

Exercice 5

Soit A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E .

1. Montrer que $A \subset B \Rightarrow \bar{B} \subset \bar{A}$.
2. Comparer A^0 et B^0
3. Montrer que $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
4. Montrer que $\mathcal{P}(A \cap B) \subset \mathcal{P}(A)$.

TRAVAUX DIRIGES N°1

Exercice 1

Soient E un ensemble et soit $A, B \in \mathcal{P}(E)$.

Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $X \in \mathcal{P}(E)$.

1. $A \cup X = B$.

2. $A \cap X = B$

Exercice 2

Soient A, B et C des parties quelconques d'un ensemble E . On note \bar{A} le complémentaire de A dans E . Simplifier les ensembles suivants :

1. $X = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)$.

2. $Y = (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B)$.

3. $Z = \overline{(\bar{A} \cap B)} \cap \overline{(A \cap B)}$.

4. $Q = [A \cap (B \cup C)] \cap [(B \cap C) \cup \bar{C}]$



Exercice 3

1. Exprime à l'aide du seul symbole « ni » les propositions suivantes :

\bar{P} ; \bar{q} ; P et q ; P ou q ; $P \Rightarrow q$

2. Soit E l'ensemble $\{*, \Delta, 0\}$

2.1. Trouver tous les sous ensemble de E .

3. Soit A et B deux ensembles, montrer que $C(A \cap B) = C_A \cup C_B$

4. Soit A et B deux ensembles, montrer que $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Exercice 4

1. Dire si les implications sont vraies ou fausses on justifiera avec des exemples.

1.1. $A \cap B \subset D \Rightarrow A \subset D$ et $B \subset D$.

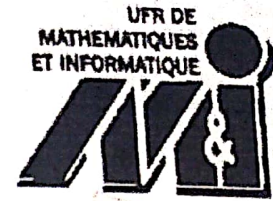
1.2. $D \subset A \cup B \Rightarrow D \subset A$ ou $D \subset B$.

2. Dire si les ensembles A et B sont cartésiens.

2.1. $A = \{(1,2); (1,3); (1,1); (3,1)\}$ tel que $E = \{1; 3\}$ et $F = \{1; 2; 3\}$

2.2. $B = \{(2,1); (3,1); (1,1); (0,1)\}$ tel que $E = \{1\}$ et $F = \{0; 1; 2; 3\}$

TRAVAUX DIRIGES N°2



Exercice 1

1. Ecrire l'ensemble des parties de E .

$$E = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}.$$

2. Déterminer $\text{Card}(\mathcal{P}(E))$.

Exercice 2

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on considère l'intervalle réels $J_n =]n; +\infty[$.

1. Calculer l'intersection de J_n .
2. Calculer la réunion de J_n .

Exercice 3

On définit sur \mathbb{R} la relation \mathcal{R} par : $\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2$ et $a - b \in \mathbb{Q}$.

1. Montrer que \mathcal{R} est une relation d'équivalence.

Exercice 3

On définit sur \mathbb{R} la relation \mathcal{R} par : $\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2$ et $a - b \in \mathbb{Q}$.

1. Montrer que \mathcal{R} est une relation d'équivalence.

Exercice 4

1. Soit E un ensemble fini ayant n élément.
 - 1.1. Montrer que E a un nombre fini de sous ensemble et que le cardinal de $\mathcal{P}(E)$ est égale à 2^n .
2. Soit A et B deux ensembles finis tels que $A \subset B$.
 - 2.1. Montrer que si $\text{Card}(A) = \text{Card}(B)$ alors $A = B$

Exercice 5

I- Soit A, B et E trois ensembles.

1. Montrer que $E \times (A \cup B) = (E \times A) \cup (E \times B)$.
2. Montrer que $E \times (A \cap B) = (E \times A) \cap (E \times B)$.
3. Montrer que $E \times (A \Delta B) = (E \times A) \Delta (E \times B)$.

II- Soit A, B, C et E quatre ensembles.

1. Montrer que $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.
2. On suppose que $A \Delta B = A \cap B$, montrer que $A = B = \emptyset$.
3. Montrer que $A \Delta B = A \Delta C$ si et seulement si $B = C$.
4. Montrer que $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.
5. Résoudre l'équation d'inconnue $X \in \mathcal{P}(E)$: $A \Delta X = \emptyset$