Université Félix HOUPHOUËT–BOIGNY UFR Maths Info

COURS DE MÉCANIQUE 1
MÉCANIQUE DU POINT MATÉRIEL

Juin 2020

Responsable du cours :

SYLLA Moussa

Maître de Conférences

CHAPITRE III DYNAMIQUE DU POINT MATÉRIEL

La dynamique est l'étude des mouvements des corps en relation avec les causes, appelées forces, qui les produisent. Elle s'appuie sur les lois physiques énoncées par Isaac Newton.

La dynamique utilise la notion de masse. On mesure la masse d'un point matériel à l'aide d'un appareil (balance) en la comparant à celle d'un autre, prise comme unité. L'unité de masse dans le système international est le kilogramme (kg).

III.1 QUANTITÉ DE MOUVEMENT

La quantité de mouvement est, pour un point matériel A de masse m et de vitesse $\vec{V}(A/R)$ par rapport à un référentiel R, le vecteur $\vec{P}$:

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{V}(A/R)}$$

$\vec{P}$ est encore appelée impulsion.

III.2 PRINCIPE D'INERTIE

Lorsqu'un point matériel en mouvement n'est soumis à aucune force, son mouvement est rectiligne uniforme. C'est la première loi de Newton.

III.3 RÉFÉRENTIEL GALILÉEN

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel un point matériel isolé (sur lequel ne s'exerce aucune force ou sur lequel la résultante des forces est nulle) est soit immobile, soit en mouvement rectiligne uniforme par rapport à ce référentiel. Cela signifie que le principe d'inertie, qui est énoncé dans la première loi de Newton s'applique.

III.4 PRINCIPE FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE DU POINT MATÉRIEL

III.4.1 Notion de Forces

Tout système matériel exerce sur un point matériel A n'appartenant pas à ce système, une action appelée force, représentée dans un référentiel galiléen R par l'ensemble (A, $\vec{F}$) appelé vecteur lié où $\vec{F}$ est le vecteur force de module $\|\vec{F}\|$ et d'origine (point d'application) A.

Exemples de forces :

Force de gravitation universelle, force électromagnétique, force nucléaire et force de contact.

III.4.2 Énoncé du principe fondamental de la dynamique.

Dans un référentiel galiléen R, le mouvement d'un point matériel A de masse m, de vitesse $\vec{V}(A/R)$ soumis à plusieurs forces dont la somme est $\vec{F}$, satisfait à la relation :

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$$

$$\vec{P} = m\,\vec{V}(A/R)$$

Ou encore : $\boxed{\vec{F} = m\vec{\gamma}(A/R)}$

C'est la deuxième loi de Newton.

On rappelle que $\vec{\gamma}(A/R)$ est l'accélération du point matériel A dans R.

III.4.3 Principe des actions réciproques

Si un point matériel A_1 exerce sur un autre point matériel A_2 une force $\vec{F}_{1/2}$, alors A_2 exerce sur A_1 la force opposée $\vec{F}_{2/1}$ telle que :

$$\vec{F}_{2/1} = -\vec{F}_{1/2}$$

Le principe des actions réciproques est encore appelé 3$^{\text{ème}}$ loi de Newton.

III.4.4 Moment cinétique d'un point matériel

On appelle moment cinétique d'un point matériel A, en un point O d'un référentiel R, le moment de sa quantité de mouvement $\vec{P}$, noté $\vec{L}_0$:

$$\vec{L}_0 = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{P} = m\overrightarrow{OA} \wedge \vec{V}(A\,/\,R)$$

III.4.5 Théorème du moment cinétique

Énoncé du théorème
La dérivée par rapport au temps du moment cinétique d'un point matériel en un point O fixe d'un référentiel galiléen, est égale au moment en O des forces qui s'exercent sur ce point.

Démonstration

On considère un référentiel galiléen R d'origine O. $\vec{L}_0$ est le moment cinétique en O du point matériel A :

$$\vec{L}_0 = m\overrightarrow{OA} \wedge \vec{V}(A\,/\,R)$$

$$\left(\frac{d\vec{L}_0}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right)_R \wedge \vec{P} + \overrightarrow{OA} \wedge \left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_R = \vec{V}(A/R) \wedge \vec{P} + \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$

car $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ d'après la loi fondamentale.

D'où :

$$\left(\frac{d\vec{L}_0}{dt}\right)_R = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F} = \vec{M}_0$$

$\vec{M}_0$ est le moment en O des forces $\vec{F}$ exercées sur le point matériel A.

III.4.6 Moment dynamique

On désigne par $\overrightarrow{L_{O'}}$ le moment cinétique du point matériel A, en un point O' mobile dans le référentiel galiléen R. $\overrightarrow{M_{O'}}$ représente le moment en O' des forces exercées sur A. Le théorème du moment cinétique appliqué en O' mobile est énoncé par la formule suivante :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{L_{O'}}}{dt}\right)_R + m\vec{V}(O'/R) \wedge \vec{V}(A/R) = \overrightarrow{M_{O'}}$$

Démonstration

Comme $\overrightarrow{L_{O'}} = m\overrightarrow{O'A} \wedge \vec{V}(A/R)$, il vient :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{L_{O'}}}{dt}\right)_R = m\left(\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right)_R \wedge \vec{V}(A/R) + m\overrightarrow{O'A} \wedge \left(\frac{d\vec{V}(A/R)}{dt}\right)_R$$

$m\left(\frac{d\vec{V}(A/R)}{dt}\right)_R = m\vec{\gamma}(A/R) = \vec{F}$ d'après le principe fondamental de la dynamique.

$$\overrightarrow{O'A} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OO'} \Longrightarrow$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right)_R - \left(\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right)_R = \vec{V}(A/R) - \vec{V}(O' / R)$$

$$\left(\frac{d\overrightarrow{L_{O'}}}{dt}\right)_R = -m\vec{V}(O' / R) \wedge \vec{V}(A/R) + \overrightarrow{O'A} \wedge \vec{F}$$

Finalement :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{L_{O'}}}{dt}\right)_R + m\vec{V}(O' / R) \wedge \vec{V}(A/R) = \overrightarrow{O'A} \wedge \vec{F} = \overrightarrow{M_{O'}}$$

$\overrightarrow{M_{O'}}$ est le moment en O' des forces exercées sur le point matériel A.

On note $\overrightarrow{\delta_{O'}}$, la quantité :

$$\left(\frac{d\vec{L}_{O'}}{dt}\right)_R + m\vec{V}(O'/R) \wedge \vec{V}(A/R) = \overrightarrow{\delta_{O'}}$$

Par définition, $\overrightarrow{\delta_{O'}}$ est appelé le moment dynamique en O’ par rapport à R, du point matériel A et :

$$\overrightarrow{\delta_{O'}} = \overrightarrow{M_{O'}}$$