PREPABAC	FICHE METHODE MATHEMATIQUES : SERIE G2	ANNEE SCOLAIRE : 2011-2012

LIMITES DE REFERENCES

FONCTION EXPONENTIELLE

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 0} \ln x = -\infty$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \left(x^n \ln x\right) = 0$; $\lim\limits_{x\to 0} \left(x \ln x\right) = 0$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{\ln x}{x^n}\right) = 0$; $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{\ln x}{x-1}\right) = 1$; $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1 ; \forall n \in \mathbb{N}^*$

ELEMENTS DE SYMETRIES

1- PARITE D'UNE FONCTION

- **Fonction paire :** f est une fonction paire si $\forall x \in D_f$,on a : $a - x \in D_f, f(-x) = f(x)$
- **Fonction impaire :** f est fonction impaire si $\forall x \in D_f$, on a : $a - x \in D_f, f(-x) = -f(x)$

REMARQUES (INTERPRETATION GRAPHIQUE) :

- Lorsqu'une fonction est paire, l'axe des ordonnées est un axe de symétrie pour une courbe représentative.
- Lorsqu'une fonction est impaire l'origine du repère est un centre de symétrie pour sa courbe représentative.

2- AXE DE SYMETRIE ET CENTRE DE SYMETRIE

- **Axe de symétrie :** La droite (Δ) d'équation x = a est un axe de symétrique de la courbe (C_f) si et seulement si :

  $\forall x \in D_f$, on a : $2a - x \in D_f, f(2a - x) = f(x)$ ou $a - x \in D_f, a + x \in D_f ; f(a - x) = f(a + x)$

- **Centre de symétrie :** Soit a et b deux nombres réels. Le point $\Omega(a;b)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f) si et seulement si :

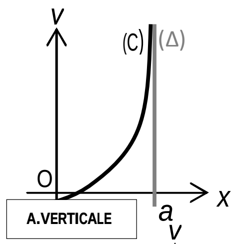
  $\forall x \in D_f$, on a : $2a - x \in D_f, f(2a-x) + f(x) = 2b$ ou $a - x \in D_f, a + x \in D_f, f(a-x) + f(a+x) = 2b$

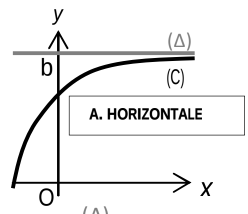
BRANCHES INFINIES

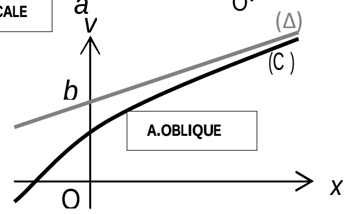
Soit f une fonction, (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J)

Asymptotes : Il existe 3 types d'asymptotes :

- Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$ alors la droite (Δ) d'équation *x* = *a* est une **asymptote verticale** à la courbe (C) représentant *f*.
- Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = b$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = b$, alors la droite (Δ) d'équation *y* = *b* est une **asymptote horizontale** à la courbe (C) représentant *f*.
- Si $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$ alors la droite (Δ) d'équation $y = ax + b$ est une **asymptote oblique** à la courbe (C) représentant *f*. [L'étude du signe de $f(x) - (ax+b)$ permet de déterminer la position de la courbe par rapport à son asymptote]







BRANCHES PARABOLIQUES

Soit f une fonction de limite infinie en l'infini.

-Si $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ alors (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OI).

-Si $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \infty$ alors (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ).

DERIVABILITE EN UN POINT

Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert I et a un élément de I. on dit que la fonction f est dérivable en a lorsque $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ est un nombre réel.

Cette limite est notée $f'(a)$ et s'appelle le nombre dérivé de f en a. si $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$, on dit que (C_f) admet une tangente horizontale en $A(a; f'(a))$

si $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \infty$, On dit que (C_f) admet une tangente verticale au point d'abscisse en a

DENOMBREMENT

P-UPLETS OU P-LISTES

- Tirages successifs avec remise de p objets parmi n objets discernables en observant à chaque fois les caractéristiques de l'objet obtenu.
- Constitution d'un groupe de p individus, ordonnés, à partir d'une population de n individus discernables.
- Rangement de p objet discernables dans n cases discernables.une même case pouvant recevoir 0, 1 ou plusieurs objets

COMBINAISON

Modèles de base

- Tirages simultanés de p objets parmi n objets discernables.
- Constitution d'un groupe de p individus, totalement désordonnés, à partir d'une population de n individus discernables.
- Rangement de p objet identiques dans n cases discernables en plaçant au plus un objet par case (cela revient a un tirage simultané de p cases parmi discernables).

ARRANGEMENT

MODELES DE BASE

- Tirages successifs sans remise de p objets parmi n objets discernables en observant à chaque fois les caractéristiques de l'objet obtenu.
- Constitution d'un groupe de p individus, à partir d'une population de n individus discernables.
- Rangement de p objet discernables dans n cases discernables en plaçant au plus un objet par case

PERMUTATION

Modèles de base

- Tirages successifs sans remise de n objets parmi n objets discernables en observant à chaque fois les caractéristiques de l'objet obtenu.
- Constitution d'un groupe de n individus, à partir d'une population de n individus discernables.
- Rangement de n objet discernables dans n cases discernables en plaçant au plus un objet par case

STATISTIQUE

- Coordonnées du **point moyen** G. On calcule les **moyennes de X et de Y :**

  $\overline{X} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} x_i$ et $\overline{Y} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} y_i$ donc le point moyen G est : $G\left(\overline{X};\overline{Y}\right)$

- Calcule des **variances de X et de Y** $V(x) = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} x_i^2 - \overline{X}^2$; $v(y) = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} y_i^2 - \overline{Y}^2$

- L'écart type noté δ est la racine carrée de la variance : $\delta(X) = \sqrt{V(X)}$ et $\delta(y) = \sqrt{V(y)}$

- Calcule de la **covariance de X et de Y** $\mathrm{Cov}(x;y) = \delta_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \overline{X}\,\overline{Y}$

- Calcule du **coefficient de corrélation** linéaire entre X et Y. $r = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sqrt{V(x)V(y)}} = \frac{\delta_{xy}}{\delta_x \times \delta_y}$

<u>Remarque 1:</u>

- On a **toujours** $|r| \le 1$ c'est-à-dire $-1 \le |r| \le 1$
- Lorsque $0,87 \le |r| \le 1$ il y a une forte **corrélation linéaire entre X et Y**. **Un ajustement affine est donc justifié**.
- Si $r^2 = 1$ alors la corrélation **est parfaite**, alors $a.a' = r^2 = 1$

Droite de régression de y en x : $y = ax + b$ avec $a = \frac{\mathrm{cov}(X;Y)}{V(x)}$ et $b = \overline{Y} - a\overline{X}$

Droite de régression de x en y : $y = a'x + b'$ avec $a' = \frac{\mathrm{cov}(X;Y)}{V(y)}$ et $b = \overline{X} - a\overline{Y}$