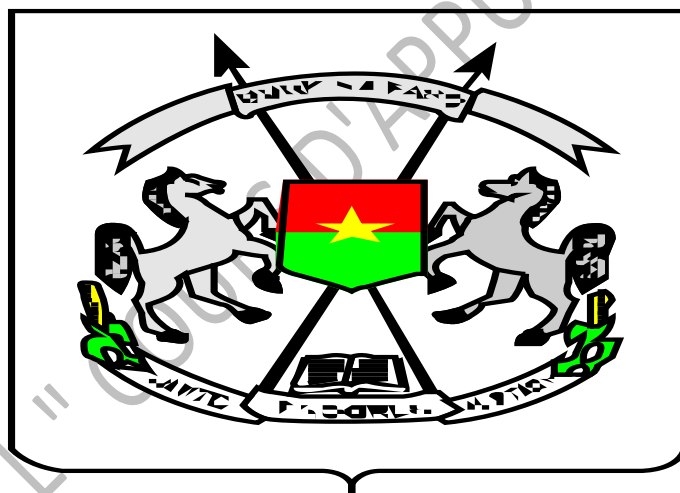


SUPPORT DES COURS D'APPUI T^{le} A4 MATHS



BURKINA FASO

« Le soleil brillera d'abord sur ceux qui sont debout avant de briller sur ceux qui sont assis » Seydou BADIAN

« Le succès est au bout de l'effort » ; « l'ennemi est le meilleur vaccin contre le l'échec »

BONNE CHANCE AU BAC SESSION 2020 !!!

*Lassane SAWADOGO
Professeur certifié au lycée
départemental de LA-TODEN
Formateur au concours IDS
75 35 20 04*

SAWADOGO . L " COURS D'APPUI Tle A4 LA-TODEN ,

PARTIE 1 : EQUATIONS ET INEQUATIONS

EXERCICE 1

1) Soit le polynôme :

$$P(x) = (3x - 1)(2x + 1)(x - 1).$$

a- Développer, réduire et ordonner $P(x)$.

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ et l'inéquation $P(x) > 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $6e^{3x} - 5e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$

b) $6(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 - 2(\ln x) + 1 = 0$

c) $e^{6x^3-2x} \geq e^{5x^2} - 1$

EXERCICE 2

1) Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x le produit :

$$A(x) = (2x - 4)(x + 5)$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$2x^2 + 6x - 20 \geq 0$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes : $e^{2x} + 3e^x - 10 = 0$

$$\ln x + \ln(x + 3) \geq \ln 10$$

EXERCICE 3

Soit P le polynôme définie par :

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$$

1) Calculer $P(-1)$.

2) a- Déterminer le réel a tel que :

$$P(x) = (x + 1)(2x^2 + ax - 2).$$

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacun des équations suivantes :

a) $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 5\ln x - 2 = 0$

b) $2e^{2x} - e^x - 5 - 2e^{-x} = 0$

EXERCICE 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$$\ln(3 - 2x) = 0 ; \ln(x + 2) = 0 ;$$

$$\ln(x + 2) = \ln(3 - x) ; \ln(x - 5) = 1 ;$$

$$(\ln x)^2 + 5\ln x + 6 = 0$$

$$\ln(x - 2) + \ln(3x - 1) = \ln 2 ; \ln x < 0 ; \ln x \geq 1 ;$$

$$\ln(x + 1) \leq 3 ; \ln(x + 2) < 0 ; (\ln x)^2 + 5\ln x > 0$$

$$(\ln x)^2 - 2\ln x - 3 \leq 0 ; \ln(x + 1) + \ln(2x - 1) < \ln 2$$

EXERCICE 5

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$e^x + 1 = 0 ; (x - 1)e^x = 0 ;$$

$$(x^2 - 5x + 6)e^x = 0 ; (1 - x^2)e^{-x} = 0 ;$$

$$\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} = 0 ; x^2 e^x + 3x e^x = 0 ;$$

$$e^{2x} - 3e^x - 4 = 0 ; 2(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$$

2) On considère le polynôme défini par :

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$$

a - Factoriser $P(x)$ puis Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$ sachant que -1 est une racine.

b - Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$e^{3x} + 2e^{2x} - 5e^x - 6 = 0 \text{ et}$$

$$(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 - 5\ln x - 6 = 0$$

EXERCICE 6

Soit P un polynôme définie par :

$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 10x - 12.$$

1) Vérifier que $f(x)$ s'annule pour $x = 2$

2) Déterminer le polynôme

$$g(x) = (ax^2 + bx + c) \text{ tel que } f(x) = (x - 2).g(x)$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 0$ puis déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$2(\ln x)^3 + 4(\ln x)^2 - 10(\ln x) - 12 = 0$$

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$2e^{3x} + 4e^{2x} - 10e^x - 12 = 0$$

PARTIE 2 : SUITES NUMERIQUES

EXERCICE 1

On considère les suites suivantes :

$$U_n = n^2 - 3n + 1 ; n \in \mathbb{N}$$

$$V_n = \frac{2n+1}{n} ; n \in \mathbb{N}^*$$

$$W_n = 2n - 5 ; n > 1.$$

1) Calculer les trois 1^{er} termes de chacune des suites.

2) Etudier la convergence de chacune d'elles.

EXERCICE 2

Soient les suites suivantes :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = U_n - 3 \end{cases} ; \begin{cases} V_1 = -1 \\ V_{n+1} = 2V_n + 5 \end{cases}$$

Calculer les trois 1^{er} termes de chacune d'elles

EXERCICE 3

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison $r = 2$ de 1^{er} terme $U_0 = -1$.

1) Exprimer U_n ; U_{n+1} et U_{n-1} en fonction de .

2) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .

3) Calculer les sommes suivantes :

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n.$$

$$S'_n = U_1 + U_2 + \dots + U_{n+1}.$$

$$T_n = U_5 + U_6 + \dots + U_{n+1}.$$

EXERCICE 4

Soit (V_n) une suite arithmétique telle que

$$V_4 = 22 \text{ et } V_7 = 37.$$

1) Déterminer la raison et le 1^{er} terme V_0 de (V_n) .

2) Exprimer V_n et V_{n+1} en fonction de n .

3) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .

4) Calculer :

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n.$$

$$S'_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n.$$

EXERCICE 5

Soit (V_n) une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de 1^{er} terme 3.

- 1) Exprimer U_n ; U_{n+1} et U_{n-2} en fonction de n .
- 2) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
- 3) Calculer les sommes suivantes :

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n.$$

$$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n+1}.$$

$$T_n = U_3 + U_4 + \dots + U_n.$$

EXERCICE 6

Soit (V_n) une suite géométrique telle que $V_1 = 2$
Et $V_3 = 8$

- 1) Déterminer la raison et le 1^{er} terme V_0 de (V_n) .
- 2) Exprimer V_n et V_{n+1} en fonction de n .
- 3) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .
- 4) Exprimer V_n en fonction de V_{n-1} .

EXERCICE 7

On définit la suite (U_n) avec $n \in \mathbb{N}$ par : $U_0 = 2$ et
 $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{4} U_n$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) a- Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
b- Exprimer U_n en fonction de n .
c- Etudier la convergence de la suite (U_n)
- 3) On pose
 $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1}$
a- Calculer S_n en fonction de n .
b- Etudier la convergence de la suite (S_n) .

EXERCICE 8

Soit la suite (U_n) : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_n = \frac{1}{3} U_{n-1} - 4 \end{cases}$

- 1) Calculer U_1 ; U_2 et U_3 .
- 2) Soit $V_n = U_n + 6$.
a- Calculer V_0 ; V_1 et V_2 .
b- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son 1^{er} terme.
c- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
d- (V_n) et (U_n) sont – elles convergentes ?
e- Exprimer en fonction de n les sommes :

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n.$$

$$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n.$$

- f- (S_n) et (S'_n) sont – elles convergentes ?

EXERCICE 9

Soit $\begin{cases} U_0 = 2 \\ 2U_{n+1} = U_n + 5 \end{cases}$ et $V_n = U_n - 5$

- 1) Calculer U_1 ; U_2 et U_3 .
- 2) a- Calculer V_0 ; V_1 et V_2 .
b- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son 1^{er} terme.

- c- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
- d- (V_n) et (U_n) sont – elles convergentes ?
- e- Exprimer en fonction de n les sommes :
 $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n.$
 $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n.$
- f- (S_n) et (S'_n) sont – elles convergentes ?

EXERCICE 10

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite définie

$$\text{par: } \begin{cases} U_0 = 1 \\ 2U_{n+1} = 2U_n + 1 \end{cases}$$

- 1) Quelle est la nature de la suite (U_n) préciser sa raison et son 1^{er} terme.
- 2) Exprimer (U_n) en fonctions de n . Calculer sa limite.
On définit $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$, la somme des termes de la suite (U_n) , $n \geq 1$.
a- Exprimer S_n en fonction de n .
b- Calculer S_{10} et S_{15} .
c- Pour quelle(s) valeur(s) de n $S_n = \frac{6}{4}$.

EXERCICE 11

Le premier Janvier 2019, Madi a placé à la caisse d'Epargne une somme de 10.000 fr au taux d'intérêts annuel de 10%. Chaque année, ce capital doit augmenter grâce aux intérêts produits. Soit U_n la somme disponible sur le livret à l'an 2019 + n .

- 1) Calculer le capital disponible Au 1^{er} Janvier 2020 ; 2021 et 2022 .
- 2) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
- 3) Exprimer U_n en fonction de n et U_0
- 4) Quel sera le capital disponible le 1^{er} Janvier de l'an 2038.

On donne : $\ln(1,1) = 0,09531$; $\ln(2) = 0,69315$;
 $\ln(5) = 1,60944$ et $\ln(67278) = 11,1166$.

a- EXERCICE 12

Au 1^{er} Janvier 1973, la population du Burkina état de 5.300 .000 habitants. Le taux d'accroissement annuel de la population est de 2,5%.

- 1) Calculer la population au 1^{er} Janvier de 1974 ; 1975 et 1976.
- 2) Soit V_n la population au 1^{er} Janvier de l'an 1973 + n .
a- Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .
b- Exprimer V_n en fonction de n .
c- A combien pouvait – on estimer la population en 2000 et en 2018 ?
d- A partir de quelle année, la population aura – t – elle doublée ?

PARTIE 3 : STATISTIQUES

EXERCICE 1

Une enquête faite sur 20 fumeurs de la-toden permet d'avoir le nombre moyen de tiges de cigarette que chacun peut fumer en une demi – journée. On obtient : 2 ; 4 ; 6 ; 3 ; 1 ; 6 ; 5 ; 6 ; 3 ; 2 ; 6 ; 2 ; 1 ; 3 ; 2 ; 6 ; 2 ; 5 ; 3 ; 2.

- 1) Préciser la population et les individus de la série.
- 2) Préciser le caractère de cette série ainsi que sa nature.
- 3) Ordonner cette série dans un tableau en indiquant les effectifs , les effectifs cumulés croissants et les fréquences de chaque résultat.
- 4) Préciser le mode de cette série.
- 5) Calculer la moyenne et la variance de cette série statistique.
- 6) Dessiner le diagramme en bâtons de cette série statistique.

EXERCICE 2

L'étude du nombre de garçons d'une famille sur un échantillon de 40 familles a donné les résultats suivants :

2 ; 0 ; 8 ; 3 ; 1 ; 5 ; 2 ; 4 ; 5 ; 3 ; 6 ; 5 ; 2 ; 7 ; 4 ; 8 ; 0 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 6 ; 1 ; 8 ; 3 ; 6 ; 7 ; 2 ; 6 ; 4 ; 5 ; 5 ; 3 ; 3 ; 4 ; 6 ; 1 ; 7 ; 5 ; 7.

- 1) Préciser la population et les individus de la série.
- 2) Préciser le caractère de cette série ainsi que sa nature.
- 3) Ordonner cette série dans un tableau en indiquant les effectifs, cumulé croissant et les fréquences de la série.
- 4) Préciser le mode de cette série.
- 5) Calculer le nombre moyen de garçons.
- 6) Dessiner le diagramme en bâtons de cette série statistique.

EXERCICE 3

A la correction d'un devoir de mathématiques d'une classe de Tle A, un professeur a attribué les notes suivantes :

1 ; 2 ; 6 ; 6 ; 10 ; 9 ; 6 ; 2 ; 3 ; 4 ; 2 ; 5 ; 11 ; 5 ; 10 ; 3 ; 3 ; 5 ; 9 ; 17 ; 12 ; 6 ; 7 ; 9 ; 12 ; 14 ; 5 ; 14 ; 7 ; 0 ; 7 ; 7 ; 5 ; 7 ; 11 ; 6 ; 8 ; 9 ; 3 ; 8 ; 1 ; 4 ; 4 ; 16 ; 8 ; 3 ; 5 ; 13 ; 6 ; 4 ; 8 ; 2 ; 6 ; 9 ; 10 ; 13 ; 2 ; 12 ; 9 ; 5 ; 9 ; 16 ; 0 et 1.

- 1) Préciser la population et les individus de la série.
- 2) Préciser le caractère de cette série ainsi que sa nature.
- 3) Après avoir regroupé les données en classes d'amplitude 5, établir le tableau des effectifs, des fréquences et des fréquences cumulées

décroissante.

- 4) Préciser la modale de cette série.
- 5) Calculer la moyenne des notes en utilisant le centre des classes.
- 6) Construire l'histogramme des effectifs.

EXERCICE 4

La correction d'un lot de 50 copies de mathématiques de l'examen du BACCALAUREAT session de 2018 du jury 329 du centre de YAKO a donné les notes suivantes sur 20 :

10 ; 9 ; 11 ; 13 ; 4 ; 16 ; 10 ; 12 ; 2 ; 6 ; 13 ; 15 ; 8 ; 6 ; 7 ; 10 ; 12 ; 2 ; 3 ; 8 ; 14 ; 17 ; 9 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 4 ; 4 ; 1 ; 3 ; 14 ; 7 ; 5 ; 6 ; 9 ; 11 ; 6 ; 5 ; 4 ; 6 ; 16 ; 10 ; 8 ; 9 ; 12 ; 13 ; 9 ; 8 ; 1.

- 1) Préciser la population et les individus de la série.
- 2) Préciser le caractère de cette série ainsi que sa nature.
- 3) a- Regrouper ces valeurs en classe d'amplitude 4 dans un tableau contenant les classes, leurs centres, les effectifs, la première classe étant $[0; 4[$.
b- Quel est le pourcentage des élèves ayant une note supérieure ou égale à 10 ?
c- Déterminer la classe modale et la classe médiane de cette série.
- 4) Calculer la note moyenne de cette série en utilisant les centres des classes.
- 5) Construire l'histogramme des effectifs de cette série.

EXERCICE 5

L'étude de la taille, en centimètre sur un échantillon de nouveau – nés dans une maternité, a donné les résultats suivants :

27 ; 29 ; 46 ; 26 ; 31 ; 45 ; 28 ; 29 ; 35 ; 30 ; 31 ; 35 ; 40 ; 29 ; 27 ; 33 ; 42 ; 36 ; 28 ; 39 ; 33 ; 38 ; 27 ; 35 ; 41 ; 37 ; 35 ; 30 ; 28 ; 37

- 1) Préciser la population et les individus de la série.
- 2) Préciser le caractère de cette série ainsi que sa nature.
- 3) a- Regrouper ces valeurs en classe d'amplitude 4 dans un tableau contenant les classes, leurs centres, les effectifs, la première classe étant $[26; 30[$.
b- Quel est le pourcentage des enfants ayant une taille inférieure ou égale à 34 ?
c- Déterminer la classe modale et la médiane de cette série.
- 4) Calculer la taille moyenne de cet échantillon.
- 5) Construire l'histogramme des effectifs de cette série.

EXERCICE 6

Une enquête faite auprès des 24 élèves d'une classe de 6^{ème} portait sur la durée du trajet nécessaire à chacun pour se rendre au collège.

Durée du trajet en minutes : d	Nombre d'élèves
$0 \leq d < 10$	5
$10 \leq d < 20$	6
$20 \leq d < 30$	9
$30 \leq d < 40$	4

- 1) Préciser la population et les individus de la série.
- 2) Préciser le caractère de cette série ainsi que sa nature.
- 3) Quelle est la classe modale ?
- 4) Représenter cette situation par un histogramme.
- 5) Calculer le pourcentage d'élèves dont le trajet a une durée strictement inférieure à 30 minutes.
- 6) Calculer la durée moyenne des trajets, la variance et l'écart – type de cette série statistique à partir des centres des classes.

EXERCICE 7

Les données ci-dessous représentent le nombre de bœufs apportés par chaque éleveur un jour de marché de bétails à pouytenga.

3	6	8	12	17	5	10	23	25	4
7	9	15	14	6	6	21	24	20	7
2	9	9	14	3	3	8	8	7	25

- 1) a- Déterminer : la population et le caractère de cette série statistique.
b- Déterminer l'étendue de la série statistique.
- 2) Après avoir regroupé les données en classes d'amplitude 5, la première étant $[0, 5[$
a- Construire le tableau des effectifs.
b- Déterminer la classe modale et la classe médiane.
c- Quel est le pourcentage des éleveurs ayant apporté moins de 15 bœufs.
- 3) Construire l'histogramme de cette série statistique.

On prendra : 1 cm $\rightarrow$ 1 unité (ordonnées)
1 cm $\rightarrow$ 5 unité (abscisses)

PARTIE 4 : PROBABILITES

EXERCICE 1

On dispose d'une urne contenant trois (3) boules rouges et sept (7) boules noires. On considère les événements suivants :

- A « Les boules tirées sont toutes rouges ».
- B « Les boules tirées sont toutes noires ».
- C « Les boules tirées sont toutes de même couleurs ».
- D « Les boules tirées sont de couleurs distinctes ».

On considère que tous les tirages sont équiprobables.

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements si on extrait simultanément deux boules de cette urne.
- 2) Calculer la probabilité de chacun des événements si on extrait successivement et sans remise deux boules de cette urne.
- 3) Calculer la probabilité de chacun des événements si on extrait successivement et avec remise deux boules de cette urne.

EXERCICE 2

Une urne contient 3 boules noires et 4 boules blanches. On tire successivement sans remise 3 boules.

- 1) Déterminer le nombre de tirage possibles.
- 2) Déterminer le nombre de tirage comportant une boule noire .
- 3) Déterminer le nombre de tirage comportant au plus une boule noire.
- 4) On définit la variable aléatoire X égale le nombre de boules noires présentes dans un tirage .
 - a) Quelles sont les valeurs possibles de X ?
 - b) Ecrire la loi de probabilité de X.
 - c) Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$.
 - d) Déterminer la variance $V(X)$.
 - e) Déterminer l'écart type.
 - f) Tracer $F(X)$ la fonction de répartition.

EXERCICE 3

Une urne contient 4 boules rouges, 3 boules vertes et 4 boules bleues. On tire successivement et avec remise 3 boules.

- 1) Déterminer le nombre de tirage possibles.
- 2) Déterminer le nombre de tirage comportant une boule verte.

3) Déterminer le nombre de tirage comportant **au plus** une boule bleue.

4) On définit la variable aléatoire X étant le nombre de boules bleues présentes dans un tirage.

- Quelles sont les valeurs possibles de X ?
- Ecrire la loi de probabilité de X .
- Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$.
- Déterminer la variance $V(X)$.
- Déterminer l'écart type.

EXERCICE 4

Une urne contient 10 boules : 2 bleues, 5 blanches, 3 rouges. On tire simultanément 3 boules de l'urne

- Quelle est la probabilité d'obtenir un tirage tricolore ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir un tirage unicolore ?
- On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges obtenu.
- Quelles sont les valeurs possibles de X ?
- Ecrire la loi de probabilité de X .
- Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$.
- Déterminer la variance $V(X)$.
- Déterminer l'écart type.

EXERCICE 5

Un sac contient quatre pièces de 500 Francs et six pièces de 200 Francs. Un enfant tire au hasard et simultanément trois pièces de ce sac.

- Calculer la probabilité de l'événement A « tirer trois pièces de 500 Francs ».
- Calculer la probabilité de l'événement B « tirer trois pièces de 200 Francs ».
- Calculer la probabilité de l'événement C « tirer trois pièces de même somme ».
- Calculer la probabilité de l'événement D « ne pas tirer de pièce de 500 Francs ».
- Calculer la probabilité de l'événement C « tirer exactement une pièce de 500 Francs ».
- Calculer la probabilité de l'événement C « tirer au moins une pièce de 500 Francs ».
- Calculer la probabilité de l'événement C « tirer au plus une pièce de 500 Francs ».
- Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 200 F figurant parmi les trois pièces tirées.
- a- Déterminer la loi de probabilité de X .
- b- Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X .

EXERCICE 6

Après un test de présélection, une société de la place a retenu 15 candidats dont 10 garçons et 5 filles. La société décide de retenir définitivement 3 candidats

en procédant par un tirage simultané de 3 candidats parmi 15.

1°) Calculer la probabilité des événements suivants :

- « les candidats retenus sont tous des filles »
- « aucune fille n'est retenue »
- « une fille au moins est retenue »
- « au plus un garçon est retenu »

2°) Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de fille retenu.

a- Donner la loi de probabilité de Y et calculer son espérance mathématique de Y .

b- Déterminer la fonction de répartition puis la représenter.

EXERCICE 7

Un enfant dispose dans sa poche de six pièces de monnaie : deux pièces de 100F, trois pièces de 50F, une pièce de 25F. Dans un magasin, pour régler un achat de 225F, il extrait simultanément trois pièces de sa poche. On admet que l'enfant ne connaissant pas les rapports entre la dimension d'une pièce et sa valeur, tous les tirages sont équiprobables.

- a. Quelle est la probabilité qu'il obtienne la somme exacte ?
- b. Quelle est la probabilité qu'il obtienne une somme suffisante pour régler son achat ?
- 2) On désigne par X la variable aléatoire réelle associant à chaque tirage la somme obtenue.
- a. Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?
- b. Etablir la loi de probabilité de X .
- c. Calculer l'espérance mathématique de X .

EXERCICE 8

Dans un jeu de 32 cartes, on tire simultanément et au hasard 4 cartes. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « obtenir une carte de chaque figure ».
- B : « obtenir exactement un as ».
- C : « n'obtenir aucun as ».
- D : « obtenir 2 cœurs et 2 piques ».
- B : « obtenir exactement 2 cœurs et un as ».

PARTIE 5 : ETUDES DE FONCTIONS

EXERCICE 1

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer D_f , les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ et calculer la dérivée.

$$f(x) = e^x + x + 3; \quad f(x) = e^{-x} + 2;$$

$$f(x) = 1 - e^x; \quad f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}; \quad f(x) = e^{-2x^2};$$

$$f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{-x} + 1; \quad f(x) = 2e^x - x - 2;$$

$$f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x; \quad f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}.$$

EXERCICE 2

Pour chaque fonction, déterminer l'ensemble de définition, les limites à ses bornes et calculer la dérivée.

$$f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2); \quad f(x) = \ln(x^2 + 1);$$

$$f(x) = \ln(3-x); \quad f(x); \quad f(x) = \ln\left(\frac{1}{x-1}\right);$$

$$f(x) = (\ln x)^2; \quad f(x) = \frac{1}{x} + \ln x; \quad f(x) = x \ln x;$$

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}; \quad f(x) = \ln x + \frac{x^2}{2}; \quad f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right);$$

$$f(x) = (x-1)\ln(2-x); \quad f(x) = \ln(\ln x);$$

$$f(x) = (\ln x)^2 - \ln x; \quad f(x) = \frac{\ln x}{x} - x + 2;$$

$$f(x) = \ln(x^2 + 4x + 3)$$

PROBLEME 1

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ et (C) sa courbe représentative.

1) a- Déterminer le domaine de définition D de f .

b- Calculer les limites aux bornes de D .

c- Préciser les éventuelles asymptotes à (C) .

2) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

3) Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = e$.

4) Déterminer les coordonnées de I l'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

5) Construire (T) , les asymptotes et (C) dans un repère (O, I, J) d'unité 2 cm.

PROBLEME 2

On considère la fonction f définie par $g(x) = x(-\ln x + 1)$ et (C) sa courbe représentative.

1) Déterminer l'ensemble de définition de g et Calculer les limites à ses bornes.

2) Calculer la dérivée g' de g sur son domaine de définition.

3) Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.

4) Soit A le point d'abscisse e et d'ordonnée nulle.

Montrer que A est un point de la courbe (C) .

5) Construire (C) dans un autre repère (O, I, J) d'unité 1 cm.

6) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$, $m \in \mathbb{R}$.

On donne : $e = 2,71$

PROBLEME 3

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition D de f

2) Montrer que, pour tout x élément de D , on a :

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+1}$$

3) Etudier les variations de f .

4) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère (O, I, J) .

a- Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C) .

b- Tracer la courbe (C) .

PROBLEME 4

On considère la fonction f définie par $g(x) = \frac{e^x}{x}$ et (C) sa courbe représentative (C) dans un repère (O, I, J) d'unité 2 cm.

1) Déterminer le domaine de définition D de g .

2) Calculer les limites aux bornes de D .

3) Préciser les éventuelles asymptotes à (C) .

4) Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation.

5) Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

6) Construire (T) , les asymptotes et la courbe (C) .

PROBLEME 5

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) Montrer que f est une fonction impaire.

3) Etudiez les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

Préciser les éventuelles asymptotes à (C) .

4) Déterminer la fonction dérivée f' .

5) Déterminer le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

6) Ecrivez une équation de la droite (T) tangente en 0 à (C) .

7) Tracer les asymptotes de (C) , (T) et la courbe (C) .

PROBLEME 6

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{e^x - 2}{1 - e^x}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f .
- 2) Calculer si possible les images de :
 $\ln 2$; $\ln 3$; $\ln 1/2$; $-\ln 1/2$ par f .
On donne : $\ln 2 = 0,7$; $\ln 3 = 1,1$;
 $e^{-1} = 0,37$; $e^2 = 7,4$; $e^{-2} = 0,14$.
- 3) Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition D_f .
- 4) Déterminer les éventuelles asymptotes à la courbe représentative (C) .
- 5) a) Déterminer $f'(x)$ la dérivée première de .
b) Déterminer les points où $f'(x) = 0$.
- c) Etudier le sens de variation de .
- d) Dresser le tableau de variation f .
- 6) Déterminer les points particuliers de la courbe (C) .
- 7) Construire (C) et ses asymptotes.

PROBLEME 7

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ où $\ln$ désigne le logarithme népérien et (C) la courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ **unité graphique 2cm**.

- 1) a- Déterminer l'ensemble de définition D de f .
b- Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
c- En déduire les asymptotes à la courbe (C) .
- 2) a- Déterminer $f'(x)$.
b- Déterminer les points où $f'(x) = 0$.
- 3) a- Etudier le sens de variation de .
b- Dresser le tableau de variation f .
- 4) a- Déterminer l'abscisse du point A, intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse.
- 5) Construire (C) et la tangente (T) .

On donne : $e = 2,7$; $e^{-1} = 0,4$;
 $\ln 3 = 1,1$; $\ln 2 = 0,7$; $\ln 5 = 1,6$

PROBLEME 8

Partie A :

Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$$

- 1) a) Calculer la fonction dérivée g' de g .
b) Etudier son signe.
c) En déduire les variations de g .
- 2) En déduire le signe de (x) .

Partie B :

Soit la fonction numérique définie par :

$f(x) = \frac{x}{2} + 1 + \frac{\ln x}{x}$ et (C) la courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ **unité graphique 2cm**.

- 1) a- Déterminer l'ensemble de définition de f .
b- Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
En déduire les asymptotes à la courbe (C) .
- 2) a- Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.
b- En déduire les variations de f .
c- Dresser son tableau de variations.
d- Calculer les valeurs de $f(x)$ pour $x = 1$;
 $x = 2$; $x = e$; $x = 3$.
- 3) Soit (Δ) la droite d'équation, $y = \frac{x}{2} + 1$.
a) Montrer que (Δ) est une asymptote oblique à (C) .
b) Etudier la position de (C) par rapport à (Δ) .
c) Déterminer les coordonnées du point A de (C) où la tangente est parallèle à (Δ) .
- 4) Construire (C) et (Δ) .

PROBLEME 9

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{2x + 2}{x^2}$$

Soit (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Calculer les limites aux bornes de D_f .
En déduire la ou les asymptote(s) à la courbe (C) .
- 3) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à la courbe (C) .
- 4) Etudier la position relative de la courbe (C) par rapport à (D) .
- 5) Développer et ordonner le polynôme
 $A(x) = x(x - 2)(x^2 + 2x + 2)$.
Vérifier que $x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1$.
- 6) Etudier les variations de f .
- 7) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse -1 .
- 8) Tracer les asymptotes, (T) et (C) .

PROBLEME 10

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$f(x) = -1 + x + \frac{e^{-x}}{2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- 1) a- Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f .
b- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2) Montrer que la droite $(\Delta): y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$.
- 3) Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) .
- 4) Calculer la dérivée de la fonction f , étudier ses variations puis dresser son tableau de variation.
- 5) En quel point la courbe (C_f) de la fonction f , la courbe (C_f) est-elle parallèle à la droite d'équation $(D): y = \frac{1}{2}x - 1$
- 6) Tracer (C_f) et $(\Delta): y = x - 1$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

On donne :

x	-1	-0,5	0,5	1	-2	2
e^x	0,37	0,6	1,7	2,7	0,13	7,29

PROBLEME 11

Soit f la fonction numérique définie par :

$$f(x) = -x + \ln(x+1) - \ln x$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$: unité 2 cm.

- 1) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
- 2) a- Vérifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$, on a: $f(x) = -x + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$
b- Déterminer les limites de f aux bornes de D_f , en déduire d'éventuelle asymptote.
- 3) a- Déterminer deux nombres réels a et b tels que pour tout x élément de D_f : $\frac{x+1}{x} = a + \frac{b}{x}$
b- Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x$ est asymptote oblique à la courbe (C) .
c- Etudier la position relative de (C) par rapport à la droite (Δ) .
- 4) a- Montrer que pour tout nombre réel x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{-x^2 - x - 1}{x(x+1)}$
b- Etudier le signe de $f'(x)$ puis en déduire le sens de variation de f .
c- Dresser le tableau de variation de f .
- 5) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.
- 6) Construire (C) , (Δ) et (T) .
On donne : $\ln 2 = 0,7$

« Au BAC on ne vous demandera pas : Qui vous a appris ?, Comment vous avez appris ?, Où vous avez appris ? On vous demandera simplement ce que vous avez appris » Lassané SAWADOGO

« Le soleil brillera d'abord sur ceux qui sont debout avant de briller sur ceux qui sont assis » Seydou BADIAN

BONNE CHANCE !!!

ANCIENS SUJETS DE BACCALAUREAT SERIE A BURKINA FASO

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3;4}**SESSION DE 2002****EXERCICE 1** (3,5 pts)

1) Soit le polynôme

$$P(x) = (3x - 1)(2x + 1)(x - 1)$$

a) Développer, réduire et ordonner $P(x)$ b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ et l'inéquation $P(x) > 0$ 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $6e^{3x} - 5e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$;

b) $6(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 - 2(\ln x) + 1 = 0$;

c) $e^{6x^3-2x} \geq e^{5x^2-1}$

EXERCICE 2 (4 pts)

Après un test de présélection, une société de la place a retenu 15 candidats dont 10 garçons et 5 filles. La société décide de retenir définitivement 3 candidats en procédant à un tirage simultané et au hasard de 3 noms parmi 15.

Calculer les probabilités des événements suivants :

A : « Les 3 candidats retenus sont tous des filles » ;

B : « Les 3 candidats retenus sont tous des garçons » ;

C : « Au moins un candidat retenu est une fille » ;

D : « Au plus un candidat retenu est un garçon ».

PROBLEME (12,5 pts)Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité 1 cm)Soit f la fonction $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 4}{x - 1}. \text{ On note } (C) \text{ sa courbe}$$

représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .2) Trouver trois réels a, b et c tel que l'on ait :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1} \text{ pour tout } x \text{ différent de } 1.$$

3) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .4) a- Montrer que la droite d'équation $y = 2x + 3$ est une asymptote oblique pour la courbe (C).

b- Préciser l'équation de la deuxième asymptote à la courbe (C).

5) a- Calculer $f'(x)$ pour tout x appartenant à D_f et étudier son signe.b- Dédire de ce qui précède le sens de variation de f , puis dresser son tableau de variation.

6) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.

7) Tracer les asymptotes, la tangente (T) et (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.8) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 4$.**SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{1;2;5}****SESSION DE 2002****EXERCICE 1** (6 pts)Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $U_0 = 6$ et $3U_{n+1} - 2U_n = 3$.1) Calculer U_1 , U_2 et U_3 .2) On pose pour tout entier naturel n , $V_n = U_n - 3$. Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$. Préciser V_0 .3) Calculer V_n puis U_n en fonction de n .4) On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$ Exprimer S_n en fonction de n et en déduire l'expression de S'_n en fonction de n .**PROBLEME** (14 pts)On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{1}{e^{x-2}} + x \text{ et } (C) \text{ sa courbe représentative.}$$

1) Déterminer le domaine de définition D de f .2) Calculer les limites aux bornes de D .En déduire que (C) admet une asymptote (Δ) parallèle à l'axe (Oy) .3) Vérifier que : $e^{2x} - 3e^x + 4 = (e^x - 1)(e^x - 4)$ En déduire le signe de $e^{2x} - 3e^x + 4$ sur $\mathbb{R}$.4) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - \frac{1}{2})]$ En déduire ce que représente les droites (D_1) et (D_2) d'équation respectives $y = x$ et $y = x - \frac{1}{2}$ pour la courbe (C).5) Construire (Δ) , (D_1) , (D_2) et (C) dans le repère (O, I, J) d'unité 2 cm.6) Résoudre graphiquement le nombre de solution de l'équation $f(x) = m$, m étant un réel.

$$\text{On donne : } \ln 2 = 0,7 ; e^{-2} = 0,1 ;$$

$$e^{-1} = 0,4 ; e^3 = 20,1 ; e^2 = 7,4.$$

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3;4}**SESSION DE 2003****EXERCICE 1** (4 pts)

L'étude du nombre d'intercalaires utilisés pendant un examen, sur un échantillon de 30 candidats a donné les résultats suivants :

3 1 5 3 2 4 4 3 5 2 2 5 3 4 0

4 2 4 3 4 3 4 3 4 2 3 5 1 3 3

- 1) Déterminer la population, les individus et le caractère de cette série.
- 2) Ordonner cette série dans un tableau comportant les effectifs.
- 3) Quel est le mode, et quel est le pourcentage de candidats qui ont utilisé au moins 4 intercalaires ?
- 4) Calculer le nombre moyen d'intercalaires utilisés par les candidats.
- 5) Construire le diagramme en bâtons des effectifs de cette série.

EXERCICE 2 (4 pts)

- 1) Soit la suite (U_n) définie par :

$$U_n = 10\,000 \text{ et } U_{n+1} = U_n + 1000$$

- a- Quelle est la nature de cette suite ?

Exprimer U_n en fonction de n .

- b- Calculer $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{12}$

- 2) On considère la suite (V_n) définie par :

$$V_n = 186\,000 \text{ et } V_{n+1} = (1,1) V_n$$

- a- Quelle est la nature de cette suite ? Exprimer V_n en fonction de n .

- b- Calculer V_5 .

- 3) Le premier janvier 2003, un employé demande à son employeur de retenir sur son salaire, à chaque fin de mois et pendant 12 mois, de l'argent qu'il va récupérer à la fin de l'année 2003. L'employeur retiendra à chaque fin de mois 1000 Fr de plus que la retenue du mois précédent. La somme retenue en fin janvier 2003 était de 10 000 Fr.

La totalité de l'argent retiré (les retenus des 12 mois) sera placée le premier janvier 2004 dans une banque à un taux d'intérêt composé de 10% l'an.

Combien de franc cet employé aura-t-il en banque le 31 décembre 2008, puis le 31 décembre 2010 ?

(On donne : $(1,1)^5 = 1,6$; $(1,1)^7 = 1,9$)

PROBLEME (12 pts)

Soit g la fonction numérique définie sur

$$]0; +\infty[\text{ par } g(x) = 1 - x^3 - 2\ln x$$

- 1) a- Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

- b- Calculer $g'(x)$.

Déterminer le sens de variation de g .

- c- Calculer $g(1)$; dresser le tableau de variation de g et en déduire que dans $]0; 1[$ on a $g(x) > 0$ et dans $[1; +\infty[$ on a $g(x) \leq 0$.

- 2) On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2} - 2x + 3$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé d'unité 4 cm.

- a- Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

On admettra que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x^2} = -\infty$

- b- Calculer $f'(x)$. Montrer que pour tout

$$x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$$

- c- En déduire le signe de $f'(x)$, puis le sens de variation de f . Dresser le tableau de variation de f .

- 3) Montrer que la droite (D) d'équation

$y = -2x + 3$ est asymptote à $(\mathcal{C})$. Etudier les positions relatives de (D) et de $(\mathcal{C})$.

- 4) Tracer (D) et $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé d'unité 4 cm.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3,4}

SESSION DE 2004

EXERCICE 1 (6 pts)

L'étude de la taille, en centimètre sur un échantillon de nouveau-nés dans une maternité, a donné les résultats suivants :

27 ; 29 ; 46 ; 26 ; 31 ; 45 ; 28 ; 29 ; 35 ; 30

31 ; 35 ; 40 ; 29 ; 27 ; 33 ; 42 ; 36 ; 28 ; 39

33 ; 38 ; 27 ; 35 ; 41 ; 37 ; 35 ; 30 ; 28 ; 37

- 1) Préciser la population et les individus de la série.

- 2) Préciser le caractère de cette série ainsi que sa nature.

- 3) a- Regrouper ces valeurs en classe

d'amplitude 4 dans un tableau contenant les classes, leurs centres, les effectifs, la première classe étant $[26; 30[$.

- b- Quel est le pourcentage des enfants ayant une taille inférieure ou égale à 34 ?

- c- Déterminer la classe modale et la médiane de cette série.

- 4) Calculer la taille moyenne de cet échantillon.

- 5) Construire l'histogramme des effectifs de cette série.

EXERCICE 2 (6 pts)

Une infection virale sévit dans une population de rats.

Elle est quantifiable par le nombre de virus par unité de sang (nv/us). Il est prouvé que tout rat atteint de la maladie en succombe lorsque

nv/us est au moins égale à 6 000 000. Après une analyse expérimentale effectuée le 1^{er} janvier 2004, deux rats U et V sont déclarés atteints, chacun avec 1 000 000 de nv/us .

A- On suppose que le nv/us augmente de 20 % par mois, si aucun traitement n'a été entrepris. On décide de ne pas traiter le rat U .

- 1) Quel est le nv/us du rat U au 1^{er} janvier 2004 ? Au 1^{er} février 2004 ? On note respectivement U_0 et U_1 ces nombres.

2) On désigne par U_n le nv/us du rat U au 1^{er} jour du nième mois à partir du 1/1/2004.

a- Calculer U_n en fonction de U_{n-1} et en déduire que (U_n) est une suite géométrique de raison 1,2.

b) Exprimer U_n en fonction de n ; quel est le nv/us du rat U au 1^{er} juillet 2004 ?

3) A partir de quelle date le rat U succombera-t-il ?

B- On suppose qu'il existe un traitement dont l'efficacité consiste à diminuer chaque mois de 75 000 le nv/us . On décide de traiter le rat V .

1) Quel est le nv / us du rat V au 1^{er} janvier 2004 ? Au 1^{er} février 2004 ? On note respectivement V_0 et V_1 ces nombres.

2) On désigne par V_n le nv/us du rat V au 1^{er} jour du nième mois à partir du 1/1/2004.

a- Calculer V_n en fonction de V_{n-1} .

Quelle est la nature de la suite (V_n) ?

b- Exprimer V_n en fonction de n ;

quel est le nv/us du rat V au 1^{er} novembre 2004 ?

3) A partir de quel mois le rat V n'aura-t-il plus aucun virus ?

On donne $(1,2)^6 = 2,985\ 984$;

$\ln 6 = 1,79$; $\ln(1,2) = 0,18$

PROBLEME (8 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé (unité : 1 cm) ;

1) a- Calculer la limite de f en $-\infty$

b- On donne : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

Interpréter géométriquement ce résultat.

2) a- Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.

b- En déduire le sens de variation de f , puis dresser son tableau de variation.

3) Donner une équation des tangentes (T) et (T') à (C) aux points d'abscisses respectives 0 et 2.

4) Construire les deux tangentes et la courbe (C) .

5) A l'aide du graphique, donner suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de $f(x) = m$.

6) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq 0$.

(On donne: $e = 2,7$; $e^{-2} = 0,14$; $e^{-4} = 0,002$)

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3,4}

SESSION DE 2005

EXERCICE 1 (5 pts)

Un jury d'examen est composé de 3 personnes choisies au hasard parmi une liste de 10 noms. Cette liste comporte 4 femmes et 6 hommes.

1) Combien de jurys différents peut-on former ?

2) Calculer les probabilités des événements suivants :

A : « Le jury est composé uniquement de femme »

B : « Le jury comporte deux femmes »

C : « Il y a au moins une femme dans le jury »

3) Anita est sur la liste des 10 noms. Calculer la probabilité que Anita fasse partie du jury.

EXERCICE 2 (5 pts)

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier

naturel n par :
$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases} \text{ et}$$

1) Calculer U_1 et U_2 .

2) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n - 3$.

a- Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b- Calculer V_n puis U_n en fonction de n .

c- La suite (U_n) est-elle convergente ?

Justifier votre réponse.

3) On désigne par (W_n) la suite définie par $W_n = \ln(V_n)$

a- Calculer $W_{n+1} - W_n$ puis en déduire la nature de la suite (W_n) .

b- Calculer W_n en fonction de n .

c- On pose $S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_{n-1}$.

Calculer S_n en fonction de n .

PROBLEME (10 pts)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x

définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 7}{2(x + 1)}$. On désigne par (C) sa

courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

orthonormé unité : 2 cm.

1) a- Déterminer l'ensemble de définition E de f .

b- Calculer les limites de f aux bornes de E .

c- (C) admet-elle une asymptote verticale ? Si oui, préciser une équation.

2) a- Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout

x de E : $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x + 1)}$.

b- En déduire que (C) admet une asymptote oblique (D) dont on précisera une équation.

Etudier la position relative de (C) et (D) .

3) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variations de f .

4) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

5) a- Tracer les asymptotes, la tangente (T) et (C) .

b) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$; $m \in \mathbb{R}$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3;4}**SESSION DE 2006**

On considère la suite (U_n) définie par son premier terme U_0 et la relation $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - \frac{1}{3}$ pour tout n entier naturel.

- 1) Déterminer U_0 pour que la suite (U_n) soit constante.
- 2) On choisit $U_0 = 4$ dans la suite de l'exercice. Soit la suite (V_n) défini par $V_n = 2U_n + 1$ pour tout n entier naturel.
 - a) Calculer V_0 ; V_1 et V_2 .
 - b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme V_0 et la raison.
 - c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
 - d) En déduire la limite de la suite (U_n) .

EXERCICE 2 (5 pts)

Une urne contient 4 boules noires et 6 boules blanches indiscernables au toucher.

- 1) On tire successivement 3 boules sans remise. On considère les événements suivants :

A : « On n'obtient que des boules noires » ;

B : « Toutes les boules tirées sont de la même couleur » ;

C : « On obtient des boules des deux couleurs » ;

D : « On obtient exactement une boule blanche ».

Calculer les probabilités des événements A, B, C et D.
- 2) On considère maintenant un tirage simultané des 3 boules et on désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de boules noires tirées.
 - a- Quelles sont les valeurs prises par X ?
 - b- Déterminer la loi de probabilité de X .
 - c- Calculer l'espérance mathématique de X .

PROBLEME (10 pts)

- 1) Soit g la fonction numérique d'une variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^3 - 1 + \ln x$.
 - a- Calculer $g(1)$.

Justifier que : pour tout $x \in]0; 1[$, $g(x) < 0$ et pour tout $x \in]1; +\infty[$, $g(x) > 0$.

- 2) On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{\ln x}{x}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé unité 2 cm.

- a- Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
- b- Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$,

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}.$$

En déduire le tableau de variations de la fonction f .

- c- Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 2.

d- Représenter dans un même repère (C) et la droite (T) . (On donne $\ln 2 \approx 0,7$; $\ln 3 \approx 1,1$.)

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{1;2;5}**SESSION DE 2007****EXERCICE 1** (7 pts)

- 1) a- Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x le produit $(2x - 4)(x + 5)$.

- b- Résoudre dans IR l'inéquation :

$$2x^2 + 6x - 20 \geq 0$$

- 2) Résoudre dans IR l'équation et l'inéquation suivantes :

a- $e^{2x} + 3e^x - 10 = 0$;

b- $\ln x + \ln(x + 3) \geq \ln 10$

EXERCICE 2 (13 pts)

On considère le plan muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unités 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x , définie par $f(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x} - 1$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition E de f .
- 2) Déterminer les limites de f aux bornes des intervalles de E .

En déduire les droites asymptotes à (C) .

- 3) Déterminer la fonction dérivée f' et f , étudier le signe de $f'(x)$ sur E . En déduire le sens de variations de f et dresser le tableau de variations de f .

- 4) a- Montrer que, pour tout élément x de E ,

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+1)}{x-x^2}.$$

- b- En déduire les abscisses des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

- 5) Construire la courbe (C) dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 6) Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = |f(x)|$.

On nomme (C') la courbe représentative de g dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3,4}**SESSION DE 2008****EXERCICE 1** (4 pts)

Soit P le polynôme défini par :

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$$

1) Calculer $P(-1)$.

2) Déterminer le réel a tel que

$$P(x) = (x+1)(2x^2 + ax - 2)$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

a) $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 5\ln x - 2 = 0$

b) $2e^{2x} - e^x - 5 - 2e^{-x} = 0$

EXERCICE 2 (6 pts)

Dans une classe de 20 élèves, on veut élire un bureau de trois membres composé d'un délégué de classe, son adjoint et d'un délégué chargé des affaires sportives. La classe comporte 10 garçons et 10 filles. Les postes doivent être affectés à 3 élèves différents et chaque élève peut occuper n'importe quel poste.

1) Combien de bureaux différents peut-on élire ?

2) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Le bureau élu ne comporte que des filles »

B : « Il y a au moins un garçon dans le bureau »

C : « Le poste de délégué de classe est occupé par une fille et l'adjoint est un garçon »

3) Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de filles dans le bureau.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Donner la loi de probabilité de X .

c) Calculer l'espérance mathématique de X .

N.B : Donner les résultats sous forme de fraction simplifiée.

PROBLEME (10 pts)

Soit f la fonction numérique définie par :

$$f(x) = \ln(x+1) - \ln(x-1).$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

En déduire que la courbe (C) de f admet deux asymptotes dont on précisera les équations.

3) Déterminer $f'(x)$.

4) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variations.

5) Calculer l'abscisse du point de (C) où la tangente a pour coefficient directeur $-\frac{1}{4}$.

6) Tracer la courbe (C) dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé (unité : 1 cm).

7) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

a- Déterminer l'ensemble de définition de g .

b- Montrer que g est impaire.

c- Sans étudier les variations de g , à partir de la courbe f , construire la courbe (C') de g . Justifier la construction.

On donne : $\ln 2 \simeq 0,7$; $\ln 3 \simeq 1,1$

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3,4}**SESSION DE 2009****EXERCICE 1** (5 pts)

(u_n) et (v_n) sont deux suites numériques définies respectivement par :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ 4u_n = u_{n-1} - 24 \end{cases} ; \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^* \text{ et pour } \text{ tout } n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 8.$$

1) Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .

2) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

3) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .

4) Soit : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$$

a- Exprimer S_n et S'_n en fonction de n .

b- La suite (S'_n) est-elle convergente ?

EXERCICE 2 (5 pts)

Une urne contient 3 jetons numérotés 0, 1 et 2.

On tire successivement deux jetons avec remise.

1) Déterminer l'ensemble des résultats possibles.

2) Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

« Obtenir 0 au premier tirage et 2 au deuxième tirage »

« Obtenir 1 au premier tirage et 1 au deuxième tirage »

3) On appelle X la variable aléatoire représentant la somme des nombres obtenus après les deux tirages.

a- Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X .

b- Présenter sous forme d'un tableau la loi de probabilité de X .

c- Calculer l'espérance mathématique de X .

d- Représenter la fonction de répartition F de X .

(On prendra 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 9 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées).

PROBLEME (10 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable x définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{e^x - 4}{e^x - 1}$. On appelle (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé d'unité 1 cm.

On se propose d'étudier f sur $]0; +\infty[$.

1) Calculer les limites de f en 0^+ et en $+\infty$.

En déduire les équations des éventuelles asymptotes.

2) Calculer $f'(x)$. Etudier son signe sur $]0; +\infty[$ et dresser le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.

3) a- Calculer les coordonnées du point A, intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.

b- Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point A.

4) a- Démontrer que le point $B(0; \frac{5}{2})$ est un centre de symétrie pour (C_f) .

b- On appelle (C) la partie de la courbe (C_f) sur $]0; +\infty[$. Construire (C) et (T). (On placera les trois points d'abscisses 1, $\ln 2$ et 4).

c) Placer le point B et compléter la courbe en construisant (C') symétrique de (C) par rapport à B.

5) A l'aide du graphique, donner suivant les valeurs du réel m , le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

On donne $\ln 2 \simeq 0,7$; $e \simeq 2,7$; $\frac{e^4 - 4}{e^4 - 1} \simeq 0,94$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3,4} **SESSION DE 2010**

EXERCICE 1 (5 pts)

Une urne contient 8 jetons dont 3 portent chacun l'entier (+2), 2 jetons portent chacun l'entier (+1) et 3 jetons portent chacun l'entier (-3). Le jeu consiste à tirer simultanément et au hasard deux jetons de l'urne. Les jetons sont indiscernables au toucher.

A- 1) Quelle est la probabilité pour que les deux jetons tirés soient marqués d'un entier positif ?

2) Quelle est la probabilité pour que les deux jetons tirés soient marqués du même entier ?

B- 1) On considère la variable aléatoire X qui, à chaque tirage, associe la somme des entiers marqués sur les deux jetons tirés.

Quelles sont les valeurs prises par X ?

2) Déterminer la loi de probabilité de X .

3) a- Calculer l'espérance mathématique et la variation de X .

b- Le jeu est-il favorable au joueur ?

Justifier votre réponse.

EXERCICE 2 (7 pts)

Les polynômes P et Q sont définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8 \text{ et}$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$$

1) a- Calculer $P(1)$ puis $P(x)$ sous forme de produit de trois facteurs du premier degré.

b- Calculer $Q(1)$ puis $Q(-1)$.

En déduire une factorisation de $Q(x)$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

a) $6e^{-4x} - e^{-3x} - 7e^{-2x} + e^{-x} + 1 = 0$;

b) $e^{3x} + e^{2x} - 10e^x + 8 = 0$;

c) $(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 10(\ln x) + 8 = 0$;

d) $Q(x) = P(x)$.

PROBLEME (8 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur

$$D_f =]0; e[\cup]e; +\infty[\text{ par : } f(x) = \frac{\ln x - 3}{\ln x - 1} \text{ et } (C_f)$$

sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé d'unité 1 cm.

1) a- Déterminer les réels a et b tels que pour tout

$$x \text{ de } D_f, \text{ on ait } f(x) = a + \frac{b}{\ln x - 1}.$$

b- Calculer les limites de f aux bornes de D_f et en déduire les équations des asymptotes éventuelles à (C_f) .

2) a- Calculer $f'(x)$.

b- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3) a- Représenter (C_f) .

b- Tracer la droite (Δ) d'équation $y = -x + e$.

Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -x + e$.

On donne : $\ln 2 \simeq 0,7$; $\ln 3 \simeq 1,1$; $\ln 5 \simeq 1,6$; $e \simeq 2,7$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIES A_{3,4} **SESSION DE 2011**

EXERCICE 1 (4,5 pts)

On considère le polynôme

$$P(x) = 2x^3 - 15x^2 + 6x + 7$$

1) a- Calculer $P(-\frac{1}{2})$.

b- Déterminer les réels a , b et c tels que :

$$P(x) = (2x + 1)(ax^2 + bx + c).$$

c- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

2) Déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation :

$$2(\ln x)^3 - 15(\ln x)^2 + 6(\ln x) + 7 = 0.$$

EXERCICE 2 (5,5 pts)

Le gérant d'un magasin a constaté que ses recettes ont augmenté de 20% par jour durant le mois de décembre 2010. Il se souvient que le 1^{er} décembre 2010, il a réalisé 100 000 francs de recettes.

1) Calculer les recettes réalisées le 2, le 3, Le 4 décembre 2010.

2) Pour tout entier $n \geq 1$, on désigne par R_n le montant des recettes réalisées le $n^{\text{ème}}$ jour du mois de décembre 2010 ; ainsi $R_1 = 100\,000$.

a- Exprimer R_{n+1} en fonction de R_n , $n \geq 1$.

b- En déduire que la suite $(R_n)_{n \geq 1}$ est une suite

géométrique dont on précisera la raison.

c- Exprimer R_n en fonction de n , pour $n \geq 1$.

3) Calculer la recette du 24 décembre 2010.

4) Calculer le montant total des recettes réalisées du 1^{er} décembre au 24 décembre 2010 inclus.

On donne : $(1,2)^{23} = 66,247$; $(1,2)^{24} = 79,497$.

PROBLEME (10 pts)

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = xe^{-x} + \frac{2}{e^x}.$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé d'unité 2 cm.

1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$)

Déduire l'existence d'une asymptote en $+\infty$ à la courbe (C) .

2) a- Déterminer la dérivée f' de la fonction f .

b- Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f .

c- Dresser le tableau de variations de f .

3) On désigne par (T_1) et (T_2) les tangentes à la courbe (C) respectivement aux points d'abscisses 2 et 0. Déterminer les équations de chacune de ces tangentes.

4) Les points $A(1; y_A)$ et $B(1; y_B)$ sont les points d'intersection de (C) et la droite d'équation $x = 1$ d'une part et de la tangente (T_1) et de la droite d'équation $x = 1$ d'autre part. Déterminer y_A et y_B .

5) Représenter dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, (C) , (T_1) et (T_2) .

On donne : $e = 2,7$; $e^{-1} = 0,37$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄

SESSION DE 2012

EXERCICE 1 (4 pts)

1) Soit le polynôme : $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x$.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

2) En utilisant les résultats de la question 1), déterminer l'ensemble des solutions de chacune des équations et inéquations suivantes :

a) $2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 7\ln x = 0$

b) $2e^{-3x} - 9e^{-2x} + 7e^{-x} = 0$

c) $2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 7\ln x \leq 0$

d) $2e^{3x} - 9e^{2x} + 7e^x > 0$

EXERCICE 2 (4 pts)

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Un test oral comporte 10 questions dont 6 d'Anglais et 4 d'Allemand. Les questions sont numérotées de 1 à 10 et déposées dans une boîte opaque. Un candidat tire simultanément 3 de ces questions.

1) Quel est le nombre de tirages possibles ?

2) Déterminer la probabilité de chacun des événements :

a) A : « Les trois questions tirées sont des questions d'Anglais ».

b) B : « Des trois questions tirées, deux sont des questions d'Allemand ».

3) Pour chaque question d'Allemand tirée, un bonus de 3 points est accordé au candidat.

Soit X la variable aléatoire réelle égale à la somme des bonus obtenus par un candidat.

a- Quelles sont les valeurs prises par X ?

b- Déterminer la loi de probabilité de X .

c- Calculer l'espérance mathématique de X .

PROBLEME (12 pts)

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par/

$f(x) = x - 3 + 2\ln x - 2\ln(x - 1)$ et on note (C) sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé d'unité 2 cm.

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f

2) a- Vérifier que pour tout $x \in]1; +\infty[$,

on a : $f(x) = x - 3 + 2\ln x \left(\frac{x}{x-1} \right)$.

b- Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$

c- Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est asymptote à la courbe (C)

3) a- Déterminer la fonction dérivée f' de f puis étudier son signe.

b- Donner le sens de variation de f , puis dresser son tableau de variation.

4) a- Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 3$ est une asymptote oblique à la courbe (C) .

b- Etudier la position relative de (C) par rapport à (D)

c- Construire (C) et (D) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

5) Déterminer une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 3.

On donne : $\ln 2 = 0,69$; $\ln 3 = 1,1$; $\ln 5 = 1,6$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄

SESSION DE 2013

EXERCICE 1 (5 pts)

Dans le cadre de la préparation physique générale (p.p.g.), les professeurs d'EPS d'un lycée ont organisé une course d'endurance. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Temps de parcours en minutes	Effectifs
[6; 8[	16
[8; 10[	28
[10; 12[	32
[12; 14[	30
[14; 16[	14

- 1) a- Déterminer la population, les individus et le caractère de cette série statistique.
- b- Calculer l'effectif total de la population.
- c- Déterminer la classe modale.
- d- Combien d'élèves ont mis moins de 12 minutes pour parcourir la distance ?
- 2) Construire l'histogramme de cette série statistique. (1 cm pour 4 élèves ; 1 cm pour 2 minutes).
- 3) Donner dans un tableau, les centres des classes, les effectifs et les fréquences exprimées en pourcentage (2 décimales).

EXERCICE 2 (4 pts)

Au 31 octobre 2011 la Chine comptait 1 300 000 000 d'habitants et l'Afrique 1 000 000 000 d'habitants. Selon les statistiques, la population chinoise évolue à un rythme de 0,5% par an tandis que celle de l'Afrique évolue à un rythme de 0,4% par an. Dans cet exercice, on suppose que les croissances des deux populations restent constantes.

- 1) Quelles seront les populations chinoises et africaines au 31 octobre 2012 ?
 - 2) Pour tout entier naturel n ; on désigne par c_n la population chinoise au 31 octobre de l'année $(2011 + n)$ et par a_n celle de l'Afrique à la même date.
 - a- Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n et a_{n+1} en fonction de a_n .
 - En déduire la nature des suites (c_n) et (a_n) .
 - On précisera leurs raisons et leurs premiers termes respectifs.
 - b- Exprimer c_n et a_n en fonction de n .
 - 3) En quelle année, l'Afrique comptera-t-elle 2 milliards d'habitants ?
- On donne : $\ln 2 = 0,69$; $\ln(1,004) = 0,04$.

PROBLEME (11 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2}(x + 1) + \frac{1}{2(x - 1)}.$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

- 1) a- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
- b- Calculer les limites de f aux bornes de ce domaine.
- 2) a- Montrer que pour tout x

$$\text{de } D_f : f'(x) = \frac{x(x-2)}{2(x-1)^2}$$

- b- Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

- 3) a- Montrer que la droite (Δ) d'équation :

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \text{ est asymptote oblique à la courbe } (C).$$

Préciser l'équation de l'autre asymptote.

- b- Etudier la position relative de (C) par rapport à (Δ) .
- 4) Construire la courbe (C) et ses asymptotes.
- 5) Montrer que le point $K(1 ; 1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C) .
- 6) Soit m un nombre réel. Déterminer graphiquement selon des valeurs de m , le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄ SESSION DE 2014

EXERCICE 1 (5 pts)

Une étude du nombre d'habitants (en milliers) par secteur, sur 30 secteurs d'une ville, a donné les résultats suivants :

54 ; 44 ; 42 ; 55 ; 43 ; 45 ; 58 ; 43 ; 46 ; 55 ; 48 ; 48 ; 47 ; 58 ; 50 ; 51 ; 52 ; 58 ; 49 ; 41 ; 60 ; 50 ; 57 ; 45 ; 52 ; 53 ; 56 ; 59 ; 56 ; 56.

- 1) Déterminer la population, les individus et le caractère de cette série statistique.
- 2) a- Grouper les valeurs du caractère en classes d'amplitude 5 ; la première classe étant $[40; 45[$.
- b- Déterminer la classe modale.
- 3) Construire l'histogramme des effectifs de cette série statistique.
- 4) Donner, dans un tableau, les centres des classes, les effectifs et les fréquences exprimées en pourcentages (2 chiffres après la virgule).
- 5) Calculer le nombre moyen d'habitants (en milliers) par secteur en utilisant les centres des classes. (on donnera le résultat sous forme de nombre entier le plus proche).

EXERCICE 2 (4 pts)

Fumeur, Tinga décide d'arrêter de fumer le 31 décembre 2000, jour anniversaire de ses 25 ans. Il décide de placer dès le premier janvier 2001, la somme de 108 000 Fr qu'il devait consacrer à la cigarette durant l'année 2001. Le capital est placé au taux d'intérêts composé de 8% l'an.

- 1) On désigne par U_n la somme disponible dans son compte le premier janvier de l'année $2000 + n$.
- a- Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

b- Montrer que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

c- Exprimer U_n en fonction de n .

2) De quelle somme disposera-t-il le 1^{er} janvier 2010 ? (arrondir à l'unité la plus proche).

3) Il va à la retraite le jour anniversaire de ses 55 ans, soit le 1^{er} janvier 2030. Quelle somme va-t-il retirer de son compte le jour du départ à la retraite ? (arrondir à l'unité la plus proche).

On donne : $\left(\frac{27}{25}\right)^9 \approx 2$; $\left(\frac{27}{25}\right)^{29} \approx 9,32$.

PROBLEME (11 pts)

Soit la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{-x^4 + 2x^2} - 1.$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité 2 cm).

1) a- Etudier la parité de f .

b- Quelle conséquence graphique pour (C) peut-on déduire de a) ?

2) On donne : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$.

Interpréter géométriquement ce résultat.

3) Montrer que la fonction f' dérivée de la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f'(x) = 4x(1+x)(1-x)e^{-x^4 + 2x^2}$$

En déduire les variations de f sur $[0; +\infty[$ et dresser le tableau de variation de f sur $[0; +\infty[$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$ et calculer $f(\sqrt{3})$.

5) Soit A le point de (C) d'abscisse $\sqrt{2}$. Donner une équation de la tangente (T) en A à (C) .

6) Représenter la courbe (C) en entier, ainsi que A et (T) .

On donne : $e \approx 2,7$; $e^{-3} \approx 0,05$; $\sqrt{2} \approx 1,4$; $\sqrt{3} \approx 1,7$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄

SESSION DE 2015

EXERCICE 1 (5 pts)

Une urne contient 3 boules blanches, 5 boules rouges et 4 boules vertes, toutes indiscernables au toucher.

On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

1) a- Déterminer le nombre de tirages possibles.

b- Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « On tire 3 boules de couleurs différentes ».

B : « On tire 3 boules de même couleur ».

2) On définit la variable aléatoire X qui, à chaque tirage, associe le nombre de boules blanches tirées.

a- Quelles sont les valeurs prises par X ?

b- Déterminer la loi de probabilité de X .

c- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X .

EXERCICE 2 (4 pts)

1) a- développer, réduire puis ordonner suivant les puissances décroissantes de x , le polynôme

$$P(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 3).$$

b- En déduire les solutions de l'équation

$$2x^2 + 5x - 3 = 0.$$

2) Soit l'équation $(E_1) : 2e^x + 5 - 3e^{-x} = 0$

a- Montrer que l'équation (E_1) est équivalente à l'équation $(E_2) : 2e^{2x} + 5e^x - 3 = 0$.

b- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E_2) .

c- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation :

$$2(\ln x)^2 + 5\ln x - 3 = 0.$$

PROBLEME (10 pts)

On considère la fonction f définie sur

$$[1; +\infty[\text{ par } f(x) = 2x \ln x - 4x.$$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 1 cm).

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (on pourra mettre x en facteur dans l'expression de $f(x)$).

2) a- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

b- Déterminer le sens de variations de f .

c- Dresser le tableau de variation de f .

3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de (C) avec l'axe des abscisses.

4) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en A.

5) Tracer (T) et (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne : $e = 2,7$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄

SESSION DE 2016

EXERCICE 1 (5 pts)

On considère les suites (u_n) et (v_n) définie

$$\text{par : } \begin{cases} u_0 = \frac{3}{5} \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 3}{6} \end{cases} \text{ et } v_n = 3 + 5u_n$$

(pour tout $n \in \mathbb{N}$)

1) a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique ; on précisera sa raison et son premier terme.

b- En déduire l'expression de v_n puis celle de u_n en fonction de n .

2) Etudier la convergence de (u_n) et de (v_n)

- 3) a- Calculer : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
 $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n .
 b- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

EXERCICE 2 (5 pts)

Les malades du sida d'une localité sont répartis par âge selon le tableau ci-dessous.

Âges	Effectifs
[0; 10[	20
[10; 20[	40
[20; 30[	100
[30; 40[	60
[40; 50[	20
[50; 60[	10

- 1) a- Quelle est la population étudiée ?
 b- Quel est l'effectif total de cette population ?
 c- Quelle est la classe modale ?
 d- Le caractère étudié est-il quantitatif ou qualitatif ?
- 2) Calculer la fréquence de la classe [20; 30[.
- 3) a- Quel est le pourcentage des malades de moins de 30 ans ?
 b- Donner dans un tableau, les centres et les fréquences des classes exprimées en pourcentage.
 c- Calculer la moyenne de cette série statistique.
- 4) Construire l'histogramme des effectifs de cette série. (1cm pour 10 ans ; 1cm pour 10 malades).

PROBLEME (10pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x} - e^{-2x}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2cm).

- 1) a- Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$,
 $f(x) = e^{-x}(1 - e^{-x})$.
 b- En déduire la limite de f en $-\infty$.
 - 2) a- Calculer la limite de f en $+\infty$.
 b- En déduire que l'axe des abscisses est une asymptote à (C) .
 - 3) a- Etudier le signe de $-1 + 2e^{-x}$ sur $\mathbb{R}$.
 b- Calculer $f'(x)$, f' étant la fonction dérivée de f .
 c- Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
 - 4) a- La courbe (C) rencontre l'axe des abscisses en un point A. Déterminer les coordonnées de A.
 b- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en O, origine du repère.
 - 5) Construire la tangente (T) et la courbe (C) .
- On donne : $e \simeq 2,7$; $e^{-1} \simeq 0,37$; $e^{-2} \simeq 0,14$;
 $\ln 2 \simeq 0,7$

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄ SESSION DE 2017

EXERCICE 1 : (5pts)

Pour être admissible à un test de recrutement, il faut qu'à l'issue de 30 épreuves toutes coefficient 1, le candidat puisse avoir une moyenne de 12 sur 20.

Ali a obtenu les notes suivantes :

7	9	16	11	15	8	9	15	10	6
11	15	10	9	7	13	12	16	8	19
13	18	7	15	11	17	15	10	8	17

- 1) a- Quelle est la population étudiée ?
 b- Quel est le caractère étudié ?
- 2) Déterminer l'étendue de cette série statistique.
- 3) a- regrouper les valeurs du caractère en classe d'amplitude 3 (la première étant [5 ; 8]) dans un tableau où apparaît les effectifs et les centres des classes.
 b- Déterminer la classe modale et la classe médiane.
- 4) Construire l'histogramme des effectifs de cette statistique.
- 5) a- Calculer la moyenne de cette série statistique en utilisant les centres des classes.
 b- Ali est-il admissible à ce test ?

EXERCICE 2 : (5pts)

A) Soit P le trinôme tel que $P(x) = x^2 - 7x + 6$.

- 1) a- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$
 b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) < 0$
- 2) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$:
 a- De l'équation : $(\ln x)^2 - 7\ln x + 6 = 0$.
 b- De l'inéquation : $e^{2x} - 7e^x + 6 < 0$

B) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système :

$$\begin{cases} 5e^{-x} - 3e^{-y} = -1 \\ 7e^{-x} + 6e^{-y} = 19 \end{cases}$$

PROBLEME: (10pts)

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :
 $f(x) = x + 1 - \ln x$ et (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Donner une interprétation graphique du résultat.
 b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 0$
- 2) Déterminer la dérivée f' de f et montrer que
 $f'(x) = \frac{x-1}{x}$, $\forall x \in]0 ; +\infty[$.

- 3) Etudier le sens de variation de f et dresser le tableau de variation .
- 4) a- Soit (D) la droite d'équation $y = x + 1$.
a- Etudier le signe de $f(x) - y$ sur $]0 ; +\infty[$
b- En déduire les positions relatives de (C) et (D) .
- 5) Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse $x_0 = e$.
- 6) Construire (T) , (D) et (C) dans le repère.
On placera le point de coordonnées $(5 ; f(5))$
Données : $\ln 5 = 1,6$; $e = 2,7$

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄
SESSION DE 2018

EXERCICE 1 : (4pts)

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ 2U_{n+1} = U_n + 2 \end{cases}$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = U_n - 2$ pour tout entier naturel n .
a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
b- Exprimer V_n et U_n en fonction de n .
- 3) On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$
Calculer S_n et S'_n en fonction de n .

EXERCICE 2 : (5pts)

Une enquête portant sur l'âge d'un échantillon de cent (100) élèves ayant fréquenté la bibliothèque municipale d'une localité a donné les résultats regroupés dans le tableau ci-dessous :

Classes	Effectifs n_i	Fréquences	Centres de classes x_i	Produits $n_i \cdot x_i$
$[10 ; 12[$	13			
$[12 ; 14[$	18			
$[14 ; 16[$	31			
$[16 ; 18[$	26			
$[18 ; 20[$	12			
Total	100			

- 1) Reproduire et compléter le tableau.
- 2) a- Combien d'élèves (N) dont l'âge est compris entre
12 ans et 16 ans ont fréquenté la bibliothèque ?
(12 ans inclus et 16 ans exclus)

- b- Quel est le pourcentage des élèves ayant 16 ans et plus qui ont fréquenté la bibliothèque ?

- 3) Quelle est la classe modale de cette série statistique ? Quel signifie -t- elle ?
- 4) Calculer l'âge moyen des élèves ayant fréquenté la bibliothèque.

PROBLEME: (11pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

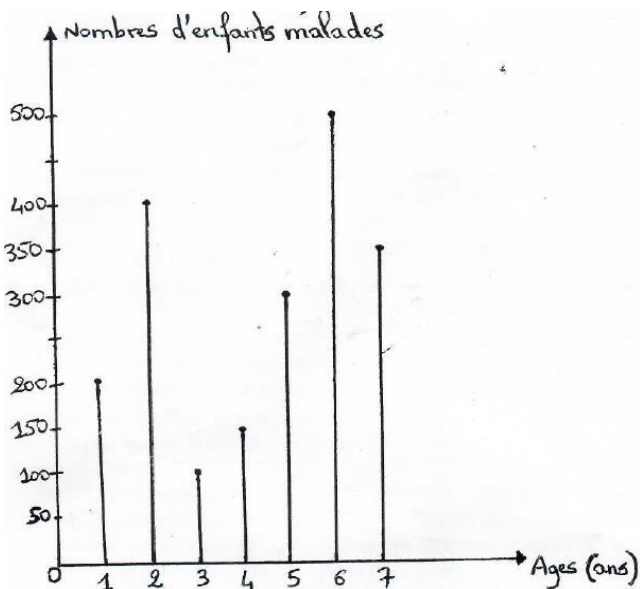
$f(x) = -e^x + 2x + 2$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

- 1) Calculer la limite de f en $-\infty$.
- 2) a- Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad f(x) = 2 + x \left(2 - \frac{e^x}{x} \right)$.
b- Calculer alors la limite de f en $+\infty$.
(On donne : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x} \right) = +\infty$)
- 3) a- Montrer que la droite $(D): y = 2x + 2$ est une asymptote oblique à (C) en $-\infty$.
b- Etudier la position relative de (C) et (D) .
- 4) a- Calculer la dérivée $f'(x)$.
b- Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variation de f .
c- Dresser le tableau de variation de f .
- 5) a- Déterminer une équation de tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisses $x_0 = 0$.
b- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.
- 6) Construire (T) , (D) et (C) dans le repère.
Données : $\ln 2 = 0,7$; $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ et $f(1,5) = 0$.

SUJET DE BACCALAUREAT SERIE A₄
SESSION DE 2019

EXERCICE 1 : (5,5pts)

Le diagramme en bâtons ci – dessous représente le nombre d'enfants atteints par le paludisme au Burkina Faso en 2017.



- 1) Quelle est la population étudiée ? Quel est son effectif ?
- 2) Quelle est le caractère étudié et quelle est sa nature ?
- 3) Donner l'âge des enfants les plus touchés par le paludisme.
- 4) Donner la fréquence des malades de 5 ans et les malades de 7 ans.
- 5) Quelle est la fréquence des enfants atteints ayant au moins 3 ans.

EXERCICE 2 : (4,5pts)

Soit (U_n) la suite numérique définie par son premier terme $U_1 = 4$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$, $3U_{n+1} = U_n + 2$. Soit (V_n) la suite numérique définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par $V_n = U_n - 1$

- 1) Calculer U_2 et U_3 .
- 2) a- Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 b- Exprimer V_n en fonction de .
 c- Exprimer U_n en fonction de .
- 3) Déterminer le sens de variation de (V_n) .
- 4) On pose :

$$S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n.$$

$$S'_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

Exprimer en fonction de n les sommes S_n et S'_n .

PROBLEME: (10pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = x - 2 + e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

- 1) a- Calculer la limite de f en $+\infty$.
 b- Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = e^{-x} \left(xe^x - \frac{2}{e^{-x}} + 1 \right)$.
 c- Calculer alors la limite de f en $-\infty$.
 (On donne : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0$)
- 2) a- Calculer la dérivée $f'(x)$.
 b- Etudier le signe de $f'(x)$ et donner le sens de variation de f .
 c- Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Déterminer les coordonnées du point I intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.
- 4) Déterminer une équation de tangente (T) à la courbe (C) en I .
- 5) Montrer que la droite $(D): y = x - 2$ est une asymptote oblique à (C) en $+\infty$.
- 6) Etudier la position relative de (C) et (D) .
- 7) Construire sur $[2; +\infty[$, (T) , (D) et (C) dans le repère.

Données : $e = 2,7$; $e^2 = 7,4$