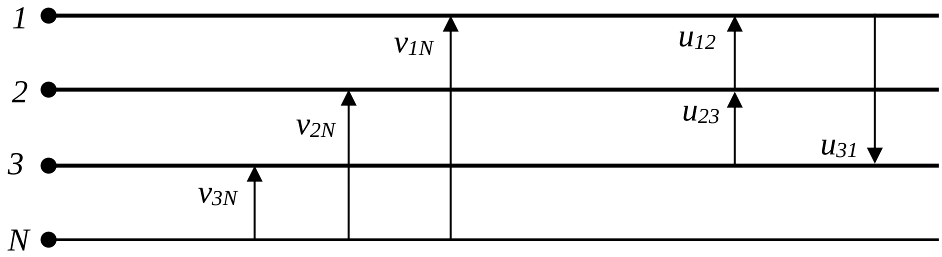
SYSTEME TRIPHASE

1- TRIPHASE QUATRE FILS

- *Sur le tableau de distribution nous trouvons quatre bornes : les trois premières sont les bornes des **phases** et la dernière souvent reliée à la terre est appelée **neutre**.*



- *Les trois tensions efficaces mesurées entre le neutre N et chacune des bornes de phase ont la même valeur. Ces trois tensions sont dites **simples** et notées V.*

$$V_{1N} = V_{2N} = V_{3N} = V$$

- *Les trois tensions efficaces mesurées entre phases sont égales. Elles sont dites **composées** et notées U.*

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U$$

- *La relation entre U et V :* $U = \sqrt{3}V$

2- EXPRESSIONS HORAIRES DES TENSIONS

2.1- Tensions simples

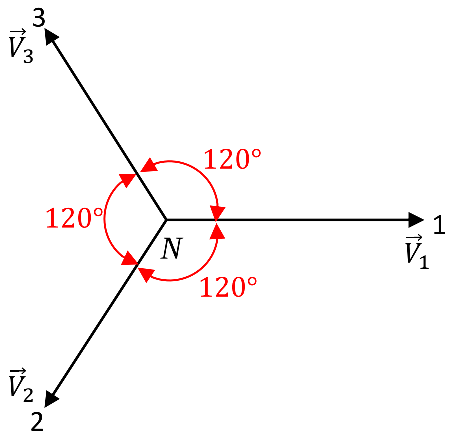
a- Expression

La tension entre le neutre et la borne 1 est arbitrairement prise pour origine des phases

$$(1)\quad \begin{cases} v_{1N} = V\sqrt{2}\sin\omega t \\ v_{2N} = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ v_{2N} = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

*Les trois tensions ayant même valeur efficace et étant régulièrement déphasées entre elles, on dit qu'elles forment un **système triphasé équilibré**. En outre ce système en **direct** parce que l'ordre de passage des vecteurs devant un observateur fixe est de : 1-2-3.*

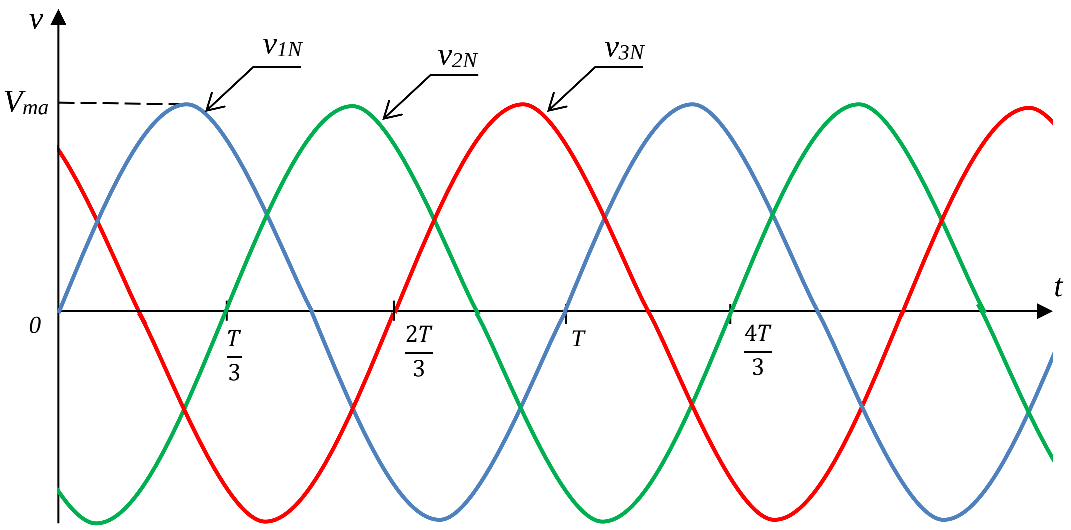
b- Graphique de Fresnel



c- Courbes

Elles montrent que les trois tensions :

- *sont sinusoïdales ;*
- *ont même période et même valeur maximale, donc même efficace*
- *sont décalées l'une par rapport à l'autre d'un tiers de la période, donc déphasées de 120°*



2.2- Tensions composées

a- Expression

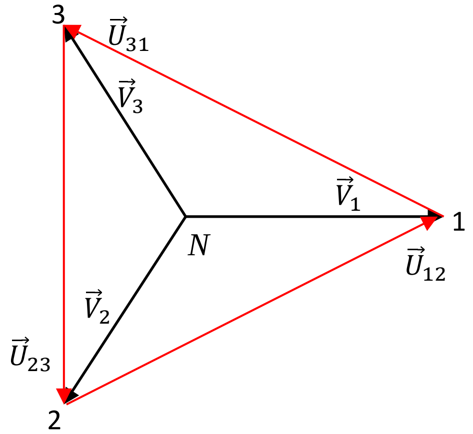
Soit à l'instant t, v_1 le potentiel de la borne 1, v_2 le potentiel de la borne 2 et v_3 celui de la borne 3 :

$$(2)\quad \begin{cases} u_{12} = v_1 - v_2 \\ u_{23} = v_2 - v_3 \\ u_{31} = v_3 - v_1 \end{cases}$$

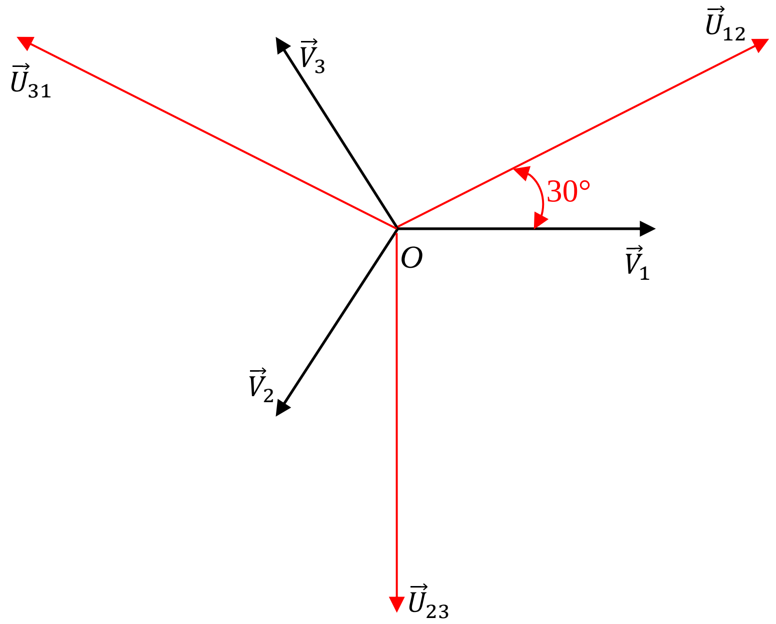
b- Graphique de Fresnel

Dans la représentation de Fresnel les relations (2) deviennent :

$$(3)\quad \begin{cases} \vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \\ \vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3 \\ \vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1 \end{cases}$$



Les vecteurs qui représentent les tensions composées peuvent être tracés comme les tensions simples à partir d'un point O

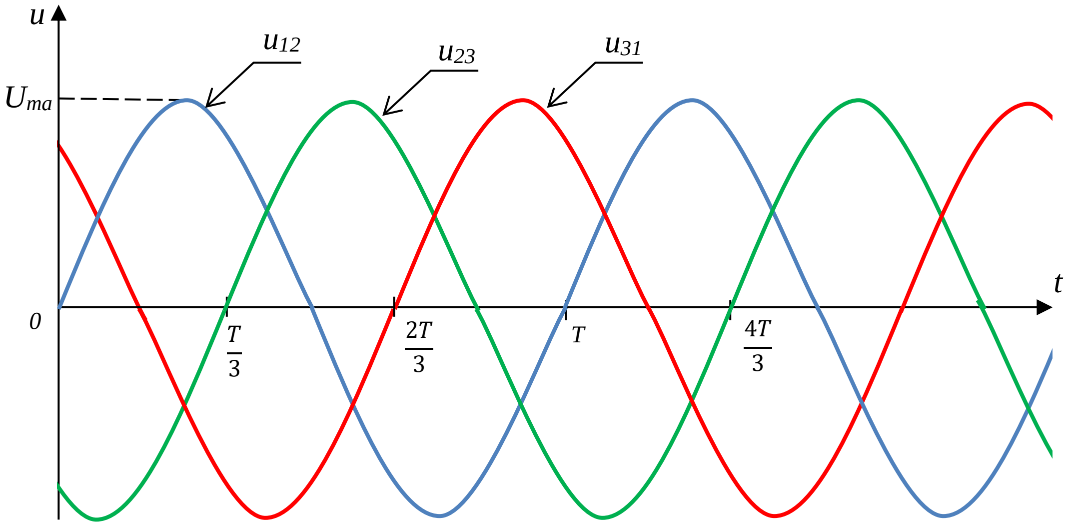


c- Courbes

Elles ne diffèrent de celles des tensions simples que par la valeur maximale.

Les trois tensions composées :

- *sont sinusoïdales ;*
- *ont même période et même valeur maximale, donc même efficace*
- *sont décalées l'une par rapport à l'autre d'un tiers de la période, donc déphasées de 120°*



3- *RELATIONS*

3.1- Entre tensions simples

Le graphique de Fresnel montre que à chaque instant la somme vectorielle des tensions simple est nulle :

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0}$$

3.2- Entre tension composées

$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = (v_1 - v_2) + (v_2 - v_3) + (v_3 - v_1)$$

$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = v_1 - v_2 + v_2 - v_3 + v_3 - v_1$$

$$\boldsymbol{u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{U}_{12} + \vec{U}_{23} + \vec{U}_{31} = \vec{0}$$

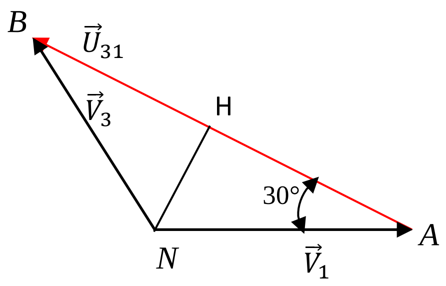
3.3- entre valeurs efficaces

Dans le triangle NAB extrait du graphique des tensions composées

$$AH = NA\cos 30° = NA\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = 2 \cdot AH = NA\sqrt{3}$$

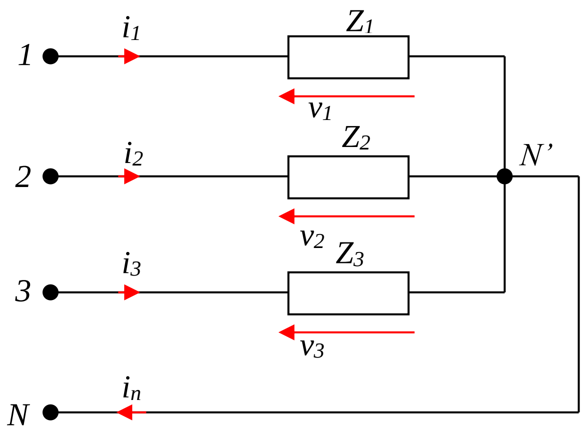
$$\boxed{\boldsymbol{U = V\sqrt{3}}}$$



4- GROUPEMENTS DES RECEPTEURS

4.1- Montages étoiles

a- Montage étoile avec neutre relié



b- Relation entre courants

La loi de nœud appliquée au point N' donne :

$$\boldsymbol{i_n = i_1 + i_2 + i_3} \Longrightarrow \boldsymbol{\vec{I}_n = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3}$$

c- Calculs des courants efficaces

Chaque dipôle fonctionne indépendamment des autres comme s'il était en monophasé, son impédance étant connue le calcul de la valeur efficace des courants est immédiat.

$$\boldsymbol{I_1 = \frac{V}{Z_1}} \qquad \boldsymbol{I_2 = \frac{V}{Z_2}} \qquad \boldsymbol{I_3 = \frac{V}{Z_3}}$$

d- Cas particulier : montage étoile équilibré

Les trois récepteurs sont identiques

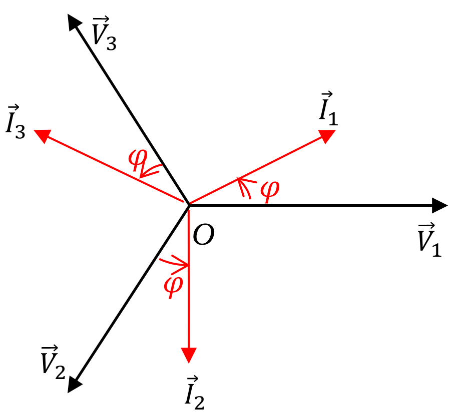
$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$$

$$\varphi_1 = (\vec{I}_1, \vec{V}_1) = \varphi_2(\vec{I}_2, \vec{V}_2) = \varphi_3(\vec{I}_3, \vec{V}_3) = \varphi$$

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = I_2 = \frac{V}{Z_2} = I_3 = \frac{V}{Z_3} = I$$

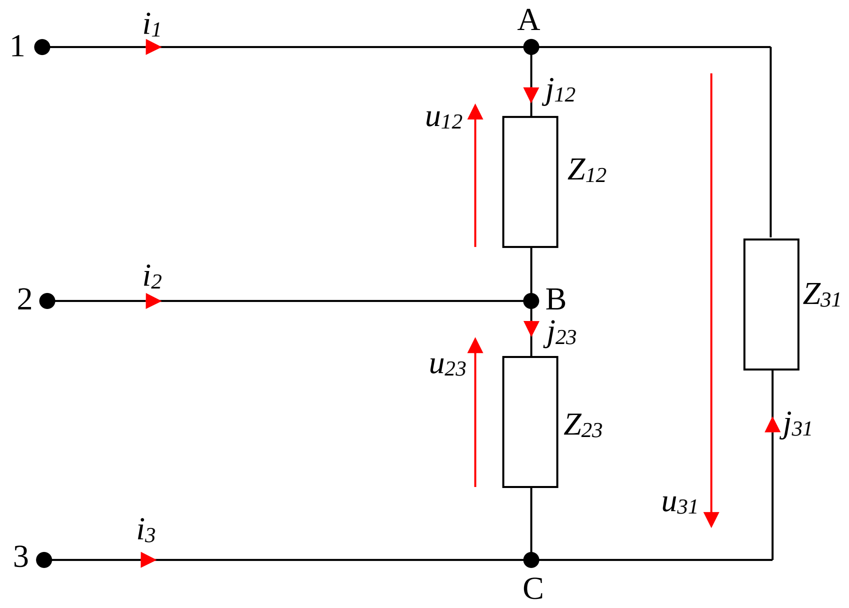
$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0}$$

$$\vec{I}_N = \vec{0}$$



Le fil neutre ne joue aucun rôle, il peut donc être supprimé sans inconvénient.

4.2- Montage triangle



a- Relations entre courants

Les courants dans les dipôles sont notés : j_{12}, j_{23}, j_{31}

Les courants dans les lignes sont notés : i_1, i_2, i_3

La loi de nœud au point A : $j_{12} = i_1 + j_{31} \rightarrow \mathbf{i_1 = j_{12} - j_{31}}$

La loi de nœud au point B : $j_{23} = i_2 + j_{12} \rightarrow \mathbf{i_2 = j_{23} - j_{12}}$

La loi de nœud au point C : $j_{31} = i_3 + j_{23} \rightarrow \mathbf{i_3 = j_{31} - j_{23}}$

A ces relations entre valeurs instantanées correspondent les relations suivantes :

$$\vec{I}_1 = \vec{J}_{12} - \vec{J}_{31} \qquad \vec{I}_2 = \vec{J}_{23} - \vec{J}_{12} \qquad \vec{I}_3 = \vec{J}_{31} - \vec{J}_{23}$$

Par addition des courants en ligne

$$i_1 + i_2 + i_2 = (j_{12} - j_{31}) + (j_{23} - j_{12}) + (j_{31} - j_{23})$$

$$i_1 + i_2 + i_2 = j_{12} - j_{31} + j_{23} - j_{12} + j_{31} - j_{23}$$

$$\boldsymbol{i_1 + i_2 + i_2 = 0} \quad \Longrightarrow \quad \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0}$$

b- Cas particulier : montage triangle équilibré

- *Définition*

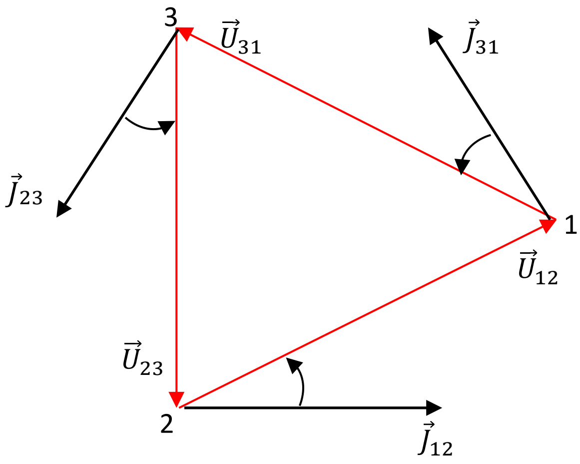
  Le montage est dit équilibré quand les trois récepteurs sont identiques :

$$\boldsymbol{Z_{12} = Z_{23} = Z_{31} = Z} \qquad \boldsymbol{\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi}$$

- *Courants dans les récepteurs*

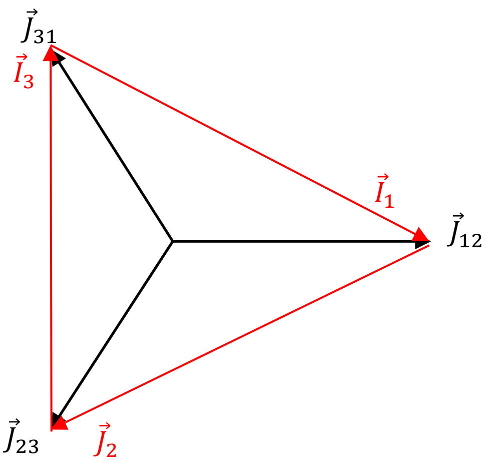
Ils ont la même valeur efficace et sont identiquement déphasé par rapport à leur tension. Ainsi le système des trois vecteurs courants est donc comme celui des tensions composées, équilibré et direct :

$$\boldsymbol{J_{12} = J_{23} = J_{31} = J}$$



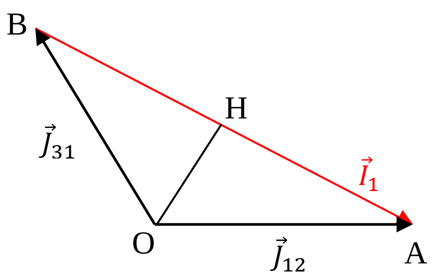
❖ *Courants dans les fils de ligne*

Ils ont valeur efficace et les vecteurs correspondants se déduisent l'un de l'autre par une rotation de 120° Ils forment aussi un système équilibré direct. Le triangle des vecteurs courants de ligne est équilatéral.



❖ *Relation entre valeurs efficace des deux courants*

Dans le triangle AOB extrait de la figure précédente



$$AH = OA\cos 30° = \frac{OA\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = 2 \cdot AH = OA\sqrt{3}$$

$$AB = OA\sqrt{3}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I = J\sqrt{3}}}$$

5 – PUISSANCES EN TRIPHASE

5.1- Définition

Soit un groupement de trois récepteurs montés en triangle ou étoile avec ou sans neutre. Ces récepteurs consomment les puissances actives P1, P2, P3 (toutes positives) et les puissances réactives Q1, Q2, Q3 (positives ou négatives).

a- Puissance active consommée par le groupement

Par définition, c'est la somme arithmétique P des puissances actives des trois récepteurs :

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

b- Puissance réactive consommée par le groupement

Par définition, c'est la somme arithmétique Q des puissances réactives des trois récepteurs :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

c- Puissance apparente du groupement

Par définition, c'est la grandeur S telle que :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

d- Facteur de puissance du groupement

$$k = \frac{P}{S}$$

5.2- Cas des montages équilibrés

a- Montage étoile

Les trois récepteurs identiques ont le même facteur de puissance cos φ ; ils sont soumis à des tensions simples de même valeur efficace V et traversés par des courants de même valeur I, donc :

$$P_1 = P_2 = P_3 = VI\cos\varphi$$

$$P = 3VI\cos\varphi \quad or \quad V = \frac{U}{\sqrt{3}} \rightarrow P = \frac{3\sqrt{3}}{3}UI\cos\varphi$$

$$\boxed{\boldsymbol{P = \sqrt{3}UI\cos\varphi}} \qquad \textit{de même} \qquad \boxed{\boldsymbol{Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi}}$$

b- Montage triangle

Les trois récepteurs identiques ont le même facteur de puissance cos φ ; ils sont soumis à des tensions composées de même valeur efficace U et traversés par des courants (différents des courants en lignes) de même valeur J, donc :

$$P_1 = P_2 = P_3 = UJ\cos\varphi$$

$$P = 3UJ\cos\varphi \quad or \quad J = \frac{I}{\sqrt{3}} \rightarrow P = \frac{3UI}{\sqrt{3}}\cos\varphi$$

$$\boxed{P = \sqrt{3}UI\cos\varphi} \qquad \text{de même} \qquad \boxed{Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi}$$

c- Formules définitives

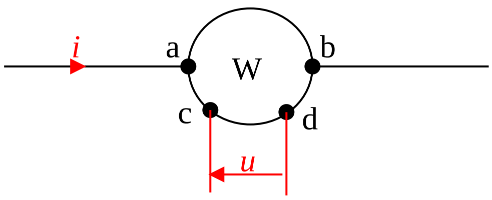
Quelque soit le montage étoile ou triangle les puissances se calculent par les mêmes formules :

$$\boxed{P = \sqrt{3}UI\cos\varphi} \qquad \boxed{Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi} \qquad \boxed{S = \sqrt{3}UI}$$

5.3- Mesure de la puissance active

5.3.1- Le wattmètre

C'est un appareil qui mesure la puissance active consommée par un récepteur : $P = \vec{U}\cdot\vec{I}$



5.3.2- Différentes mesures de la puissance active

a- Circuit équilibré

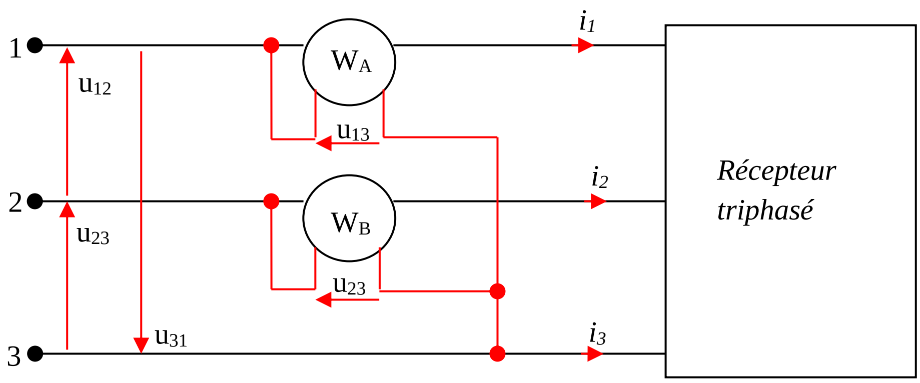
Il suffit de mesurer la puissance consommée par une phase et de multiplier par trois : un seul wattmètre est nécessaire.

b- Circuit déséquilibré

Il faut mesurer les puissances consommées par les trois phases et additionner : trois wattmètres sont nécessaires.

d- Méthodes de deux wattmètres

Que le circuit soit équilibré ou non, à la condition qu'il n'y ait pas de fil neutre, la puissance totale peut être mesurée avec deux wattmètres montés comme l'indique la figure suivante :



5.4- Méthode de deux wattmètres

5.4.1- Propriétés du montage

- *Pas de neutre, donc :* $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0}$

- *Wattmètres :*
  - *le wattmètre A traversé par le courant i_1 et soumis à la tension u_{13} mesure :*

$$P_A = \vec{U}_{13} \cdot \vec{I}_1$$

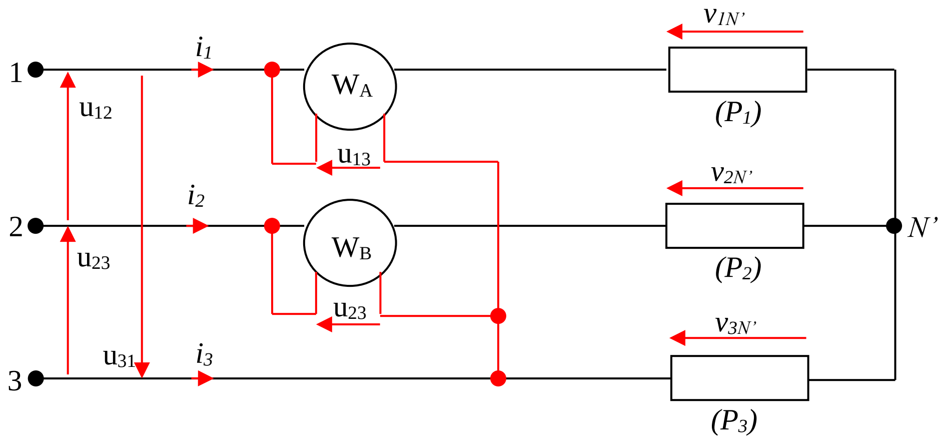
  - *le wattmètre B traversé par le courant i_2 et soumis à la tension u_{23} mesure :*

$$P_B = \vec{U}_{23} \cdot \vec{I}_2$$

On montrera que la puissance P consommée par le groupement de récepteurs est égale à la somme algébrique des mesures des deux wattmètres :

$$P_1 + P_2 + P_3 = P = P_A + P_B$$

5.4.2- Cas d'un montage étoile



Les mesures sont :

$$P_A = \vec{U}_{13} \cdot \vec{I}_1 = (\vec{V}_1 - \vec{V}_3)\vec{I}_1 = \vec{V}_1\vec{I}_1 - \vec{V}_2\vec{I}_1$$
$$P_B = \vec{U}_{23} \cdot \vec{I}_2 = (\vec{V}_2 - \vec{V}_3)\vec{I}_2 = \vec{V}_2\vec{I}_2 - \vec{V}_3\vec{I}_2$$

Ajoutons membre à membre

$$P_A + P_B = \vec{V}_1\vec{I}_1 - \vec{V}_3\vec{I}_1 + \vec{V}_2\vec{I}_2 - \vec{V}_3\vec{I}_2$$

$$P_A + P_B = \vec{V}_1\vec{I}_1 + \vec{V}_2\vec{I}_2 - \vec{V}_3(\vec{I}_1 + \vec{I}_2) \qquad or \quad \vec{I}_1 + \vec{I}_2 = -\vec{I}_3$$

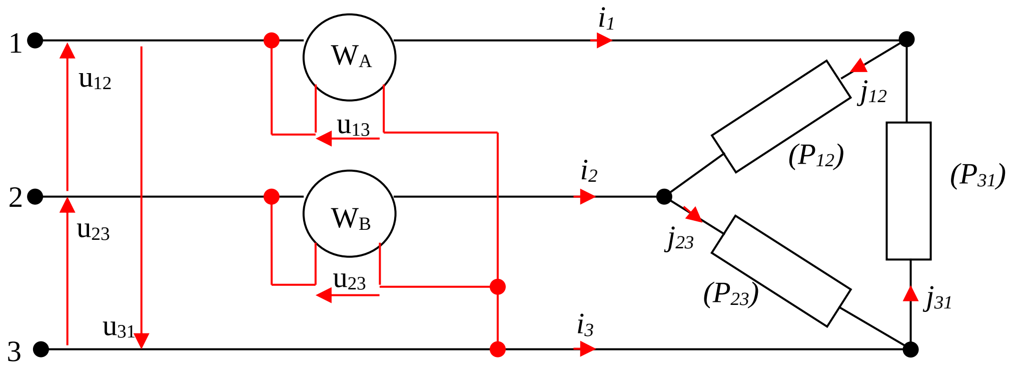
$$P_A + P_B = \vec{V}_1\vec{I}_1 + \vec{V}_2\vec{I}_2 + \vec{V}_3\vec{I}_3$$

$$P_A + P_B = V_1 I_1 \cos\varphi_1 + V_2 I_2 \cos\varphi_2 + V_3 I_3 \cos\varphi_3$$

$$\boxed{\boldsymbol{P_A + P_B = P_1 + P_2 + P_3 = P}}$$

Conclusion : la somme $P_A + P_B$ est bien égale à la puissance consommée par le groupement étoile.

5.4.3- Cas d'un montage triangle



Les mesures sont :

$$P_A = \vec{U}_{13}\cdot\vec{I}_1 = \vec{U}_{13}(\vec{J}_{12}-\vec{J}_{31}) = -\vec{U}_{31}(\vec{J}_{12}-\vec{J}_{31}) = -\vec{U}_{31}\vec{J}_{12}+\vec{U}_{31}\vec{J}_{31}$$
$$P_B = \vec{U}_{23}\cdot\vec{I}_2 = \vec{U}_{23}(\vec{J}_{23}-\vec{J}_{12}) = \vec{U}_{23}\vec{J}_{23}-\vec{U}_{23}\vec{J}_{12}$$

Ajoutons membre à membre

$$P_A + P_B == -\vec{U}_{31}\vec{J}_{12}+\vec{U}_{31}\vec{J}_{31}+\vec{U}_{23}\vec{J}_{23}-\vec{U}_{23}\vec{J}_{12}$$

$$P_A + P_B = \vec{U}_{31}\vec{J}_{31}+\vec{U}_{23}\vec{J}_{23}-\vec{J}_{12}(\vec{U}_{31}+\vec{U}_{23}) \qquad or\ \vec{U}_{31}+\vec{U}_{23} = -\vec{U}_{12}$$

$$P_A + P_B = \vec{U}_{31}\vec{J}_{31}+\vec{U}_{23}\vec{J}_{23}+\vec{U}_{12}\vec{J}_{12}$$

$$P_A + P_B = U_{12}J_{12}\cos\varphi_{12}+U_{23}J_{23}\cos\varphi_{23}+U_{31}J_{31}\cos\varphi_{31}$$

$$\boxed{\boldsymbol{P_A + P_B = P_{12} + P_{23} + P_{31} \ = P}}$$

Conclusion : la somme $P_A + P_B$ est bien égale à la puissance consommée par le groupement triangle.

5.4.4- Cas particulier des montages équilibrés

Rappelons que dans ces cas :

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi \qquad\qquad Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$$

La méthode des deux wattmètres s'applique aussi bien à ces cas particuliers et les démonstrations restent valables

$$P_A + P_B = UI\sqrt{3}\cos\varphi$$

En plus on démontre également que :

$$\boldsymbol{Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi = (P_A - P_B)\sqrt{3}}$$

Le facteur de puissance dans ce cas aura aussi pour expression :

$$\boldsymbol{\tan\varphi = \frac{Q}{P} = \frac{(P_A - P_B)\sqrt{3}}{P_A + P_B}}$$

5.5- Relèvement du facteur de puissance

Le calcul s'effectue comme en monophasé. Les condensateurs sont le plus souvent montés en triangle.

Puissances réactives :

Avant : $Q = P\tan\varphi$

Après : $Q' = P\tan\varphi'$

Puissance réactive des trois condensateurs

$$Q_{Ctotal} = P(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

Puissance réactive d'un condensateur

$$Q_C = \frac{Q_{Ctotal}}{3}$$

Capacité d'un condensateur

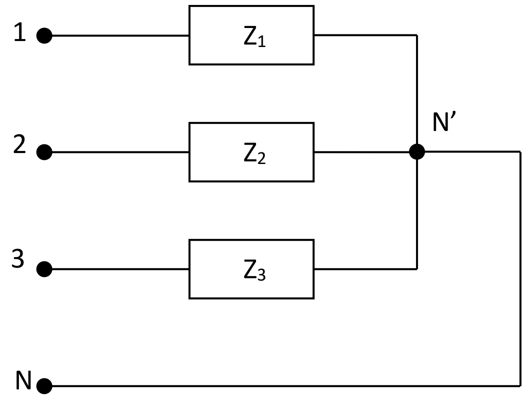
$$C = \frac{Q_C}{U^2\omega} \quad (\textit{couplage triangle}) \quad et \quad C = \frac{Q_C}{V^2\omega} \quad (\textit{couplage étoile})$$

SYSTEME TRIPHASE

TD

Exercice 1

Soit le montage suivant :



$Z_1 = R = 20\ \Omega$

$Z_2 = X_L = 15\ \Omega$

$Z3_2 = X_C = 30\ \Omega$

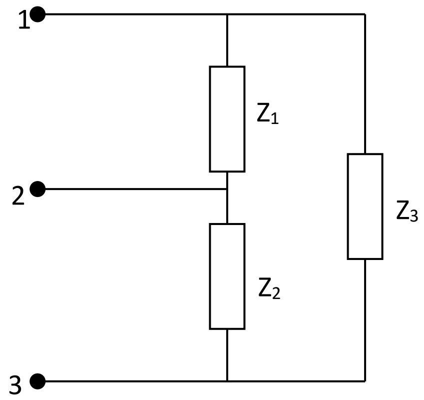
La valeur efficace de la tension simple est 60 V, 50 Hz.

1° Calculer les valeurs efficaces des courants en ligne.

2° Déterminer graphiquement la valeur efficace I_N du neutre

Exercice 2

Soit le montage suivant :



$Z_{12} = R = 30\ \Omega$

$Z_{23} = X_L = 20\ \Omega$

$Z_{31} = X_C = 40\ \Omega$

La valeur efficace de la tension composée est 120 V, 50 Hz.

1° Calculer les valeurs efficaces des courants dans les dipôles.

2° Déterminer graphiquement les valeurs efficaces des courants en ligne

Exercice 3

Sur le secteur 220/380 V 50 Hz on monte en étoile avec neutre trois récepteurs :

- entre 1 et N : $Z_1 = 55\ \Omega$ $\cos\varphi_1 = 0{,}8$ (inductif)

- entre 2 et N : $Z_2 = 44\ \Omega$ $\cos\varphi_2 = 1$

- entre 3 et N : $Z_3 = 110\ \Omega$ $\cos\varphi_3 = 0$ (capacitif)

1° Calculer le courant qui traverse chacun des récepteurs

2° Placer ces courant sur un graphique de Fresnel et déterminer le courant dans le neutre.

Exercice 4

Un récepteur triphasé équilibré, formé de trois impédances identiques couplées en étoile, alimenté par le réseau 230/400 V ; 50 Hz. Chaque phase comporte une résistance R de 60Ω en série avec une inductance L de 0,6 H.

1° Déterminer l'impédance complexe de chaque dipôle.

2° Donner le schéma du montage.

3° Déterminer les valeurs efficaces des courants en ligne ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions correspondantes.

Exercice 5

Une installation triphasée 220/380 V comporte :

- *12 moteurs M_1 absorbant chacun 4 kW sous un cos φ de 0,7 ;*
- *7 moteurs M_2 absorbant chacun 6,5 kW sous un cos φ de 0,77 ;*
- *90 lampes de 100 W et 24 lampes de 150 W.*

Calculer par la méthode de Boucherot les puissances active et réactive de l'installation quand tous les appareils fonctionnent. Quels sont le courant en ligne et le facteur de puissance global

Exercice 6

Un moteur triphasé dont la puissance utile est de 20 kW a un rendement de 85 % et un cosφ = 0,75. Il fonctionne sur un secteur 220/380 V, 50 Hz.

1° Calculer les puissances active, réactive et apparente de ce moteur.

2° Calculer le courant dans un fil de ligne.

3° Calculer la capacité de chacun des trois condensateurs qui montés en triangle relèveront à 0,9 le cos φ de ce moteur. Quel sera la nouvelle valeur du courant ?

Exercice 7

Un réseau 220/380 V ; 50 Hz alimente deux récepteurs A et B. Le récepteur A est constitué de trois résistances R = 65,8 Ω chacune. Le récepteur est constitué de trois bobines d'impédance Z = 27,5 Ω et de cosφ = 0,5 chacune.

Le récepteur A est couplé en triangle tandis que le récepteur B est couplé en étoile.

1° Calculer la résistance r et l'inductance l d'une bobine.

2° Calculer l'intensité efficace des courants qui passent dans les fils de phase :

2.1- lorsque le récepteur A fonctionne seul.

2.2- lorsque le récepteur B fonctionne seul.

3° Calculer l'intensité efficace des courants qui passent dans les fils de phase de la ligne lorsque toute l'installation fonctionne.

4° On désire relever le facteur de puissance à 0,99 de l'installation à l'aide d'une batterie de condensateurs montés en triangle. Déterminer la valeur de la capacité C des condensateurs nécessaires.