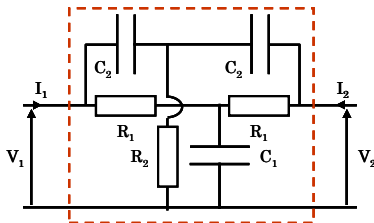
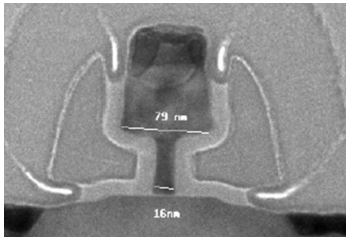
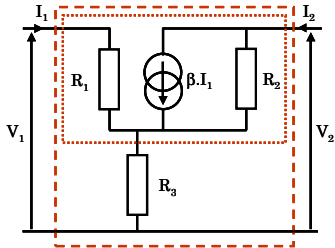
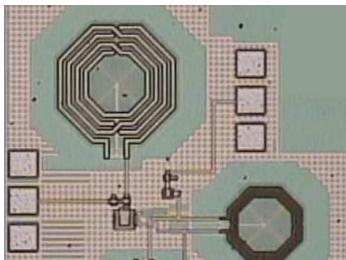


ECOLE POLYTECHNIQUE UNIVERSITAIRE DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS

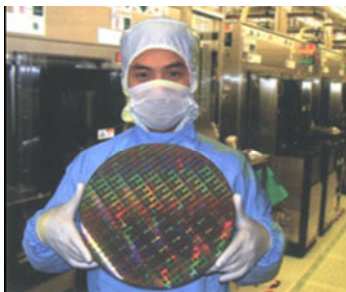
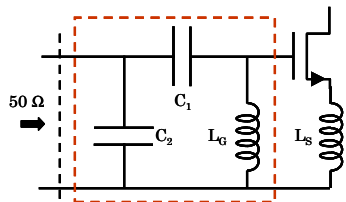
*Cycle Initial Polytechnique
Première année*



Travaux Dirigés de Quadripôles



**Christian PETER
Pascal MASSON**



Année scolaire 2007/2008

SOMMAIRE

TD No. 1 : Détermination des paramètres impédances	5
<i>Exercice I : Matrice impédance</i>	<i>5</i>
<i>Exercice II : Matrice impédance d'un quadripôle actif.....</i>	<i>5</i>
TD No. 2 : Détermination des paramètres admittances	7
<i>Exercice I : Matrice admittance</i>	<i>7</i>
<i>Exercice II : Matrice admittance d'un quadripôle actif.....</i>	<i>7</i>
TD No. 3 : Représentation des quadripôles.....	9
<i>Exercice I : Schéma équivalent</i>	<i>9</i>
<i>Exercice II : Lien entre les différentes représentations</i>	<i>9</i>
<i>Exercice III : Les différentes représentations d'un quadripôle actif.....</i>	<i>9</i>
TD No. 4 : Caractéristiques des quadripôles	11
<i>Exercice I : Caractéristiques d'un quadripôle passe-bas du 1^{er} ordre</i>	<i>11</i>
<i>Exercice II : Caractéristiques du quadripôle passe-bande</i>	<i>12</i>
TD No. 5 : Association de quadripôles.....	15
<i>Exercice I : Matrices de transfert (matrices chaînes).....</i>	<i>15</i>
<i>Exercice II : Matrices admittances</i>	<i>15</i>
TD No. 6 : Pour aller plus loin.....	17
<i>Exercice I : Démonstration du théorème de MILLER</i>	<i>17</i>
<i>Exercice II : Adaptation d'impédance avec un quadripôle.....</i>	<i>17</i>

TD No. 1 : Détermination des paramètres impédances

Exercice I : Matrice impédance

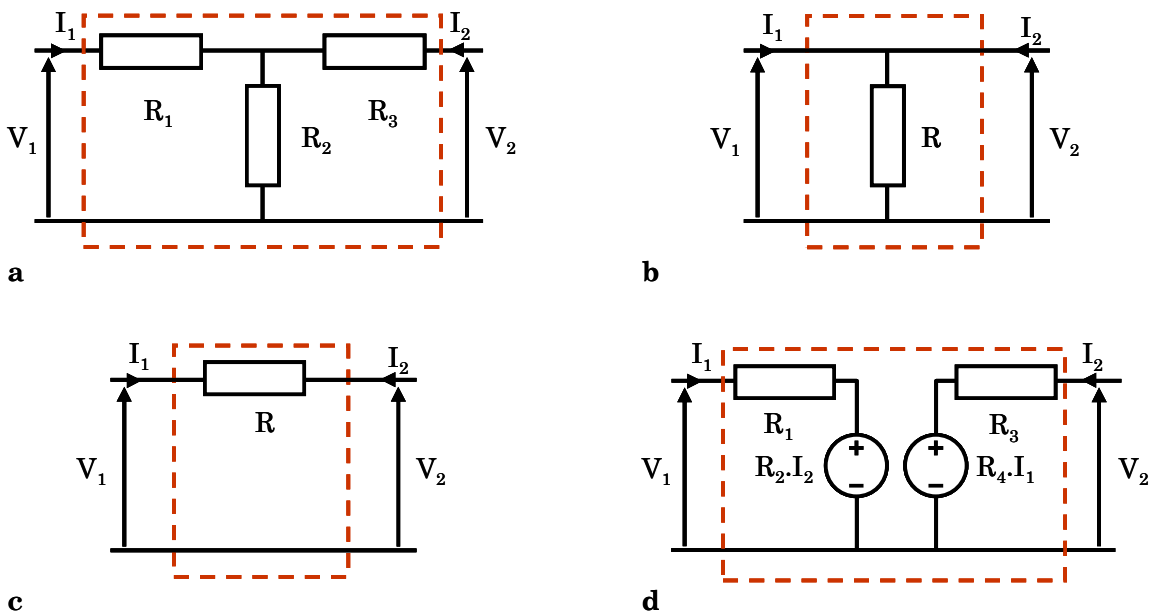


Figure I.1.

I.1. Déterminer les paramètres de la matrice impédance du quadripôle de la figure (I.1.a).

I.2. Déterminer les paramètres de la matrice impédance du quadripôle de la figure (I.1.b). Retrouver les paramètres de cette matrice à partir du résultat de la question (I.1)

I.3. Déterminer les paramètres de la matrice impédance du quadripôle de la figure (I.1.c) à partir du résultat de la question (I.1).

I.4. Déterminer les paramètres de la matrice impédance du quadripôle de la figure (I.1.d). En déduire une nouvelle représentation du quadripôle de la figure (I.1.a)

Exercice II : Matrice impédance d'un quadripôle actif

II.1. On se propose d'étudier le quadripôle de la figure (II.1.a) qui représente le schéma petit signal du transistor MOS (Métal–Oxide–Semiconducteur).

II.1.a. Quelle est la dimension de g_m ?

II.1.b. Déterminer les paramètres de la matrice impédance de ce quadripôle.

II.2. Le schéma petit signal du transistor bipolaire est donné à la figure (II.1.b).

II.2.a. Quelles sont les dimensions des paramètres β et μ ?

II.2.b. Déterminer les paramètres de la matrice impédance de ce quadripôle.

II.3. Comme l'indique la figure (II.1.c), on suppose que $\mu = 0$ pour le transistor bipolaire et on ajoute une résistance R_3 au montage électronique (ici une résistance d'émetteur).

II.3.a. Déterminer les paramètres impédances du quadripôle équivalent (transistor + résistance R_3).

II.3.b. Retrouver le résultat de la question (II.3.a) en utilisant deux lois des mailles.

II.3.c. En vous inspirant de la question (I.4) de l'exercice (I), donner une nouvelle représentation de ce quadripôle.

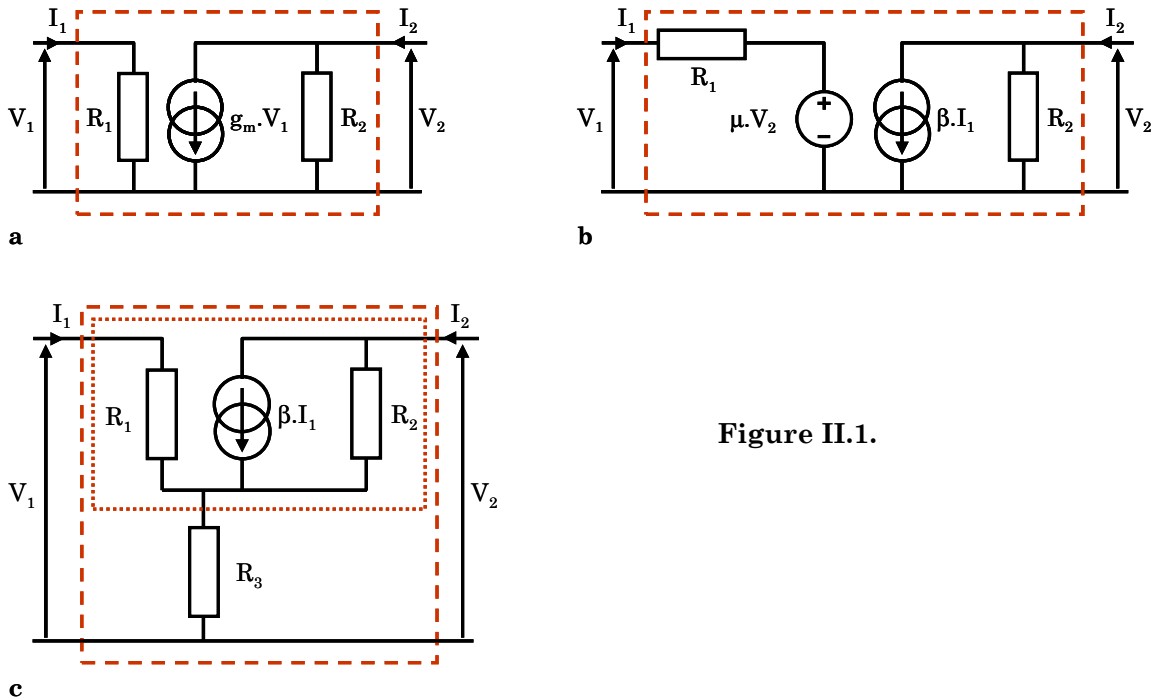


Figure II.1.

TD No. 2 : Détermination des paramètres admittances

Exercice I : Matrice admittance

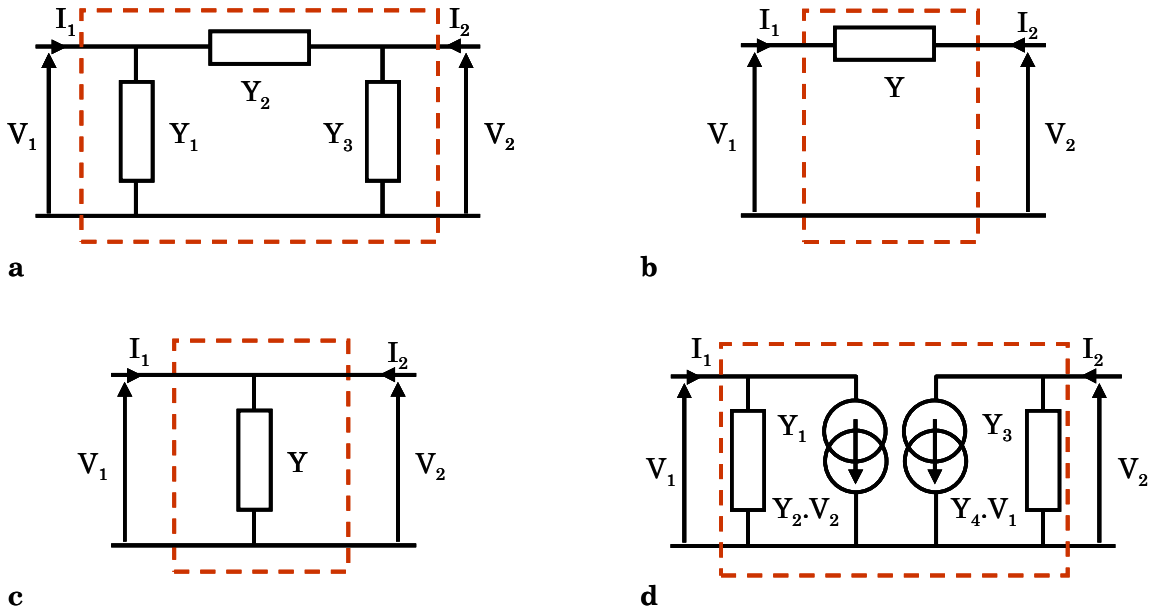


Figure I.1.

- I.1. Déterminer les paramètres de la matrice admittance du quadripôle de la figure (I.1.a).
- I.2. Déterminer les paramètres de la matrice admittance du quadripôle de la figure (I.1.b). Retrouver les paramètres de cette matrice à partir du résultat de la question (I.1)
- I.3. Déterminer les paramètres de la matrice admittance du quadripôle de la figure (I.1.c) à partir du résultat de la question (I.1).
- I.4. Déterminer les paramètres de la matrice admittance du quadripôle de la figure (I.1.d). En déduire une nouvelle représentation du quadripôle de la figure (I.1.a)

Exercice II : Matrice admittance d'un quadripôle actif

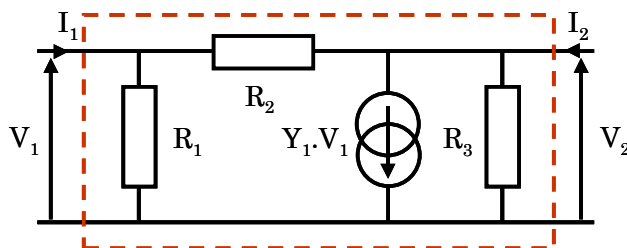


Figure II.1.

- II.1. Déterminer les paramètres de la matrice admittance de ce quadripôle.

II.2. Retrouver le résultat de la question (II.1) en utilisant deux lois des noeuds.

II.3. En vous inspirant de la question (I.4) de l'exercice (I), donner une nouvelle représentation de ce quadripôle.

II.4. Déterminer la matrice impédance de ce quadripôle

TD No. 3 : Représentation des quadripôles

Exercice I : Schéma équivalent

Le tableau (I.1) regroupe les paramètres des matrices de quatre quadripôles actifs. R et Z représentent des impédances. Y est une admittance. Les paramètres α , β et δ sont sans unité.

Donner le schéma équivalent de ces quatre quadripôles.

Quadripôle	Paramètre			
	11	12	13	14
1	R_1	Z	Z	R_2
2	Z	α	β	Y
3	$1/R_1$	Y	Y	$1/R_2$
4	100Ω	0	15	10 S

Tableau I.1.

Exercice II : Lien entre les différentes représentations

II.1. Exprimer les paramètres de la matrice hybride en fonction des paramètres de la matrice admittance.

II.2. Exprimer les paramètres de la matrice hybride en fonction des paramètres de la matrice impédance.

II.3. Exprimer les paramètres de la matrice de transfert en fonction des paramètres de la matrice hybride.

II.4. Exprimer les paramètres de la matrice de transfert en fonction des paramètres de la matrice impédance.

Exercice III : Les différentes représentations d'un quadripôle actif

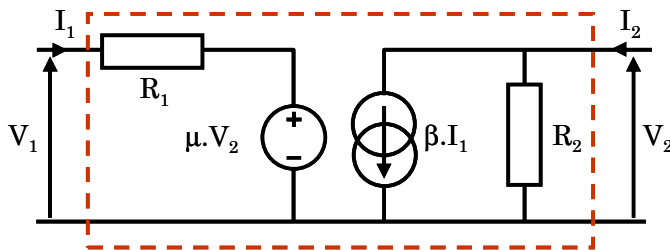


Figure III.1.

Donner les matrices admittance, impédance, hybride et de transfert du transistor bipolaire en petit signal donné à la figure (III.1).

TD No. 4 : Caractéristiques des quadripôles

Exercice I : Caractéristiques d'un quadripôle passe-bas du 1^{er} ordre

Un exemple de quadripôle passe-bas du premier ordre, aussi appelé filtre passe-bas, est donné à la figure (I.1). Il est constitué d'une résistance et d'une capacité et ne laisse passer que les signaux de fréquences inférieures à une certaine fréquence de coupure, F_c .

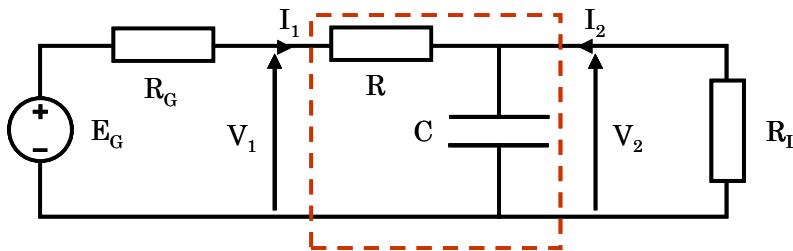


Figure I.1.

I.1. Caractéristiques d'un quadripôle en représentation impédance.

- I.1.a.** Donner l'expression de la résistance d'entrée, R_E .
- I.1.b.** Donner l'expression de la résistance de sortie, R_s .
- I.1.c.** Donner l'expression du gain en courant, A_i .
- I.1.d.** Donner l'expression du gain en tension, A_v , et du gain composite A_{vg} .

I.2. On s'intéresse maintenant au montage de la figure (I.1). On rappelle que l'impédance d'une capacité est un nombre complexe qui dépend de la fréquence ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot F$) du signal à ses bornes : $Z = 1/(j \cdot C \cdot \omega)$.

- I.2.a.** Donner les expressions des paramètres Z en fonction des éléments du quadripôle.
- I.2.b.** Donner l'expression de la résistance d'entrée, R_E . Que devient cette résistance si il n'y a pas de charge ?
- I.2.c.** Donner l'expression de la résistance de sortie, R_s . Que devient R_s si la résistance du générateur en entrée, R_G , est très faible devant R ?
- I.2.d.** Donner l'expression du gain en courant, A_i .
- I.2.e.** Donner l'expression du gain en tension, A_v , et du gain à vide, A_{v0} .

I.3. Montrer que le quadripôle peut se mettre sous la forme équivalente donnée à la figure (I.2). On donnera les expressions des éléments.

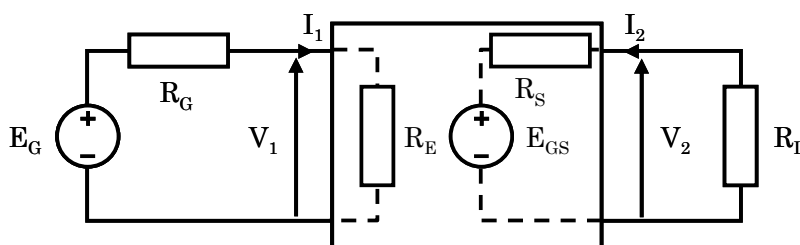


Figure I.2.

I.4. On se propose de faire l'étude en fréquence de ce quadripôle.

I.4.a. Donner l'expression du module du gain A_{v0} .

I.4.b. Comment varie ce gain lorsque ω varie de 0 à l'infini ?

I.4.c. On obtient la pulsation de coupure, ω_{c0} , lorsque le gain chute de -3 dB. Pour le cas présent, cela correspond à : $20 \cdot \log |A_{v0}| = -3$ dB. Déterminer l'expression de la pulsation et de la fréquence de coupure.

I.4.d. Déterminer la valeur de la pente (dB/dec) du quadripôle donnée par l'équation (I.1) :

$$\text{pente} = 20 \cdot \log |A_{v0}(100 \cdot \omega_{C0})| - 20 \cdot \log |A_{v0}(10 \cdot \omega_{C0})| \quad (\text{I.1})$$

I.4.e. Donner la valeur de $20 \cdot \log |A_{v0}|$ pour une pulsation très inférieure à ω_{c0} .

I.4.f. Représenter la variation de $20 \cdot \log |A_{v0}|$ en fonction de $\log(\omega)$.

I.4.g. Quelle est la pulsation de coupure, ω_c , du gain A_v ? La comparer avec celle du gain A_{v0} .

I.4.h. Donner l'expression du gain A_v en dB.

I.4.i. Représenter la variation de $20 \cdot \log |A_v|$ en fonction de $\log(\omega)$ sur le graphique de la question (I.4.f).

On rappelle ici quelques propriétés des fonctions exponentielle et logarithme :

$$\exp(x - y) = \frac{\exp(x)}{\exp(y)} \quad \exp(n \cdot x) = [\exp(x)]^n$$

$$\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y) \quad \log(a^x) = x \cdot \log(a)$$

$$\log(10) = 1$$

$$\log(2) \approx 0,3$$

Exercice II : Caractéristiques du quadripôle passe-bande

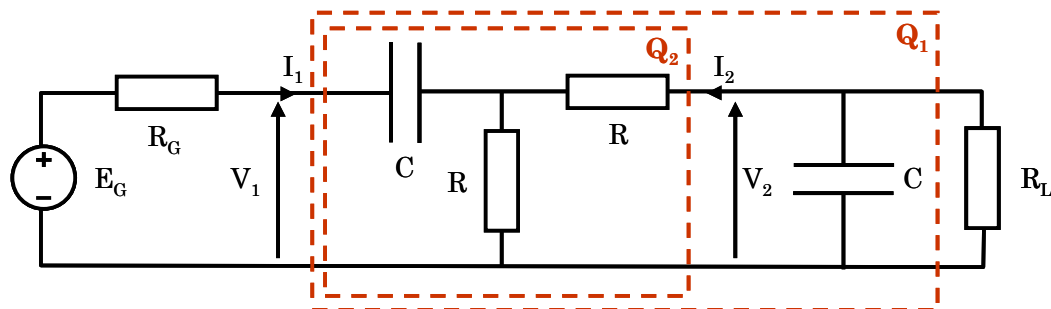


Figure II.1.

Un exemple de quadripôle (Q_1) passe-bande, aussi appelé filtre passe-bande, est donné à la figure (II.1). Il est constitué d'un filtre passe-haut en série avec un filtre passe-bas (étudié à l'exercice (I)). Pour simplifier l'exercice, nous étudions le quadripôle Q_2 (quadripôle en T), et

nous supposons que la charge R_L n'influence pas les performances du circuit (c'est notamment le cas lorsque ce filtre est connecté à l'entrée d'un AOP – Amplificateur Opérationnel).

II.1. Donner les expressions des paramètres Z en fonction des éléments du quadripôle.

II.2. En vous aidant de l'exercice (I), montrer que le gain en tension, A_v , est de la forme :

$$A_v = \frac{A_0}{1 + j.Q.\left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right]} \quad (\text{I.1})$$

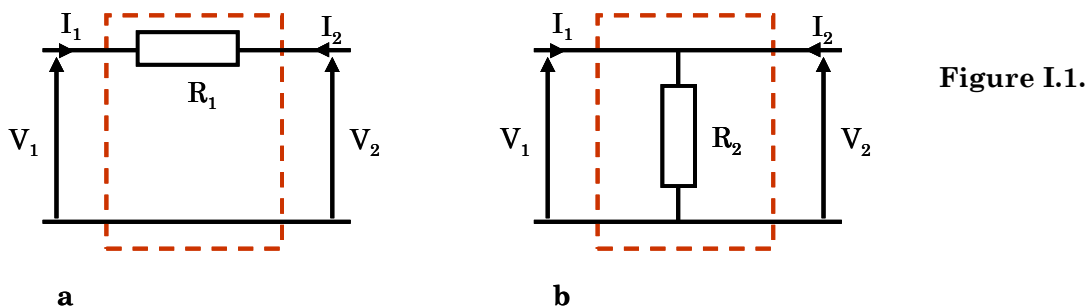
où ω_0 représente la pulsation de résonance dont on donnera l'expression. Donner la valeur de Q , le facteur de qualité du filtre. Que représente A_0 et quelle est la particularité du gain à la pulsation ω_0 ?

II.2. Comment varie ce gain lorsque ω varie de 0 à l'infini ?

TD No. 5 : Association de quadripôles

Exercice I : Matrices de transfert (matrices chaînes)

I.1. Donner l'expression des matrices de transferts des quadripôles de la figure (I.1).



I.2. En vous aidant de la question (I.1), donner l'expression des matrices de transferts des quadripôles de la figure (I.2).

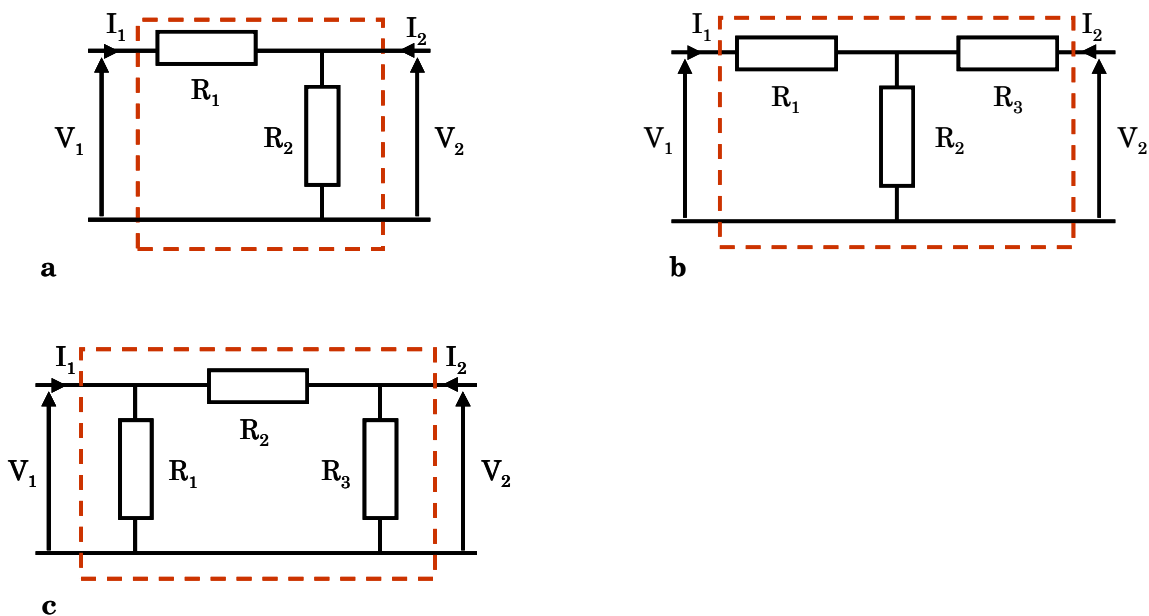


Figure I.2.

Exercice II : Matrices admittances

Répondre aux questions suivantes pour les deux quadripôles de la figure (II.1).

II.1. Montrer que les deux quadripôles peuvent être considérés comme l'association de deux quadripôles en parallèle et donner les schémas correspondants.

II.2. Déterminer les éléments des matrices Y' et Y'' de chacun des quadripôles constituant cette association. En déduire la matrice Y des quadripôles.

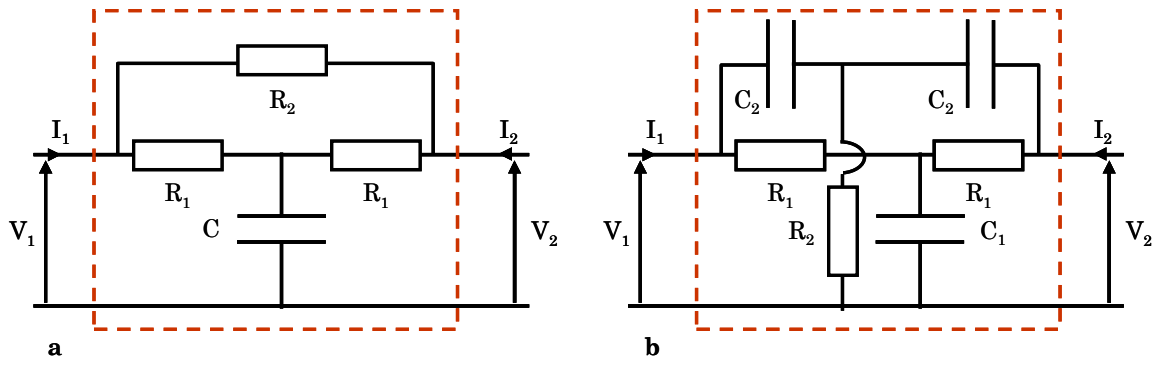


Figure II.1.

TD No. 6 : Pour aller plus loin

Exercice I : Démonstration du théorème de MILLER

On se propose de démontrer le théorème de MILLER à partir du quadripôle étudié à l'exercice (II) du TD n° 2. Ce théorème est très utilisé pour l'étude, en régime petit signal, des circuits électriques à base de transistors bipolaire et/ou MOS

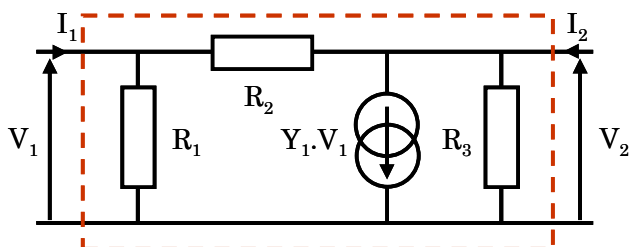


Figure I.1.

I.1. Montrer que ce quadripôle correspond à la mise en parallèle de deux quadripôles. Le quadripôle Q_1 est constitué des éléments R_1 , $Y_1 \cdot V_1$ et R_3 et le quadripôle Q_2 de la résistance R_2 .

I.2. Donner les matrices admittances de ces deux quadripôles.

I.3. Donner l'expression du gain (ici à vide), A_{v0} , du quadripôle Q_1 .

I.4. Donner l'expression de la matrice admittance du quadripôle global.

I.5. Montre que ce quadripôle est équivalent au quadripôle Q_1 auquel on a ajouté une résistance en parallèle sur l'entrée et une résistance en parallèle sur la sortie qui dépendent de R_2 et du gain A_{v0} .

Exercice II : Adaptation d'impédance avec un quadripôle

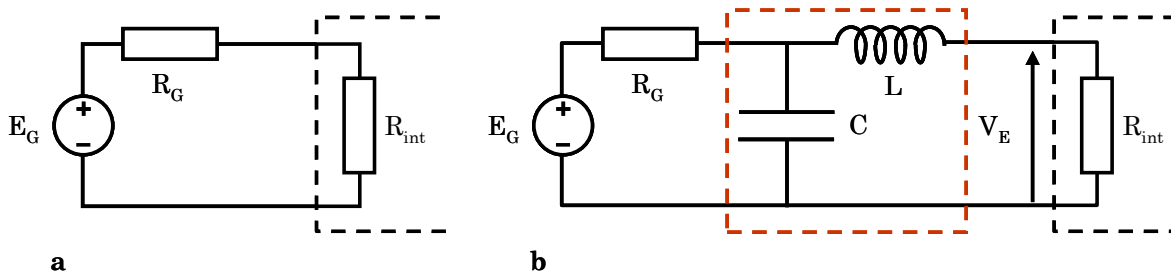


Figure II.1.

La figure (II.1.a) présente un quadripôle de résistance d'entrée R_E alimenté par un générateur E_G ayant une résistance série R_G .

II.1. Montrer que le générateur fournit le maximum de puissance au quadripôle lorsque $R_E = R_G$.

Dans notre cas R_E est très inférieur à R_G et on intercale entre le générateur et le quadripôle un quadripôle d'adaptation d'impédance constitué d'une capacité ($Z = 1/(j \cdot C \cdot \omega) = -j \cdot X_C$) et d'une self ($Z = j \cdot L \cdot \omega = j \cdot X_L$).

II.2. Donner l'expression de la matrice impédance du quadripôle d'adaptation.

II.3. Donner les expressions des résistances d'entrée et de sortie de ce quadripôle.

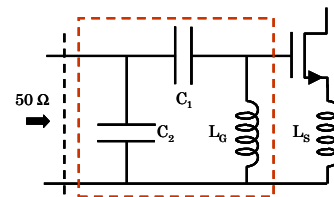
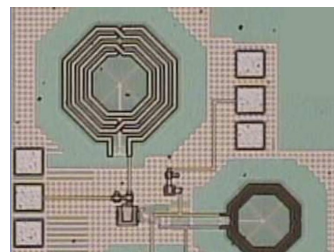
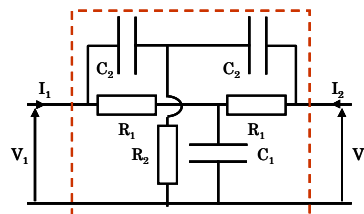
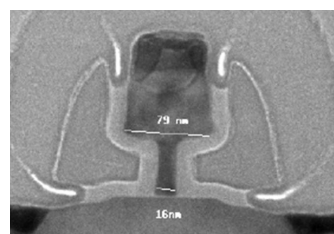
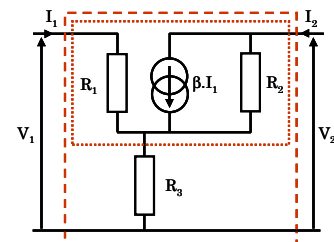
II.4. A quoi doit être égale la résistance d'entrée pour avoir une adaptation d'impédance entre le générateur et le quadripôle d'adaptation ?

II.5. Donner finalement les expressions de X_C et X_L pour avoir une adaptation d'impédance. Quelle doit être la condition sur R_G et R_{int} pour garantir l'existence de X_C et X_L .

II.6. Commenter l'existence d'une fréquence de travail pour ce circuit.

ECOLE POLYTECHNIQUE UNIVERSITAIRE DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS

*Cycle Initial Polytechnique
Première année*



*Ecole Polytechnique Universitaire de Nice Sophia Antipolis
Département d'électronique
1645 route des Lucioles, 06410 BIOT
Tél. : +33 4 92 38 85 00, Fax : +33 4 92 38 85 02, web : www.polytech.unice.fr*



Année scolaire 2007/2008