

CHAPITRE 1 : THEORIE DU PRODUCTEUR

A : LES FONCTIONS DE PRODUCTION

Tout comme le consommateur, le producteur est aussi un agent économique. Il met à la disposition du consommateur les biens et services nécessaires à la satisfaction de ce dernier. Cependant, il n'agit pas par altruisme. Il est guidé par un objectif de maximisation de son profit. La production passe par une technologie de production.

I Technologie de production et ensemble de production

1.1 Ensemble de production input, output

L'entreprise dispose des biens pouvant être utilisés pour produire d'autres biens. Ces biens, appelés facteurs de production ou input ou intrant sont : le travail, le capital et les matières premières. A travers une technologie de production, l'entreprise fabrique des biens et services destinés à satisfaire des besoins d'autres agents économiques. Une technologie de production est une méthode de combinaison des facteurs de production pour fabriquer un certain bien appelé output ou extrant ou produit. L'output est la production de l'entreprise et l'ensemble des outputs est appelé plan de production. Ce plan de production contient également l'ensemble des inputs et l'ensemble de tous les plans de production techniquement réalisables est appelé ensemble de production.

La fonction de production est la relation technique entre input output

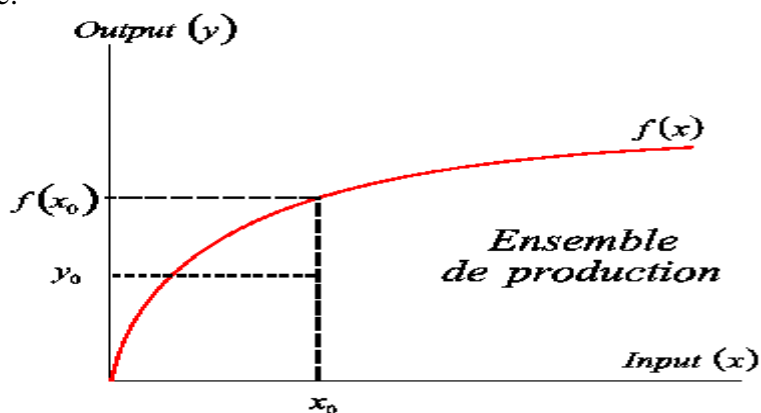
$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1)$$

Où Y=output, produit

x_i =input, intrant i

Puisqu'on mesure la production physique, on parle de produit physique total

On appelle l'ensemble de production toutes les combinaisons d'inputs-outputs techniquement réalisables par la firme.



x_0 permet de produire y_0 . Mais la **production maximale** qu'on peut obtenir de x_0 est en fait $f(x_0)$: c'est sur la frontière de l'ensemble de production.

On appelle cette frontière (production maximale) la fonction de production de la firme.

1.2 Propriétés des ensembles de production

Soit Y , un ensemble de production, les propriétés suivantes lui sont applicables

- Y est non vide c'est-à-dire qu'il n'est toujours possible de ne rien produire ;
- Y est monotone c'est-à-dire qu'on peut toujours produire moins avec les mêmes inputs ou autant avec plus d'inputs. Autrement dit, il est possible de réduire les inputs et les outputs ou de les accroître dans les mêmes proportions ;
- Y est additifs c'est-à-dire s'il existe un autre plan Z distinct, il est possible de joindre Y et Z .

1.3 Exemples de fonction de production

1.3.1 La fonction de production à facteurs substituables ou fonction Cobb-Douglas

La fonction de production Cobb-Douglas postule que les facteurs de production sont substituables. Sa forme générale est $y = c \prod_{i=1}^n x_i^{a_i}$ $a_i > 0$

L'indice i correspond au facteur de production et dans le cas où l'on dispose de 2 facteurs (capital, travail) la fonction de production Cobb-Douglas se présente comme suit :

$$F(K,L) = Y = cK^\alpha L^\beta$$

Avec Y = niveau d'output (ou produit)

K = le facteur capital

L = le facteur travail

C, α, β constantes déterminées par la technologie

Si l'on suppose que $\alpha + \beta = 1$ alors $\alpha = 1 - \beta$

$$F(K,L) = Y = cK^{1-\beta} L^\beta$$

Dans ce cas particulier où la somme des coefficients est égal à 1, on dit que la fonction de production est homogène de degré 1. Cela signifie que si le niveau des inputs change dans une certaine proportion, le niveau de l'output changera d'autant.

3.3.2 La fonction de production à facteurs parfaitement complémentaires ou Leontief

La fonction de production à facteurs complémentaires est de la forme :

$$F(K, L) = Y = \min(aK, bL)$$

$a > 0$ et $b > 0$

1.3.3 La fonction CES (constant elasticity of substitution)

K et L étant des facteurs de production capital et travail, la fonction de production CES (à élasticité de substitution constante) est de la forme suivante :

$$F(K,L) = Y = A[\alpha K^\rho + (1-\alpha)L^\rho]^{1/\rho}$$

avec $A > 0$, $0 < \alpha < 1$ et $\rho \leq 1$

Cette fonction constitue une généralisation des fonctions précédentes.

1.4 Les rendements d'échelle

La notion de rendement d'échelle vise à répondre à la préoccupation selon laquelle la variation des facteurs s'accompagne-t-elle d'une variation de la production et dans quelle proportion.

Ainsi, lorsque la variation des facteurs entraîne une variation plus que proportionnelle du niveau de la production, on dit que les rendements d'échelle sont croissants.

Si par contre, la variation des facteurs entraîne une variation moins que proportionnelle de la production, on dit que les rendements d'échelle sont décroissants.

Enfin, si la variation des facteurs s'accompagne d'une variation proportionnelle de la production, on dira que les rendements sont constants.

Par exemple pour une fonction de production Cobb-Douglas $F(K,L) = Y = cK^{1-\beta}L^\beta$ le calcul du degré d'homogénéité de cette fonction permet de donner la nature des rendements d'échelle

$$F(K,L) = cK^\alpha L^\beta$$

Si t et $m \in \mathfrak{R}$

$$F(tK, tL) = c[(tK)^\alpha (tL)^\beta]$$

$$F(tK, tL) = c[t^\alpha K^\alpha t^\beta L^\beta]$$

$$F(tK, tL) = t^{\alpha+\beta} F(K, L)$$

$F(K, L)$ est homogène de degré $\alpha+\beta$

Si $\alpha+\beta = 1$, alors les rendements d'échelle sont constants

Si $\alpha+\beta < 1$, alors les rendements d'échelle sont décroissants

Si $\alpha+\beta > 1$ les rendements d'échelle sont croissants

II Production totale et Productivités

2.1 Productivité moyenne et productivité marginale

Si nous considérons une fonction de production à deux facteurs (capital et travail), on appelle productivité moyenne, le produit par unité de facteur. Autrement dit si nous considérons le facteur travail, la productivité moyenne de ce facteur est le rapport du produit à la quantité de facteur travail. De même, la productivité moyenne du facteur capital est le rapport du produit à la quantité du facteur capital.

Productivité moyenne du capital $PM_K = \frac{F(K,L)}{K}$

Productivité moyenne du travail $PM_L = \frac{F(K,L)}{L}$

Dans le cas d'une fonction Cobb-Douglas

$$F(K,L) = AK^\alpha L^\beta$$

$$PM_K = \frac{F(K,L)}{K} = AK^\alpha L^\beta / K = AK^{\alpha-1} L^\beta$$

$$PM_L = \frac{F(K,L)}{L} = AK^\alpha L^\beta / L = AK^\alpha L^{\beta-1}$$

Si $\alpha + \beta = 1$, alors $\beta = 1 - \alpha$

$$PM_K = AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = A(K/L)^{1-\alpha}$$

$$PM_L = AK^{1-\beta} L^{\beta-1} = A(L/K)^{\beta-1} \text{ ou } PM_L = A(L/K)^{-\alpha} = A(K/L)^\alpha$$

La productivité marginale d'un facteur est le supplément de production qui résulte de l'utilisation d'une unité supplémentaire de ce facteur. Si l'on admet que les facteurs de production varient de façon continue et que la fonction de production est différentiable, la productivité marginale d'un facteur est égale à la dérivée partielle de la fonction de production par rapport à ce facteur.

Si nous considérons une fonction de production à facteurs substituables de la forme

$$F(K,L) = AK^\alpha L^\beta$$

$$\text{Productivité marginale du capital } Pm_K = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1} L^\beta$$

$$\text{Productivité marginale du travail } Pm_L = \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} = \beta AK^\alpha L^{\beta-1}$$

En admettant que les rendements sont constants

$\alpha + \beta = 1$, alors $\beta = 1 - \alpha$

$$\text{Productivité marginale du capital } Pm_K = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = \alpha A(K/L)^{\alpha-1}$$

$$\text{Productivité marginale du travail } Pm_L = (1 - \alpha) A(K/L)^\alpha$$

Les productivités marginales de chacun des facteurs sont fonctions des proportions des quantités utilisées des deux facteurs. La productivité marginale de chaque facteur dépend donc du rapport de son utilisation avec l'autre. De plus lorsqu'on augmente l'utilisation d'un facteur, sa productivité marginale décroît.

Pour le prouver, il suffit de calculer les dérivées secondes de la fonction de production

$$\frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial K^2} = \alpha(\alpha-1)AK^{\alpha-2}L^\beta$$

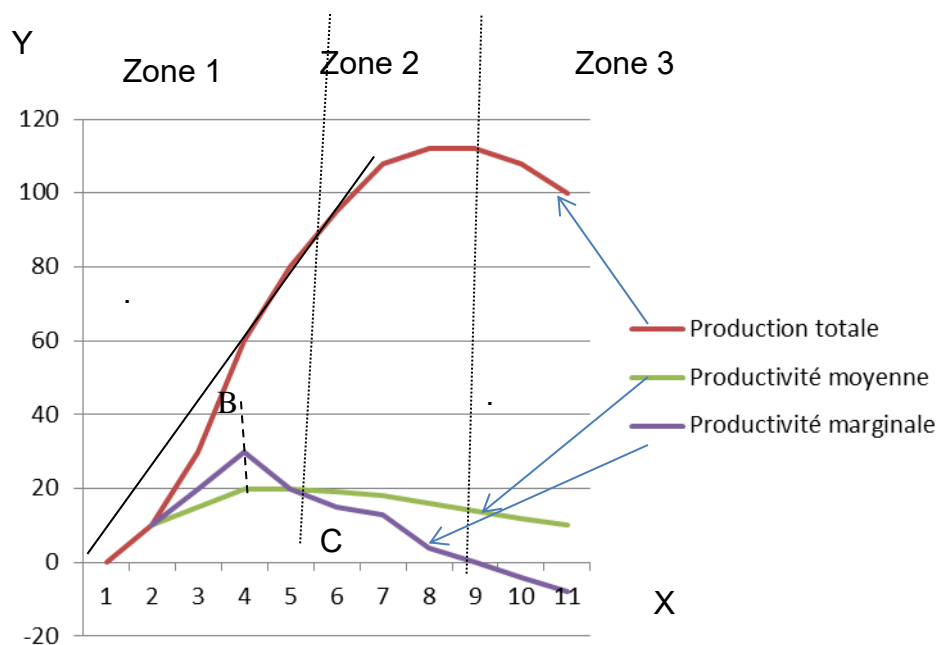
$A > 0$, K et $L > 0$ or $\alpha(\alpha-1) < 0$

2.2 Relation entre production totale et productivité

Soit y, un bien produit à partir d'un facteur x (travail), le tableau suivant présente les données sur la production totale, la productivité moyenne et la productivité marginale

Production totale	Productivité moyenne	Productivité marginale
0	-	-
10	10	10
30	15	20
60	20	30
80	20	20
95	19	15
108	18	13
112	16	4
112	14	0
108	12	-4
100	10	-8

La représentation graphique de ces données est comme suit :



Toutes comme les productivités marginales, les productivités moyennes sont fonction des rapports d'utilisation des facteurs entre eux.

Ainsi, on note que, lorsque la productivité moyenne est croissante, la productivité marginale lui est supérieure. En revanche, lorsque la productivité moyenne est décroissante, elle devient supérieure à la productivité marginale.

Le maximum de la productivité moyenne est atteint lorsqu'elle est égale à la productivité marginale

Lorsque la production totale est à son maximum la productivité marginale est nulle.

2.3 Le taux marginal de substitution technique (TMST ou TST)

Le taux marginal de substitution technique (TMST) mesure l'ajustement d'un input nécessaire pour maintenir le niveau d'output constant lorsque la quantité d'un autre input varie marginalement. Le TMST est égal à la valeur absolue de la pente de la fonction de production en un point quelconque. Si nous considérons une fonction de production à facteurs variables, continue et dérivable $F(K,L) = Y = AK^\alpha L^\beta$

La différentielle totale de cette fonction donne

$$\frac{\partial F(K,L)}{\partial K} dK + \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} dL = 0$$

$$\frac{\frac{\partial F(K,L)}{\partial K}}{\frac{\partial F(K,L)}{\partial L}} = \left| \frac{dL}{dK} \right| = \text{TMST}_{K/L}$$

Le TMST est décroissant ce qui signifie que lorsqu'on augmente la quantité du facteur capital et que l'on ajuste celle du facteur travail, le TMST diminue.

Il y a un lien étroit entre l'hypothèse de décroissance du TMST et celle de décroissance du produit marginal mais ces deux hypothèses ne sont pas identiques.

En effet, l'hypothèse de décroissance du produit marginal stipule que la productivité marginale décroît lorsque l'on augmente la quantité d'un facteur, tout en maintenant constants les autres. Quant à la décroissance du TMST, elle concerne le rapport des productivités marginales.

B : LE COMPORTEMENT DU PRODUCTEUR

La logique des décisions optimales de l'entreprise se fonde sur la double question de comment produire et de combien produire. Cette logique conduit à deux hypothèses fondamentales dans l'analyse du comportement du producteur à savoir :

- L'objectif de l'entreprise est de réaliser le profit le plus élevé possible
- Les prix des facteurs de production et les prix des produits sont des données pour l'entreprise

I Choix des techniques et de la demande des facteurs

1.1. Choix des techniques

Pour un niveau de production Y , la maximisation du profit de l'entreprise implique que les facteurs de production soient choisis dans les quantités qui rendent minimum le coût de production, tout en étant capable de produire l'output Y . Autrement dit, pour l'entreprise, le problème est de minimiser le coût de production sous les contraintes techniques. Le problème de l'entreprise est donc de résoudre le programme suivant :

$$\begin{cases} \text{Min } C = vK + wL \\ \text{SC : } F(K,L) = Y \end{cases}$$

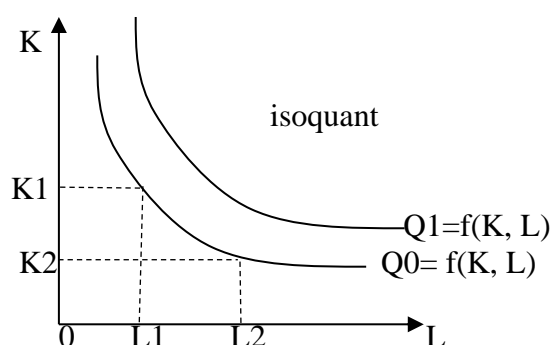
Avec C = le coût total de l'entreprise

v = taux de rentabilité ou rémunération du capital

w = taux de salaire ou rémunération du travail

1.2. Notion d'isoquant et d'iso-coût

En admettant que les facteurs de production sont substituables, l'ensemble des combinaisons permettant de produire l'output y est représenté par une courbe convexe appelée un isoquant ou une isoquante. Autrement dit l'isoquant est le lieu géométrique des combinaisons de facteurs de production qui permettent d'obtenir le même niveau d'output.

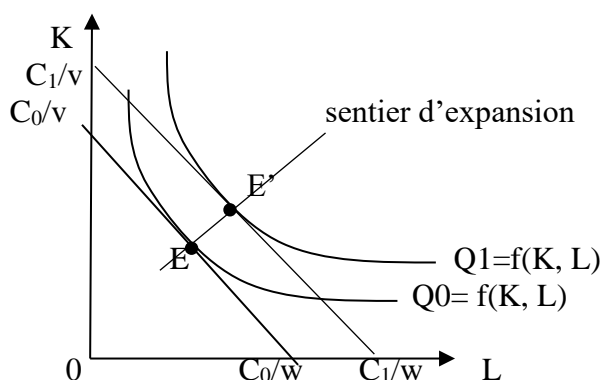


$$Q_0 : \{(K, L) / f(K, L) = Q_0\}$$

Les combinaisons (K_1, L_1) et (K_2, L_2) permettent d'avoir un même niveau d'output. Ces combinaisons conduisent à un niveau de coût

$$C = vK + wL$$

$$K = (C - wL)/v \quad L = (C - vK)/w$$



Ces égalités traduisent l'équation de la droite iso-coût c'est-à-dire les combinaisons des facteurs qui conduisent au même coût de production. La droite d'iso-coût est décroissante et a une pente négative. Il existe autant de droites d'iso-coût que de coûts de production possibles.

Au point E, l'iso-coût et l'isoquant ont la même pente. Or la pente de l'isoquant est égale la valeur absolue du TMST, la pente de l'iso-coût est égal au rapport des prix des facteurs. Aussi, de façon générale, l'on déduit qu'à l'optimum, le TMST est égal au rapport des prix des facteurs.

$$TMST_{K/L} = v/w$$

avec w = le taux de rémunération du salaire et
 v = le taux de rémunération du capital

1.3. La demande des facteurs

Il s'agit de déterminer la combinaison optimale des facteurs de production et les fonctions de demande.

Pour cela, on procède à la résolution d'un programme de minimisation de coût sous contrainte d'un niveau donné de production.

Les facteurs de production étant substituables, la fonction est donc continue et différentiable. La méthode de Lagrange permet d'obtenir la solution optimale :

$$\text{Min } CT = vK + wL$$

$$\text{SC } f(K, L) = Q_0$$

Le lagrangien s'écrit:

$$L(K, L, \lambda) = vK + wL + \lambda (Q_0 - f(K, L))$$

Condition de premier ordre (CPO)

$$\frac{\partial L}{\partial K} = v - \lambda \partial f(K, L) / \partial K = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = w - \lambda \partial f(K, L) / \partial L = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_0 - f(K, L) = 0 \quad (3)$$

$$(1)/(2) \Leftrightarrow (\partial f(K, L) / \partial K) / \partial f(K, L) / \partial L = -dL/dK = PmK/PmL = v/w = TMST_{K/L} \quad (4)$$

A l'optimum, le rapport de productivités marginales est égal au rapport des prix des facteurs.

Dualité

Dans la dualité, écrire minimiser le CT pour un niveau donné de production équivaut à maximiser la fonction de production pour un coût donné.

1.4 Application

Soient $F(K, L) = AK^\alpha L^\beta$ v et w étant respectivement les prix des facteurs capital et travail. Donner la demande des facteurs si l'entreprise décide de minimiser ses coûts.

$$\text{Min CT} = vK + wL$$

$$\text{SC } Q_0 = AK^\alpha L^\beta$$

Le lagrangien s'écrit:

$$L(K, L, \lambda) = vK + wL + \lambda (Q_0 - AK^\alpha L^\beta)$$

Condition de premier ordre (CPO)

$$\frac{\partial L}{\partial K} = v - \lambda \alpha AK^{\alpha-1} L^\beta = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = w - \lambda \beta AK^\alpha L^{\beta-1} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_0 - AK^\alpha L^\beta = 0 \quad (3)$$

$$(1)/(2) \Leftrightarrow (\partial f(K, L) / \partial K) / \partial f(K, L) / \partial L = -dL/dK = PmK/PmL = v/w = TMST_{K/L} \quad (4)$$

$$(1)/(2) \Leftrightarrow v/w = \lambda \alpha AK^{\alpha-1} L^\beta / \lambda \beta AK^\alpha L^{\beta-1}$$

$$v/w = \alpha L / \beta K$$

$$L = \beta v K / \alpha w \quad (4)$$

En remplaçant (4) dans (3), on obtient :

$$Q_0 = AK^{\alpha} L^{\beta}$$

$$Q_0 = AK^{\alpha} K^{\beta} [\beta v / \alpha w]^{-\beta}$$

$$K^{\alpha+\beta} = \frac{1}{A} Q_0 [\beta v / \alpha w]^{\beta}$$

$$K = \frac{1}{A^{1/(\alpha+\beta)}} Q_0^{1/(\alpha+\beta)} [\beta v / \alpha w]^{-\beta/(\alpha+\beta)}$$

II Les fonctions de coût

2.1 Les notions de coût

2.1.1 Coût total, coûts variables, coût fixe

On appelle coût total, le coût des facteurs nécessaires pour produire une quantité d'output y . Les prix des facteurs étant donnés, le coût total est donc la dépense nécessaire pour obtenir les facteurs de production. La fonction de coût total s'exprime comme suit :

$$CT(v, w) = vK + wL$$

K = facteur capital

L = facteur travail

v = taux de rémunération du capital

w = taux de salaire

Deux composantes principales décrivent le coût total à savoir le coût variable et le coût fixe.

On appelle coût variable, le coût des facteurs variables et coût fixe, le coût des facteurs fixes. En somme $CT = CV + CF$

CV = coût variables

CF = coût fixe

A la différence du coût fixe, le coût variable est une fonction croissante du produit. En effet, produire davantage nécessite davantage d'inputs variables et conduit à un coût variable plus élevé.

2.1.2 Coût moyen et coût marginal

On appelle coût moyen ou coût unitaire de production, le rapport du coût total à la quantité produite. Soit $CM = CT(q)/q$

CM = coût moyen

q : le produit

$CT(q)$ = coût total pour produire q

Le coût moyen peut être décomposé en coût variable moyen et coût fixe moyen.

Le coût variable moyen est le rapport du coût variable à la quantité produite et le coût fixe moyen est le rapport du coût total à la quantité produite. Autrement

$$CVM = CV/q \text{ et } CFM = CF/q$$

q = quantité produite

CVM = coût variable moyen

CFM = coût fixe moyen

On appelle coût marginal, le supplément du coût de production engendré par la production d'une unité supplémentaire d'output. Le coût marginal est donc la dérivée de la fonction du coût total.

Il existe un lien étroit entre les différentes fonctions de coût.

$$CV(q) = 2q^3 - 7q^2 + 10q, \quad CF = 10,$$

Ex.

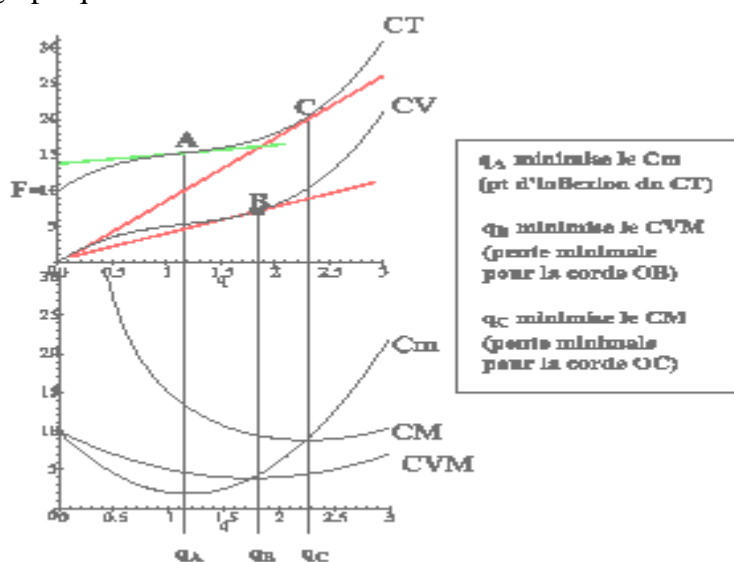
$$CT(q) = 2q^3 - 7q^2 + 10q + 10$$

$$CM(q) = 2q^2 - 7q + 10 + 10/q$$

$$CVM(q) = 2q^2 - 7q + 10; \quad CFM = 10/q$$

$$Cm(q) = 6q^2 - 14q + 10$$

En combinant ces deux graphiques :



$$Cm'(q_A) = 0 \Leftrightarrow CT''(q_A) = 0$$

: point d'inflexion en A

$$Cm(q_B) = CVM(q_B) \Leftrightarrow CVM'(q_B) = 0$$

: minimum du CVM

$$Cm(q_C) = CM(q_C) \Leftrightarrow CM'(q_C) = 0$$

: minimum du CM

La courbe de coût marginal coupe celle du coût moyen en son minimum alors que la courbe de coût moyen est décroissante lorsque le coût marginal lui est inférieur. Elle croît lorsque le coût marginal lui est supérieur. Ces relations traduisent que lorsque le coût marginal est inférieur au coût moyen, le coût de production supplémentaire engendré par la production d'un output supplémentaire est inférieur au coût des outputs existants. Autrement dit, si l'on augmente la production d'une unité, cette unité supplémentaire contribuera à faire baisser le coût unitaire.

A l'inverse, augmenter la production d'une unité lorsque le coût marginal est supérieur au coût moyen engendre inévitablement une augmentation du coût moyen.

Relation Coût moyen - coût marginal :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q}$$

$$\begin{aligned} CM'(q) &= \frac{d}{dq} \left(\frac{C(q)}{q} \right) \\ &= \frac{C'(q)q - C(q) \cdot 1}{q^2} \\ &= \frac{C'(q) - C(q)/q}{q} \\ &= \frac{1}{q} (Cm(q) - CM(q)) \end{aligned}$$

Donc l'évolution du $CM(q)$ dépend de la relation entre Cm et CM :

$$Cm(q) > CM(q) \Leftrightarrow CM' > 0 \Rightarrow$$

CM croissant

$$Cm(q) = CM(q) \Leftrightarrow CM' = 0 \Rightarrow$$

CM constant

$$Cm(q) < CM(q) \Leftrightarrow CM' < 0 \Rightarrow$$

CM décroissant

2.2 Les coûts à court terme et long terme

2.2.1 Notions de court terme et de long terme

En économie, la différence entre le court et le long terme est donné par la technologie de production. Ainsi, on appelle court terme, la période au cours de laquelle, un seul des facteurs de production est variable. Les ajustements technologiques ne peuvent donc s'opérer que sur ce facteur.

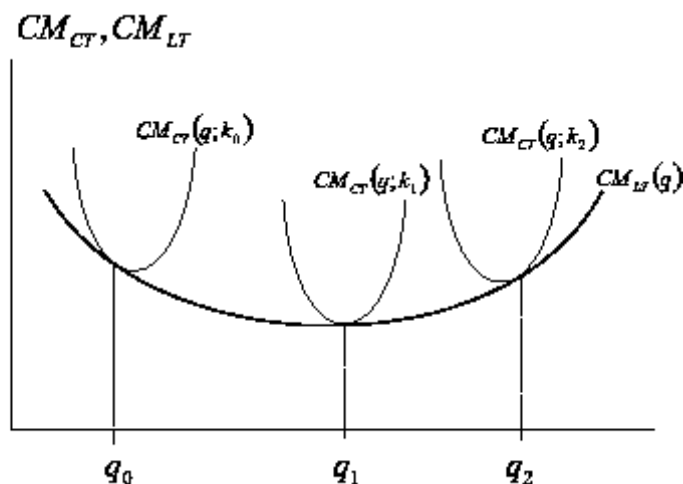
Le long terme décrit une période au cours de laquelle tous les facteurs de production sont variables. Quel que soit le terme (court ou long), les notions de coût reste inchangées, seul le coût fixe disparaît à long terme.

A court terme : $CM^{CT} = CT^{CT}(q)/q$ et $Cm^{CT} = dCT^{CT}(q)/dq$

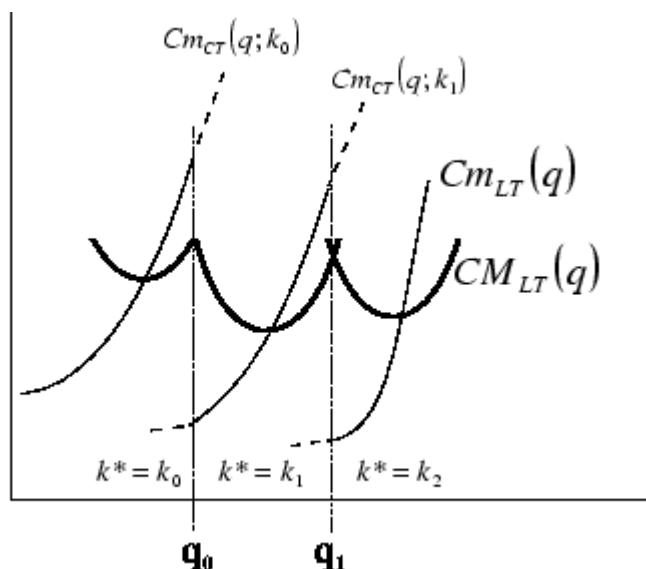
A long terme : $CM^{LT} = CT^{LT}(q)/q$ et $Cm^{LT} = dCT^{LT}(q)/dq$

Il existe une relation étroite entre les fonctions de coût total à court terme et à long terme. En effet, la fonction de coût total de long terme est égale aux minima des fonctions de coût total de court terme. C'est pourquoi l'on dit que la courbe de coût total de **long** terme est l'enveloppe inférieure des courbes de coût total de court terme.

Une relation analogue peut être établie entre le coût moyen de long terme et les coûts moyens de court terme.



Cependant, en ce qui concerne les Coûts marginaux de long terme et ceux de court terme, une telle relation ne peut être établie.



$$CM_{LT}(q) = \begin{cases} CM_{CT}(q; k_0) & \text{si } q \leq q_0 \\ CM_{CT}(q; k_1) & \text{si } q_0 < q \leq q_1 \\ CM_{CT}(q; k_2) & \text{si } q > q_1 \end{cases}$$

Si l'on peut ajuster continûment la taille optimale :

$$CM_{LT}(q) = CM_{CT}(q; k(q))$$

$$= C'(q) = \frac{d}{dq} (CT_{CT}(q, k(q)))$$

avec $k(q)$, une fonction continue

2.2.2 Rendement d'échelle et économie d'échelle

Lorsque la fonction de coût moyen de long terme est décroissante, l'on dit que l'entreprise fait des économies d'échelle. A l'inverse, si le coût moyen de long terme est croissant alors l'entreprise réalise des déséconomies d'échelles.

Les économies d'échelle traduisent l'augmentation de la production qui permettent de réduire le coût unitaire, les quantités de tous les facteurs de production pouvant être choisies librement. A l'inverse, les déséconomies d'échelle caractérisent une situation où l'augmentation de la production entraîne une augmentation du coût unitaire.

Quant au rendement d'échelle, ils expliquent la relation entre l'augmentation des facteurs de production et le niveau de production.

Les rendements d'échelle sont soit croissants, soit décroissants, soit constants, selon que l'augmentation des facteurs de production entraîne une augmentation plus que proportionnelle, moins que proportionnelle ou proportionnelle du produit.

Il existe un lien étroit entre les notions d'économie d'échelle et celle de rendement d'échelle. En effet, ce qui justifie les rendements d'échelle décroissants explique les déséconomies d'échelle. De même ce qui justifie les rendements d'échelle croissants explique les économies d'échelle.

Aussi, une fonction de production vérifiant l'hypothèse de rendement d'échelle croissants, conduit toujours à un coût moyen de long terme décroissant et donc à des économies d'échelle. Inversement, une fonction de production à rendement d'échelle décroissant conduit à des déséconomies d'échelle.

Le coût moyen donne l'évolution des coûts unitaires quand on modifie le niveau de production. Il est calculé comme étant le coût total par unité de produit :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q}$$



avec les **rendements d'échelle constants**, nous savons que:

$$C(q) = c \cdot q \Rightarrow CM(q) = \frac{c \cdot q}{q} = c$$

donc le coût moyen est **constant**. Par conséquent:

$$\frac{dCM(q)}{dq} = 0.$$



avec les **rendements d'échelle croissants**, nous savons que les coûts augmentent **moins** que proportionnellement à l'augmentation de l'output. Par conséquent dans

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q}$$

le numérateur augmente moins vite que le dénominateur et donc le coût moyen est **décroissant** :

$$\frac{dCM(q)}{dq} < 0.$$

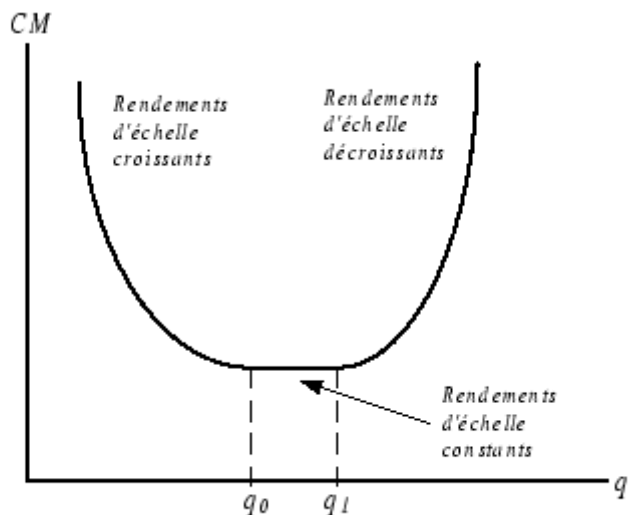


avec les **rendements d'échelle décroissants**, nous savons que les coûts augmentent **plus** que proportionnellement à l'augmentation de l'output. Par conséquent le coût moyen est **croissant** :

$$\frac{dCM(q)}{dq} > 0.$$

Souvent, pendant l'expansion de son output, la firme passe successivement à travers ces trois étapes :

d'abord les rendements sont croissants, ils deviennent ensuite constants et décroissants finalement:



q_0 est aussi appelé l'*échelle efficace minimale*.

III Les fonctions d'offre

3.1 Définition

L'objectif des entreprises est de tirer profit des biens qu'elles offrent sur le marché. Autrement dit, il s'agit pour elle de maximiser la différence entre la recette totale ou chiffre d'affaire et le coût total de production. En d'autres termes, le profit (Π)

$$\Pi(q) = RT - CT(q)$$

RT = Recette totale

CT(q) = coût total

$\Pi(q)$ = profit

Or RT (q) = Pq

Avec P = prix du marché

q = quantité produite

$$\text{donc } \Pi(q) = P \cdot q - CT(q)$$

Le profit apparaît comme une fonction de la quantité produite et l'entreprise choisit rationnellement de produire la quantité d'output qui maximise son profit.

$$d\Pi(q)/dq = dRT(q)/dq - dCT(q)/dq = 0$$

$$\Pi'(q) = RT'(q) - CT'(q) = 0$$

$$\Pi'(q) = P - Cm(q) = 0 \text{ d'où } P = Cm(q)$$

Cette égalité traduit qu'en situation de concurrence, l'entreprise choisit toujours de produire au prix du marché qui égalise le coût marginal. On peut déduire de cette égalité que

Si $P > C_m(q)$ l'augmentation de la production entraîne une augmentation du profit

Si $P < C_m(q)$ la réduction de la production entraîne une augmentation du profit

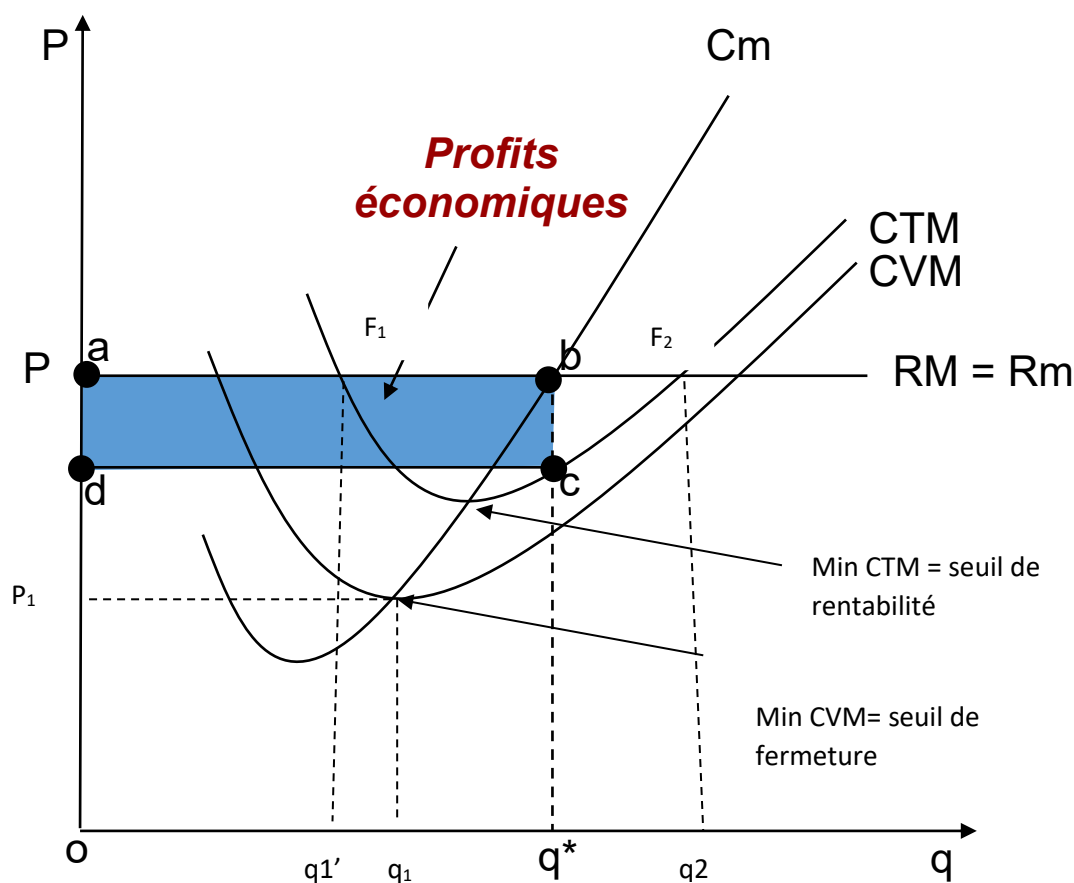
Au niveau de production optimale, le coût marginal est nécessairement croissant, ce que traduisent bien les conditions de second ordre

$$d^2\Pi(q)/dq^2 = -C_m'(q) < 0$$

Si l'entreprise décide de ne plus rien produire, elle doit néanmoins payer les coûts fixes. Dans ces conditions, son profit est égal à une perte correspondant au coût fixe.

3.2 Seuil de rentabilité et seuil de fermeture

L'entreprise réalise un profit lorsque le prix est au moins supérieur au coût marginal. Que fait-elle si tel n'était pas le cas.



$$\Pi(q) = P \cdot q - CT(q)$$

$$\Pi(q) = q(P - CT(q)/q)$$

$$\Pi(q) = q(P - CM(q))$$

Cas possibles	Q(P)	Profit
$P > \min CM$	$Cm(q) \geq P$	Positif
$\min CVM < P < \min CM$	$Cm(q) = P$	Négatif
$P < \min CVM$	$Q(P) = 0$	Négatif = CF

Le seuil de fermeture correspond au minimum du coût variable moyen. A ce seuil l'entreprise n'a pas intérêt à produire puisqu'elle réalise des profits négatifs qui correspondent aux remboursements des coûts fixes

Le seuil de rentabilité est le minimum du coût moyen qui égalise le coût marginal. En ce point l'entreprise réalise des profits et elle peut produire pour tout niveau de prix supérieur

Entre le seuil de fermeture et le seuil de rentabilité l'entreprise réalise certes des profits négatifs, mais elle peut continuer à produire et financer ses charges variables en espérant une conjoncture meilleure.