Contents

CHAPITRE 6 : LOIS CONTINUES USUELLES

6.1 LOI UNIFORME CONTINUE : $\boldsymbol{U_{[a\,;b]}}$

Définition :

Une variable aléatoire continue X obéit à la **loi uniforme sur l'intervalle réel [a, b]**, ce qu'on écrit $X \backsim U_{[a\,;b]}$, si et seulement si sa fonction de densité est constante (ou uniforme) sur l'intervalle réel [a; b] et nulle ailleurs. On obtient :

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{b-a}}, & \boldsymbol{si\ x \in [a\,;b]} \\ \mathbf{0}, & \boldsymbol{si\ x \notin [a\,;b]} \end{cases}$$

Fonction de répartition de X : F(x)

$$\boldsymbol{F(x)} = \begin{cases} \mathbf{0}, & \boldsymbol{si\ x < a} \\ \dfrac{\boldsymbol{x-a}}{\boldsymbol{b-a}}, & \boldsymbol{si\ x \in [a\,;b]} \\ \mathbf{1}, & \boldsymbol{si\ \ x > b} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{E(X)} = \frac{\boldsymbol{a+b}}{\mathbf{2}}; \quad \boldsymbol{V(X)} = \frac{\boldsymbol{(b-a)^2}}{\mathbf{12}}; \quad \boldsymbol{\sigma(X)} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{(b-a)^2}}{\mathbf{12}}}$$

La valeur de E(X) peut se déduire de la symétrie de la distribution.

Quantile d'ordre α : x_α

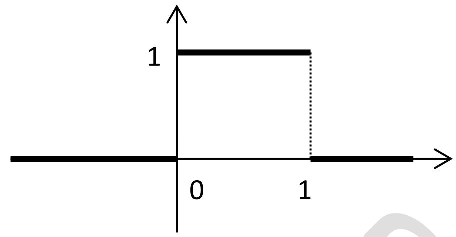
$$F(x_\alpha) = \alpha \Leftrightarrow \frac{x_\alpha - a}{b-a} = \alpha \Rightarrow x_\alpha = a + \alpha(b-a)$$

Intérêt de la loi uniforme :

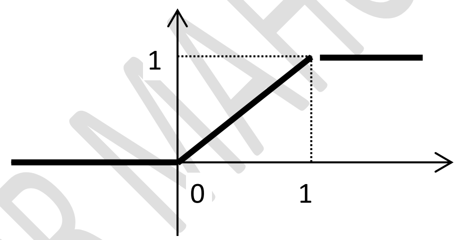
On utilise souvent la loi uniforme pour modéliser le temps d'attente à un arrêt de transport en commun. Si les véhicules se présentent aux arrêts à intervalle régulier de θ minutes, le temps d'attente X (en minutes) d'un client, dont le moment d'arrivée à l'arrêt est aléatoire, est une variable aléatoire continue qui obéit à la loi U[0; θ].

Loi uniforme sur $[0,1]$:

Définition : Une variable aléatoire U continue à valeurs réelles dans $[0,1]$ est dite uniformément répartie sur $[0,1]$ si elle admet pour densité la fonction :

$\mathrm{f}_U(x)=\mathrm{I}_{[0,1]}(x)=\begin{cases}1 & \text{si } 0\le x\le 1\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$	

Sa fonction de répartition est :

$\mathrm{F}_U(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x\le 0\\ x & \text{si } 0\le x\le 1\\ 1 & \text{si } x\ge 1\end{cases}$	

Propriétés :

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_0^1 xdx=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\frac{1}{2}$$

6.2 LA LOI EXPONENTIELLE DE PARAMETRE $\theta > 0$: $Exp(\theta)$

Soit X : la variable aléatoire désignant la durée de vie d'un appareil (ou d'un phénomène). La durée de vie ou de fonctionnement peut avoir pour unités les années ou mois ou heures, etc.
X suit la loi exponentielle de paramètre $\boldsymbol{\theta} > 0$ et on note $\boldsymbol{X \sim Exp(\theta)}$**, si :**
$X(\Omega)=\mathbb{R}^+=[0\,;+\infty[\,;$
La densité de probabilité de X, est f(x) telle que :

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\boldsymbol{\theta}}e^{\frac{-x}{\theta}}, & si\ x\ge 0\\ 0\quad , & si\ x<0\end{cases}$$

La fonction de répartition est :

$$F(x)=\begin{cases}1-e^{\frac{-x}{\theta}}, & si\ x\ge 0\\ 0\quad , & si\ x<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}E(X)=\theta\\ V(X)=\theta^2\\ \sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\theta\end{cases}$$

Remarques

Remarque 1 : sachant que $E(X)=\theta$, on note que f(x) et F(x) peuvent s'écrire :

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{E(X)} e^{\frac{-x}{E(X)}}, si\ x \geq 0 \\ 0 \quad , si\ x < 0 \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{\frac{-x}{E(X)}}, si\ x \geq 0 \\ 0 \quad , si\ x < 0 \end{cases}$

Remarque 2 : en posant $\lambda = \frac{1}{\theta}$, f(x) et F(x) peuvent s'écrire : $\lambda = \frac{1}{\theta} \Rightarrow$

$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, si\ x \geq 0 \\ 0 \quad , si\ x < 0 \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, si\ x \geq 0 \\ 0 \quad , si\ x < 0 \end{cases}$

Dans ce cas : $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ et $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Remarque 3 : La loi exponentielle est aussi appelée loi de durée de vie « sans mémoire », ou « sans usure » ou « sans vieillissement ».

En utilisant la loi exponentielle, on observe que la probabilité qu'un appareil (ou qu'un phénomène) dure au moins (s + t) ans sachant qu'il a déjà duré t ans sera la même que la probabilité de durer s ans à partir de sa mise en fonction initiale. En d'autres termes, le fait que le phénomène ait duré pendant t ans ne change rien à son espérance de vie à partir du temps t. La formule de la probabilité sans « mémoire » est la suivante :

$$P\left({}^{X > t + s}/_{X > t}\right) = P(X > s)$$

soit :

$$\underbrace{\boldsymbol{P\left({}^{X > t + s}/_{X > t}\right)}}_{\boxed{\boldsymbol{probabilit\acute{e}\ qu'il\ dure\ au\ moins\ (t+s)\ ans\ sachant\ qu'il\ a\ d\acute{e}j\grave{a}\ dur\acute{e}\ t\ ans}}} = \underbrace{\boldsymbol{P(X > s)}}_{\boxed{\boldsymbol{probabilit\acute{e}\ qu'il\ dure\ s\ ans}}}$$

6.3 LOI NORMALE CENTREE REDUITE DE PARAMETRES 0 ET 1 : $\boldsymbol{N(0;1)}$

Définition

Une variable aléatoire X suit la loi normale centrée réduite de paramètres 0 et 1 et on note $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(0;1)$, si :

La densité de probabilité de X est :

$$pour\ x \in \mathbb{R}, \qquad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

et la fonction de répartition de X est :

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

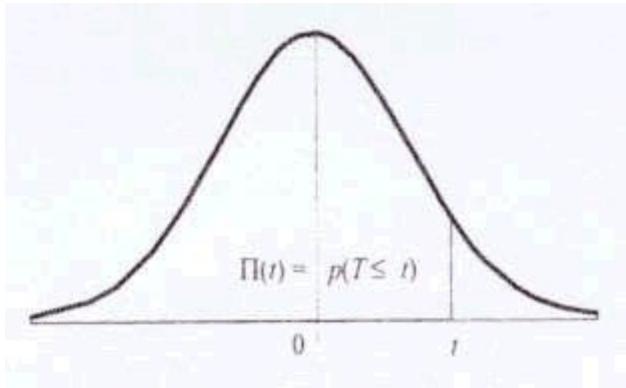
Avec : $E(X) = 0; \quad V(X) = 1 \quad et \quad \sigma(X) = 1$

Propriétés de la densité de probabilité : f(x)

La courbe de f(x) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ;

$$f\ symétrique\ par\ rapport\ l'axe\ des\ ordonnées: f(t) = f(-t)$$
$$F(-t) = P(X \leq -t) = P(X > t) = 1 - P(X \leq t) = 1 - F(t)$$
$$F(-t) = 1 - F(t)$$

L'aire de la surface comprise entre la courbe et l'axe des abscisses est égale à 1 ;



Calcul de probabilités de $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(0;1)$: Table 1
Le calcul de probabilités de X se fait à l'aide de la table statistique de la loi $\mathcal{N}(0;1)$: Table 1.
Ainsi on écrit :

$$Si\ X \rightsquigarrow \mathcal{N}(0;1), \quad \boldsymbol{alors}\ P(X \leq x) = \pi(x)\ ou\ \varphi(x)$$

La valeur de $\pi(x)$ est obtenue dans la table 1 de la loi $\boldsymbol{\mathcal{N}}(\mathbf{0}\ ;\ \mathbf{1})$.

Usage des tables
Il existe des tables donnant les valeurs prises par la fonction de répartition de la loi normale réduite centrée.
Ces tables sont construites uniquement pour t positif ($t > 0$). Mais la propriété de symétrie de f(x) permet de calculer les probabilités pour les valeurs négatives de t ($t < 0$).

Quelques résultats importants :

$$P(X \leq t) = \pi(t)$$
$$P(X > t) = 1 - P(X \leq t) = 1 - \pi(t)$$
$$P(X \leq -t) = \pi(-t) = 1 - \pi(t)$$

La symétrie de f(x) permet d'écrire :

$$\boldsymbol{P(X \leq -t) = P(X > t) \Leftrightarrow \pi(-t) = 1 - \pi(t) \Rightarrow \pi(t) + \pi(-t) = 1}$$

$$P(t_1 \leq X \leq t_2) = \pi(t_2) - \pi(t_1)$$
$$\mathrm{P(|X| \leq t) = P(-t \leq X \leq t) = \pi(t) - \pi(-t) = \pi(t) - [1 - \pi(t)] = 2\pi(t) - 1}$$
$$\mathrm{P(|X| > t)} = P(X > t) + P(X < -t) = 1 - \pi(t) + \pi(-t) = 2 - 2\pi(t)$$

Quelques Valeurs usuelles de α, $u_{1-\alpha}$ et $u_{1-\alpha/2}$

$\alpha = seuil\ de\ confiance \longrightarrow 1-\alpha = niveau\ de\ confiance$

u / α	$u_{1-\alpha}$	$u_{1-\alpha/2}$
$1\% = 0{,}01$	$u_{0,99} = 2{,}3263$	$u_{0,995} = 2{,}5758$
$2\% = 0{,}02$	$u_{0,98} = 2{,}0537$	$u_{0,99} = 2{,}3263$
$5\% = 0{,}05$	$u_{0,95} = 1{,}6449$	$u_{0,975} = 1{,}9600$
$10\% = 0{,}10$	$u_{0,90} = 1{,}2816$	$u_{0,95} = 1{,}6449$

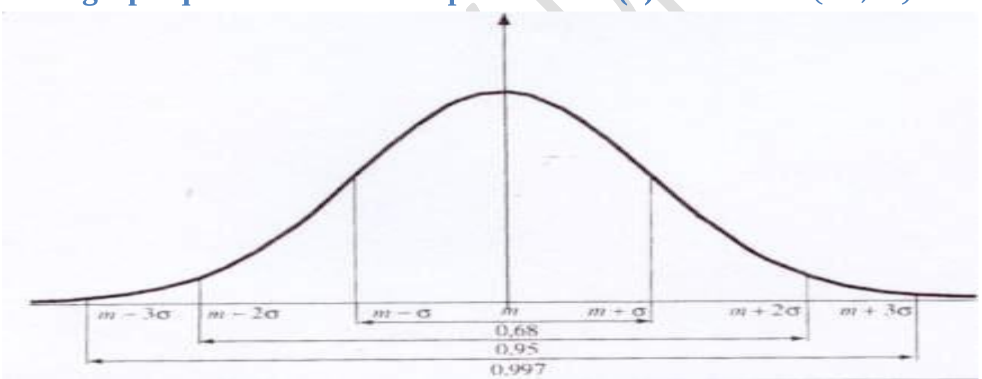
6.4 LOI NORMALE DE GAUSS-LAPLACE DE PARAMETRES m et σ : $N(m;\ \sigma)$

Définition

Une variable aléatoire continue X obéit à une loi normale de paramètres m et σ, où m est un nombre réel quelconque et σ est un nombre réel > 0, si et seulement si sa fonction de densité est :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}, \qquad pour\ x \in \mathbb{R}$$

Représentation graphique de la densité de probabilité f(x) de la loi $\mathcal{N}(m\ ;\ \sigma)$:



$$P(m-\sigma \le X \le m+\sigma) = 0{,}68$$
$$P(m-2\sigma \le X \le m+2\sigma) = 0{,}95$$
$$P(m-3\sigma \le X \le m+3\sigma) = 0{,}997$$

Propriétés de la loi normale de Gauss-Laplace : $N(m;\ \sigma)$

1) Mode(X) = Médiane (X) = moyenne $E(X) = m$,
2) V(X) = σ^2 et σ(X) = σ .
3) La fonction de densité est **unimodale** et **symétrique** par rapport à $E(X) = m$.

Fonction de répartition F(x) :

$$F(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2} dt$$

Relation Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(\mathbf{0}\ ;\ \mathbf{1})$ et loi normale de Gauss-Laplace $\mathcal{N}(\boldsymbol{m}\ ;\ \boldsymbol{\sigma})$

Si une variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne E(X) = m et d'écart-type $\sigma(X) = \sigma$, alors la variable aléatoire $T = \frac{X-m}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\ ;\ 1)$.

$$\boldsymbol{si\ X \sim \mathcal{N}(m\ ;\ \sigma)\ \ alors\ T = \frac{X-m}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0\ ;\ 1)}$$

$$\boldsymbol{si\ X \sim \mathcal{N}(0\ ;\ 1)} \Rightarrow F(x) = P(X \leq x) = \pi(x)$$

$$\boldsymbol{si\ X \sim \mathcal{N}(m\ ;\ \sigma)} \Rightarrow F(x) = P(X \leq x) = \pi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$$

La valeur de $\pi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$ est obtenue dans la table 1 de la loi $\mathcal{N}(\mathbf{0}\ ;\ \mathbf{1})$.

Utilisation de la table de la fonction de répartition F.

La fonction de répartition d'une variable normale de paramètres (µ, ó) peut toujours s'exprimer à l'aide de la fonction de répartition F de la variable normale centrée réduite :

$$P(X < x) = F\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

Pour tout intervalle de bornes (a, b), éventuellement infinies, on a :

$$P(a < X < b) = F\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Les valeurs $F(u)$ de la fonction de répartition F de la variable normale centrée réduite se lisent dans la table pour $u \geq 0$.

Table de la fonction de répartion de la variable normale centrée réduite

$u = 0{,}52$

$F(0{,}52) = 0{,}6985$

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6143
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389

$$0{,}52 = \underbrace{0{,}5}_{ligne\ "0{,}5"} + \underbrace{0{,}02}_{colonne\ "0{,}02"} =$$
$$P(X \leq x) = \pi(0{,}52) = 0{,}6985$$

Pour $u < 0$, on applique la formule de symétrie
$F(u) = 1 - F(-u)$ en lisant $F(-u)$ dans la table :
$F(-0{,}52) = 1 - F(0{,}52) = 1 - 0{,}6985 = 0{,}3015$

Valeurs souvent utilisées (les seules à connaître, en pratique) :
F (1,645) = 0,9500, qui sert dans les tests unilatéraux à 5 %.
F (1,96) = 0,9750, qui sert dans les tests bilatéraux à 5 %.

Propriétés des lois normales :
Si $\mathrm{L}(X) = \mathrm{N}\ (\mu, \sigma)$ alors $\mathrm{E}(X) = \mu$ et $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$

De plus : $\mathrm{L}(aX + b) = \mathrm{N}\ (a\mu + b, |a|\sigma)$

Si $\mathrm{L}(X_1) = \mathrm{N}\ (\mu_1, \sigma_1)$ et $\mathrm{L}(X_2) = \mathrm{N}\ (\mu_2, \sigma_2)$ et si $X_1 \perp X_2$ (X_1 et X_2 indépendantes)

alors : $\mathrm{L}(X_1 + X_2) = \mathrm{N}\ \left(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^{\ 2} + \sigma_2^{\ 2}}\right)$ et $\mathrm{L}(X_1 - X_2) = \mathrm{N}\ \left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\sigma_1^{\ 2} + \sigma_2^{\ 2}}\right)$

6.5 LOI DU KHI DEUX A N DEGRES DE LIBERTE : χ_n^2 (OU LOI DE KARL PEARSON). KHI2 OU CHI2

Définition.

Soient $X_1, X_2, \dots, X_n$, une suite de n variables aléatoires indépendantes et suivant chacune la loi normale centrée réduite : $\mathcal{N}(0,1)$. On note : $X_i \leadsto \mathcal{N}(0,1)$
Soit la variable aléatoire $Y = \sum_{i=1}^{i=n} X_i^2,\ n \in \mathbb{N}$.
Y suit une loi de Khi2 à n degrés de liberté : $Y \leadsto \chi_n^2$.
Autrement dit : La loi du χ_n^2 à n degrés de liberté est la loi de probabilité de la **somme des carrés de n variables normales centrées réduites indépendantes** entre elles.

$$E(Y) = n\,; \quad V(Y) = 2n\,; \quad \sigma(X) = \sqrt{2n}\,;$$

Remarque :
Soient $X_1, X_2, \dots, X_n$, une suite de n variables aléatoires indépendantes et suivant chacune la loi normale de Laplace-Gauss : $X_i \leadsto \mathcal{N}(m,\sigma)$, on a :

$$X_i \leadsto \mathcal{N}(0,1) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \leadsto \chi_n^2$$

$$X_i \leadsto \mathcal{N}(m,\sigma) \Leftrightarrow \frac{X_i - m}{\sigma} \leadsto \mathcal{N}(0,1) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - m}{\sigma}\right)^2 \leadsto \chi_n^2$$

Utilisation de la table de la fonction de répartition.

Si n le nombre de degrés de libertés est connu et α la probabilité est fixée, la table 4 de la fonction de répartition de la loi du χ_n^2 donne la valeur de $\chi_{n;\,\alpha}^2$ ayant la probabilité d'être dépassée.

Si $X \leadsto \chi_n^2$, alors $\mathrm{P}(X > \chi_{n,\alpha}^2) = \alpha$.

Extrait de la table 4 de la loi du Khi2:

P = α	**0,90**	**0,10**	**0,05**	**0,01**

$\chi_{5,0.1}^2 = 9.236$.

So P(X > 9.236) = 0.1

ν = 1.0	0,0158	2,706	3,841	6,635
ν = 2.0	0,211	4,606	5,991	9,210
ν = 3.0	0,584	6,251	7,815	11,345
ν = 7.0	2,833	12,017	14,067	18,475
ν = 8.0	3,490	13,362	15,507	20,090

Pour les grandes valeurs de *n*, la loi de probabilité de χ^2 tend vers une loi normale de moyenne *n* et de variance 2 *n*.

6.6 LA LOI DE STUDENT : T_n

Définition

Soient deux variables aléatoires Y et Z indépendantes et telles que : $Y \sim \mathcal{N}(0,1)$ et $Z \sim \chi_n^2$

Alors la variable aléatoire $X = \frac{Y}{\sqrt{\frac{Z}{n}}}$ suit la loi de Student à *n* degrés de liberté.

On note : $X = \frac{Y}{\sqrt{\frac{Z}{n}}} \sim \underbrace{T(n)}_{\substack{\text{loi de Student} \\ \text{à } n \text{ dégres} \\ \text{de libertés}}}$

$Y \sim \mathcal{N}(0,1)$ et $Z \sim \chi_n^2 \Rightarrow X = \frac{Y}{\sqrt{\frac{Z}{n}}} \sim T(n)$

Soient n variables aléatoires X_i indépendantes et suivant chacune la loi normale de Laplace-Gauss: $X_i \sim \mathcal{N}(m, \sigma)$, on a :

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^n X_i}{n} \text{ et } S_n^2 = \frac{\sum_1^n (X_i - \bar{X})^2}{n} \Rightarrow \frac{(n-1)S_n^2}{\sigma^2} = \sum_1^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}\right)^2 \sim \chi_{n-1}^2 \Rightarrow \frac{\bar{X} - m}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim \underbrace{T(n-1)}_{\substack{\text{loi de Student} \\ \text{à } (n-1) ddl}}$$

$$ddl = \text{degres de libertés}$$

Espérance et variance

Si *X* est une variable aléatoire **de Student à** n **degrés de liberté** :

L'espérance n'existe que pour n> 1.

Lorsque l'espérance existe, elle est nulle, puisque la loi est symétrique autour de 0.

La variance n'existe que pour n> 2.

La variance est toujours supérieure à 1 et tend vers 1 lorsque n tend vers l'infini.

$$E(X) = 0$$

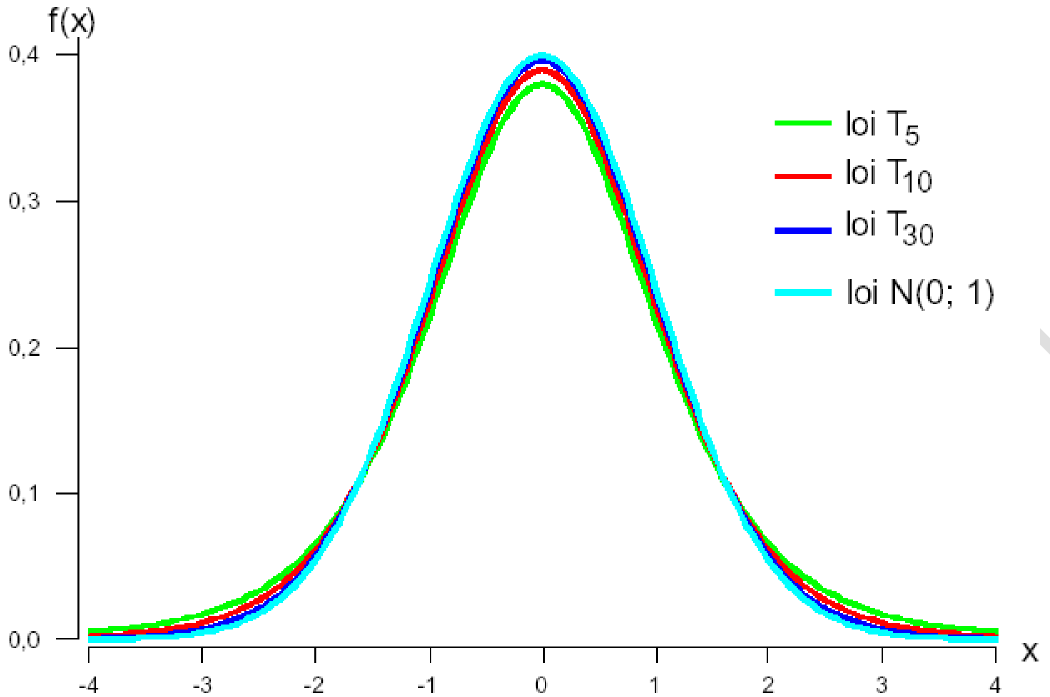
$$Var(X) = \frac{n}{n-2}$$

Propriétés

1) Lorsque n est très grand, la loi $T_{(n)}$ se confond avec la loi N(0; 1).
2) Par symétrie de la distribution, on utilise habituellement la notation :

$$t_{n,1-\alpha} = -t_{n,\alpha}$$

Comparaison de 3 lois de Student avec la loi N(0; 1)



Utilisation de la table de la fonction de répartition.

La table de la fonction de répartition donne la valeur de *t* pour laquelle la probabilité d'une valeur inférieure à *t* suivant le nombre *n* de degrés de liberté, est égale à α. Elle ne donne que les **valeurs positives de *t***, correspondant à des valeurs de probabilité supérieures à 0,5.
A cause de la symétrie de la loi de Student, on pourra calculer les valeurs négatives de *t* par la formule :
$F(-t) = 1 - F(t)$.
Pour *n* infini, les valeurs de *t* sont les valeurs données par la fonction de répartition normale centrée réduite.

$si\ X \sim t_n\ alors\ P(X > t_{n,\alpha}) = \alpha.$

Example 1:
$si\ la\ probabilité\ est\ donnée\ et\ est\ \alpha = 0{,}05$ et $n = 6\ degrés\ de\ libertés$. La table 5 permet d'obtenir : $t_{n;\,\alpha} = t_{6;\,0.05} = 1.943$. Ainsi $P(X > 1.943) = 0.05$. ☐

Et $P(X > 1{,}943) = 0.05 \Rightarrow P(X < -1{,}943) = 0.05$.

Example 2:
$si\ la\ probabilité\ est\ donnée\ et\ est\ \alpha = 0{,}01$ et $n = 10\ ddl$. La table 5 permet d'obtenir : $t_{n;\,\alpha} = t_{10;\,0.01} = 2{,}764$. Ainsi $P(X > 2{,}764) = 0.01$ ☐

P(X > 2.764) = 0.01 ⇒ P(X < -2.764) = 0.01.

6.7 LOI DE FISHER SNEDECOR : F(N, M)

Définition

Soient X et Y : 2 variables aléatoires indépendantes et suivant des lois du Khi2 :

$$\left.\begin{array}{r} X_i \sim \chi_m^2 \\ Y_i \sim \chi_n^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{X/m}{Y/n} = \frac{\frac{\chi_m^2}{m}}{\frac{\chi_n^2}{n}} \sim F(m,n)$$

Propriété utile :

(F(m, n) > F) $\Leftrightarrow \frac{\frac{\chi_m^2}{m}}{\frac{\chi_n^2}{n}} > F$ $\Leftrightarrow \frac{\frac{\chi_n^2}{n}}{\frac{\chi_m^2}{m}} < \frac{1}{F}$ ⇔ (F(n, m) <$\frac{1}{F}$)

Soit $\alpha \in [0,1[$, et soit F_α le réel défine par: P[F(n, m) >F_α]=α

D'après ce qui précède,

1-α = P[F(n, m) >$F_{1-\alpha}$] = 1- P[F(m, n) >$\frac{1}{F_{1-\alpha}}$] ⇒ P[F(n, m) >$\frac{1}{F_{1-\alpha}}$] = α

$$F_{1-\alpha}(n,m) = \frac{1}{F_\alpha(m,n)}$$

Exemple:

$$F_{0,95}(10,19) = \frac{1}{F_{0,05}(19,10)}$$

Variable aléatoire réelle de loi de Fisher-Snedecor.

Cette relation est notée : $X_i \sim F(n_1, n_2)$

Dans cette formule, $\Gamma(n)$est la **fonction Gamma d'Euler** définie, lorsque la partie réelle de *x* est > 0, par :

$$\Gamma(n) = \int_0^{+\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$$

Espérance et variance.

Si *X* est une variable aléatoire **de Fisher-Snedecor à (*n* ₁, *n* ₂) degrés de liberté** :

$$\boxed{\begin{array}{c} E(X) = \frac{n_2}{n_2 - 2},\ n_2 \geq 3. \\ Var(X) = \frac{n_1 + 2}{n_1} \frac{n_2^2}{(n_2-2)(n_2-4)} - \frac{n_2^2}{(n_2-2)^2},\ n_2 \geq 5. \end{array}}$$

6.8 TABLEAU SYNOPTIQUE RESUMANT QUELQUES LOIS CONTINUES USUELLES

Lois de probabilité d'une variable aléatoire continue : X	$f(x): ddp\ de\ X$	$F(x)$: $fonction\ de\ repartition$ $de\ X$	E(X)	V(X)
Loi uniforme continue $\boldsymbol{X \sim \mathcal{U}_{[a\,;b]}}$ La loi uniforme est symétrique par rapport à E(X)	$f(x)\begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, x \in [a;b] \\ 0, \quad\quad x \notin [a;b] \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 0, si\ x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, si\ a \leq x \leq b \\ 1, si\ x > b \end{cases}$	$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$
Loi Exponentielle de paramètre $\boldsymbol{\theta} > 0$: $\boldsymbol{X \sim Exp(\theta)}$ N'est pas symétrique par rapport à E(X)	$f(x)\begin{cases} \dfrac{1}{\theta} e^{\frac{-x}{\theta}}, si\ x \geq 0 \\ 0 \quad\quad , si\ x < 0 \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{\frac{-x}{\theta}}, si\ x \geq 0 \\ 0 \quad\quad , si\ x < 0 \end{cases}$	$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{\theta^2}$
Loi normale centrée réduite de paramètres 0 et 1 : $\boldsymbol{X \sim \mathcal{N}(0\,;\,1)}$	$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$F(x) = P(X \leq x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ $F(x) = P(X \leq x) = \pi(x)$ La valeur de $\pi(x)$ est obtenue dans la table 2 de la loi $\boldsymbol{\mathcal{N}(0\,;\,1)}$.	**0**	**1**
Loi normale (ou loi de Laplace Gauss) de paramètres m et $\sigma > 0$: $\boldsymbol{X \sim \mathcal{N}(m\,;\,\sigma)}$ et $T = \dfrac{X-m}{\sigma} \sim \boldsymbol{\mathcal{N}(0\,;\,1)}$	$f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$	$F(x) = P(X \leq x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2} dt$ $F(x) = P(X \leq x) = \pi\left(\dfrac{x-m}{\sigma}\right)$ La valeur de $\pi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)$ est obtenue dans la table 2 de la loi $\boldsymbol{\mathcal{N}(0\,;\,1)}$.	**m**	$\boldsymbol{\sigma^2}$

6.9 CORRECTION DE CONTINUITE DU CALCUL DES PROBABILITES D'UNE LOI DISCRETE APPROXIMEE PAR LA LOI NORMALE

Lorsqu'une variable aléatoire X suit une loi discrète de paramètres $(E(X);\ \sigma(X))$, et que cette loi est approximée par la loi normale $\boldsymbol{\mathcal{N}(E(X)\ ;\ \sigma(X))}$ (continue), on procède alors à une correction de continuité lors du calcul des probabilités de la variable X comme suit :

$$1)\ si\ \boldsymbol{X} \sim (E(X);\ \sigma(X))\ \boldsymbol{avec} \begin{cases} \boldsymbol{E(X)} \\ \boldsymbol{V(X) = \sigma^2}, \\ \boldsymbol{\sigma(X) = \sigma} \end{cases} \boldsymbol{alors\ pour} \quad \underbrace{\boldsymbol{n > 30}}_{\boldsymbol{théorème\ central\ limite}} \quad \boldsymbol{X} \sim \boldsymbol{\mathcal{N}(E(X)\ ;\ \sigma(X))}$$

$$avec \begin{cases} P(X < x) = \pi\left(\dfrac{x - 0{,}5 - \boldsymbol{E(X)}}{\boldsymbol{\sigma(X)}}\right), & correction\ de - 0{,}5. \\ P(X \leq x) = \pi\left(\dfrac{x + 0{,}5 - \boldsymbol{E(X)}}{\boldsymbol{\sigma(X)}}\right), & correction\ de + 0{,}5. \end{cases}$$

Correction de continuité pour X suivant la loi de Poisson de paramètre $\boldsymbol{\lambda}$: $\boldsymbol{X \sim \mathcal{P}(\lambda)}$

$$2)\ si\ \boldsymbol{X} \sim \boldsymbol{\mathcal{P}(\lambda)\ avec} \begin{cases} \boldsymbol{E(X) = \lambda} \\ \boldsymbol{V(X) = \lambda}, \\ \boldsymbol{\sigma(X) = \sqrt{\lambda}} \end{cases} \boldsymbol{alors\ pour} \quad \underbrace{\boldsymbol{n > 30}}_{\boldsymbol{théorème\ central\ limite}} \quad \underbrace{\boldsymbol{X \sim \mathcal{N}(\lambda\ ;\ \sqrt{\lambda})}}_{\boldsymbol{approximation\ de\ la\ loi\ \mathcal{P}(\lambda)\ par\ \mathcal{N}(\lambda\ ;\ \sqrt{\lambda})}}$$

$$avec \begin{cases} P(X < x) = \pi\left(\dfrac{x - 0{,}5 - \boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\sqrt{\lambda}}}\right), & correction\ de - 0{,}5. \\ P(X \leq x) = \pi\left(\dfrac{x + 0{,}5 - \boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\sqrt{\lambda}}}\right), & correction\ de + 0{,}5. \end{cases}$$

Correction de continuité pour X suivant la loi binomiale de paramètres n et p : $\boldsymbol{X \sim \mathcal{B}(n;p)}$

$$3)\ si\ \boldsymbol{X \sim \mathcal{B}(n;p)\ avec} \begin{cases} \boldsymbol{E(X) = np} \\ \boldsymbol{V(X) = npq}, \\ \boldsymbol{\sigma(X) = \sqrt{npq}} \end{cases} \boldsymbol{pour} \quad \underbrace{\boldsymbol{n > 30}}_{\boldsymbol{théorème\ central\ limite}} \quad \boldsymbol{X} \sim \underbrace{\boldsymbol{\mathcal{N}(np\ ;\ \sqrt{npq})}}_{\boldsymbol{approximation\ de\ la\ loi\ \mathcal{B}(n;p)\ par\ \mathcal{N}(np\ ;\ \sqrt{npq})}}$$

$$avec \begin{cases} P(X < x) = \pi\left(\dfrac{x - 0{,}5 - \boldsymbol{np}}{\boldsymbol{\sqrt{npq}}}\right), & correction\ de - 0{,}5. \\ P(X \leq x) = \pi\left(\dfrac{x + 0{,}5 - \boldsymbol{np}}{\boldsymbol{\sqrt{npq}}}\right), & correction\ de + 0{,}5 \end{cases}$$

6.10 APPROXIMATIONS DE LOIS

Épreuve : n tirages sans remise
Loi hyper géométrique :

$$H\left(N,\ n,\ \frac{a}{N}\right) \text{ où } a+b=N$$

$$p(X=k)=\frac{C_k^n \times C_b^{n-k}}{C_{a+b}^n}$$

Si $a+b=N$, et si $N \geq 10n$
Approximation par **la loi binomiale**

$$\mathcal{B}(n\,;p) \text{ où } p=\frac{a}{N}$$

Épreuve : n tirages avec remises :
Loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$

$$P(X=k)=C_n^k\, p^k q^{n-k} \quad \text{avec} \quad q=1-p.$$

Si $n \geq 30$, $p \leq 0,1$ et $np < 15$
Approximation par la loi de Poisson $\mathcal{P}(np)$

Si $n \geq 30$, $np \geq 15$ et $npq > 5$
Approximation par la **loi normale** $\mathcal{N}(np\,;\sqrt{npq})$

Loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$

$$\mathcal{P}(X=k)=\lambda^k\frac{e^{-k}}{k\,!} \quad ; \quad \lambda>0$$

Si $\lambda > 15$ approximation par la **loi normale** $\mathcal{N}\left(\lambda\,;\sqrt{\lambda}\right)$

Loi normale $\mathcal{N}(m\,;\sigma)$, de densité de probabilité f, avec

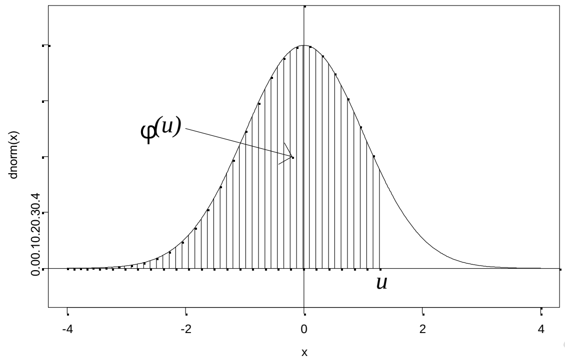
$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right)$$

La variable $Z=\dfrac{T-m}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\,;1)$, de densité de probabilité f, avec

$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right)$$

TABLE 1 DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE

U étant une variable aléatoire de loi $N(0,1)$, la table donne la valeur de $\Phi(u) = P(U \leq u)$.



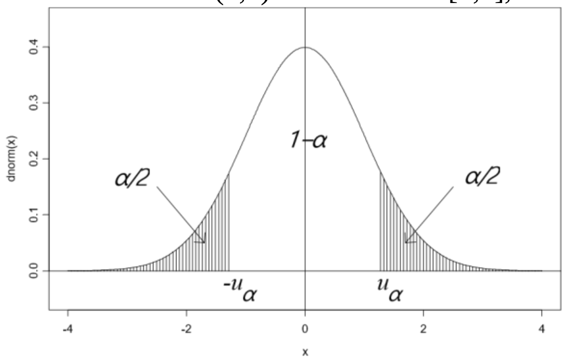
u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Grandes valeurs de u

u	3,0	3,5	4,0	4,5
$\pi(u)$	0,9987	0,99977	0,999968	0,999997

TABLE 2 DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE

U étant une variable aléatoire de loi $N(0,1)$et α un réel de [0,1], la table donne la valeur



α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	$+\infty$	2.5758	2.3263	2.1701	2.0537	1.9600	1.8808	1.8119	1.7507	1.6954
0.1	1.6449	1.5982	1.5548	1.5141	1.4758	1.4395	1.4051	1.3722	1.3408	1.3106
0.2	1.2816	1.2536	1.2265	1.2004	1.1750	1.1503	1.1264	1.1031	1.0803	1.0581
0.3	1.0364	1.0152	0.9945	0.9741	0.9542	0.9346	0.9154	0.8965	0.8779	0.8596
0.4	0.8416	0.8239	0.8064	0.7892	0.7722	0.7554	0.7388	0.7225	0.7063	0.6903
0.5	0.6745	0.6588	0.6433	0.6280	0.6128	0.5978	0.5828	0.5681	0.5534	0.5388
0.6	0.5244	0.5101	0.4959	0.4817	0.4677	0.4538	0.4399	0.4261	0.4125	0.3989
0.7	0.3853	0.3719	0.3585	0.3451	0.3319	0.3186	0.3055	0.2924	0.2793	0.2663
0.8	0.2533	0.2404	0.2275	0.2147	0.2019	0.1891	0.1764	0.1637	0.1510	0.1383
0.9	0.1257	0.1130	0.1004	0.0878	0.0753	0.0627	0.0502	0.0376	0.0251	0.0125

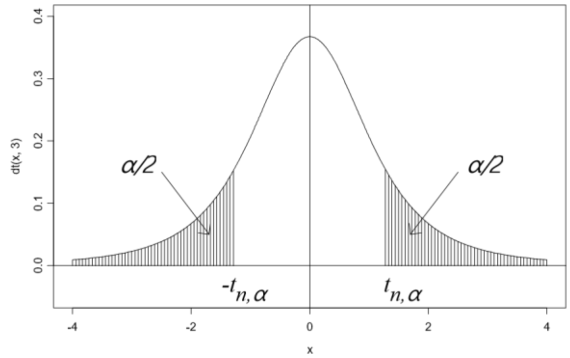
Petites valeurs de α

α	0.002	0.001	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}
u_α	3.0902	3.2905	3.8906	4.4171	4.8916	5.3267	5.7307	6.1094

$$\text{Pour } p < \frac{1}{2}, \quad \Phi^{-1}(p) = -u_{2p}$$

$$\text{Pour } p \geq \frac{1}{2}, \quad \Phi^{-1}(p) = u_{2(1-p)}$$

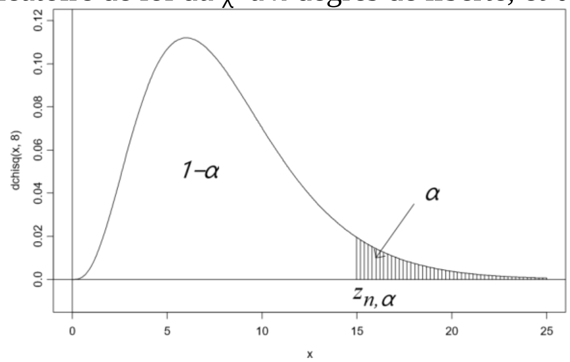
TABLE 3 DE LA LOI DE STUDENT



n \ α	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.62
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
80	0.126	0.254	0.387	0.527	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.416
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
$+\infty$	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

TABLE 4 DE LA LOI DU KHI2 : χ^2

X étant une variable aléatoire de loi du χ^2 à n degrés de liberté, et α un réel de [0,1], la table



n \ α	0.995	0.990	0.975	0.95	0.9	0.8	0.7	0.5	0.3	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1	0.00004	0.0002	0.001	0.004	0.02	0.06	0.15	0.46	1.07	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.80
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.45	0.71	1.39	2.41	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.01	1.42	2.37	3.66	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.65	2.19	3.36	4.88	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.34	3.00	4.35	6.06	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.07	3.83	5.35	7.23	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	3.82	4.67	6.35	8.38	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	4.59	5.53	7.34	9.52	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.38	6.39	8.34	10.66	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.18	7.27	9.34	11.78	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	6.99	8.15	10.34	12.90	14.63	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	7.81	9.03	11.34	14.01	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	8.63	9.93	12.34	15.12	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	9.47	10.82	13.34	16.22	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	10.31	11.72	14.34	17.32	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.15	12.62	15.34	18.42	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.00	13.53	16.34	19.51	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	12.86	14.44	17.34	20.60	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	13.72	15.35	18.34	21.69	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	14.58	16.27	19.34	22.77	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	15.44	17.18	20.34	23.86	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	16.31	18.10	21.34	24.94	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	17.19	19.02	22.34	26.02	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	18.06	19.94	23.34	27.10	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	18.94	20.87	24.34	28.17	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	19.82	21.79	25.34	29.25	31.79	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	20.70	22.72	26.34	30.32	32.91	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	21.59	23.65	27.34	31.39	34.03	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	22.48	24.58	28.34	32.46	35.14	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	23.36	25.51	29.34	33.53	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70

Pour $n > 30$, on admet que :

$$z_{n,\alpha} \approx \frac{1}{2}\left(u_{2\alpha} + \sqrt{2n-1}\right)^2 \text{ si } \alpha < \frac{1}{2}$$

$$z_{n,\alpha} \approx \frac{1}{2}\left(\sqrt{2n-1} - u_{2(1-\alpha)}\right)^2 \text{ si } \alpha \geq \frac{1}{2}$$

TABLES 5 DE LA LOI DE FISHER-SNEDECOR

X étant une variable aléatoire de loi $F(\nu_1,\nu_2)$, les tables donnent les valeurs $f_{\nu_1,\nu_2,\alpha} = F^{-1}_{F(\nu_1,\nu_2)}(1-\alpha)$ telles que $P(X > f_{\nu_1,\nu_2,\alpha}) = \alpha$ pour α= 5% et α=1%.

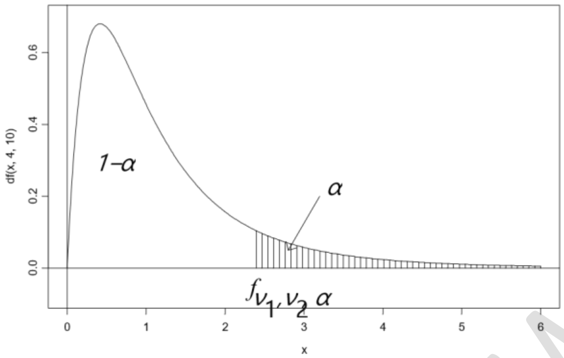


Table 1 : α=5%

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	16	20	24	40	60	100	$+\infty$
1	161.5	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	241.9	243.9	246.5	248.0	249.1	251.1	252.2	253.0	254.2
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.47	19.48	19.49	19.49
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.79	8.74	8.69	8.66	8.64	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	5.96	5.91	5.84	5.80	5.77	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.74	4.68	4.60	4.56	4.53	4.46	4.43	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.06	4.00	3.92	3.87	3.84	3.77	3.74	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.64	3.57	3.49	3.44	3.41	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.35	3.28	3.20	3.15	3.12	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.14	3.07	2.99	2.94	2.90	2.83	2.79	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	2.98	2.91	2.83	2.77	2.74	2.66	2.62	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.85	2.79	2.70	2.65	2.61	2.53	2.49	2.46	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.75	2.69	2.60	2.54	2.51	2.43	2.38	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.67	2.60	2.51	2.46	2.42	2.34	2.30	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.60	2.53	2.44	2.39	2.35	2.27	2.22	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.54	2.48	2.38	2.33	2.29	2.20	2.16	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.49	2.42	2.33	2.28	2.24	2.15	2.11	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.45	2.38	2.29	2.23	2.19	2.10	2.06	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.41	2.34	2.25	2.19	2.15	2.06	2.02	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.38	2.31	2.21	2.16	2.11	2.03	1.98	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.35	2.28	2.18	2.12	2.08	1.99	1.95	1.91	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.32	2.25	2.16	2.10	2.05	1.96	1.92	1.88	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.30	2.23	2.13	2.07	2.03	1.94	1.89	1.85	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.27	2.20	2.11	2.05	2.01	1.91	1.86	1.82	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.25	2.18	2.09	2.03	1.98	1.89	1.84	1.80	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.24	2.16	2.07	2.01	1.96	1.87	1.82	1.78	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.16	2.09	1.99	1.93	1.89	1.79	1.74	1.70	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.08	2.00	1.90	1.84	1.79	1.69	1.64	1.59	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.03	1.95	1.85	1.78	1.74	1.63	1.58	1.52	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	1.99	1.92	1.82	1.75	1.70	1.59	1.53	1.48	1.39
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	1.95	1.88	1.77	1.70	1.65	1.54	1.48	1.43	1.32
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.93	1.85	1.75	1.68	1.63	1.52	1.45	1.39	1.28
$+\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.83	1.75	1.64	1.57	1.52	1.39	1.32	1.24	1.00

Table 2 :α=1%

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	16	20	24	40	60	100	$+\infty$
1	4052	4999	5403	5624	5764	5859	5928	5981	6056	6106	6170	6209	6235	6287	6313	6334	6368
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.9	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.2	27.1	26.8	26.7	26.6	26.4	26.3	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.6	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.0	9.89	9.68	9.55	9.47	9.29	9.20	9.13	9.02
6	13.8	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.87	7.72	7.52	7.40	7.31	7.14	7.06	6.99	6.88
7	12.3	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.62	6.47	6.28	6.16	6.07	5.91	5.82	5.75	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.81	5.67	5.48	5.36	5.28	5.12	5.03	4.96	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.26	5.11	4.92	4.81	4.73	4.57	4.48	4.41	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.85	4.71	4.52	4.41	4.33	4.17	4.08	4.01	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.54	4.40	4.21	4.10	4.02	3.86	3.78	3.71	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.30	4.16	3.97	3.86	3.78	3.62	3.54	3.47	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.10	3.96	3.78	3.66	3.59	3.43	3.34	3.27	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	3.94	3.80	3.62	3.51	3.43	3.27	3.18	3.11	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.80	3.67	3.49	3.37	3.29	3.13	3.05	2.98	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.69	3.55	3.37	3.26	3.18	3.02	2.93	2.86	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.59	3.46	3.27	3.16	3.08	2.92	2.83	2.76	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.51	3.37	3.19	3.08	3.00	2.84	2.75	2.68	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.43	3.30	3.12	3.00	2.92	2.76	2.67	2.60	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.37	3.23	3.05	2.94	2.86	2.69	2.61	2.54	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.31	3.17	2.99	2.88	2.80	2.64	2.55	2.48	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.26	3.12	2.94	2.83	2.75	2.58	2.50	2.42	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.21	3.07	2.89	2.78	2.70	2.54	2.45	2.37	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.17	3.03	2.85	2.74	2.66	2.49	2.40	2.33	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.13	2.99	2.81	2.70	2.62	2.45	2.36	2.29	2.17
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	2.98	2.84	2.66	2.55	2.47	2.30	2.21	2.13	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.80	2.66	2.48	2.37	2.29	2.11	2.02	1.94	1.80
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.70	2.56	2.38	2.27	2.18	2.01	1.91	1.82	1.68
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.63	2.50	2.31	2.20	2.12	1.94	1.84	1.75	1.60
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.55	2.42	2.23	2.12	2.03	1.85	1.75	1.65	1.49
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.50	2.37	2.19	2.07	1.98	1.80	1.69	1.60	1.43
$+\infty$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.32	2.18	2.00	1.88	1.79	1.59	1.47	1.36	1.00