemples

- ✓ **Exemple 1**

Soit f et g les applications définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = 2x - 3$. Calculons $(g \circ f)(x)$; $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2(3x - 2) - 3 = 6x - 7$ donc $(g \circ f)(x) = 6x - 7$

- ✓ **Exemple 2**

Soit f et g les applications définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par $f(x) = x + 1$ et $g(x) = x^2 - 1$.

Calculons $(g \circ f)(x)$; $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = (x + 1)^2 - 1 = x^2 + 2x + 1 - 1$ donc $(g \circ f)(x) = x^2 + 2x$

2. Exercice d'application

Soit f et g les applications définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par $f(x) = 2x - 1$ et

$g(x) = x^2$. Calculer $(g \circ f)(x)$.

II. Calcul de $(\boldsymbol{f} \circ \boldsymbol{g})(\boldsymbol{x})$

Soit f et g deux applications. L'application notée $f \circ g$ est dite composée de g par f et est définie par : $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

1. Exemples

- ✓ **Exemple 1**

Soit f et g les applications définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = 2x - 3$. Calculons $(f \circ g)(x)$; $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3(2x - 3) - 2$ donc $(f \circ g)(x) = 6x - 8$.

- ✓ **Exemple 2**

Soit f et g les applications définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par $f(x) = x + 1$ et $g(x) = x^2 - 1$.

Calculons $(f \circ g)(x)$; $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = x^2 - 1 + 1$ donc $(f \circ g)(x) = x^2$.

2. Exercice d'application

Soit f et g les applications définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par $f(x) = 2x - 1$ et

$g(x) = x^2$. Calculer $(f \circ g)(x)$.

Chapitre 2: Factorisation des polynômes (18 octobre ;14 novembre cours +TD)

Durée : 8h (cours et TD)

Objectifs spécifiques :

- ✓ Diviser un polynôme P(x) par x-a lorsque P(a)=0 ;
- ✓ Diviser un polynôme P(x) par x-a puis le quotient Q(x) par x-b lorsque P(b)=P(b)=0 ;
- ✓ Factoriser un polynôme ;
- ✓ Etudier le signe d'un polynôme ;
- ✓ Etudier le signe d'une fraction rationnelle.

Prérequis :

- ✓ Factorisation de polynômes de degré ≤ 4 par la méthode d'identification et de division euclidienne ;
- ✓ Résolution d'une inéquation de degré inférieur ou égal à 4.

Supports didactiques :

- ✓ Collection Hachettes classiques $1^{ère}$ A_1 et B ;
- ✓ CIAM littéraire $1^{ère}$;
- ✓ Ordinateur.

Plan du chapitre

Déroulement de la leçon

Vérification des prérequis

Question1 : Donner un exemple de trinôme du second degré puis préciser ses coefficients.

Question 2 : Factoriser les trinômes suivants : $x^2 - 2x + 3$; $-9x^2 + 6x - 1$ et $x^2 - x - 6$.

Question 3 : Etudier le signe du trinôme $2x^2 - 7x + 3$.

I. Rappels

1. Factorisation d'un trinôme du second degré

Le tableau suivant permet de factoriser un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$.

Signe du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$	Factorisation du trinôme $ax^2 + bx + c$
$\Delta < 0$	$ax^2 + bx + c$ ne peut pas se factoriser.
$\Delta = 0$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$ où $x_0 = -\frac{b}{2a}$
$\Delta > 0$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ où $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- **Exemples :** Factorisons les trinômes du second degré suivants :
  - $f(x) = x^2 - 2x + 3$
  - $g(x) = -9x^2 + 6x - 1$
  - $h(x) = x^2 - x - 6$

2. Signe d'un trinôme du second degré

Le signe d'un trinôme du second degré s'obtient généralement à l'aide d'un tableau de signe.

- **Si** $\Delta <$ **0** alors le trinôme n'a pas de racine et son tableau de signe est le suivant :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$ax^2 + bx + c$	Signe de a

Exemple : étudions le signe de $-x^2 + x - 2$

- Si $\Delta = 0$ alors le trinôme a une seule racine dite racine double et son tableau de signe est le suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	**Signe de a**	**Signe de a**

Exemple : étudions le signe de $9x^2 - 6x + 1$

- **Si** $\Delta >$ **0** alors le trinôme a deux racines distinctes et son tableau de signe est le suivant :

X	$-\infty$		$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	**Signe de a**	**Signe de -a**	**Signe de a**

Exemple : étudions le signe de $2x^2 - 7x + 3$

II. Factorisation d’un polynôme de degré $n \geq 3$ connaissant une racine

a. Par la division euclidienne

➢ **Exemple**

Soit le polynôme $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1. Vérifier que -2 est une racine de ce polynôme.
2. Factoriser ce polynôme en utilisant la méthode de la division euclidienne.

b. Par la méthode d’identification

➢ **Rappels**

- Si P(x) est un polynôme de degré 2 alors P(x) peut s’écrire sous la forme $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c des réels constants.
- Si P(x) est de degré 3 alors P(x) peut s’écrire sous la forme $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec a, b, c et d des réels constants.

➢ **Exemple**

1. Vérifier que 1 est racine de $x^3 - 7x + 6$
2. Factoriser ce polynôme en utilisant la méthode d’identification

c. Par la méthode de Horner

➢ **Exemple :** Soit le polynôme $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1. Vérifier que -2 est racine de $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
2. Factoriser $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ en utilisant la méthode de Horner.

Coefficients de P(x) dans l’ordre décroissant des puissances	1	-2 +	**-5** +	6 +
Racine -2	$\times -2$	-2 $\times -2$	8 $\times -2$	-6
Coefficients de Q(x) dans l’ordre décroissant des puissances	1	-4	3	0

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x+2)(x^2 - 4x + 3)$. On remarque que $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$. Par suite $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x+2)(x-1)(x-3)$.

- **Exercice d'application**

1. Vérifier que 1 est racine de $x^3 - 7x + 6$
2. Factoriser ce polynôme en utilisant la méthode de Horner.

III. Signe d'un polynôme et résolution d'inéquations

1. Exemple

Soit $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1. Vérifier que -2 est une racine de $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
2. Etudier le signe de $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.
3. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 < 0$

2. Exercice d'application

1. Vérifier que 1 est une racine de $x^3 - 7x + 6$
2. Etudier le signe de $x^3 - 7x + 6$.
3. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $x^3 - 7x + 6 \geq 0$

IV. Fraction rationnelle

1. Définition et exemple

- Une fraction rationnelle est un quotient dont le numérateur et le dénominateur sont des polynômes.
- L'expression $\frac{x^4-8x^2-3}{2x^3+7x^2+7x+2}$ est une fraction rationnelle.

2. Signe d'une fraction rationnelle

- **Exemple**

$\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3-7x+6}$ est une fraction rationnelle.

1. Montrer que -2 est racine de $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ et que 1 est racine de $x^3 - 7x + 6$.
2. Etudier dans un même tableau, les signes de $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ et de $x^3 - 7x + 6$. En déduire celui de $\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3-7x+6}$

Fin

Chapitre 3 : LIMITES ET DERIVABILITE

Durée : 8h (cours+td)

Objectifs spécifiques :

- ✓ Calculer des limites ;
- ✓ Déterminer le nombre dérivée d'une fonction ;
- ✓ Trouver les ensembles de dérivabilité de f dans les cas où $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$; ou $ou\ f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des réels puis de déterminer l'expression de f'(x).
- ✓ Trouver une équation de la tangente en un point M à la courbe d'une fonction donnée par son équation.

Prérequis :

- ✓ Limites et dérivabilité $1^{ère}$.

Supports didactiques :

- ✓ Cours limite et continuité de Bousso TS2;
- ✓ Mon cours de limite et continuité de TS2.
- ✓ Mon cours de dérivabilité de $1^{ère}$ L ;
- ✓ CIAM $1^{ère}$ L;
- ✓ Dimathème Terminale A1 et A2.

Plan du chapitre

I. **Calcul de limites**
   1. **Limites de fonctions usuelles**
   2. **Opérations sur les limites**
      - ➢ **Limite d'une somme**
      - ➢ **Limite d'un produit**
      - ➢ **Limite d'un quotient**
   3. **Exemples de calculs de limites à gauche et à droite en un réel.**
   4. **Limite à l'infini d'une fonction polynôme et d'une fraction rationnelle**

II. **Dérivabilité**
   1. **Nombre dérivé et interprétation géométrique**

a. **Définition**
b. **Exemple**
c. **Interprétation géométrique**
    a. **Exemple**

2. **Théorèmes sur les fonctions dérivées**
    a. **Dérivée des fonctions usuelles**
    b. **Exemples**
3. **Opérations sur les dérivées**
    a. **Théorèmes**
    b. **Exemples**
    c. **Remarque**
4. **Sens de variation d'une fonction**
    a. **Théorème**
    b. **Définition**
    c. **Exemple**
    d. **Propriété**

Déroulement du chapitre

Dans tout le cours ∞ désigne $+\infty$ ou $-\infty$

I. Calcul de limites

1. Limites de fonctions usuelles :

i. Soit a un réel ou $a = \infty$ et c est un réel. On a alors $\lim\limits_{x \to a} c = c$

ii. Soit n est un entier naturel, On a alors :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty \text{ } si\ n\ est\ pair \\ -\infty \text{ } si\ n\ est\ impair \end{cases}$
- $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x^n} = 0$

iii. Si f est une fonction polynôme et si a est un nombre réel alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

Exemples

i. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^4 = +\infty$

ii. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$

iii. $\lim_{x\to-\infty} x^7 = -\infty$

iv. $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$

v. $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^6} = 0$

vi. f(x) $= x^3 - 2x^2 + 3x + 7$ donc $\lim_{x\to-1} f(x) = f(-1) = 1$

2. Opérations sur les limites

Dans les tableaux suivants, f et g sont des fonctions, a est un réel ou bien a= ∞ , l et l' sont des nombres réels.

➢ **Limite d'une somme**

$\lim_{x\to a} f(x)$	l	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{x\to a} g(x)$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to a} f(x) + g(x)$	l+l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	**Forme indéterminée**

Exemple

- $\lim_{x\to+\infty} x^3 + \frac{1}{x^2} = +\infty$

➢ **Limite d'un produit**

***α* est un réel**

$\lim_{x\to a} f(x)$	l	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to a} \alpha \times f(x)$	$\alpha \times l$	$\begin{cases} +\infty \text{ si } \alpha > 0 \\ -\infty \text{ si } \alpha < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} -\infty \text{ si } \alpha > 0 \\ +\infty \text{ si } \alpha < 0 \end{cases}$

Exemples :

✓ Calculons $\lim_{x\to+\infty} 2x^2$; $\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $2 > 0$ donc $\lim_{x\to+\infty} 2x^2 = +\infty$

✓ Calculons $\lim_{x\to+\infty} -2x^2$; $\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $-2 < 0$ donc $\lim_{x\to+\infty} -2x^2 = -\infty$

$\lim_{x\to a} f(x)$	l	l> 0	l> 0	l< 0	l< 0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0
$\lim_{x\to a} g(x)$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	∞
$\lim_{x\to a} f(x) \times g(x)$	l×l'	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	**Forme indéterminé**

➢ **Limite d'un quotient**

Cas où la limite du dénominateur est non nulle

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	l	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	∞
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	l'$\neq 0$	∞	$l' > 0$	$l' < 0$	$l' > 0$	$l' < 0$	∞
$\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{l}{l'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	**Forme indéterminée**

Cas où la limite du dénominateur est nulle

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	l$\neq 0$	∞	0
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	0	0	0
$\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$	∞	∞	**Forme indéterminée**

Dans les deux premiers cas, pour savoir de quel infini il s'agit, on est amené à étudier le signe du dénominateur dans un voisinage de a.

3. Exemples de calculs de limites à gauche et à droite en un réel.

- ✓ **Exemple 1**

Calculons $\lim\limits_{x\to 2} \frac{3x-2}{2x-4}$

- ✓ **Exemple 2**

Calculons $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^2+x+6}{2x^2+x-1}$

4. Limite à l'infini d'un polynôme et d'une fraction rationnelle

- La limite à l'infini d'un polynôme est égale à la limite à l'infini de son monôme de plus haut degré.
- La limite à l'infini d'une fraction rationnelle est égale à la limite à l'infini du quotient du monôme de plus haut degré du numérateur par le monôme de plus haut degré du dénominateur.

- **Exemples**
  - $\lim\limits_{x\to +\infty} -3x^4 - 2x + 7$
  - $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x^3+x+6}{x^2+x-1}$

II. Dérivabilité

1. Définition et exemple

a. Définition

On dit qu'une fonction f est dérivable en un réel a ($a \in D_f$) si $\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ est un nombre réel l. Le nombre réel l est appelé nombre dérivé de f en a et est noté $f'(a)$.

b. Exemple

$f(x) = x^2$; f est-t-elle dérivable en 1.

$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 2$ donc f est dérivable en 1 et le nombre dérivé de f en 1 est f '(1)=2.

2. Tangente à la courbe d'une fonction en un point

a. Définition

Soit f est une fonction dérivable en a. La droite d'équation $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ est dite tangente à la courbe de f au point (a ; f(a)).

b. Exemple

Nous avons vu plus haut que la fonction f telle que $f(x) = x^2$ est dérivable en 1 et son nombre dérivé en 1 est $f'(1) = 2$. Ainsi la droite d'équation $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ c'est-à-dire $y = 2x - 1$ est la tangente à la courbe de f au point (1, f(1))=(1;1).

3. Dérivée des fonctions usuelles

a. Tableau des dérivées des fonctions usuelles

Le tableau suivant donne les fonctions dérivées de fonctions usuelles.

f(x)	$\boldsymbol{f'(x)}$	**Ensemble de dérivabilité de f**
$f(x) = c\ ;\ c \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$\mathbb{R}$
$f(x) = ax$	$f'(x) = a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n\ ;\ n \in \mathbb{N} \setminus \{\mathbb{0}\}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$

b. Exemples

- Pour $f(x) = -8$, on a $f'(x) = 0$
- Pour $f(x) = x^2$, on a $f'(x) = 2x^{2-1}$ c'est-à-dire $f'(x) = 2x$
- Pour $f(x) = x^3$, on a $f'(x) = 3x^{3-1}$ c'est-à-dire $f'(x) = 3x^2$
- Pour $f(x) = -\frac{1}{2}x$, on a $f'(x) = -\frac{1}{2}$
- Pour $f(x) = 4x - 5$, on a $f'(x) = 4$

4. Opérations sur les dérivées

u et v sont des fonctions dérivables sur un intervalle I, α un nombre réel et n un entier naturel non nul.

Fonctions définies par	**Dérivées**
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
u(x)-v(x)	$u'(x) - v'(x)$
$\alpha \times u(x)$	$\alpha \times u'(x)$
$u(x) \times v(x)$	$u'(x) \times v(x) + v'(x) \times u(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x) \times v(x) - v'(x) \times u(x)}{[u(x)]^2}$
$u(x)^n$	$nu'(x)[u(x)]^{n-1}$

a. Théorèmes

- Si f est une fonction polynôme alors son ensemble de dérivabilité est $\mathbb{R}$.
- Si f est une fraction rationnelle alors son ensemble de dérivabilité est D_f

b. Exemples

- Si $f(x) = x^2 + 3x - 7$ alors $f'(x) = 2x + 3$
- Si $f(x) = -4x^3$ alors $f'(x) = -4(3x^2) = -12x^2$
- Si $f(x) = (3x^2 + 2x)(2x - 5)$ alors $f'(x) = (6x + 2)(2x - 5) + 2(3x^2 + 2x)$
- Si $f(x) = \frac{1}{2x-5}$ alors $f'(x) = -\frac{2}{(2x-5)^2}$
- Si $f(x) = \frac{2x+3}{4x+7}$ alors $f'(x) = \frac{2(4x+7)-4(2x+3)}{(4x+7)^2} = \frac{2}{(4x+7)^2}$
- Si $f(x) = (2x - 5)^3$ alors $f'(x) = 3(2)(2x - 5)^2$

c. Remarque

Si $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ alors $f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx+d)^2}$

5. Sens de variation d'une fonction

a. Théorème

Soit f est une fonction dérivable sur un intervalle I.

- Si pour tout $x \in I$, $f'(x) \geq 0$ alors f est croissante sur I.
- Si pour tout $x \in I$, $f'(x) \leq 0$ alors f est décroissante sur I.
- Si pour tout $x \in I$, $f'(x) = 0$ alors f est constante sur I.

b. Définition

Etudier le sens de variation d'une fonction f sur un intervalle I, c'est étudier si f est croissante ou décroissante sur I.

c. Exemple

$f(x) = x^2 - 6x + 5$ **.** Etudions le sens de variation de f sur les intervalles de D_f

Le tableau suivant est appelé tableau de variation de f, il permet de visualiser les variations de f.

d. Propriété

Si $f'(x)$ s'annule en a et change de signe alors f admet un extrémum en a et dans ce cas, l'extrémum est le point (a ;f(a)). De plus si le signe de f'(x) passe de + en – alors l'extrémum est dit maximum et si c'est de – en + alors il est dit minimum.

Par exemple f définie ci-dessus admet un extrémum en 3 et cet extrémum est un minimum de f.

Chapitre 4: Etude de fonctions

Durée : 6h (cours)

Objectifs spécifiques :

- ✓ Montrer qu'un point est centre de symétrie d'une courbe ;
- ✓ Montrer qu'une droite est un axe de symétrie d'une courbe ;
- ✓ Trouver l'équation d'une asymptote oblique lorsqu'elle existe ;
- ✓ Etudier et représenter f telle que $f(x) \in \left\{\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f} ; ax^3 + bx^2 + cx + d\right\}$;
- ✓ Résoudre des équations, des inéquations, des systèmes d'équations et d'inéquations du premier degré ou du second degré.

Prérequis :

- ✓ Fonction numérique $1^{\text{ère}}$;
- ✓ Dérivabilité.

Supports didactiques :

- ✓ Mon cours de dérivabilité de $1^{\text{ère}}$ L ;
- ✓ CIAM $1^{\text{ère}}$ L;
- ✓ Dimathème Terminale A1 et A2.

Plan du chapitre

Déroulement du cours

I. Rappels

1. Activité

(O, I, J) est un repère orthonormé et f est la fonction définie par $f(x) = x^2$.

1. Recopier et compléter tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

2. Placer dans le repère (O, I, J) tous les points $M\begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix}$ du tableau puis les relier par une courbe.

2. Définition

La courbe représentative d'une fonction f ou la représentation graphique de f dans un repère (O, I, J) est l'ensemble des points de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix}$. Elle est notée C_f.

II. Parité et éléments de symétrie

1. Parité d'une fonction

- **Définitions**
  - ✓ Une fonction f est paire si pour tout x $\in D_f$ alors $-x \in D_f$ et $f(-x) = f(x)$.
  - ✓ Une fonction f est impaire si pour tout x $\in D_f$ alors $-x \in D_f$ et $f(-x) = -f(x)$.
- **Exemple :** Etudions la parité des fonctions suivantes définies par $f(x) = x^2$ et $g(x) = x^3 - x$

2. Éléments de symétrie :

Soit f une fonction et C_f sa courbe dans un repère orthonormé (O, I, J), a et b des nombres réels.

✓ La droite $(D): x = a$ est un axe de symétrie de C_f si pour tout x $\in D_f$ alors $2a - x \in D_f$ et $f(2a - x) - f(x) = 0$.

Exemple : Soit $\mathrm{f(x) = x^2 - 4x + 7}$ et $\mathrm{(D): x = 2}$. Montrons que la droite (D) est un axe de symétrie de C_f.

✓ $I\binom{a}{b}$ est centre de symétrie de C_f si pour tout x $\in D_f$ alors $2a - x \in D_f$ et

$f(2a - x) + f(x) = 2b$.

Exemple: Soit f(x) $= \frac{x^2+x-6}{x-1}$. Montrons que le point $I(1;3)$ est un centre de symétrie de C_f.

III. Branches infinies

1. Asymptotes

- ✓ **Asymptote verticale :**

Soit a est un nombre réel

Si $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = \infty$ ou si $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \infty$ alors la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale de C_f.

Exemple

$f(x) = \frac{2x+1}{-x+1}$.

1. Calculons $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$
2. En déduire que C_f admet une asymptote que l'on précisera.

- ✓ **Asymptote horizontale**

Si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b$ où b est un réel alors la droite d'équation $y = b$ est une asymptote horizontale de C_f en ∞.

Exemple

$f(x) = \frac{-3x^2+2x+1}{x^2-2x+3}$

1. Calculons $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. En déduire que C_f admet une asymptote en $-\infty$ que l'on précisera.

- ✓ **Asymptote oblique :**

Soit f une fonction et (D) la droite d'équation $y = ax + b$

Si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) - (ax + b) = 0$ alors (D) est une asymptote oblique de C_f en ∞.

Exemple

$f(x) = \frac{x^2-4x+7}{x-1}$ et $(D): y = x - 3$. Montrons que (D) est une asymptote oblique de C_f en $+\infty$.

2. **Branches paraboliques**

- ✓ Si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ et si $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ alors l'axe des abscisses est une branche parabolique de C_f en ∞
- ✓ Si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ et si $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$ alors l'axe des ordonnées est une branche parabolique de C_f en ∞

Exemple

$f(x) = -x^2 + 2x - 1$. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Etudier la branche infinie de C_f en $+\infty$.

IV. Etude et représentation graphique de fonctions

1. **Exemple**

$f(x) = \frac{x^2+x-6}{x-1}$

1. **a**. Déterminer D_f

   b. Calculer les limites de f aux bornes de D_f. En déduire l'existence d'une asymptote de C_f.
2. Etudier les variations de f.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. **a**. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \in D_f$ on a : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

   b. Montrer que $(D): y = x + 2$ est une asymptote oblique de C_f.

   c. Etudier les positions relatives de C_f et (D).

5. **a**. Déterminer les abscisses des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

   b. Tracer les asymptotes puis C_f dans un repère orthonormé.

Chapitre 5 : Suites numériques

Durée : 8h (cours)

Objectifs spécifiques :

- ✓ Reconnaitre une suite définie par l'expression de son terme général ;
- ✓ Reconnaitre une suite définie par un terme d'indice donné et une formule de récurrence ;
- ✓ Calculer un terme d'une suite de rang donné ;
- ✓ Etudier le sens de variation d'une suite ;
- ✓ Etudier la convergence d'une suite ;
- ✓ Définir et reconnaitre une suite arithmétique ou géométrique ;
- ✓ Calculer le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique en fonction du premier terme et de la raison ;
- ✓ Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique ;
- ✓ Montrer qu'une suite géométrique est convergente ;

Prérequis :

- ✓ Suites numériques ($1^{ère}$ L).

Supports didactiques :

- ✓ Cours Faye-Ka-Mbengue ;
- ✓ Hachette classique $1^{ère}$ A1 et B ;
- ✓ Programme sénégalais de mathématiques.

Plan du chapitre

3. **Somme des n premiers termes**

III. Suites géométriques

1. **Définition**
2. **Expression du terme général**
3. **Somme des n premiers termes**
4. **Convergence d'une suite géométrique**

Déroulement du chapitre

I. Notion de suite

1. **Activité**

La fiche ci-dessous donne dans l'ordre alphabétique des prénoms, les moyennes de 4 élèves de la TL' à l'issue la composition du 1^{er} semestre.

Prénoms	**Moyennes**
Awa	12,5
Baba	8
Codou	10
Dior	11

a. En suivant l'ordre de cette fiche, écrire successivement sur une ligne la liste de ces 4 moyennes.

b. En considérant que la $1^{ère}$ moyenne de cette liste occupe le rang 0, préciser dans l'ordre, les rangs des autres moyennes.

Solution

a. Dans l'ordre de la fiche ci-dessus, la liste de ces 4 moyennes écrite successivement sur une ligne est : 12,5; 8; 10; 11.

b. 12,5; 8; 10; 11

Rang 0 rang 1 rang 2 rang 3

Exploitation

La liste ordonnée $12,5;\ 8;\ 10;\ 11$ est une succession de nombres réels dite suite de nombres réels que l'on peut noter u. Ainsi on peut écrire : $u\ :\ 12,5;\ 8;\ 10;\ 11$. Chaque élément de cette liste est appelé terme de la suite u et peut être repéré dans la liste par son rang. Pour noter un terme d'une suite, on écrit le nom de la suite et on met en indice le rang de ce terme, ainsi le terme 12,5, de rang 0 de la suite u est noté $u_0 = 12,5$; le terme 8 de rang 1 est noté $u_1 = 8$; le terme 10 de rang 2 est noté $u_2 = 10$ et le terme 11 de rang est noté $u_3 = 11$.

2. **Définition et vocabulaire et notation**

Une suite numérique est une liste ordonnée de nombres réels. Les éléments de cette suite sont appelés termes de la suite et peuvent être repérés dans la liste par leurs rangs.

En général, pour noter une suite, on utilise les lettres u ou v ou w….

Pour une suite numérique u, le terme de rang n (n est un entier naturel quelconque) noté u_n est aussi dit terme d'indice n et est appelé terme général de la suite.

Pour une suite numérique u, l'ensemble des indices (rangs) des termes de la suite est $\mathbb{N}=\{0; 1; 2; ……\}$ ou un sous-ensemble de $\mathbb{N}$。

Pour noter une suite numérique u dont on connait l'ensemble des indices de ses termes alors on met le terme général u_n entre parenthèses puis on précise l'ensemble des indices des termes de la suite. Par exemple on peut avoir $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$…..

- **Remarques**
  - Lorsqu'on écrit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ alors le premier terme de cette suite est u_0, le second est u_1….
  - Lorsqu'on écrit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ alors le premier terme de la suite est u_1, le second est u_2 ….

3. **Exemples de suites**

   a. **Suites définies par une formule explicite :** Soit I un sous-ensemble de $\mathbb{N}$

Une suite numérique $(u_n)n \in I$ peut être définie par une formule donnant directement le terme général u_n en fonction de n. Dans ce cas, on dit que la suite est définie par une formule explicite.

- **Exemple :** Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par $u_n = n^2 + 1$

Pour cette suite u, le terme d'indice 0 est $u_0 = 1$; le terme d'indice 1 est $u_1 = 2$ et le terme de d'indice 10 est $u_{10} = 101$ et le terme d'indice n-1 est $u_{n-1} = (n-1)^2 + 1 = n^2 - 2n + 2$

- **Exercice d'application**

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par $u_n = n^2 - n - 2$.

1. Calculer $u_0;\ u_1;\ u_2;\ u_5\ et\ u_8$
2. Calculer $u_{n-1}\ et\ u_{n+1}$ en fonction de n.

b. Suites définies par une formule de récurrence

Une suite numérique $(u_n)_{n\in I}$ peut être définie en donnant la valeur de son premier terme puis en donnant un de ses termes généraux $u_{n+1}\ ou\ u_n$ ou u_{n-1}…. Dans ce cas, on dit que la suite est définie par une formule de récurrence.

Pour une telle suite, un terme d'indice donné ne peut être déterminé que si les termes qui le précèdent sont connus.

- **Exemple :** Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n + 7 \end{cases}$

Le 1^er^ terme de cette suite est $u_0 = 4$; $u_1 = 3u_0 + 7 = 13$; $u_2 = 3u_1 + 7 = 46$ et $u_3 = 3u_2 + 7 = 145$

- **Exercice d'application**

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par $\begin{cases} u_0 = -4 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$

Calculer $u_1;\ u_2;\ u_3;\ u_4\ et\ u_5$

4. Monotonie ou sens de variation d'une suite

- **Suite croissante**

Une suite $(u_n)_{n\in I}$ est dite croissante si pour tout $n \in I$, on a : $u_{n+1} - u_n \geq 0$

- **Exemple :** Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_n = \frac{n^2-n+2}{2}$

Montrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

- **Remarque :** Si $u_{n+1} - u_n > 0$ alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement croissante.

- **Suite décroissante**

Une suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$ est dite décroissante si pour tout $n \in I$, on a : $u_{n+1} - u_n \leq 0$

- **Remarque :** Si $u_{n+1} - u_n < 0$ alors la suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$ est strictement décroissante.
- **Exemple :** Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $u_n = -2n + 5$

Montrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement décroissante.

Etudier le sens de variation ou la monotonie d'une suite, c'est étudier si elle est croissante ou décroissante.

5. Limites d'une suite

On peut calculer la limite d'une suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$ mais uniquement lorsque n tend vers $+\infty$. Ainsi, on a :

- $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$
- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^3} = 0$

Les résultats sur les limites en $+\infty$ des fonctions restent valables avec les suites numériques. Par exemple, on a :

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-2n^3+n-1}{3n^2-1} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-2n^3}{3n^2} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-2n}{3} = -\infty$
- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^3+n-1}{3n^3-n+4} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^3}{3n^3} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

Remarque :

- Si la limite d'une suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$ quand n tend vers $+\infty$ est un nombre réel l alors on dit que la suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$ est convergente et on écrit $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$.
- Si la limite d'une suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$ quand tend vers $+\infty$ est $+\infty$ ou $-\infty$ alors on dit que la suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$ est divergente.

II. Suites arithmétiques

1. Définition

Une suite $(u_n)_{n\in I}$ est dite arithmétique s'il existe un réel constant r tel que pour tout $n \in$ I, $u_{n+1} - u_n = r$. Dans ce cas r est dit raison de la suite $(u_n)_{n\in I}$.

- **Exemple**

Montrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $u_n = 2n + 3$ est une suite arithmétique dont précisera la raison.

- **Exercice d'application**

Montrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $u_n = -n + 5$ est une suite arithmétique dont précisera la raison.

2. Expression du terme général

Si $(u_n)_{n\in I}$ est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 alors le terme général u_n est égal à $u_n = u_0 + r \times n$.

- **Exemple**

Donnons l'expression du terme général u_n d'une suite arithmétique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de premier terme $u_0 = -5$ et de raison 3.

- **Propriété**

Si u_n et u_p sont deux termes quelconques d'une suite arithmétique de raison r alors $u_n = u_p + r \times (n - p)$.

- **Exercice d'application**

Donner l'expression du terme général u_n d'une suite arithmétique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de premier terme $u_1 = 2$ et de raison 5.

3. Somme des n premiers termes

- **Nombre de termes d'une somme de termes consécutifs**

Nombre de termes d'une somme de termes consécutifs= indice du 1er terme de la somme-indice du dernier terme +1**.** Par exemple**,** le nombre de termes de la somme des termes consécutifs $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_p$ est p+1

- **Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique**

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est donnée par : nombre de termes de la somme $\times \frac{1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$

- ✓ **Exemple**

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $u_n = 2n + 3$ est une suite arithmétique, calculons :

$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_{10}$

4. Monotonie d'une suite arithmétique

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{I}}$ une suite arithmétique de raison r.

- Si $r > 0$ alors la suite est strictement croissante.
- Si $r < 0$ alors la suite est strictement décroissante.

III. Suites géométriques

1. Définition

Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{I}}$ est dite géométrique s'il existe un réel constant q tel que pour tout $n \in$ I, $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$. Dans ce cas q est dit raison de la suite $(u_n)_{n\in\mathrm{I}}$.

- **Exemple**

Montrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $u_n = 2^n$ est une suite géométrique dont précisera la raison.

- **Exercice d'application**

Montrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $u_n = 3^n$ est une suite géométrique dont précisera la raison.

2. Expression du terme général

- **Propriété :**

Si u_n et u_p sont deux termes quelconques d'une suite géométrique de raison q alors $u_n = q^{n-p} \times u_p$.

- **Exemple**

Donnons l'expression du terme général u_n d'une suite géométrique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de premier terme $u_0 = 2$ et de raison 3.

- **Exercice d'application**

Donner l'expression du terme général u_n d'une suite géométrique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de premier terme $u_1 = 1$ et de raison 5.

3. Somme des n premiers termes d'une suite géométrique

La somme des n premiers termes d'une suite géométrique de raison q est donnée par : $1^{er}\text{terme de la somme } \times \frac{q^{nombre\ de\ termes\ de\ la\ somme}-1}{\text{q}-1}$

- **Exemple**

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $u_n = 2^n$ est une suite géométrique de raison 2, calculons :

$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_{10}$

4. Convergence d'une suite géométrique

Si $(u_n)_{n\in\text{I}}$ est une suite géométrique de raison q telle que $-1 < q < 1$ alors la suite $(u_n)_{n\in\text{I}}$ est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

- **Exemple**

Montrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $u_n = (\frac{1}{2})^n$ est géométrique puis étudions sa convergence.

CHAPITRE 7 : FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

Durée : 6h (Cours)

Objectifs spécifiques :

- Etudier et représenter graphiquement f telle que :
- $f(x) \in \left\{\ln x;\ \frac{x}{\ln x};\ \frac{\ln x}{x}; x\ln x; \ln x^2; (\ln x)^2; x^2\ln x; ln|x|;\ |\ln x|; \ln(ax^2+bx+c); \ln\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)\right\}$
- f soit une fonction simple faisant intervenir ln
- Résoudre des équations et inéquations sur ln.

Prérequis :

Etude de fonctions

Supports didactiques :

- ✓ Hachette classique 1ère A1 et B ;
- ✓ Programme sénégalais de mathématiques.

Plan du chapitre

I. Etude de la fonction logarithme népérien

1. **Définition et notation**
2. **Propriétés**
3. **Représentation graphique**

II. Equations et inéquations faisant intervenir ln

1. **Equations**
2. **Inéquations**

III. Fonctions faisant intervenir ln

1. **Limites usuelles**
2. **Ensemble de définition**
3. **Limites de ln(u(x))**
4. **Dérivée de ln (u(x))**

Déroulement du cours

I. Etude de la fonction logarithme népérien

1. Définition et notation

La fonction logarithme népérien notée ln est la fonction définie et dérivable $]0;\ +\infty[$ qui s'annule en 1 et qui a pour fonction dérivée la fonction définie par $\frac{1}{x}$. Autrement dit :

- L'ensemble de définition de la fonction ln est $]0;\ +\infty[$ et pour tout $x \in]0; +\infty[$, l'image de x par la fonction logarithme népérien est le réel noté ln x
- $\ln 1 = 0$.
- La fonction ln est dérivable sur $]0;\ +\infty[$ et pour tout $x > 0$, on a $(\ln)'(x) = \frac{1}{x}$.

2. Propriétés :

Si $a > 0$ et $b > 0$ alors on a :

- ✓ $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$ **(propriété fondamentale)**
- ✓ $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$
- ✓ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$.
- ✓ Pour tout nombre rationnel r, $\ln a^r = r \ln a$
- ✓ $\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$

Remarque

- ✓ $\frac{\ln a}{\ln b} \neq \ln a - \ln b$
- ✓ $(\ln a)^r \neq r \ln a$

Exemple : Exprimons à l'aide de ln 2 et ln3, le nombre suivant :

$\ln(2 \times 3) + \ln\frac{1}{3} - \ln 2^3 + \ln\frac{3}{2}$

3. Représentation graphique de ln

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln x$

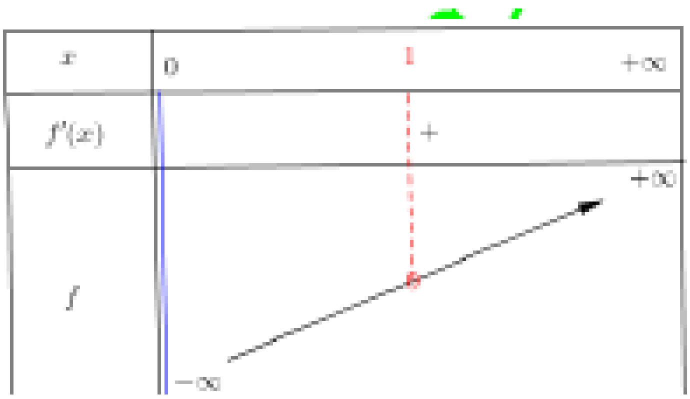
- $D_f =]0; +\infty[$
- Limites aux bornes de D_f :
  - ✓ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$
  - ✓ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$.
- **Branches infinies**

✓ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ donc la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale de C_f

✓ $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ donc l'axe des abscisses est une branche parabolique de C_f en $+\infty$.

- **Tableau de variation**

Pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = (\ln)'(x) = \frac{1}{x}$ or $\frac{1}{x} > 0$ sur $]0; +\infty[$ donc f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.



- **Remarque**

Il existe un unique réel noté e tel que $e \in]0;+\infty[$; $\ln e = 1$ et qu'une valeur approchée de e est $e \approx 2{,}718$.

- **Courbe représentative de ln**
  - ✓ **Equations des tangentes aux points d'abscisses 1 et e**

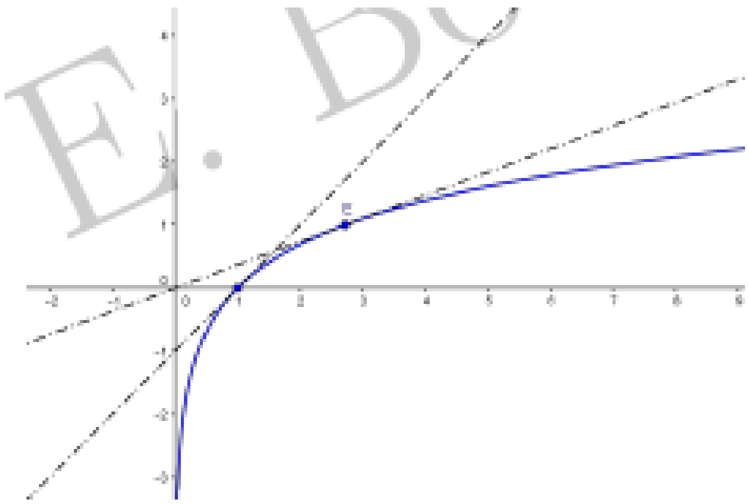
L'équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse 1 est (T):$y = f'(1)(x-1) + f(1) = x - 1$.

L'équation de la tangente (T') à C_f au point d'abscisse (T') : $y = f'(e)(x-e) + \mathrm{f(e)} = \frac{1}{e}(x-e) + 1 = \frac{1}{e}x$

  - ✓ **Tableau de valeurs**

x	1	e	4	5	6
ln x	0	1	1,4	1,6	1,8

  - ✓ **Courbe**



II. Equations et inéquations faisant intervenir ln

1. Equations

- **Propriété**

Si $a > 0$ et $b > 0$ alors on a : $\ln(a) = \ln(b) \iff a = b$

- **Equation du type** $\ln(u(x)) = \ln(v(x))$

Pour résoudre une telle équation, on procède ainsi :

- ✓ On résout le système d'inéquation $\begin{cases} u(x) > 0 \\ v(x) > 0 \end{cases}$. L'ensemble des solutions de ce système est appelé domaine de validité de l'équation et est noté D_v
- ✓ Dans D_v, l'équation $\ln(u(x)) = \ln(v(x))$ *devient* $u(x) = v(x)$. Ainsi on résout dans D_v, l' équation $u(x) = v(x)$.

- **Exemple :** Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln(-x + 1) = \ln(2x + 6)$

2. Inéquations

- **Propriété**

Si $a > 0$ et $b > 0$ alors on a :

- ✓ $\ln(a) \leq \ln(b) \iff a \leq b$
- ✓ $\ln(a) \geq \ln(b) \iff a \geq b$

NB : Dans chacun des cas ci-dessus, les inégalités larges peuvent être remplacées par des inégalités strictes.

- **Inéquation du type** $\ln(\mathrm{u(x)}) \leq \ln(\mathrm{v(x)})$

Pour résoudre une telle inéquation, on procède ainsi :

- ✓ On détermine D_v en résolvant le système $\begin{cases} u(x) > 0 \\ v(x) > 0 \end{cases}$.
- ✓ Dans D_v, l'inéquation $\ln(\mathrm{u(x)}) \leq \ln(\mathrm{v(x)})$ devient $u(x) \leq v(x)$. Ainsi on résout l'inéquation $u(x) \leq v(x)$ dont l'ensemble des solutions sera notée S_1. L'ensemble des solutions S de l'inéquation est donnée par $S = S_1 \cap D_v$

- **Exemple :** Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $\ln(2\mathrm{x} - 1) \leq \ln(\mathrm{x} + 1)$
- **Nb : Pour résoudre une inéquation du type** $\ln(\mathrm{u(x)}) \geq \ln(\mathrm{v(x)})$, on procède de la même manière mais en remplaçant $\leq$ par $\geq$.

III. Fonctions faisant intervenir ln

1. Limites usuelles

- ✓ $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x = 0$
- ✓ Si n est un entier naturel non nul alors $\lim\limits_{x \to 0^+} x^n \ln x = 0$

2. Ensemble de définition

Soit u une fonction et f la fonction définie par $\mathrm{f}(x) = \ln\,[\mathrm{u(x)}]$.

$\mathrm{f}(x)$ existe ssi $u(x)$ existe et $u(x) > 0$

- **Exemple**

Déterminons l'ensemble définition de la fonction f elle que $\mathrm{f(x)} = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

3. Limites de ln [u(x)].

Pour calculer $\lim\limits_{x \to a} \ln\,[\mathrm{u(x)}]$, on calcule d'abord $\lim\limits_{x \to a} \mathrm{u(x)}$

- ✓ Si $\lim\limits_{x \to a} \mathrm{u(x)} = \mathrm{b}$ avec $\mathrm{b} > 0$ alors $\lim\limits_{\mathrm{x} \to \mathrm{a}} \ln\,[\mathrm{u(x)}] = \ln \mathrm{b}$
- ✓ Si $\lim\limits_{x \to a} \mathrm{u(x)} = 0$ alors $\lim\limits_{\mathrm{x} \to \mathrm{a}} \ln\,[\mathrm{u(x)}] = -\infty$
- ✓ Si $\lim\limits_{x \to a} \mathrm{u(x)} = +\infty$ alors $\lim\limits_{\mathrm{x} \to \mathrm{a}} \ln\,[\mathrm{u(x)}] = +\infty$

- **Exemple : calculons les limites suivantes**

- ✓ $\lim_{x\to+\infty} \ln(\frac{2x+1}{x-1})$
- ✓ $\lim_{x\to+\infty} \ln(\frac{x+1}{x^2+1})$
- ✓ $\lim_{x\to 0} \ln(\frac{1}{x^2})$

4. Dérivée

Si $f(x) = \ln[\mathrm{u(x)}]$ alors $\mathrm{f}'(\mathrm{x}) = \ln'[\mathrm{u(x)}] = \frac{u'(x)}{u(x)}$

- **Exemple**

$f(x) = \ln(\mathrm{x}^2 + \mathrm{x} - 6)$. Calculons $f'(x)$.

CHAPITRE 8 : FONCTION EXPONENTIELLE

Durée : 6h (Cours)

Objectifs spécifiques :

- ✓ Etudier et représenter graphiquement f telle que : $f(x) \in \left\{e^x; \frac{x}{e^x}; xe^x\right\}$;
- ✓ Etudier et représenter graphiquement une fonction simple faisant intervenir la fonction exponentielle ;
- ✓ Restituer et utiliser les formules :
  - ➢ Pour tout réel x strictement positif, $\ln x = y$ ssi $x = e^y$ et $x = e^{\ln x}$
  - ➢ Pour tout réel y, on a : $y = \ln e^y$
- ✓ Résoudre des équations et des inéquations sur l'exponentielle.

Prérequis :

- ✓ Fonction ln ;
- ✓ Calculs de limites ;
- ✓ Calculs de dérivées.

Supports didactiques :

- ✓ Programme sénégalais.

Plan du chapitre

I. Etude de la fonction exponentielle

1. Définition et notation

2. Remarque

3. **Propriétés**
4. **Autres propriétés**
5. **Représentation graphique**

II. Equations et inéquations faisant intervenir la fonction exponentielle

1. **Equations**
2. **Inéquations**

III. Fonctions faisant intervenir l'exponentielle

1. **Limites**
2. **Ensemble de définition**
3. **Dérivée de $e^{u(x)}$**

Déroulement du cours

I. Etude de la fonction logarithme exponentielle

1. **Définition et notation**

La fonction exponentielle notée exp est une fonction qui est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, qui est égale à sa fonction dérivée et qui est strictement positive sur $\mathbb{R}$**.** Autrement dit

- L'ensemble de définition de la fonction exponentielle est $\mathbb{R}$ et l'image de tout réel x par la fonction exponentielle est le réel strictement positif noté exp(x). on lit exponentielle de x.
- La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(\exp)'(x) = \exp(x)$.

2. **Remarque**

- On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) = e^x$ où est l'unique réel strictement positif tel que $\ln e = 1$ et dont une valeur approchée est $e \cong 2{,}718$.
- $e^0 = 1$ et $e^1 = e$

3. **Propriétés**

i. Pour tout $\in \mathbb{R}$, $e^x > 0$.

ii. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln(e^x) = x$.

iii. Si $x > 0$ alors on a : $e^{\ln x} = x$

iv. Si $x > 0$ et si $y \in \mathbb{R}$ alors on a : $\ln x = y \Leftrightarrow x = e^y$.

Exercice d'application

1. **Simplifier autant que possible le nombre suivant :** $A = \ln(e^3) + e^{\ln 5} - \ln(e^2) + e^{\ln 3}$.
2. **Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations** $\ln x = -2$; $e^x = 2$ et $(\ln x)^2 - 1 = 0$.

4. Autres propriétés

$e^{x+y} = e^x e^y$

$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$

$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$

Si r est un nombre rationnel alors on a : $e^{rx} = (e^x)^r$

5. Représentation graphique

Soit f la fonction telle que $f(x) = e^x$

a. limites aux bornes

$D_f =]-\infty; +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

b. Branches infinies

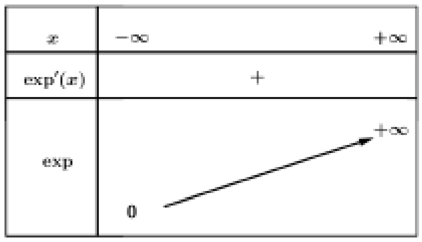
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ donc la droite d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses) est une asymptote horizontale de C_f en $-\infty$.
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ donc l'axe des ordonnées est une branche parabolique de C_f en $+\infty$.

c. Dérivée et sens de variation

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}, f'(x) = e^x$. Or pour tout $x \in \mathbb{R}, e^x > 0$ donc $f'(x) > 0$ d'où f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

d. Tableau de variation

Le tableau suivant est celui des variations de f.



e. **Courbe représentative de la fonction exponentielle**

✓ **Equations des tangentes aux points d'abscisses 0 et 1**

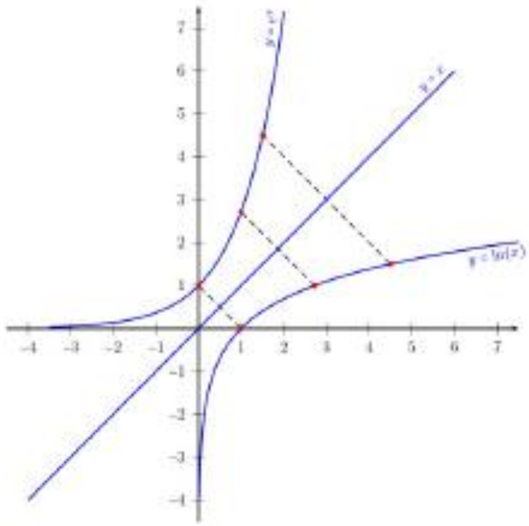
L'équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse 0 est (T):$y = f'(0)(x-0) + f(0) = x + 1$.

L'équation de la tangente (T') à C_f au point d'abscisse 1 (T') : $y = f'(1)(x-1) + \text{f}(1) = e(x-1) + e = ex$

✓ **Tableau de valeurs**

x	0	1	2	2,5
$\boldsymbol{f(x)}$	1	e	7,4	12

✓ **Courbe**



Courbe de la fonction ln et $expo$

II. Equations et inéquations faisant intervenir la fonction exponentielle

1. Equations

- **Propriétés**

Si x et y $\in \mathbb{R}$ alors $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$

- **Equations du type $e^{u(x)} = e^{v(x)}$**

Si u(x) et v(x) sont des expressions bien définies alors on a $e^{u(x)} = e^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$

Exemple : Résolvons dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $e^{x-2} = e^{-x+3}$ et $e^{x^2} = e^{-x+6}$

2. Inéquations

- **Propriétés :** Soient x et y $\in \mathbb{R}$

i. $e^x \geq e^y \Leftrightarrow x \geq y$

ii. $e^x \leq e^y \Leftrightarrow x \leq y$

iii. $e^x \leq y$ $(y > 0) \Leftrightarrow x \leq \ln y$

iv. $e^x \geq y$ $(y > 0) \Leftrightarrow x \geq \ln y$

NB : Les inégalités strictes ci-dessus peuvent être larges.

- **Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes**

i. $e^{-2x+1} \leq e^{-4x+6}$

ii. $e^x \geq 5$

III. Fonction comportant l'exponentielle

1. Limites

a. Limite usuelle

$$\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$$

b. Autres limites

Pour calculer $\lim_{x \to a} e^{u(x)}$, on calcule d'abord $\lim_{x \to a} u(x)$:

i. Si $\lim_{x \to a} u(x) = l$ où $l \in \mathbb{R}$ alors $\lim_{x \to a} e^{u(x)} = e^l$

ii. Si $\lim_{x \to a} u(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \to a} e^{u(x)} = 0$

iii. Si $\lim_{x \to a} u(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \to a} e^{u(x)} = +\infty$

Exemple : Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{\frac{x+3}{x-2}}$
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-3x+1}$
3. $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{3x+1}$

2. Ensemble de définition

Si $f(x) = e^{u(x)}$ alors $f(x)$ existe ssi $u(x)$ existe.

a) Exemple

Déterminer D_f dans chacun des cas suivants

- $f(x) = e^{2x-1}$
- $f(x) = e^{\frac{3x+1}{-2x+3}}$

3. Dérivée d'une fonction définie par $e^{u(x)}$

a. Propriété

Si $(x) = e^{u(x)}\ alors\ f'(x) = u'(x)e^{u(x)}$.

b. Exemple : Calculer $f'(x)$ dans chaque cas suivant

1. $f(x) = e^{2x-1}$
2. $f(x) = e^{\frac{3x+1}{-2x+3}}$

CHAPITRE 9 : DENOMBREMENT-PROBABILITE

Durée : 6h (Cours)

Objectifs spécifiques :

- ✓ Restituer une suite à p éléments distincts ou non.
- ✓ Calculer le nombre de suites à p éléments distincts ou non.
- ✓ Restituer une partie à p éléments.
- ✓ Calculer le nombre de paries à p éléments.
- ✓ Calculer la probabilité d'un événement dans le cas d'équiprobabilité.

Prérequis :

- ✓ Notion d'ensemble.

Supports didactiques :

- ✓ Programme sénégalais.

Plan du chapitre

- **I. Dénombrement**
  - **1. Notion d'ensemble fini**
    - **a. Exemple**
    - **b. Remarque**
  - **2. Parties d'un ensemble**
    - **a. Définition**
    - **b. Intersection de deux ensembles**
    - **c. Réunion de deux ensembles**
    - **d. Complémentaire d'une partie d'un ensemble**
  - **3. Outils de dénombrement**
    - **a. p-listes**
      - **i. Définition et exemple**
      - **ii. Propriété**
      - **iii. Tirages successifs avec remise**
    - **b. Arrangement**
      - **i. Définition et exemple**
      - **ii. Propriété**
      - **iii. Tirages successifs sans remise**
    - **c. Combinaison**
      - **i. Définition et exemple**
      - **ii. Propriété**
      - **iii. Tirages simultanés**
  - **4. Exercice d'application**
- **II. Probabilité**
  - **1. Expérience aléatoire et univers**
    - **a. Exemple**
    - **b. Eventualité d'une épreuve**
    - **c. Événement d'une épreuve**
      - **i. Remarque**

iii. **Évènement « A et B » ; événement « A ou B »**

iv. **Évènement contraire**

2. **Notion de probabilité**

i. **Hypothèse d'équiprobabilité**

ii. **Propriété**

iii. **Remarque**

iv. **Propriétés**

Exercice d'application(Bac 2013)

Déroulement du cours

I. Dénombrement

1. Notion d'ensemble fini

- Un ensemble est une réunion d'objets distincts. Chaque objet de l'ensemble est appelé élément de l'ensemble. Il est souvent noté par une lettre majuscule.
- Lorsque E désigne un ensemble, le nombre d'éléments de E est dit cardinal de E et est noté $card(E)$.

a. Exemple

Soit E, l'ensemble des lettres du nom de famille « fall ».

- Les éléments de E sont les lettres : f ; a et l. On note $E = \{f; a; l\} = \{f; l; a\} = \{a; l; f\} = \cdots$
- Le cardinal de E est 3 donc on a $card(E) = 3$.
- f est un élément de E donc on écrit $f \in E$
- b n'est pas un élément de E donc on écrit $b \notin E$.

b. Remarque

Par convention, un ensemble qui ne contient aucun élément est dit ensemble vide et est noté $\emptyset$. On a donc $card(\emptyset) = 0$. Par exemple l'ensemble E des élèves de la TL2 B de 2018 du lycée de Ndondol ayant pour nom de famille « fall » est l'ensemble vide.

2. Parties d'un ensemble

a. Définition et exemple

Un ensemble A est une partie (ou sous-ensemble) d'un ensemble E si tous les éléments de A sont aussi des éléments de E. Dans ce cas, on écrit $A \subset E$.

Soit E l'ensemble des élèves du lycée de Ndondol et A l'ensemble des élèves de la TL2 B.

A est une partie de E car tous les élèves de TL2 B sont aussi des élèves du lycée de Ndondol.

b. Intersection de deux ensembles

L'intersection de deux parties A et B d'un ensemble E est la partie de E notée $A \cap B$ constituée des éléments communs à A et à B.

Si A et B n'ont aucun élément en commun alors $A \cap B = \emptyset$ et on dit que A et B sont disjoints.

c. Réunion de deux ensembles

La réunion de deux parties A et B d'un ensemble E est la partie de E notée $A \cup B$ constituée des éléments qui sont : soit dans A seulement, soit dans B seulement, soit dans $A \cap B$.

On a les propriétés suivantes :

- $card(A \cup B) = card(A) + card(B) - card(A \cap B)$
- Si A et B sont disjoints alors la propriété devient $card(A \cup B) = card(A) + card(B)$

d. Complémentaire d'une partie d'un ensemble

Le complémentaire d'une partie A d'un ensemble E dans E est la partie de E notée $\bar{A}$, constituée des éléments de E qui ne sont pas dans A.

Par exemple si E est l'ensemble des professeurs du lycée de Ndondol et A, l'ensemble des professeurs mariés du lycée de Ndondol alors le complémentaire de A dans E est $\bar{A}$, l'ensemble des professeurs célibataires du lycée de Ndondol.

On a les propriétés suivantes :

- $A \cap \bar{A} = \emptyset$
- $A \cup \bar{A} = E$
- $card(A) + card(\bar{A}) = card(E)$

3. Outils de dénombrement

a. p-liste

i. Définition et exemple

Soit E un ensemble de cardinal n et p un entier naturel tel que $p \geq 1$. Une p-liste d'éléments de E est une suite ordonnée de p éléments distincts ou non de E.

Par exemple si $E = \{f; a; l\}$ alors

- $(f; f); (f; a); (a; f); (f; l); (l; f); (a; a); (a; l); (l; a)\ et\ (l; l)$ sont les 2-listes d'éléments de E.
- $(f; f; a); ((f; a; l); (a; a; a)$ sont des 3-listes d'éléments de E.
- $(f; a; a; l)$ est une 4-liste d'éléments de E.

ii. Propriété

Le nombre de p-listes d'éléments pris parmi n éléments d'un ensemble est n^p.

Par exemple, si $E = \{f; a; l\}$ alors :

- Le nombre de 2-listes d'éléments de E est $3^2 = 9$
- Le nombre de 3-listes d'éléments de E est $3^3 = 27$
- Le nombre de 4-listes d'éléments de E est $3^4 = 81$

iii. Tirages successifs avec remise

Tirer successivement avec remise p éléments parmi n éléments d'un ensemble E donné consiste à les tirer un à un mais en notant puis en remettant à chaque fois l'élément tiré avant de tirer le suivant. A la fin des p tirages successifs, on obtient une suite ordonnée de p éléments distincts ou non de E, c'est-à-dire une p-liste d'éléments de E.

Ainsi le nombre de tirages successifs avec remise de p éléments pris parmi n éléments d'un ensemble donné est n^p.

b. Arrangement

i. Définition et exemple

Soit E un ensemble de cardinal n et p un entier naturel tel que $1 \leq p \leq n$. Un arrangement de p éléments de E est une suite ordonnée de p éléments distincts de E.

Par exemple si $E = \{f; a; l\}$ alors

- $(f; a); (a; f); (f; l); (l; f); (a; l)\ et\ (l; a)$ sont les arrangements de 2 éléments de E.
- $(f; l; a); ((f; a; l); (a; l; f)$ sont des arrangements de 3 éléments de E.

ii. Propriété

Le nombre d'arrangements de p éléments pris parmi n éléments d'un ensemble, noté $A_n^p (on\ lit\ A\ n\ p)$ est le produit des p entiers consécutifs dont le plus grand est n.

Par exemple, si $E = \{f; a; l\}$ alors :

- Le nombre d'arrangements de 2 éléments de E est $A_3^2 = 3 \times 2 = 6$
- Le nombre d'arrangements de 3 éléments de E est $A_3^3 = 3 \times 2 \times 1$

iii. Tirages successifs sans remise

Tirer successivement sans remise p éléments parmi n éléments d'un ensemble E donné consiste à les tirer un à un mais en notant puis en écartant à chaque fois l'élément tiré avant de tirer le suivant. A la fin des p tirages successifs, on obtient une suite ordonnée de p éléments distincts de E, c'est-à-dire un arrangement de p éléments de E.

Ainsi le nombre de tirages successifs sans remise de p éléments pris parmi n éléments d'un ensemble donné est A_n^p.

c. Combinaison

i. Définition et exemple

Soit E un ensemble de cardinal n et p un entier naturel tel que $0 \leq p \leq n$. Une combinaison de p éléments de E est une partie de E contenant p éléments. Par exemple si $E = \{f; a; l\}$ alors

- $\{f\};\ \{a\}\ et\ \{l\}\ s$ont les combinaisons d'un élément de E.
- $\{f; a\};\ \{f; l\}\ et\ \{a; l\}$ sont les combinaisons de 2 éléments de E.
- $E = \{f; a; l\}$ est la combinaison de 3 éléments de E.

ii. Propriété

Le nombre de combinaisons de p éléments pris parmi n éléments d'un ensemble, noté $C_n^p (on\ lit\ C\ n\ p)$ est $C_n^p = \frac{A_n^p}{1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times p}$

Par exemple, si $E = \{f; a; l\}$ alors :

- Le nombre de combinaisons de 2 éléments de E est $C_3^2 = \frac{A_3^2}{1 \times 2} = 3$
- Le nombre de combinaisons de 3 éléments de E est $C_3^3 = \frac{A_3^3}{1 \times 2 \times 3} = 1$

iii. Tirages simultanés

Tirer simultanément p éléments parmi n éléments d'un ensemble E donné consiste à tirer les p éléments d'un seul coup. Ainsi on obtient une partie de E contenant p éléments c'est-à-dire une combinaison de p éléments de E.

Ainsi le nombre de tirages simultanés de p éléments pris parmi n éléments d'un ensemble donné est C_n^p.

Résumé

En dénombrement, si dans les objets à dénombrer, il y a :

- de l'ordre et une possibilité de répétition d'éléments dans chaque objet alors on utilise les p-listes.
- de l'ordre mais pas de répétition d'éléments dans aucun objet alors on utilise les arrangements.
- Pas d'ordre et pas de possibilité de répétition d'éléments dans aucun objet alors on utilise les combinaisons.

4. Exercice d'application

1. M. Fall a oublié le mot de passe de son portable qui se trouve être un nombre entier de 3 chiffres choisis parmi les chiffres de 0 jusqu'à 9. Déterminer le nombre de mots de passe que M. Fall devra essayer s'il veut être sûr de décoder son téléphone.
2. Une association décide d'élire son bureau composé d'un président, d'un vice-président et d'un trésorier. Sachant que 10 candidats se sont présentés et qu'il n'y a pas de cumul de poste, déterminer le nombre de bureaux possibles.
3. Le censeur décide de constituer un groupe de 10 élèves en TL2 B qui compte 44 élèves pour participer à la journée de nettoiement de l'école. Déterminer toutes possibilités qui s'offrent au censeur.

II. Probabilité

2. Expérience aléatoire et univers

- On dit qu'une expérience est aléatoire si on ne peut pas prédire avec certitude son résultat mais on peut décrire l'ensemble de tous ses résultats possibles. Une expérience aléatoire est dite épreuve.
- L'ensemble des résultats possibles d'une épreuve est appelé univers et est souvent noté Ω.

d. Exemple

Quand on lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 puis on note le chiffre apparu sur sa face supérieure, on a une épreuve dont l'univers $\Omega = \{1; 2; 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$.

e. Eventualité d'une épreuve

Dans une épreuve, on appelle éventualité, tout résultat possible de l'épreuve. Par exemple dans l'épreuve ci-dessus 1 ; 2 ; 6 … sont des éventualités.

f. Événement d'une épreuve

Dans une épreuve d'univers Ω, on appelle évènement, toute partie de Ω c'est-à-dire tout ensemble d'éventualités. Par exemple dans l'épreuve ci-dessus d'univers $\Omega = \{1; 2; 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$, « obtenir un chiffre pair »$= \{2; 4; 6\}$ est un événement que l'on peut noter A, on a alors $A = \{2; 4; 6\}$

i. Remarque

Dans une épreuve :

- L'ensemble vide est un événement appelé évènement impossible.
- L'univers Ω est un événement appelé évènement certain.
- un événement contenant une seule éventualité est appelé évènement élémentaire. Par exemple, les événements $\{1\} ; \{5\}\ et\ \{4\}$ sont des événements élémentaires de l'épreuve ci-dessus.
- un événement est réalisé si on obtient comme résultat une de ses éventualités.

ii. Évènement « A et B » ; événement « A ou B »

Soient A et B deux événements dans une épreuve.

- On appelle événement « A et B », l'événement $A \cap B$.
- Quand $A \cap B = \emptyset$, on dit que A et B sont incompatibles
- On appelle événement « A ou B », l'événement $A \cup B$.

v. Évènement contraire

Dans une épreuve d'univers Ω, on appelle événement contraire d'un événement A, le complémentaire de A dans Ω. On le note $\overline{A}$.. Par exemple dans l'épreuve ci-dessus d'univers $\Omega = \{1; 2; 3;\ 4;\ 5;\ 6\}$, l'événement contraire de $A = \{2; 4; 6\}$ est $\bar{A} = \{1; 3; 5\}$

3. Notion de probabilité

v. Hypothèse d'équiprobabilité

Dans une épreuve d'univers $\Omega = \{e_1;\ e_2; \dots;\ e_n\}$, on dit qu'il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires ont la même probabilité. Dans les exercices, l'équiprobabilité est suggérée par des expressions comme : Dé parfait ; boules indiscernables au toucher ; pièce équilibrée, cartes bien battues ; tirer au hasard …..

vi. Propriété

Dans une épreuve d'univers Ω, s'il y a équiprobabilité alors la probabilité d'un événement A est le réel noté P(A) défini par $P(A) = \frac{\mathrm{Card}(A)}{\mathrm{card}(\Omega)}$

vii. Remarque

- La probabilité de l'événement impossible est $P(\emptyset) = 0$
- La probabilité de l'événement certain est $P(\Omega)=1$
- La probabilité d'un événement A, P(A) appartient à l'intervalle $[0; 1]$.

viii. Propriétés

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ et $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
- Si A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Si A et B sont quelconques alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Exercice d'application(Bac 2013)

En marge du sommet de l'OCI, un groupe de 12 hommes d'affaires dont 5 saoudiens, 4 marocains et 3 sénégalais s'étant réunis, décident d'élire un bureau composé d'un président, d'un vice-président et d'un secrétaire pour coordonner leurs activités. Une personne ne peut pas cumuler deux fonctions.

1. Déterminer le cardinal de l'univers.
2. Calculer la probabilité des événements suivants :
   A : « le bureau est composé de 3 hommes de même nationalité »
   B : « le bureau est composé de 3 hommes de nationalité différente »
   C : « un sénégalais est élu président »
   D : « un sénégalais et un saoudien prennent les postes de président et de vice-président »