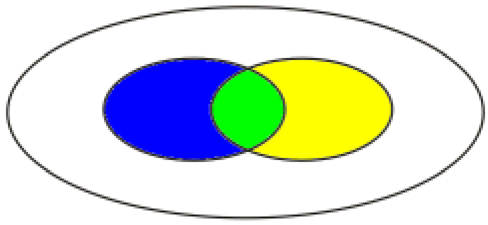
Dénombrement Terminale S

I] Utilisation de diagrammes, de tableaux, d'arbres

1. Diagramme

Exemple : Un sondage auprès de 150 personnes a donné les résultats suivants :
A la question «Consommez vous régulièrement du café ?», 50 personnes répondent oui.
A la question «Êtes-vous amateur de thé ?», 80 personnes répondent oui.
A la question «Êtes-vous un amateur de thé consommant régulièrement du café ?», 35 personnes répondent oui.
Représenter ces données par un diagramme.
Combien de personnes sont des amateurs de thé ne consommant pas régulièrement du café ?
Combien de personnes consomment régulièrement du café et ne sont pas amateurs de thé ?
Combien de personnes ne sont pas amateurs de thé et ne consomment pas régulièrement du café ?
Combien de personnes sont amateurs de thé ou consomment régulièrement du café ?



2. tableau ; arbres

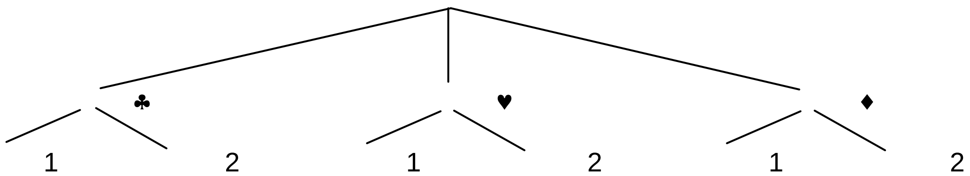
Définition : Etant donnés deux ensembles E et F, on appelle produit cartésien E x F, l'ensemble des couples (a ; b) avec $a \in E$ et $b \in F$.

Exemple :Soit E = {♣ ; ♥ ; ♦} et F = {1 ; 2}.
On peut, dans un tableau à double entrée, écrire tous les éléments de E x F .

E / F	♣	♥	♦
1	(♣ ; 1)	(♥ ; 1)	(♦ ; 1)
2	(♣ ; 2)	(♥ ; 2)	(♦ ; 2)

Le nombre d'éléments de E x F est : card(E x F) = 6 = card(E) x card(F)

On peut utiliser une disposition en forme d'arbre pour retrouver tous ces éléments.



À chaque extrémité d'une branche de l'arbre correspond un élément de l'ensemble E x F :

(♣ ; 1) (♣ ; 2) (♥ ; 1) (♥ ; 2) (♦ ; 1) (♦ ; 2)

Propriété : Si E et F sont des ensembles finis, le nombre d'éléments de E x F est égal au nombre d'éléments de E multiplié par le nombre d'éléments de F.

C'est-à-dire que l'on a : card (E x F) = card(E) x card(F)

L'ensemble E x E est noté E^2 et on a $card(E^2) = [card(E)]^2$

Remarque: On peut généraliser le produit cartésien à plus de deux ensembles :

$E_1 \times E_2 \times ... \times E_p$ est l'ensemble des p-uplets $(a_1 ; a_2 ; ... ; a_p)$ avec $a_i \in E_i$.
et on a $card(E_1 \times E_2 \times ... \times E_p) = card(E_1) \times card(E_2) \times ... \times card(E_p)$

Si les ensembles E_1 ; E_2 ... E_p sont tous égaux à un même ensemble E, on note $E_1 \times E_2 \times ... \times E_p = E^p$

et on a $card(E^p) = [card(E)]^p$

Exercice : Un restaurant propose à ses clients un menu qui se compose :

- d'une entrée à choisir parmi trois entrées possibles notées : E_1, E_2, E_3,
- d'un plat à choisir parmi quatre plats possibles : P_1, P_2, P_3, P_4,
- d'un dessert à choisir parmi quatre desserts possibles : D_1, D_2, D_3, D_4.

Combien un client peut-il composer de menus différents ?
Combien un client peut-il composer de menus comportant le plat P_2 ?