

**Classe : Terminale D**  
**Thème : FONCTIONS**  
**Leçon 1 : LIMITES ET CONTINUITÉ**  
**Nombre de séance : 5**  
**Durée : 10 heures**

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les notions de branches paraboliques de direction (OI) et (OJ) dans un repère (O, I, J)</li> <li>- une racine n-ième d'un nombre positif</li> <li>- une puissance d'exposant rationnel</li> </ul>
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la propriété relative à la limite d'une fonction composée</li> <li>- la propriété relative à la limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert</li> <li>- les propriétés relatives aux opérations sur les fonctions continues sur un intervalle</li> <li>- la propriété relative à la composée de deux fonctions continues sur un intervalle</li> <li>- les propriétés relatives à l'image d'un intervalle par une fonction continue</li> <li>- le théorème des valeurs intermédiaires</li> <li>- les propriétés relatives aux fonctions continues et strictement monotones sur un intervalle</li> <li>- les méthodes de dichotomie et de balayage</li> <li>- les propriétés relatives aux puissances d'exposants rationnels</li> </ul>
Noter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une racine n-ième d'un nombre positif</li> <li>- une puissance d'exposant rationnel</li> </ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la limite d'une fonction</li> <li>- la limite d'une fonction composée</li> <li>- l'image d'un intervalle par une fonction continue</li> <li>- une valeur approchée d'une solution d'une équation</li> <li>- le nombre de solutions d'une équation du type <math>f(x) = k</math></li> <li>- la formule explicite d'une bijection réciproque quand cela est possible</li> <li>- un prolongement par continuité d'une fonction en un point</li> </ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la courbe de la bijection réciproque d'une bijection dans un repère orthonormé</li> <li>- graphiquement des fonctions du type : <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x \rightarrow \sqrt[n]{x} (n \in \mathbb{N}^* ; x \in \mathbb{R}_+^*)</math></li> <li>• <math>x \rightarrow x^r (r \in \mathbb{Q} ; x \in \mathbb{R}_+^*)</math></li> </ul> </li> </ul>

Démontrer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- qu'une fonction <math>f</math> est une bijection d'un intervalle <math>I</math> sur un intervalle <math>J</math> dans le cas où <math>f</math> est continue et strictement monotone sur <math>I</math></li> <li>- l'existence d'une unique solution de l'équation <math>f(x) = m</math> (<math>m</math> est un réel) sur un intervalle <math>I</math>, <math>f</math> étant continue et strictement monotone sur <math>I</math></li> <li>- l'existence d'une unique solution de l'équation <math>f(x) = 0</math> sur un intervalle ouvert <math>]a ; b[</math>, <math>f</math> étant continue et strictement monotone sur <math>[a ; b]</math></li> </ul>
Traiter une situation	<ul style="list-style-type: none"> <li>- faisant appel aux limites et à la continuité d'une fonction.</li> </ul>

### Situation d'apprentissage :

Les élèves de Terminale s'exercent à la photographie au sein du club photo du lycée. Ils savent qu'en photographie, la profondeur de champ correspond à la zone de l'espace dans laquelle doit se trouver le sujet à photographier pour en obtenir une image que l'œil considérera nette. En optique, pour que la netteté s'étende de la distance  $a$  à la distance  $r$ , la mise au point doit être faite à la distance  $p = \frac{2ar}{a+r}$  (les distances sont exprimées en mètres). Les élèves souhaitent que la netteté s'étende de « 5 m à l'infini ». Un élève affirme alors que  $= 10 - \frac{50}{5+r}$ .

Ces camarades décident de vérifier cette formule et de faire des calculs pour déterminer la distance de mise au point à choisir.

### HABILETÉS/CONTENUS PAR SÉANCE

#### 1<sup>ère</sup> Séance

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	- la limite d'une fonction

#### Séance 1 : Limites et continuité en un point $a$

- I. Limites et continuité en un point  $a$ 
  1. Limite d'une fonction en  $a$ 
    - a) Limites de référence
    - b) Limites et opérations
    - c) Limite des fonctions polynômes et rationnelles

## 2<sup>ème</sup> Séance

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la limite d'une fonction</li> <li>- la limite d'une fonction composée</li> </ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la propriété relative à la limite d'une fonction composée</li> <li>- la propriété relative à la limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert</li> </ul>

**Séance 2 : Limite des fonctions composées et formes indéterminées**

**d) Limite à gauche – limite à droite**

**2. Limite des fonctions composées**

**3. Limites et formes indéterminées**

## 3<sup>ème</sup> Séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés relatives aux opérations sur les fonctions continues sur un intervalle</li> <li>- la propriété relative à la composée de deux fonctions continues sur un intervalle</li> </ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un prolongement par continuité d'une fonction en un point</li> </ul>

**Séance 3 : Continuité d'une fonction en  $a$  et sur un intervalle**

**4. Continuité d'une fonction en  $a$**

**a) Critères de continuité**

**b) Prolongement par continuité**

**II. Continuité sur un intervalle**

**1) Définition et propriétés**

**a) Définition**

**b) Propriété 1**

**c) Propriété 2**

## 4<sup>ème</sup> Séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés relatives à l'image d'un intervalle par une fonction continue</li> <li>- le théorème des valeurs intermédiaires</li> <li>- les propriétés relatives aux fonctions continues et strictement monotones sur un intervalle</li> <li>- les méthodes de dichotomie et de balayage</li> </ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- l'image d'un intervalle par une fonction continue</li> <li>- une valeur approchée d'une solution d'une équation</li> </ul>

**Séance 4 : Fonctions continues et strictement monotones**

**d) Propriété 3**

**2. Fonctions continues et strictement monotones**

**a) Image d'un intervalle par une fonction continue et strictement monotone**

**b) Propriétés**

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- le nombre de solutions d'une équation du type <math>f(x) = k</math></li> </ul>
Justifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- qu'un nombre entier naturel est divisible par un nombre entier naturel non nul donné.</li> <li>- qu'un nombre entier naturel est divisible par un nombre entier naturel non nul donné.</li> </ul>
Démontrer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- qu'une fonction <math>f</math> est une bijection d'un intervalle <math>I</math> sur un intervalle <math>J</math> dans le cas où <math>f</math> est continue et strictement monotone sur <math>I</math></li> <li>- l'existence d'une unique solution de l'équation <math>f(x) = m</math> (<math>m</math> est un réel) sur un intervalle <math>I</math>, <math>f</math> étant continue et strictement monotone sur <math>I</math></li> <li>- l'existence d'une unique solution de l'équation <math>f(x) = 0</math> sur un intervalle ouvert <math>]a ; b[</math>, <math>f</math> étant continue et strictement monotone sur <math>[a ; b]</math></li> <li>- la formule explicite d'une bijection réciproque quand cela est possible</li> </ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la courbe de la bijection réciproque d'une bijection dans un repère orthonormé</li> </ul>

### 5<sup>ème</sup> Séance

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une racine <math>n</math>-ième d'un nombre positif</li> <li>- une puissance d'exposant rationnel</li> </ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés relatives aux puissances d'exposants rationnels</li> </ul>
Noter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une racine <math>n</math>-ième d'un nombre positif</li> <li>- une puissance d'exposant rationnel</li> </ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- graphiquement des fonctions du type : <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x \rightarrow \sqrt[n]{x}</math> (<math>n \in \mathbb{N}^* ; x \in \mathbb{R}_+^*</math>)</li> <li>• <math>x \rightarrow x^r</math> (<math>r \in \mathbb{Q} ; x \in \mathbb{R}_+^*</math>)</li> </ul> </li> </ul>

### Séance 5 : Fonctions puissances d'exposant rationnel

#### 3. Fonctions puissances d'exposant rationnel

a) Fonction racine  $n^{\text{ième}}$

b) Propriétés

c) Fonctions puissances d'exposant rationnel

## FICHE DE LA 1<sup>ère</sup> SÉANCE

**Classe : Terminale D**  
**Thème : FONCTIONS**  
**Leçon 1 : LIMITES ET CONTINUITÉ**  
**Nombre de séance : 1/5**  
**Durée : 02 heures**

**Supports didactiques :** Manuel

**Pré-requis :** Limites

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	- la limite d'une fonction

**Séance 1 : Limites et continuité en un point  $a$**   
**I. Limites et continuité en un point  $a$**   
**1. Limite d'une fonction en  $a$**   
 a) Limites de référence  
 b) Limites et opérations  
 c) Limite des fonctions polynômes et rationnelles

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS	TRACE ÉCRITE
<b>PRÉSENTATION</b>				
-Pré-requis  <b>20 min</b>	Travail individuel	<u><b>Activité :</b></u> Calcule les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow 2} 37$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} x$ ; $\lim_{x \rightarrow 7} x$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^6$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3}$	<u><b>Réponse :</b></u>	

<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p><b>30 min</b></p>	<p>Travail collectif</p>	<p><b>Exercice de fixation :</b>          Calcule les limites suivantes :</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} x^7 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} x^5$ $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{(x-7)^2} ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^3} ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^8} \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3}$	<p><b>Réponse :</b></p>	<p><b>I. Limites et continuité en un point a</b></p> <p><b>1) Limite d'une fonction en a</b></p> <p><b>a) Limites de référence</b></p> <p><b>Propriétés</b></p> $\lim_{x \rightarrow a} c = \lim_{x \rightarrow +\infty} c = \lim_{x \rightarrow -\infty} c = c$ <p>avec <math>c \in \mathbb{R}</math> et <math>a \in \mathbb{R}</math></p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty \text{ avec } n \in \mathbb{N}^*$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \text{ si } n \in \mathbb{N}^*$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n} = +\infty \text{ si } n \text{ est pair}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n} = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n} = +\infty$ <p>si <math>n</math> est impair</p> $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty \text{ si } n \text{ est pair}$ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^n} = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$ <p>si <math>n</math> est impair</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$
<p><b>ÉVALUATION</b></p> <p><b>20 min</b></p>	<p>Recherche individuel</p>			

<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p><b>50 min</b></p>	<p>Travail collectif</p>	<p><u><b>Exercice de maison :</b></u></p>	<p><b>b) <u>Limites et opérations</u></b>  <i>l et l'</i> sont des nombres réels ; <i>a</i> désigne un nombre réel, soit <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math> ; <i>f</i> et <i>g</i> deux fonctions.</p> <p>- Limite d'une somme de fonctions</p> <table border="1" data-bbox="1458 323 2157 464"> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math></td> <td><i>l</i></td> <td><i>l</i></td> <td><i>l</i></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} g(x)</math></td> <td><i>l'</i></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x)</math></td> <td><i>l + l'</i></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td></td> </tr> </table> <p>- Limite d'un produit de fonctions</p> <table border="1" data-bbox="1458 504 2157 619"> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math></td> <td><i>l</i></td> <td><i>l</i></td> <td><i>l</i></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} g(x)</math></td> <td><i>l'</i></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} (f \times g)(x)</math></td> <td><i>l \times l'</i></td> <td><math>+\infty (l &gt; 0)</math> <math>-\infty (l &lt; 0)</math></td> <td><math>+\infty (l &gt; 0)</math> <math>-\infty (l &lt; 0)</math></td> <td></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>- Limite d'un inverse</p> <table border="1" data-bbox="1469 659 2145 778"> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math></td> <td><i>l (l ≠ 0)</i></td> <td>0 (<i>f</i> &gt; 0)</td> <td>0 (<i>f</i> &lt; 0)</td> <td><math>-\infty</math> ou <math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{1}{f}\right)(x)</math></td> <td><math>\frac{1}{l}</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> </tr> </table> <p><b>c) <u>Limite des fonctions polynômes et rationnelles</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La limite d'une fonction polynôme à l'infini est égale à la limite à l'infini de son monôme du plus haut degré.</li> <li>- La limite d'une fonction rationnelle à l'infini est égale à la limite à l'infini du quotient des monômes de plus haut degrés.</li> </ul>	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	<i>l</i>	<i>l</i>	<i>l</i>	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	<i>l'</i>	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x)$	<i>l + l'</i>	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$		$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	<i>l</i>	<i>l</i>	<i>l</i>	0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	<i>l'</i>	$+\infty$	$-\infty$	$\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} (f \times g)(x)$	<i>l \times l'</i>	$+\infty (l > 0)$ $-\infty (l < 0)$	$+\infty (l > 0)$ $-\infty (l < 0)$		$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	<i>l (l ≠ 0)</i>	0 ( <i>f</i> > 0)	0 ( <i>f</i> < 0)	$-\infty$ ou $+\infty$	$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{1}{f}\right)(x)$	$\frac{1}{l}$	$+\infty$	$-\infty$	0
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	<i>l</i>	<i>l</i>	<i>l</i>	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$																																																				
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	<i>l'</i>	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$																																																				
$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x)$	<i>l + l'</i>	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$																																																					
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	<i>l</i>	<i>l</i>	<i>l</i>	0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$																																																			
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	<i>l'</i>	$+\infty$	$-\infty$	$\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$																																																			
$\lim_{x \rightarrow a} (f \times g)(x)$	<i>l \times l'</i>	$+\infty (l > 0)$ $-\infty (l < 0)$	$+\infty (l > 0)$ $-\infty (l < 0)$		$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$																																																			
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	<i>l (l ≠ 0)</i>	0 ( <i>f</i> > 0)	0 ( <i>f</i> < 0)	$-\infty$ ou $+\infty$																																																						
$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{1}{f}\right)(x)$	$\frac{1}{l}$	$+\infty$	$-\infty$	0																																																						

## FICHE DE LA 2<sup>ème</sup> SÉANCE

**Classe : Terminale D**  
**Thème : FONCTIONS**  
**Leçon 1 : LIMITES ET CONTINUITÉ**  
**Nombre de séance : 2/5**  
**Durée : 02 heures**

**Supports didactiques:** manuels

**Pré-requis :** limites de référence

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la limite d'une fonction</li> <li>- la limite d'une fonction composée</li> </ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la propriété relative à la limite d'une fonction composée</li> <li>- la propriété relative à la limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert</li> </ul>

**Séance 2 : Limite des fonctions composées et formes indéterminées**

**d) Limite à gauche - limite à droite**

**2. Limite des fonctions composées**

**3. Limites et formes indéterminées**

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS	TRACE ÉCRITE
<b>20 min</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exposition de quelques résultats</li> <li>-Échange entre les élèves</li> </ul>	Correction de l'exercice de maison		

<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p><b>20 min</b></p>	<p>Travail individuel</p> <p>Exposition du résultat</p>	<p><b>Activité :</b></p> <p>Calcule la limite suivante :</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 6x + 7}{x - 2}$	<p><b>Réponse :</b></p>	<p><b>d) Limites à gauche – limites à droite</b></p> <p><b>Définition</b></p> <p>Soit <math>a</math> et <math>l</math> deux nombres réels, <math>f</math> est une fonction d'ensemble de définition <math>Df</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>f</math> admet une limite à gauche en <math>a</math> égale à <math>l</math> si <math>\forall x \in Df \cap ]-\infty ; a[ ; \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l</math></li> <li>- <math>f</math> admet une limite à droite en <math>a</math> égale à <math>l</math> si <math>\forall x \in Df \cap ]a ; +\infty[ ; \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l</math></li> </ul> <p><b>Propriétés</b></p> <p>Soit <math>a</math> et <math>l</math> deux nombres réels et <math>f</math> une fonction définie sur un intervalle <math>K</math> de <math>\mathbb{R}</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si <math>a \in K</math> alors <math>f</math> admet une limite en <math>a</math> si et seulement si :  <math display="block">\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)</math></li> <li>- Si <math>a \notin K</math> alors <math>f</math> admet une limite en <math>a</math> si et seulement si : <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)</math></li> </ul>
<p><b>ÉVALUATION</b></p> <p><b>20 min</b></p>	<p>Travail individuel</p>	<p><b>Exercice de fixation :</b></p> <p>On donne la fonction <math>f</math> définie par :</p> $\begin{cases} \forall x \in ]-\infty ; 2[, f(x) = x^3 + 1 \\ x \in ]2 ; +\infty[, f(x) = 5x - 1 \end{cases}$ <p>1) Etudie la limite de <math>f</math> en 2</p> <p>2) <math>f</math> admet-elle une limite en 2 ?</p>	<p><b>Réponse :</b></p>	

<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p>15 min</p>	<p>Travail individuel</p>	<p><b>Activité :</b></p> <p>On donne <math>f(x) = 2x + 7</math> et</p> $g(x) = x^2 + 2$ <p>Détermine la fonction <math>(f \circ g)(x)</math></p>	<p><b>Réponse :</b></p>	<p><b>2) Limite des fonctions composées</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Propriétés</b></p> <p><math>f</math> et <math>g</math> sont deux fonctions. <math>a</math>, <math>b</math> et <math>c</math> sont des éléments de <math>Df \cap Dg</math>.</p> <p>Si <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b</math> et <math>\lim_{x \rightarrow b} g(x) = c</math> alors</p> $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = c$
<p><b>ÉVALUATION</b></p> <p>20 min</p>	<p>Travail individuel</p>	<p><b>Exercice de fixation :</b></p> <p>Calcule les limites suivantes :</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^4 + 4x - 3} ; \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{1}{2 + 3x^2}}$ $\lim_{x \rightarrow 0}  -5x^2 + 1  \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{3x}$	<p><b>Réponse :</b></p>	
<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p>5 min</p>	<p>Travail individuel</p>			<p><b>3) Les formes indéterminées</b></p> <p>On a quatre types de formes indéterminées :</p> $\frac{0}{0} ; \frac{\infty}{\infty} ; 0 \times \infty \text{ et } (+\infty) + (-\infty).$

<p><b>ÉVALUATION</b></p> <p><b>20 min</b></p>	<p>Travail individuel</p>	<p><b><u>Exercice de fixation :</u></b></p> <p>Calcule les limites suivantes :</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x}); \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - x)$ <p><b><u>Exercice de maison :</u></b></p>	<p><b><u>Réponse :</u></b></p>	
---	---------------------------	---	--------------------------------	--

## FICHE DE LA 3<sup>ème</sup> SÉANCE

**Classe : Terminale D**  
**Thème : FONCTIONS**  
**Leçon 1 : LIMITES ET CONTINUITÉ**  
**Nombre de séance : 3/5**  
**Durée : 02 heures**

**Supports didactiques:** Manuel

**Pré-requis :** continuité d'une fonction

HABILETÉS	CONTENUS
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés relatives aux opérations sur les fonctions continues sur un intervalle</li> <li>- la propriété relative à la composée de deux fonctions continues sur un intervalle</li> </ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un prolongement par continuité d'une fonction en un point</li> </ul>

**Séance 3 : Continuité d'une fonction en  $a$  et sur un intervalle**

**4. Continuité d'une fonction en  $a$**

**a) Critères de continuité**

**b) Prolongement par continuité**

**II. Continuité sur un intervalle**

**1) Définition et propriétés**

**a) Définition**

**b) Propriété 1**

**c) Propriété 2**

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS	TRACE ÉCRITE
<b>25 min</b>	Exposition de quelques résultats Échange entre les élèves	Correction de l'exercice de maison		

<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p><b>10 min</b></p>				<p><b>4) <u>continuité d'une fonction en a</u></b></p> <p><b>a) <u>critère de continuité en a</u></b></p> <p><math>f</math> est une fonction définie en <math>a</math> (<math>a \in \mathbb{R}</math>).</p> <p><math>f</math> est continue en <math>a</math> si et seulement si :</p> $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
<p><b>ÉVALUATION</b></p> <p><b>15 min</b></p>	<p>Travail individuel</p>	<p><b><u>Exercice de fixation :</u></b>  On donne une fonction <math>f</math> définie par <math>f(x) = \frac{6x+1}{2x}</math>  Démontre que <math>f</math> est continue en <math>-1</math>.</p>	<p><b><u>Réponse :</u></b></p>	<p>NB : si <math>f</math> n'est pas définie en <math>a</math> alors <math>f</math> ne peut pas être continue en <math>a</math>.</p>
<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p><b>20 min</b></p>				<p><b>b) <u>Prolongement par continuité</u></b></p> <p><math>f</math> est une fonction d'ensemble de définition <math>Df</math> et <math>a</math> un nombre reel n'appartenant pas à <math>Df</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l</math> avec <math>l \in \mathbb{R}</math> alors <math>f</math> est prolongeable par continuité en <math>a</math>. Son prolongement par continuité en <math>a</math> est la fonction <math>h</math> définie par : <math display="block">\begin{cases} \forall x \in Df, h(x) = f(x) \\ h(a) = l \end{cases}</math> </li> <li>- Si une fonction <math>f</math> admet un prolongement par continuité <math>h</math> en <math>a</math> alors cette fonction <math>h</math> est continue en <math>a</math>.</li> </ul>

<p><b>ÉVALUATION</b></p> <p><b>20 min</b></p>		<p><b><u>Exercice de fixation :</u></b>          Dis si les fonctions suivantes sont prolongeable par continuité au point indiqué. Si oui précise son prolongement.</p> $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} ; \quad a = 2$ $g(x) = \frac{x^2 + 1}{(x + 2)^2} ; \quad a = -2$	<p><b><u>Réponse :</u></b></p>	<p><b>II. <u>Continuité sur un intervalle</u></b></p> <p><b>1) <u>Définition et propriétés</u></b></p> <p><b>a) <u>Définition</u></b></p> <p>Une fonction <math>f</math> est continue sur un intervalle <math>K</math> lorsque <math>f</math> est continue en tout point de <math>K</math>.</p> <p><b>b) <u>Propriété 1</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La somme et le produit de deux fonctions continues sur un intervalle <math>K</math> sont continues sur <math>K</math>.</li> <li>- Le quotient d'une fonction continue par une fonction continue qui ne s'annule pas sur un intervalle <math>K</math> est continue sur <math>K</math>.</li> <li>- Les fonctions polynômes sont continues sur <math>\mathbb{R}</math>.</li> <li>- Les fonctions rationnelles sont continues sur leur ensemble de définition.</li> </ul> <p><b>c) <u>Propriété 2</u></b></p> <p>Soit <math>f</math> une fonction continue sur un intervalle <math>K</math> et <math>g</math> une fonction continue sur un intervalle contenant <math>f(K)</math> alors <math>g \circ f</math> est une fonction continue sur <math>K</math>.</p>
<p><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p><b>25 min</b></p>		<p><b><u>Exercice de maison :</u></b></p>		

## FICHE DE LA 4<sup>ème</sup> SÉANCE

**Classe : Terminale D**  
**Thème : FONCTIONS**  
**Leçon 1 : LIMITES ET CONTINUITÉ**  
**Nombre de séance : 4/5**  
**Durée : 02 heures**

**Supports didactiques:** Manuel

**Pré-requis :** l'image d'un intervalle par une fonction

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés relatives à l'image d'un intervalle par une fonction continue</li> <li>- le théorème des valeurs intermédiaires</li> <li>- les propriétés relatives aux fonctions continues et strictement monotones sur un intervalle</li> <li>- les méthodes de dichotomie et de balayage</li> </ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- l'image d'un intervalle par une fonction continue</li> <li>- une valeur approchée d'une solution d'une équation</li> <li>- le nombre de solutions d'une équation du type <math>f(x) = k</math></li> </ul>
Justifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- qu'un nombre entier naturel est divisible par un nombre entier naturel non nul donné.</li> <li>- qu'un nombre entier naturel est divisible par un nombre entier naturel non nul donné.</li> </ul>
Démontrer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- qu'une fonction <math>f</math> est une bijection d'un intervalle <math>I</math> sur un intervalle <math>J</math> dans le cas où <math>f</math> est continue et strictement monotone sur <math>I</math></li> <li>- l'existence d'une unique solution de l'équation <math>f(x) = m</math> (<math>m</math> est un réel) sur un intervalle <math>I</math>, <math>f</math> étant continue et strictement monotone sur <math>I</math></li> </ul>

**Séance 4 : Fonctions continues et strictement monotones**

**d) Propriété 3**

**2. Fonctions continues et strictement monotones**

**a) Image d'un intervalle par une fonction continue et strictement monotone**

**b) Propriétés**

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- l'existence d'une unique solution de l'équation <math>f(x) = 0</math> sur un intervalle ouvert <math>]a ; b[</math>, <math>f</math> étant continue et strictement monotone sur <math>[a ; b]</math></li> <li>- la formule explicite d'une bijection réciproque quand cela est possible</li> </ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la courbe de la bijection réciproque d'une bijection dans un repère orthonormé</li> </ul>

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS	TRACE ÉCRITE
10 min	Exposition de quelques résultats Échange entre les élèves	Correction de l'exercice de maison		
<b>DÉVELOPPEMENT</b>  15 min  <b>EVALUATION</b> 5 min				<b>d) Propriété 3</b> Par une fonction continue : <ul style="list-style-type: none"> <li>- L'image d'un intervalle est un intervalle ou un singleton</li> <li>- L'image d'un intervalle fermé est un intervalle fermé ou un singleton.</li> </ul> <b>Voir figure 1</b> <i>f</i> est continue sur $[a ; b]$ et $f([a ; b]) = [m ; M]$ <i>M</i> est le maximum de <i>f</i> sur $[a ; b]$ et <i>m</i> est le minimum <i>f</i> sur $[a ; b]$

<p style="text-align: center;"><b>DÉVELOPPEMENT</b> 5 min</p> <p style="text-align: center;"><b>EVALUATION</b> 5 min</p>		<p><b><u>Exercice de fixation :</u></b> Soit <math>f</math> une fonction continue et strictement monotone sur <math>] -4 ; -3[</math> définie par :  <math display="block">f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 8</math> Démontrez que l'équation <math>f(x) = 0</math> admet une solution unique <math>\alpha</math> dans <math>] -4 ; -3[</math>.</p>	<p><b><u>Réponse :</u></b></p>	<p><b>2) <u>Fonctions continues et strictement monotones</u></b></p> <p><b>a) <u>Image d'un intervalle par une fonction continue et strictement monotone</u></b></p> <p>Dans le tableau suivant <math>a</math> et <math>b</math> sont des réels tels que <math>a &lt; b</math> et <math>f</math> est une fonction continue et strictement monotone.</p> <p style="text-align: center;"><b>Voir tableau</b></p> <p><b>b) <u>Propriétés</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si <math>f</math> est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle <math>K</math> alors <math>f</math> réalise une bijection de <math>K</math> sur <math>f(K)</math>. La bijection réciproque notée <math>f^{-1}</math> est continue sur <math>f(K)</math> et a même sens de variation que <math>f</math>.</li> <li>- Si <math>f</math> est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle <math>K</math> alors pour tout élément <math>m</math> de <math>f(K)</math>, l'équation <math>f(x) = m</math> admet une unique solution dans <math>K</math>.</li> <li>- Si <math>f</math> est une fonction continue et strictement monotone sur <math>[a ; b]</math> et que <math>f(a) \times f(b) &lt; 0</math> alors l'équation <math>f(x) = 0</math> admet une unique solution dans l'intervalle ouvert <math>]a ; b[</math>.</li> </ul>
--	--	---	--------------------------------	--

## FICHE DE LA 5<sup>ème</sup> SÉANCE

**Classe : Terminale D**  
**Thème : FONCTIONS**  
**Leçon 1 : LIMITES ET CONTINUITÉ**  
**Nombre de séance : 5/5**  
**Durée : 02 heures**

**Supports didactiques:** Manuel

**Pré-requis :** puissance à exposant entier relatif

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"><li>- une racine n-ième d'un nombre positif</li><li>- une puissance d'exposant rationnel</li></ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"><li>- les propriétés relatives aux puissances d'exposants rationnels</li></ul>
Noter	<ul style="list-style-type: none"><li>- une racine n-ième d'un nombre positif</li><li>- une puissance d'exposant rationnel</li></ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"><li>- graphiquement des fonctions du type :<ul style="list-style-type: none"><li>• <math>x \rightarrow \sqrt[n]{x}</math> (<math>n \in \mathbb{N}^*</math> ; <math>x \in \mathbb{R}_+^*</math>)</li><li>• <math>x \rightarrow x^r</math> (<math>r \in \mathbb{Q}</math> ; <math>x \in \mathbb{R}_+^*</math>)</li></ul></li></ul>

### Séance 5 : Fonctions puissances d'exposant rationnel

#### 3. Fonctions puissances d'exposant rationnel

a) Fonction racine  $n^{\text{ième}}$

b) Propriétés

c) Fonctions puissances d'exposant rationnel

MOMENT DIDACTIQUE ET DURÉE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	ACTIVITÉS DU PROFESSEUR	ACTIVITÉS DES APPRENANTS	TRACE ÉCRITE
25 min	Exposition de quelques résultats Échange entre les élèves	Correction de l'exercice de maison		
DÉVELOPPEMENT  40 min	Travail collectif			<p><b>3) <u>Fonctions puissances d'exposants rationnels</u></b></p> <p><b>a) <u>Fonctions racines <math>n^{i\grave{e}me}</math></u></b></p> <p style="text-align: center;"><b><u>Définition</u></b></p> <p><math>n</math> est un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.</p> <p>On appelle fonction racine <math>n^{i\grave{e}me}</math>, la bijection réciproque de la bijection <math>x^n</math> de <math>\mathbb{R}_+</math> vers <math>\mathbb{R}_+</math>.</p> <p style="text-align: center;"><b><u>Notation</u></b></p> <p>Soit <math>x</math> un nombre reel positif et <math>n</math> un nombre entier naturel tel que <math>n \geq 2</math>.</p> <p>La racine <math>n^{i\grave{e}me}</math> de <math>x</math> est notée <math>\sqrt[n]{x}</math> ou <math>x^{\frac{1}{n}}</math>.</p> <p style="text-align: center;"><b><u>Cas particuliers</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour <math>n = 2</math>, on ecrit simplement <math>\sqrt{x}</math> et on lit racine carrée de <math>x</math>.</li> </ul> <p>On note <math>\sqrt[2]{x} = \sqrt{x}</math></p>

<p style="text-align: center;"><b>DÉVELOPPEMENT</b></p> <p style="text-align: center;"><b>40 min</b></p>				<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour <math>n = 3</math>, on écrit <math>\sqrt[3]{x}</math> et on lit racine cubique de <math>x</math>.</li> </ul> <p><b>b) Propriétés</b></p> <p><math>x</math> et <math>y</math> sont des nombres réels positifs et <math>n</math> un nombre entier naturel strictement supérieur à 1.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>\sqrt[n]{x} \geq 0</math></li> <li>➤ <math>x^n = y \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{y}</math></li> <li>➤ <math>(\sqrt[n]{x})^n = x</math></li> </ul> <p><b>c) Fonction puissance d'exposant rationnel</b></p> <p><math>r</math> étant un nombre rationnel non nul.</p> <p>On appelle fonction puissance d'exposant <math>r</math>, la fonction <math>x^r</math> de <math>\mathbb{R}_+</math> vers <math>\mathbb{R}_+</math>.</p> <p><math>r</math> et <math>r'</math> étant des nombres rationnels non nuls ;  <math>x</math> et <math>y</math> des nombres réels strictement positifs.</p> $x^r \times y^r = (x \times y)^r$ $(x^r)^{r'} = x^{r \times r'}$ $\frac{x^r}{y^r} = \left(\frac{x}{y}\right)^r$ $x^r \times x^{r'} = x^{r+r'}$
--	--	--	--	--