Compagnie Ivoirienne d'Electricité

Centre des Métiers de l'Electricité

Travaux Dirigés de Mathématiques

Primitives & intégrale d'une fonction continue

Professeurs :

N'GORAN Benoît Kouadio
KONE TALNAN Lucien Benoît
KOUAME Benoît

I. Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

$A = \int_1^2 \left(3t^2 + t - \frac{1}{t}\right) dt$; $B = \int_0^{\pi} \cos(2z)\, dz$; $C = \int_1^4 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$; (écrire $\frac{1}{x\sqrt{x}}$ sous la forme x^{α})

$D = \int_1^3 \frac{1+xe^x}{x} dx$; $E = \int_{-a}^{a} e^{-2t} dt$; $F = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (on reconnaît à un facteur constant près $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$)

$G = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}$ (on reconnaît à un facteur constant près $\frac{u'}{u}$)

$H = \int_e^{e^2} \frac{1}{t(\ln(t))^3} dt$ (on reconnaît $\frac{u'}{u^3}$) ; $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2(x)\cos(x)\, dx$ (on reconnaît $u^2 \times u'$)

$J = \int_0^x -te^{-\frac{t^2}{2}} dt$; $K = \int_0^1 \frac{1}{t^2+1} dt$;$L = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x)\, dx$;$M = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan(x)}{1+\tan(x)} dx$

(pour L et M, on remplace $\tan(x)$ par $\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ et on reconnaît $\frac{u'}{u}$)

II. Exercice 2

Intégration de fonctions trigonométriques par linéarisation.
Calculer les intégrales suivantes :

$A = \int_0^{\pi} \cos^5(x) dx$; $B = \int_0^{\pi} \sin(x)\cos(2x)\, dx$

$C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3(x)\sin^2(x) dx$; $D = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(3x)\cos(2x)\, dx$;

$E = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin(x)\sin(2x)\, dx$.

III. Exercice 3

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'intégration par parties

$A = \int_1^e \ln(x)\, dx$; $B = \int_1^e x(\ln(x))^2 dx$;

$C = \int_0^{\pi} x\sin(x) dx$; $D = \int_0^{\pi} x^2\cos(x)\, dx$ $E = \int_0^1 (x^2 + x + 1)e^{-x} dx$;

$F = \int_0^1 \ln(1 + x^2)\, dx$;$G = \int_2^3 x\sqrt{1+x} dx$;$H = \int_0^1 \arctan(x) dx$.

IV. Exercice 4

Intégration par changement de variable
A l'aide du changement indiqué, calculer les intégrales :

$A = \int_0^2 \frac{3dx}{5x+2}, u = 5x + 2$; $B = \int_0^2 \frac{3dx}{(5x+2)^2}, u = 5x + 2$; $C = \int_0^1 \frac{2dx}{4x^2+1}, \ u = 2x$

$D = \int_{-1}^0 \frac{2dx}{x^2+2x+2}, u = x + 1$;$E = \int_0^1 \frac{2xdx}{(2x+1)^2}, u = 2x + 1$;

$F = \int_3^4 \frac{(x+1)dx}{(x+2)^2}, u = x + 2.$

V. Exercice 5

Intégration des fractions rationnelles. Calculer les intégrales :

$A = \int_2^3 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$; ;$B = \int_1^2 \frac{x^3+1}{x^2+5x+6}dx$; $C = \int_0^1 \frac{2dx}{(x^2+1)(x+1)}$; $D = \int_{-1}^0 \frac{x}{(x-1)^2}dx.$

VI. Exercice 6

Calculer les valeurs moyennes et les valeurs efficaces des fonctions f, g et h sur l'intervalle donné :

$f(x) = x^2$ sur $[0; 2]$; $g(x) = \frac{1}{x}$ sur $[1; 4]$; $h(x) = \sin(x)$ sur $[0; \pi]$

VII. Exercice 7

Calculer les intégrales suivantes :

$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$; $J = \int_0^2 \frac{3e^{3x}}{(e^{3x}+2)} dx$; $K = \int_1^e \cos(2t) \sin^9(2t)dt$; $L = \int_0^2 \frac{2t+1}{\sqrt{t^2+t+4}} dt$

VIII. Exercice 8

On pose $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}}((2x + 1)\cos^2 x \, dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}}(2x + 1)\sin^2 x \, dx$

1. Calculer $I + J$
2. Calculer $I - J$ à l'aide d'une intégration par parties
3. En déduire les valeurs de I et J