Réalisé par : Younes ELKHALFI P: 1

Cénématique du point matériel

Systemes de coordonnés :

* Coordonnés cartésienne :

- Vecteur position :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

- Vecteur Vetesse :

$$V(M/R) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z(t)\vec{k})$$

$$V(M/R) = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j} + \dot{z}(t)\vec{k}$$

- Vecteur accélération :

$$\gamma(M/R) = \ddot{x}(t)\vec{i} + \ddot{y}(t)\vec{j} + \ddot{z}(t)\vec{k}$$

* Coordonnés cylindrique :

- Vecteur position

$$\overrightarrow{OM} = \rho\vec{e_\rho} + z(t)\vec{k}$$

- Vecteur Vétesse :

$$V(M/R) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho\vec{e_\rho} + z(t)\vec{k})$$

$$V(M/R) = \dot{\rho}\vec{e_\rho} + \rho\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{z}(t)\vec{k}$$

- Vecteur accélération :

$$\gamma(M/R) = \frac{dV(M/R)}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{\rho}\vec{e_\rho} + \rho\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{z}(t)\vec{k})$$

$$\gamma(M/R) = \ddot{\rho}\vec{e_\rho} + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \rho\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \rho\ddot{\theta}\vec{e_\theta} + \rho\dot{\theta}^2\vec{e_\rho} + \ddot{z}(t)\vec{k}$$

$$\gamma(M/R) = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e_\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{e_\theta} + \ddot{z}(t)\vec{k}$$

- les relation entre les coor cart et coor cyl

$x(t) = \rho \cos\theta$ $\quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$

$y(t) = \rho \sin\theta$ $\quad \theta = Arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right)$

$\overrightarrow{e_\rho} = \cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}$ $\quad \frac{d\overrightarrow{e_\rho}}{dt} = \dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$

$\overrightarrow{e_\theta} = -\sin\theta \vec{i} + \cos\theta \vec{j}$ $\quad \frac{d\overrightarrow{e_\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\overrightarrow{e_\rho}$

- Coordonnées sphérique :

- Vecteur position :

$\overrightarrow{OM} = r(t)\overrightarrow{e_r}$

- Vecteur vitesse :

$V(M/R) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(r(t)\overrightarrow{e_r})$

$V(M/R) = \dot{r}(t)\overrightarrow{e_r} + r(t)\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} + r(t)\dot{\varphi}(t)\sin\theta\overrightarrow{e_\varphi}$

- Vecteur accélération :

$\gamma(M/R)$ $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi})$

$\ddot{r}(t) - r(t)\dot{\theta}^2 - r(t)\ddot{\varphi}(t)\dot{\varphi}(t)\sin\theta\sin^2\varphi - r(t)\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta\cos^2\varphi$

$2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} - r\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta\sin^2\varphi - r(t)\dot{\varphi}^2(t)\sin\theta\sin^2\varphi\cos\theta$

$2\dot{r}(t)\dot{\varphi}(t)\cos\theta + \dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta(r(t)+1) + r(t)\dot{\varphi}^2\sin\theta\sin\varphi(\cos\theta - \cos\varphi)$

$+ r(t)\ddot{\varphi}(t)\sin\theta$

* les relation entre les coor cart et coor sphériq

$\overrightarrow{e_r} = \sin\theta\cos\varphi\vec{i} + \sin\theta\sin\varphi\vec{j} + \cos\theta\vec{k}$

$\overrightarrow{e_\theta} = \cos\theta\cos\varphi\vec{i} + \cos\theta\sin\varphi\vec{j} - \sin\theta\vec{k}$

$\overrightarrow{e_\varphi} = -\sin\theta\vec{i} + \cos\varphi\vec{j}$

$\frac{d\overrightarrow{e_r}}{dt} = \dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} + \dot{\varphi}\sin\theta\overrightarrow{e_\varphi}$ / $\frac{d\overrightarrow{e_\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\overrightarrow{e_r} + \dot{\varphi}\cos\theta\overrightarrow{e_\varphi}$

$$\frac{d\vec{e_\varphi}}{dt}\Big|_{(\vec{e_r},\vec{e_\theta},\vec{e_\varphi})} = \begin{vmatrix} -\dot{\varphi}\cos\theta\cos\varphi\sin\theta - \ddot{\varphi}\sin^2\varphi\sin\theta \\ -\dot{\varphi}\cos^2\theta\cos\varphi - \dot{\varphi}\sin^2\varphi\cos\theta \\ \dot{\varphi}\cos\theta\sin\varphi - \dot{\varphi}\sin\varphi\cos\varphi \end{vmatrix}$$

$x(t) = r(t)\cos\varphi\sin\theta$

$y(t) = r(t)\sin\theta\sin\varphi$

$z(t) = r(t)\cos\theta$

$$r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$$

$$\varphi(t) = \text{Arctan}\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right)$$

Etude de quelques mouvements simples:

Cas particulier : Les coordonnées polaires:

Vecteur position:

$$\overrightarrow{OM} = \rho(t)\,\vec{e_\rho}$$

Vecteur Vitesse:

$$V(M/R) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\rho(t)\,\vec{e_\rho}\right)$$

$$V(M/R) = \dot{\rho}(t)\,\vec{e_\rho} + \rho(t)\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$$

Vecteur accélération:

$$\gamma(M/R) = \frac{dV(M/R)}{dt}/R$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\dot{\rho}(t)\,\vec{e_\rho} + \rho(t)\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}\right)$$

$$\gamma(M/R) = \ddot{\rho}(t)\vec{e_\rho} + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \rho(t)\ddot{\theta}\vec{e_\theta} - \rho(t)\dot{\theta}^2\vec{e_\rho}$$

$$\gamma(M/R) = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e_\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho(t)\ddot{\theta})\vec{e_\theta}$$

Mouvement rectiligne :

$\overrightarrow{OM} = x(t)\vec{i}$ / $V(M/R) = \dot{x}(t)\vec{i}$ / $\gamma(M/R) = \ddot{x}(t)\vec{i}$

Mouvement rectiligne uniforme :

$$\vec{V}(M/R) = \overrightarrow{cte} = V_0\vec{i} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$$

$$\frac{dx}{dt} = V_0 \Rightarrow dx = V_0\,dt$$

$$\Rightarrow x(t) = V_0 t + C$$

à $t = 0$ $\quad x(t=0) = x_0 \Leftrightarrow C = x_0$

$$\boxed{x(t) = V_0 t + x_0}$$

Mouvement rectiligne uniformément varié :

- Equation horaire de la vitesse : $V(t) = \gamma_0 t + V_0$
- Eq. h du mouvement uniformément varié :

$$x(t) = \frac{1}{2}\gamma_0 t^2 + V_0 t + x_0$$

- $$\boxed{x(t) - x_0 = \frac{1}{2\gamma_0}\left(V^2(t) - V_0^2\right)}$$

Si $\vec{V}\cdot\vec{\gamma} > 0 \Rightarrow$ Le mvt unif accéléré.
Si $\vec{V}\cdot\vec{\gamma} < 0 \Rightarrow$ Le mvt unif retardé.
Si $\vec{V}\cdot\vec{\gamma} = 0 \Rightarrow$ Le mvt est uniforme

- Mvt Circulair uniforme :

$\overrightarrow{OM} = R\vec{e_\rho}$

$\vec{V}(M/R) = R\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$

$\gamma(M/R) = R\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} - R\dot{\theta}^2\vec{e_\rho}$

Le mvt est circulaire uniforme si :

$\dot{\theta}(t) = cte = \Omega$ (Vitesse angulaire)

$\ddot{\theta}(t) = \frac{d\dot{\theta}(t)}{dt} = \frac{d\Omega}{dt} = 0$ (accélération angulaire)

Coordonnées intrinséques:

base de Frenet:

$$\boxed{dS = R\,d\lambda}$$

$$d\vec{\tau} = d\lambda\,\vec{n} \qquad \frac{d\vec{\tau}}{dS} = \frac{1}{R}\vec{n}$$

$$\vec{V} = \frac{dS}{dt}\vec{\tau}, \qquad \vec{\gamma} = \underbrace{\frac{dV}{dt}}_{\gamma_t}\vec{\tau} + \underbrace{\frac{V^2}{R}}_{\gamma_n}\vec{n}$$

Résumé Mécanique du point matériel

I. Compléments mathématique

Produit scalaire
$\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} = |\vec{V_1}||\vec{V_2}| \cos(\vec{V_1}, \vec{V_2})$

Norme ou module
$|\vec{U}| = \sqrt{\vec{U} \cdot \vec{U}}$

Vecteur unitaire ou normé
$|\vec{U}| = 1 \Leftrightarrow \vec{U} \cdot \vec{U} = 1$

Vecteurs orthogonaux si
$\vec{U} \cdot \vec{V} = 0$

Produit vectoriel
$\vec{U} \wedge \vec{V} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} yz' - zy' \\ zx' - xz' \\ xy' - yx' \end{pmatrix}$

Double produit vectoriel
$D = \vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$

Anti-symétrie
$\vec{U} \wedge \vec{V} = -\vec{V} \wedge \vec{U}$
$\vec{V} \wedge \vec{U} = -\vec{U} \wedge \vec{V}$

Gradient d'un champ scalaire
$\overrightarrow{grad}(A) = \frac{\partial A}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial A}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial A}{\partial z}\vec{k}$

Module d'un produit vectoriel
$|\vec{W}| = |\vec{U} \wedge \vec{V}| = |\vec{U}||\vec{V}| \sin(\vec{U}, \vec{V})$

Produit mixte
$m = (\vec{A} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{C} = (\vec{A}, \vec{B}, \vec{C})$

Rotation d'un champs de vecteur
$\overrightarrow{rot}(\vec{A}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$

Nabla
$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

II - Cinématique du point matériel

Coordonnées cartésiennes (x, y, z)

x : l'abscisse - y : coordonné - z : côté

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est la base.

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

vitesse $\vec{V}(M/R)$: $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$

Accélération $\vec{\Gamma}(M/R)$: $\frac{d\vec{V}}{dt} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$

Coordonnées polaires (ρ, θ)

ρ : Distance de M à O, θ : rayon polaire

$(\vec{e_\rho}, \vec{e_\theta})$ est la base.

Vecteur position $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{e_\rho}$

Vitesse : $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\vec{e_\rho} + \rho\dot{\theta}\vec{e_\theta}$

Accélération : $\frac{d\vec{V}}{dt} = (\ddot{\rho} + \rho\dot{\theta}^2)\vec{e_\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{e_\theta}$

Coordonnées cylindriques (ρ, θ, z)

ρ : distance de M à O, θ : rayon polaire, z : côté

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{e_\rho} + z\vec{k}$

Vitesse $\vec{V}(M/R)$: $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\vec{e_\rho} + \rho\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{z}\vec{k}$

Accélération $\vec{\Gamma}(M/R)$: $\frac{d\vec{V}}{dt} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e_\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{e_\theta} + \ddot{z}\vec{k}$.

Coordonnées curvilignes

$\vec{\tau}$: Vecteur tangent, $\vec{n}$: Vecteur normal, $\vec{b}$: Vecteur binormal

$(\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b})$ est sa base (Frenet)

$\vec{\tau} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{ds}$ $\quad \vec{n} = R_c \frac{d\vec{\tau}}{ds}$

$\vec{V} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau}$

$\vec{\Gamma} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + \frac{V^2}{R_c}\vec{n}$

Relation entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées cylindriques.

$x = \rho\cos\theta$; $y = \rho\sin\theta$; $z = z$.

$\rho^2 = x^2 + y^2$; $\tan\theta = \frac{y}{x}$

Dérivée

$\frac{d\vec{e_\rho}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e_\theta}$

$\frac{d\vec{e_\theta}}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{e_\rho}$

Mouvement accéléré si $\vec{V}.\vec{\Gamma} > 0$

Mouvement retardé si $\vec{V}.\vec{\Gamma} < 0$

Mouvement uniforme si $\vec{V}.\vec{\Gamma} = 0$

Mouvement à accélération centrale si : $\overrightarrow{OM} \wedge \vec{\Gamma}(M/R) = \vec{0}$ ou $\overrightarrow{OM} \wedge \vec{\Gamma} = \vec{C}$

Constante des aires

$r^2\dot{\theta} = C$

$R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est le repère absolu, appelé aussi fixe ou galiléen

$R'(O', \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est le repère relatif, appelé aussi mobile ou non-galiléen

Vitesse absolue

$\vec{V_a}(M) = \vec{V}(M/R) = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R$

Vitesse relative

$\vec{V_r}(M) = \vec{V}(M/R') = \left(\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{R'}$

Accélération absolue

$$\vec{\Gamma}_a(M) = \frac{d\vec{V}_a}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}\Big|_R$$

Accélération relative

$$\vec{\Gamma}_r(M) = \frac{d\vec{V}_r}{dt} = \frac{d^2\vec{O'M}}{dt^2}\Big|_{R'}$$

Vecteur vitesse de rotation

$\vec{\Omega}(R'/R)$ = dérivée de l'angle de rotation multiplié par le vecteur de rotation

$\frac{d\vec{U}}{dt}\Big|_R = 0$ si $\vec{U}$ est lié à R'

$\vec{\Omega}(R'/R) = 0$ s'il y a une translation

$\vec{\Omega}(R'/R) \neq 0$ s'il y a une rotation

$$\frac{d\vec{U}}{dt}\Big|_R = \frac{d\vec{U}}{dt}\Big|_{R'} + \vec{\Omega}(R'/R) \wedge \vec{U}$$

$\frac{d\vec{U}}{dt}\Big|_{R'} \neq 0$ si $\vec{U}$ n'est pas lié à R'

Rotation totale. $\vec{\Omega}(R/R) = \vec{\Omega}(R'/R') + \vec{\Omega}(R'/R)$

Vitesse d'entraînement

$$\vec{V}_e(M) = \frac{d\vec{OO'}}{dt}\Big|_R + \vec{\Omega}(R'/R) \wedge \vec{O'M}$$

Composition des vitesses

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$

Accélération d'entraînement

$$\vec{\Gamma}_e(M) = \frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2}\Big|_R + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \wedge \vec{\Omega}(R'/R) \wedge (\vec{\Omega}(R'/R) \wedge \vec{OM})$$

Accélération de Coriolis

$$\vec{\Gamma}_c(M) = 2\vec{\Omega}(R'/R) \wedge \vec{V}_r(M)$$

Composition des accélérations

$$\vec{\Gamma}_a(M) = \vec{\Gamma}_r(M) + \vec{\Gamma}_e(M) + \vec{\Gamma}_c(M)$$

III Dynamique du point matériel et étude énergétique.

Quantité de mouvement

$$\vec{P}(M/R) = m\vec{V}(M/R)$$

Force de gravitation

$$\vec{F}_{1\to} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{U}_r$$

Force de Poids

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Le résultante $\vec{R}$

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$$

Coefficient de frottement

$f \leq k = \|\vec{R}_T\| / \|\vec{R}_N\|$

Force d'inertie de Coriolis

$$\vec{F}_c = -m\vec{\Gamma}_c$$

Force d'inertie d'entraînement

$$\vec{F}_e = -m\vec{\Gamma}_e$$

Puissance

$P_R(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{V}(\Pi/R)$

Principe fondamental dans un repère non-galiléen

$m\vec{\Gamma}_r = \Sigma\vec{F} + \vec{F_e} + \vec{F_c}$

1ère loi de Newton : Principe d'inertie

$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

2ème loi de Newton : Principe fondamentale dans le repère galiléen :

$m\vec{\Gamma}(\Pi/R) = \Sigma\vec{F}$

3ème loi de Newton :

$\vec{F}_{2/1} = -\vec{F}_{1/2}$

travail

$W = \int \vec{F} \cdot \vec{V}\, dt$

$W > 0 \Rightarrow$ travail moteur

$W < 0 \Rightarrow$ travail résistant

Energie cinétique

$E_c = \frac{1}{2} m V^2$

Energie potentiel

$E_p = -\int dW = -\int P_R dt$

Energie mécanique

$E_m = E_c + E_p$

Théorème du moment cinétique dans un repère galiléen

$\frac{d\vec{\sigma}_A}{dt}(\Pi/R)|_R = \vec{A\Pi} \wedge \Sigma\vec{F} - m\vec{V}(A/R) \wedge \vec{V}(\Pi/R)$

Energie cinétique dans un repère galiléen

$\frac{dE_c}{dt}(\Pi/R) = \Sigma P_R(\vec{F})$

Théorème du moment cinétique dans un repère non-galiléen

$\frac{d\vec{\sigma}_A}{dt}(\Pi/R)|_R = \vec{A\Pi} \wedge \Sigma\vec{F}, \vec{F_c}, \vec{F_c} - m\vec{V}(A/R)$

Théorème de l'Energie cinétique dans un repère non-galiléen

$\frac{dE_c}{dt}(\Pi/R) = P_R(\Sigma\vec{F}, \vec{F_e}, \vec{F_c})$

Forces conservatives :

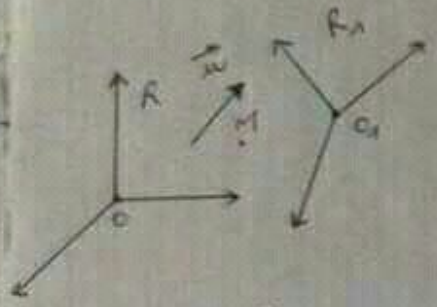
1- On dit que $\vec{F}$ est une force conservative si le travail de $\vec{F}$ est indépendant du chemin suivie et il ne dépend que de la position initiale et finale.

2- $\vec{F}$ est conservative si elle dépend de l'énergie potentielle c'est à dire

$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_p$

Intégrale première de l'énergie

$E_c + E_p = cte$



* R_1 en MVT qlq/R
* $\vec{u}$ vecteur qlq dépendant de t.

formule de dérivat° vectorielle :

$$\boxed{\left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right/_{R} = \left.\frac{d\vec{u}}{dt}\right/_{R_1} + \vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\vec{u}}$$

* R : fixe (absolu)
* R_1 : mobile/R (relatif)

$$\boxed{\vec{V}_a(M) = \vec{V}_r(M) + \vec{V}_e(M)}$$

- $\vec{V}_a(M) = \vec{V}(M/R) = \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right/_{R}$
- $\vec{V}_r(M) = \vec{V}(M/R_1) = \left.\frac{d\vec{O_1M}}{dt}\right/_{R_1}$
- $\vec{V}_e(M) = \vec{V}_a(O_1) + \vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\vec{O_1M}$

$$\boxed{\vec{\gamma}_a(M) = \vec{\gamma}_r(M) + \vec{\gamma}_e(M) + \vec{\gamma}_c(M)}$$

- $\vec{\gamma}_a(M) = \vec{\gamma}(M/R) = \left.\frac{d\vec{V}_a(M)}{dt}\right/_{R}$
- $\vec{\gamma}_r(M) = \vec{\gamma}(M/R_1) = \left.\frac{d\vec{V}_r(M)}{dt}\right/_{R_1}$
- $\vec{\gamma}_c(M) = 2\,\vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\vec{V}_r(M)$
- $\vec{\gamma}_e(M) = \vec{\gamma}_a(M) + \left.\frac{d\vec{\Omega}(R_1/R)}{dt}\right/_{R}\wedge\vec{O_1M}$
  $+ \vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\left(\vec{\Omega}(R_1/R)\wedge\vec{O_1M}\right)$

Mouvement de translation

Translat° rectiligne
إزاحة مستقيمية

Translat° circulaire
إزاحة دائرية

Translat° curviligne (qlq)
إزاحة منحنية

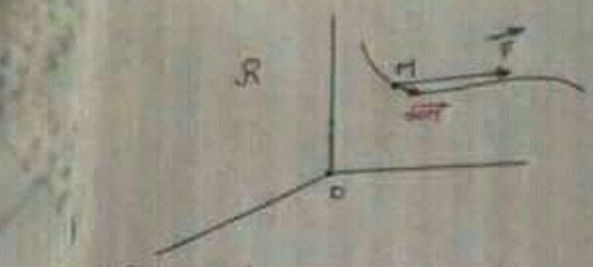
⚠

Si R_1 en translat°/R $\Longrightarrow$

$$\vec{\Omega}(R_1/R) = \vec{0} \quad \text{(Pas de rotat°)}$$

$$\vec{\Omega}(R_1/R) = -\vec{\Omega}(R/R_1)$$

$$\vec{\Omega}(R_1/R^*) + \vec{\Omega}(R^*/R) = \vec{\Omega}(R_1/R)$$



الطاقة الحركية

* E_c :

$$E_c(M/R) = \frac{1}{2} m \vec{V}^2_{(M/R)}$$

العمل الأولي

Travail élémentaire d'une $\vec{F}$:

$$dw(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{dOM}$$

العمل الكلي

Travail total :

$$w_{M_1 \to M_2}(\vec{F}) = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \cdot \vec{dOM}$$

القدرة اللحظية

Puissance instantanée d'une $\vec{F}$:

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \frac{dw(\vec{F})}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V}(M/R)$$

قوة محافظة

Force conservatrice :

$$\vec{rot}\,\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F} = -\vec{grad}\,E_p$$

En coordonnées cartésiennes :

- $\vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \vec{rot}\,\vec{F}$
- $\vec{\nabla} E_p = \vec{grad}\,E_p$
- $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

* Souvent on calcule l'E_p d'une force conservative par la relation :

$$dE_p = -dw(\vec{F})$$

* Si toutes les forces exercées sur M sont soit des forces conservatives et/ou des forces qui ne travaillent pas, l'E_m se conserve (الطاقة الميكانيكية تنحفظ)

$$\Rightarrow E_m = cte \; ; \; \forall t$$

$$E_m(M/R) = E_c(M/R) + E_p(M/R)$$

+

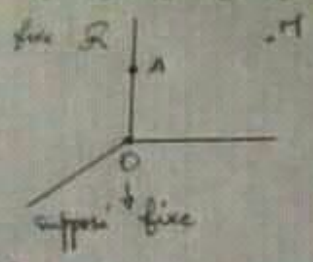
E mécanique (ou E. totale) — énergie potentielle totale

$$E_p(M/R) = \sum_{i=1}^{n} E_{p_i}$$

la position d'équilibre est donnée par :

$$\frac{dE_p}{dx} = 0 \;\; ; \;\; E_p(x)$$

$$\frac{dE_p}{d\theta} = 0 \;\; ; \;\; E_p(\theta)$$



Quantité de mouvement :

$$\boxed{\vec{P}(M/R) = m \cdot \vec{V}(M/R)}$$

Moment cinétique :

$$\boxed{\vec{\sigma}_O(M/R) = \vec{OM} \wedge \vec{P}(M/R)}$$

Par rapport à O.

Moment d'une force :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F}}$$

Par rapport à O.

⚠ les moment / à A :

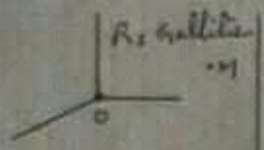
$$\vec{\sigma}_A(M/R) = \vec{AM} \wedge \vec{P}(M/R)$$

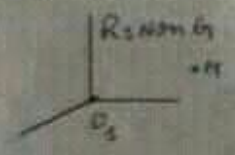
$$\vec{\mathcal{M}}_A(M/R) = \vec{AM} \wedge \vec{F}$$

Référentiel Gallilien
|||
Référentiel d'inertie
|||
Référentiel non accéléré

⚠

Tout repère animé d'un mvT de Translat° rectiligne uniforme par rapport à repère Gallilien ⟹ c'est un repère Gallilien





P.F.D :

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}(M/R)}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \sum \vec{F}_{gallilien} = \sum_{ideale}$$

Th du moment cinétique

$$\left.\frac{d\vec{\sigma}_O(M/R)}{dt}\right|_R = \vec{\mathcal{M}}(\sum \vec{F}_{ext})$$

Th de l'E_c :

$$dE_c(M/R) = dW(\sum \vec{F}_{ext})$$

$$\left.\frac{dE_c}{dt}\right|_R = \mathcal{P}(\sum \vec{F}_{ext})\Big|_R$$

Th de l'E_m :

$$dE_m(M/R) = dW(\vec{F}_{nc})$$

$$\left.\frac{dE_m}{dt}\right|_R = \mathcal{P}(\sum \vec{F}_{nc})\Big|_R$$

P.F.D :

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} + \vec{F}_e + \vec{F}_c = m\vec{\gamma}(M/R_1)}$$

$$\vec{F}_e = -m\,\vec{\gamma}_e(M)$$

$$\vec{F}_c = -m\,\vec{\gamma}_c(M)$$

Th du moment cinétique

$$\left.\frac{d\vec{\sigma}_{O_1}(M/R_1)}{dt}\right|_{R_1} = \vec{\mathcal{M}}_{O_1}(\sum \vec{F}_{ext}) + \vec{\mathcal{M}}_{O_1}(\vec{F}_e) + \vec{\mathcal{M}}_{O_1}(\vec{F}_c)$$

Th de l'E_c :

$$dE_c(M/R_1) = dW(\sum \vec{F}_{ext}) + dW(\vec{F}_e)$$

$$\left.\frac{dE_c}{dt}\right|_{R_1} = \mathcal{P}(\sum \vec{F}_{ext})\Big|_{R_1} + \mathcal{P}(\vec{F}_e)\Big|_{R_1}$$

Th de l'E_m :

$$dE_m(M/R_1) = dW(\vec{F}_{nc})$$

$$\left.\frac{dE_m}{dt}\right|_{R_1} = \mathcal{P}(\sum \vec{F}_{nc})\Big|_{R_1}$$

أي محلم في حركة إن حدة مستقيمية منتظمة بالنسبة لمحلم فاليلي فهو محلم فاليلي