

# *Résumé Cours Optique Géométrique*



exosup.com

## Module Optique Géométrique S2

Pr. Khalid Nouneh

Année universitaire 2016/2017

# Chapitre I: Approximation de l'optique géométrique, rayon lumineux

**Indice de réfraction:** définit la vitesse de la lumière dans le milieu optiquement plus dense  $\rightarrow n=c/v$ .

## Bilan de loi de Snell-Descartes

- Les rayons réfracté et réfléchi sont dans le plan d'incidence.
- Le rayon réfléchi fait un angle  $i_2$  avec la N, tel que:  $i_2 = -i_1$
- Le rayon réfracté fait un angle  $i_2'$  avec la N, tel que:  $n_1(\lambda)\sin(i_1) = n_2(\lambda)\sin(i_2')$
- Quand  $n_1 < n_2$  : Rayon réfracté maximum  $i_{2_{\max}} = \arcsin(n_1/n_2)$ .
- Quand  $n_1 > n_2$  : Réflexion totale pour  $i_1 > i_2 = \arcsin(n_2/n_1)$ .

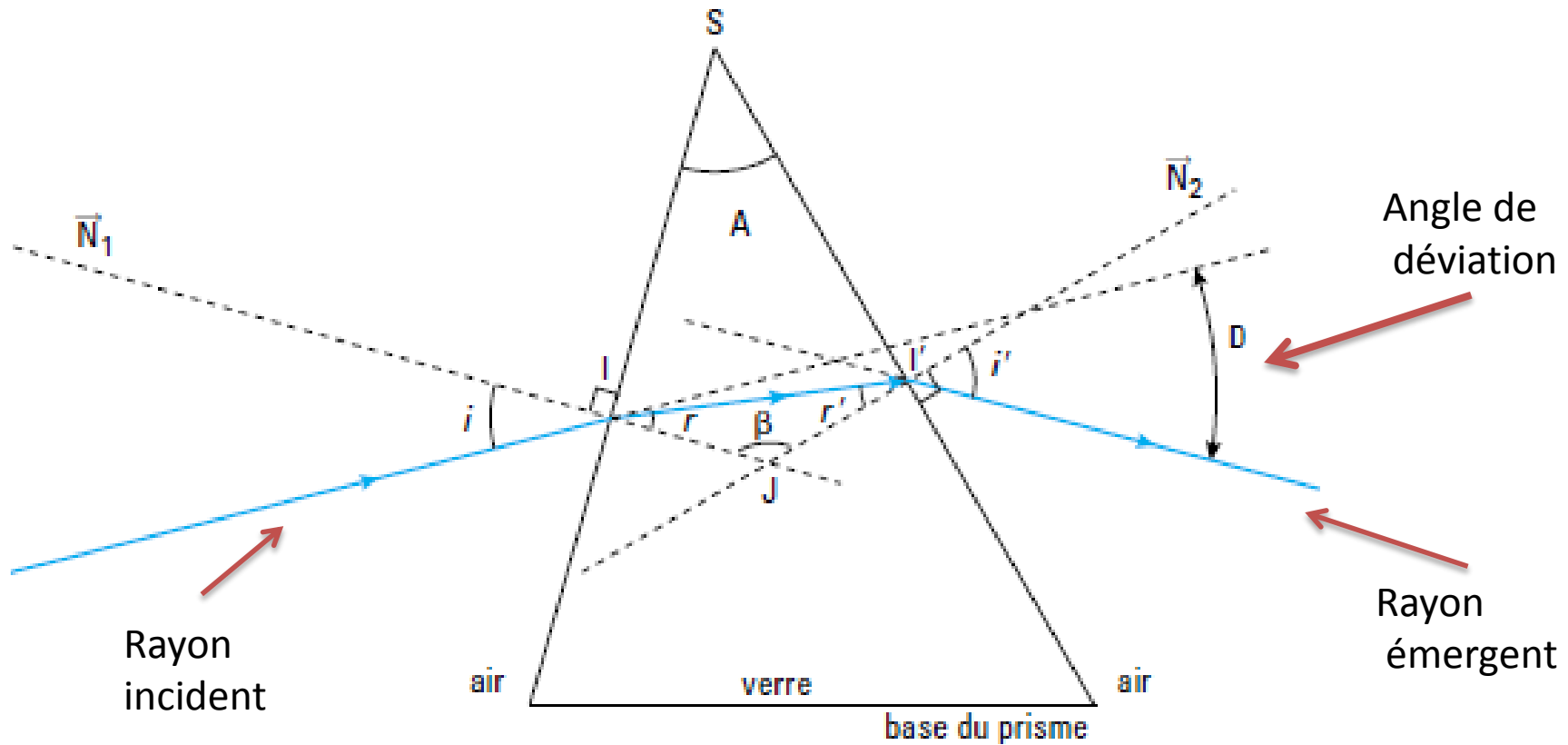
**Principe du retour inverse de la lumière:** La symétrie de ces relations nous **montre** que le chemin suivi par la lumière ne dépend pas du sens de propagation.

## Conditions de Gauss

- Les angles des rayons doivent être faibles ;
- Les rayons lumineux doivent être peu écartés de l'axe optique (la hauteur d'incidence  $h$  **faible** devant le rayon de courbure des dioptré ou miroirs .
- On dit que les **rayons sont paraxiaux**.

Les conditions de Gauss assurent aux systèmes centrés un stigmatisme (conjugaison point à point), et un aplanétisme (conjugaison plan à plan) approchés.

# Prisme



$n$  = indice du prisme / indice du milieu environnant

On suppose  $n > 1$ .

La lumière est déviée vers la base.

• Formules du prisme :

$$\sin i = n \sin r$$

$$\sin i' = n \sin r'$$

$$A = r + r'$$

$$D = (i - r) + (i' - r') = i + i' - A$$

# Relations de conjugaisons du dioptr sphérique et dioptr plan

## II. Dioptr Sphériques:

$R = CS$  est dite rayon du dioptr (miroir)

Si  $CS > 0$  on dit que le dioptr (miroir) est **concave**

Si  $CS < 0$  on dit que dioptr (miroir) **convexe**

II. 1 Relation de position du DS avec origine au sommet S :

$$\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC}$$

II.2 Relation de position du DS avec origine au centre C :

$$\frac{n_1}{CA'} - \frac{n_2}{CA} = \frac{n_1 - n_2}{CS} = V = -\frac{n_1}{SF} = \frac{n_2}{SF'}$$

Vergence d'un dioptr sphérique:

$$V = \frac{n_1 - n_2}{CS} = -\frac{n_1}{SF} = \frac{n_2}{SF'}$$

Foyer image , Foyer objet d'un dioptr sphérique:

$$A_{\text{à } \infty} \xrightarrow{DS(n_1, n_2)} A' = F'$$

$$\frac{n_2}{SF'} = \frac{n_2 - n_1}{SC} \rightarrow \boxed{\overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \overline{SC} = f'}$$

Distance focale image

$$A \equiv F \xrightarrow{DS(n_1, n_2)} A' \equiv \text{à } l' \infty$$

$$\frac{-n_1}{SF} = \frac{n_1 - n_2}{SC} \rightarrow \boxed{\overline{SF} = -\frac{n_1}{n_2 - n_1} \overline{SC} = f}$$

Distance focale objet

Relation entre F et F' :

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{SF}}{\overline{SF'}} = -\frac{n_1}{n_2}$$

II.3 Relation de position du DS avec origine au foyer F :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = \overline{SF'} \times \overline{SF}$$

Grandissement transversal ( $\gamma$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1 \overline{SA'}}{n_2 \overline{SA}} \quad \text{Relation de grandissement du DS avec origine au sommet} \\ \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \quad \text{Relation de grandissement du DS avec origine au centre} \\ \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{SF'}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} \quad \text{Relation de grandissement du DS avec origine au foyer} \end{array} \right.$$

Dioptre plan: Cas particulier du dioptre sphérique avec  $R \rightarrow l'$  infini

$$\frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'}{\overline{SA'}}$$

• Grandissement :  $\gamma_{DP} = n' \overline{SA'} / n \overline{SA} = 1$

Lame à face:

$$\overline{AA'} = \overline{HH'} \left( \frac{n_{\text{int}} - n_{\text{ext}}}{n_{\text{int}}} \right)$$

## V. Relations de conjugaison du miroir sphérique

Pour retrouver les relations de conjugaisons du miroir sphérique, il suffit de remplacer dans les relations du DS  $n_1$  par  $n$  et  $n_2$  par  $-n$  (le signe  $-$  traduit la réflexion c'ad inversion du sens de propagation), on obtient les trois relations RDC des miroirs sphérique :

$$\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC} \xrightarrow{n_1=n \text{ et } n_2=-n} \frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{n_1}{CA'} - \frac{n_2}{CA} = \frac{n_1 - n_2}{CS} \xrightarrow{n_1=n \text{ et } n_2=-n} \frac{1}{CA} + \frac{1}{CA'} = \frac{2}{CS} = -\frac{1}{f}$$

$$\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{SF}}{\overline{SF'}} = -\frac{n_1}{n_2} \xrightarrow{\hspace{10em}} \overline{SF} = \overline{SF'} \quad \text{et} \quad f = \frac{\overline{SC}}{2} = -\overline{FS}$$

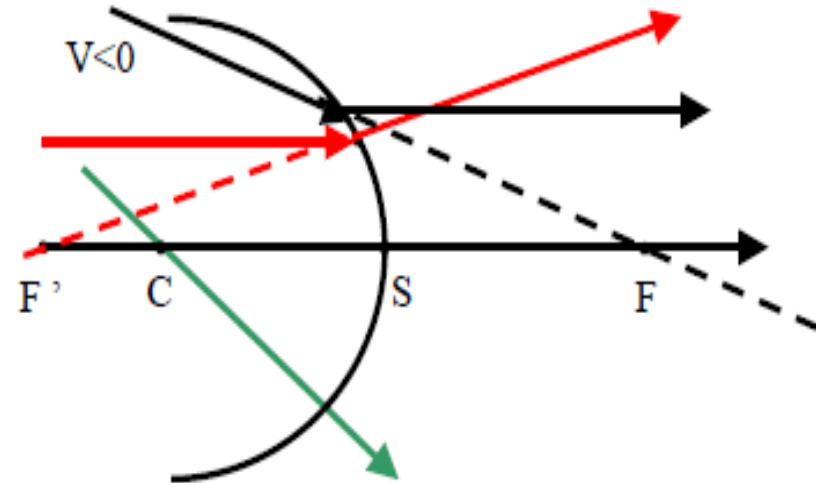
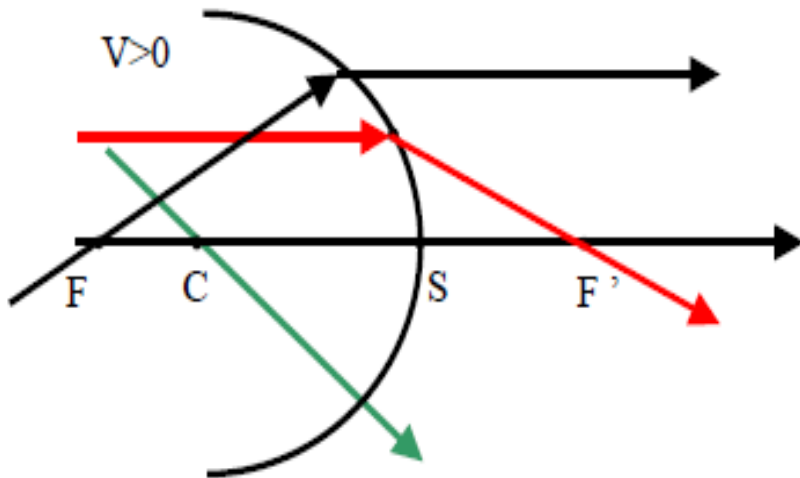
$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = \overline{SF'} \times \overline{SF} \xrightarrow{\hspace{10em}} \overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{FS}^2 = \overline{ff'}$$

Formules de grandissement avec origine au centre et origine au sommet

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

### III.7 Constructions pratiques: utilisation du Foyer objet F et Foyer image F'.

- Tous les rayons **incidents parallèles à l'axe optique** passent par **F'**
- Tous les rayons **incidents qui passent par F** sortent du dioptre **parallèles à l'axe optique**.
- Si  $V > 0$  alors F et F' sont respectivement **du côté des rayons incidents** et **du côté des rayons réfractés**.
- Si  $V < 0$  alors F et F' sont respectivement **du côté des rayons réfractés** et **du côté des rayons incidents**.

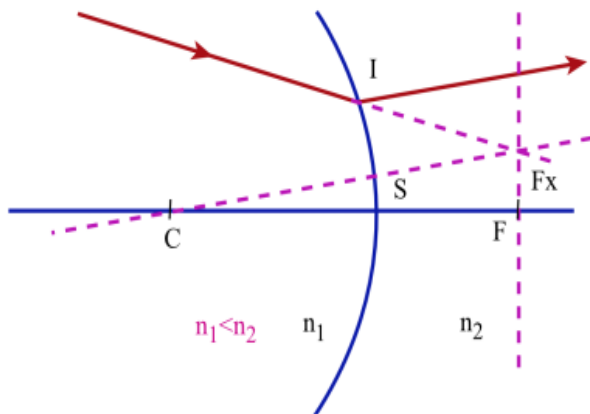


Remarque: le rayon qui passe par le centre C du dioptre n'est pas dévié.

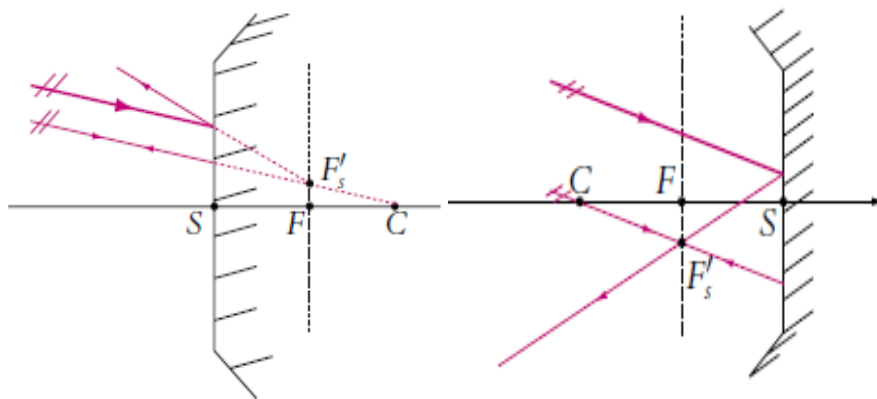
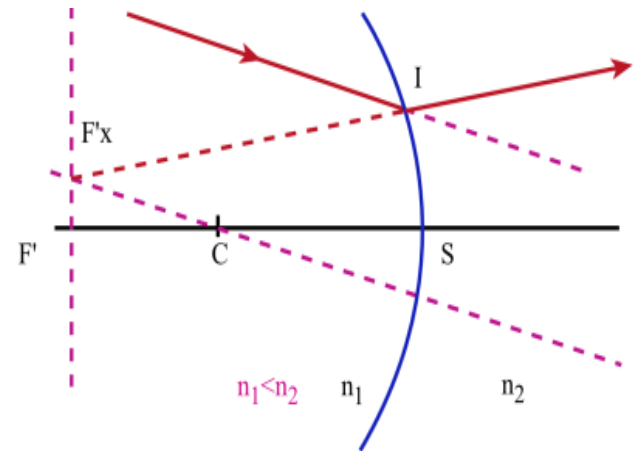
# Construction de l'émergent d'un incident donné: utilisation du Foyer objet F et Foyer image F' secondaire.

4. deux rayons incidents parallèles donnent des rayons réfléchis qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal image ;
5. deux rayons incidents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal objet donnent des rayons réfléchis parallèles entre eux.

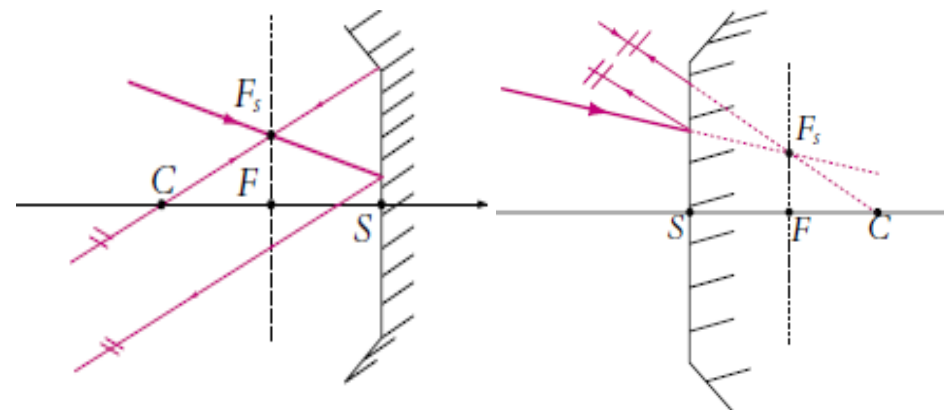
DS divergent,  $V < 0$  : utilisation du foyer objet



DS divergent,  $V < 0$ : utilisation du foyer image



Utilisation d'un foyer image secondaire.



Utilisation d'un foyer objet secondaire

# Systemes centrés

- Grandissement transversal:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

- Grandissement angulaire: Grossissement:

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

- Relation Lagrange Helmholtz:

$$n \overline{AB} \alpha = n' \overline{A'B'} \alpha'$$

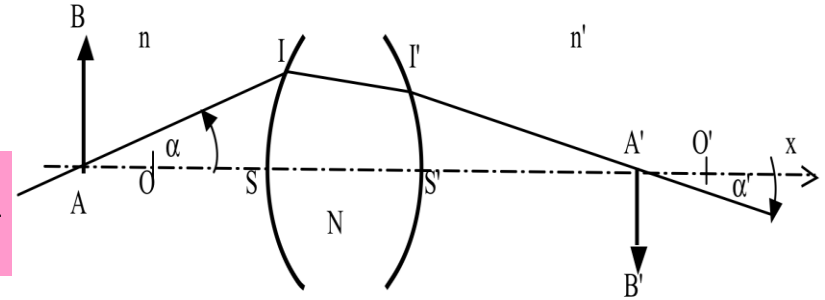


Figure 7-1 : Système centré, définition des grandissements.

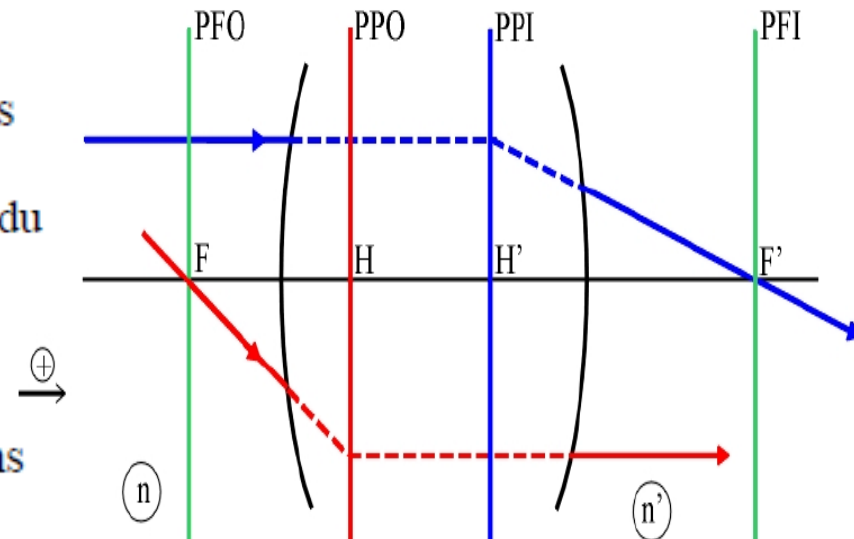
## 1-Plans et points principaux

### Plan principal image (PPI)

lieu géométrique des points d'intersection des rayons incidents parallèles à l'axe avec les rayons émergents correspondants (passant par F'). Le point d'intersection du PPI avec l'axe est le **point principal image H'**.

### Plan principal objet (PPO)

lieu géométrique des points d'intersection des rayons incidents passant par F avec les rayons émergents correspondants parallèles à l'axe. Le point d'intersection du PPO avec l'axe est le **point principal objet H**.



## Propriétés

-Les plans principaux sont **conjugués** l'un de l'autre et le **grandissement** entre ces 2 plans est **égal à 1**.

## -Cas particulier: Dioptré sphérique

Dans l'approximation de Gauss, les points principaux du dioptré sphérique H et H' sont confondus et très proche du sommet S; ainsi  **$H = H' \neq S$**

## 2-Plans nodaux:

Ce sont deux plans (N, N') perpendiculaire à l'axe optique pour lesquels le **grandissement angulaire** vaut  **$\gamma = -1$** . Les **points nodaux** correspondant à l'intersection de ces plan nodaux avec l'axe optique du système, tel qu'à tout **rayon incident passant par N** correspond un **émérgent parallèle à l'incident passant par N'**.

On considère un point A du plan focal objet.

Un rayon AI parallèle à l'axe émerge selon I'F'.

Le rayon parallèle à I'F' issu de A coupe l'axe en N.

Les triangles AFN et I'H'F' sont égaux.

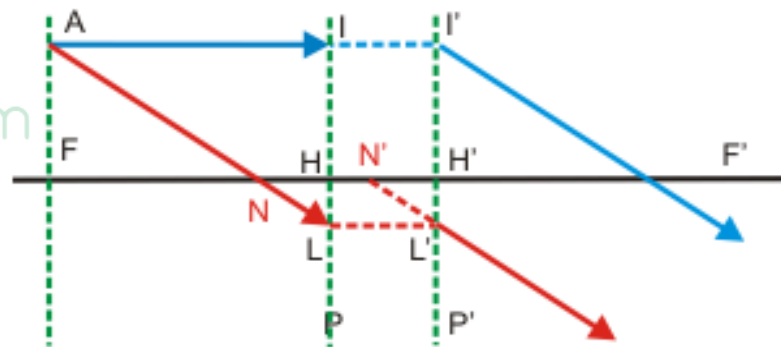
On en déduit que  **$FN = H'F'$**

La position de N est indépendante de la position de A.

On montre de même que  **$F'N' = HF$** .

## Distance interstice du système

Soit N' le conjugué de N. NN'L'L est un parallélogramme donc  **$NN' = LL' = HH' = e$** .  
e est l'**interstice** du système.



$$f = \overline{HF} = \overline{F'N'} \text{ et } \overline{H'N'} = \overline{HN} = \overline{H'F'} + \overline{F'N'} = f + f'$$

$$f' = \overline{H'F'} = \overline{FN}$$

$$e = \overline{HH'} = \overline{NN'} = \text{L'interstice du système}$$

### 3- Plans antiprincipaux et plans antinodaux:

Les **plans antiprincipaux** sont deux plans perpendiculaire à l'axe optique pour lesquels le **grandissement transversal** vaut  $\gamma = -1$ . Les **points antiprincipaux** correspondent à l'intersection de ces plan antiprincipaux avec l'axe optique du système.

Les plans **antinodaux** sont deux plans perpendiculaire à l'axe optique pour lesquels le **grossissement angulaire** vaut  $\gamma = -1$ . Les **points antinodaux** correspondent à l'intersection de ces plan antiprincipaux avec l'axe optique du système.

#### Distances focales

Distance focale objet:  $f = \overline{HF}$

Distance focale image:  $f' = \overline{H'F'}$

#### Vergence

$$V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

en dioptries ou  $m^{-1}$

$V > 0$  ----  $\rightarrow$  système **convergent**

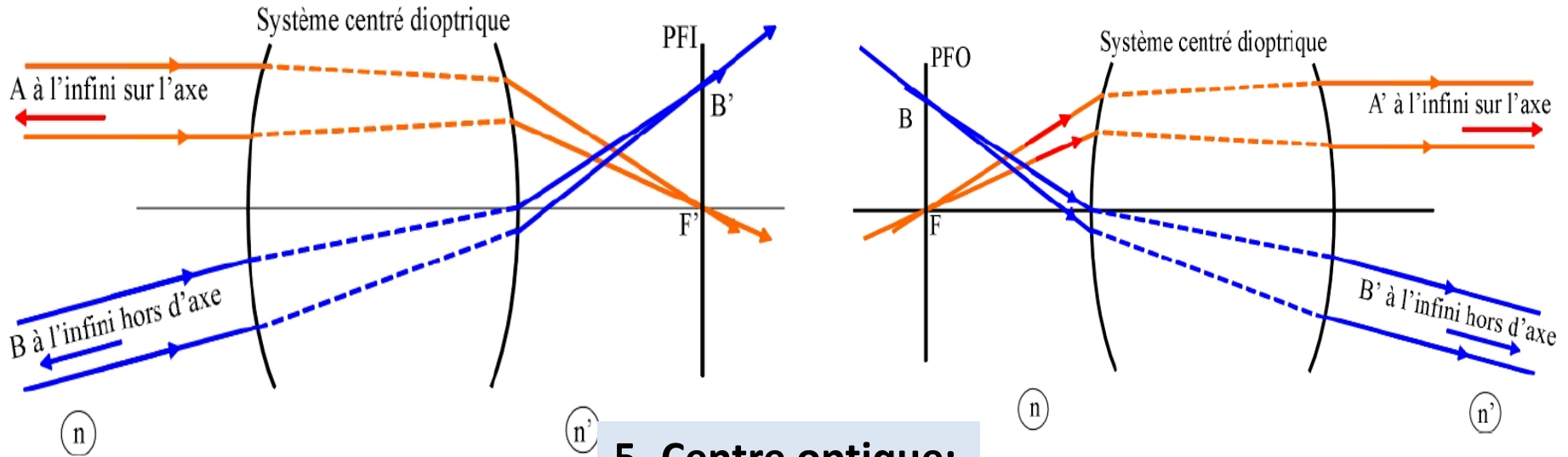
$V < 0$  ----  $\rightarrow$  système **divergent**

#### Relation de Lagrange:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

*Le rapport des distances focales d'un système centré est égal au rapport des indices des milieux extrêmes changés de signe*

## 4- Foyers et plans focaux



## 5- Centre optique:

C'est le point du milieu intermédiaire tel qu'à tout rayon dont le support passe par ce point correspond un incident et un émergent parallèle. Sa position est définit par la relation :

$$\frac{\overline{OC_1}}{\overline{OC_2}} = \frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}} = \frac{R_1}{R_2}$$

Relation valable dans le cas des milieux extrêmes identiques. Dans ce cas aussi le centre optique constitue l'image du point nodal objet par rapport à la face d'entrée et l'objet du point nodal image par rapport à la face de sortie:

$$N \xrightarrow{D_1(1, n)} O \xrightarrow{D_2(n, 1)} N'$$

# Propriétés des systèmes centrés

Relation de conjugaison avec origines aux points principaux H et H'

$$\frac{n'}{\overline{H'A'}} - \frac{n}{\overline{HA}} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} = V$$

Avec  $f' = \overline{H'F'}$  et  $f = \overline{HF}$

Milieux extrêmes identiques:  $f = -f'$

Relation de conjugaison avec origines des abscisses aux points principaux H et H'

$$\frac{f'}{\overline{H'A'}} + \frac{f}{\overline{HA}} = 1$$

Relation de Newton (origine aux foyers F, F'):

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = ff'$$

Grandissement transversal:

$$\gamma_t = \frac{n}{n'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = -\frac{f}{f'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

Grossissement:

$$G = \frac{\overline{HA}}{\overline{H'A'}}$$

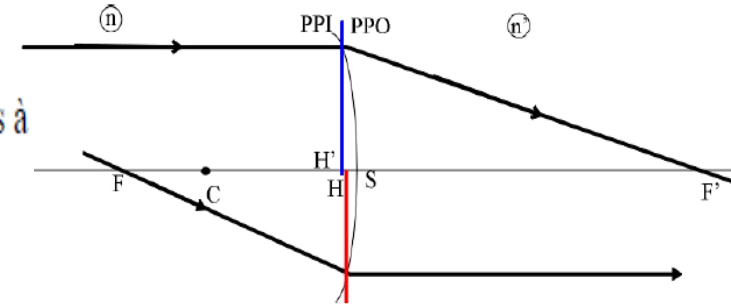
Et la relation entre G et  $\gamma_t$

$$G \cdot \gamma_t = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$$

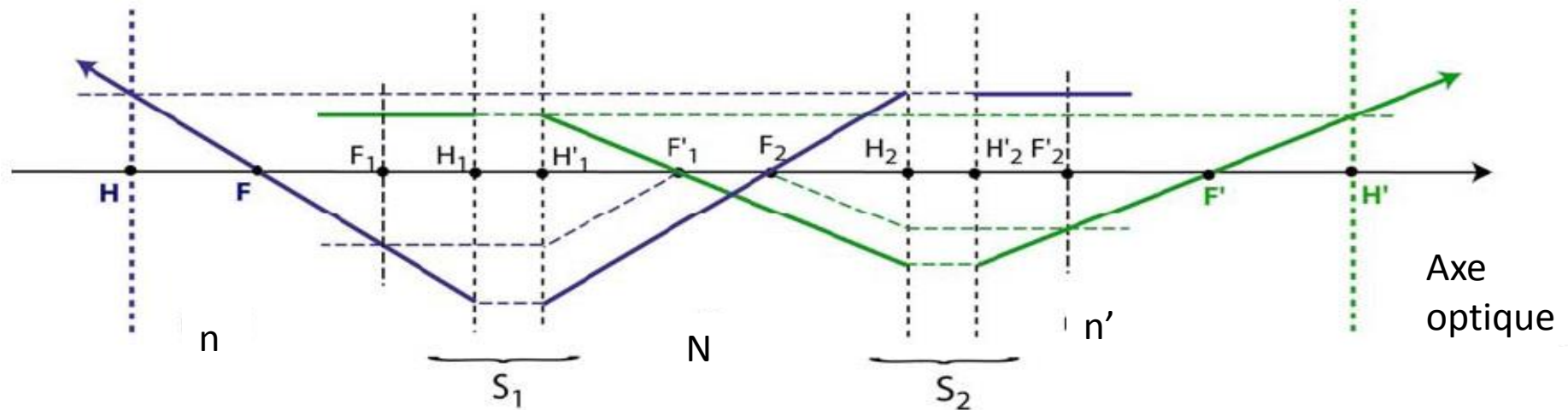
## Cas du dioptré sphérique

Avec les définitions des PPI et PPO, on voit que ceux-ci sont des plans perpendiculaires à l'axe très voisins du plan perpendiculaire à l'axe passant par S.

Dans les conditions de Gauss, les points H et H' sont très voisins de S et on fait l'approximation  $H \equiv H' \equiv S$ .



## Association de deux systèmes centrés dioptriques:



Pour S1:  $f_1 = -\frac{n}{V_1}$  et  $f'_1 = \frac{N}{V_1}$

Et pour S2:

$$f_2 = -\frac{N}{V_2} \text{ et } f'_2 = \frac{n'}{V_2}$$

$$\frac{f'_1}{f_1} = -\frac{N}{n}$$

$$\frac{f'_2}{f_2} = -\frac{n'}{N}$$

L'analyse de la construction montre que  $F'$  est le conjugué de  $F_1$  à travers le second système  $S_2$ . En utilisant la relation de conjugaison de Newton pour le 2nd système on obtient :

$$\overline{F_2 F_1} \cdot \overline{F_2' F'} = f_2 f_2' \Rightarrow \overline{F_2' F'} = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta}$$

$$\overline{F_1 F} \cdot \overline{F_1' F_2} = f_1 f_1' \Rightarrow \overline{F_1 F} = \frac{f_1 f_1'}{\Delta}$$

D'autre part  $F$  et  $F_2$  sont conjugués à travers  $S_1$ . D'où :

Enfin  $F_1$  et  $F_2'$  sont conjugués à travers le système  $S_1 S_2$ . En effet un rayon passant par  $F_1$  ressort du système en passant par  $F_2'$ . D'où :

$$\overline{F F_1} \cdot \overline{F' F_2'} = f f'$$

En substituant dans cette dernière équation de  $\overline{F_2' F'}$  et  $\overline{F_1 F}$  on obtient:

$$f' = \overline{H' F'} = -\frac{f_1 f_2'}{\Delta}$$

Autre expression en fonction de  $e$  :  $\Delta = \overline{F_1 F_2} = \overline{F_1 H_1} + \overline{H_1 H_2} + \overline{H_2 F_2} = -f_1 + e + f_2$

$$\text{D'où, } v = \frac{n'}{f_2} - \frac{e n'}{f_1 f_2} - \frac{n' f_2}{f_1 f_2}$$

$$\text{Or } \frac{f_2}{f_2} = -\frac{n'}{N} \Rightarrow C = \frac{n'}{f_2} + \frac{N n'}{f_1 n'} - \frac{n' e N}{f_1 f_2 N} \Rightarrow V = \frac{n'}{H' F'} = V_1 + V_2 - \frac{e}{N} V_1 V_2 \quad \text{Formule de}$$

Gullstrand

## Expression des éléments cardinaux de l'association de deux systèmes centrés :

1°) Cette relation donne la convergence (et la distance focale image) du système centré équivalent aux deux systèmes centrés. Elle ne donne pas la position du foyer image  $F'$  ni celle de  $H'$ . Pour avoir  $F'$ , il faut procéder de la manière suivante :

$$\infty \xrightarrow{\text{1° système centré}} F'_1 \xrightarrow{\text{2° système centré}} F'$$

$$\Rightarrow \frac{n'}{\overline{H'_2 F'}} = \frac{N}{\overline{H_2 F'_1}} + \frac{n'}{\overline{H'_2 F'_2}}$$

On connaît  $\overline{H_2 F'_1}$  et  $\overline{H'_2 F'_2}$ , on a ainsi accès à la position de  $F'$  par rapport à  $H'_2$ . A l'aide de la formule de Gullstrand, on peut alors trouver la position de  $H'$  sur l'axe optique.

Distances focales  
image et objet:

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{F'_1 F_2} \quad \text{et} \quad f = \frac{f_1 f_2}{F'_1 F_2}$$

Position de  $F'$  :

$$\overline{H'_2 F'} = \overline{H'_2 H'} + \overline{H' F'}$$

Position de  $H'$  :

$$\overline{H'_2 H'} = -e \cdot \frac{f'}{f'_1} \quad \text{ou} \quad \frac{\overline{H'_2 H'}}{n'} = -\frac{e}{N} \frac{V_1}{V}$$

2°) Pour avoir  $\overline{HF}$ , on applique la relation générale  $\frac{\overline{H'F'}}{\overline{HF}} = -\frac{n'}{n}$  **(a)**. Pour avoir accès à la position de F, on procède comme précédemment :

$$F \xrightarrow{1^\circ \text{ système centré}} F_2 \xrightarrow{2^\circ \text{ système centré}} \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{N}{H'_1 F_2} = \frac{n}{H_1 F} + \frac{N}{H'_1 F'_1}$$

**Position de F :**

$$\overline{H_1 F} = \overline{H_1 H} + \overline{HF}$$

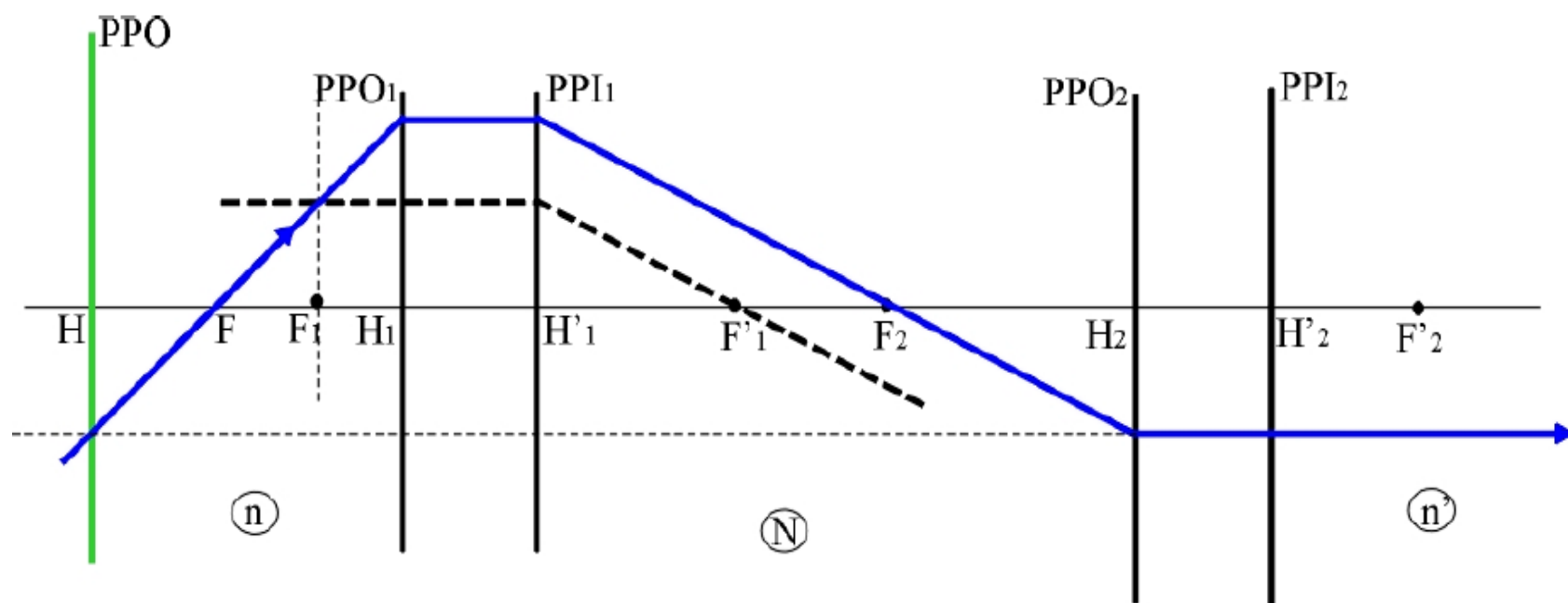
On connaît  $\overline{H'_1 F'_1}$  et  $\overline{H'_1 F_2}$ , on a ainsi accès à la position de F par rapport à  $H_1$ . Puis à l'aide de la relation **(a)**, on a la position de H sur l'axe optique.

**Position de H :**

$$\overline{H_1 H} = e \cdot \frac{f}{f_2} \quad \text{ou} \quad \frac{\overline{H_1 H}}{n} = \frac{e}{N} \frac{V_2}{V}$$

**Note :** Lorsque le système étudié comprend plus de deux systèmes, on commence par étudier l'association de deux systèmes voisins, puis de proche en proche on obtient le système équivalent final.

3°) Pour trouver F par construction, il faut partir d'un rayon émergent parallèle à l'axe et faire la construction géométrique du rayon incident correspondant qui coupe l'axe en F.  
L'intersection des rayons incident et émergent correspondants donne le PPO.



# Lentilles

On distingue deux types de lentilles :

- les lentilles à bords minces, → convergent
- les lentilles à bords épais → divergent

Lentille mince →  $e \ll |R_1|$  et  $e \ll |R_2|$  et  $e \ll |R_2 - R_1|$

Relation de conjugaison  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V$  Avec  $f' = \overline{OF'}$  distance focale image

Relation entre  $f$  et  $f'$  →  $\overline{OF} = f = -f' = -\overline{OF'}$

Relation de conjugaison avec origine aux foyers (relation de Newton):

$$\overline{F'A'} \overline{FA} = \overline{F'O} \quad \overline{FO} = -f'^2 = -f^2 = ff'$$

Grandissement d'une lentille:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

Association de deux lentilles:

I- Lentille accolée

$$A \xrightarrow{L_1(O, f'_1)} A_1 \xrightarrow{L_2(O, f'_2)} A_2 \equiv A \xrightarrow{L_1(O, f')} A_2$$

Avec  $\frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'}$

II- Lentille non accolée

$$\overline{F_2 F'_1} \cdot \overline{F'_2 F'} = -f_2'^2 \quad \text{Et} \quad \overline{F_2 F'} = \frac{f_2'^2}{d - f'_1 - f'_2}$$