

MATHEMATIQUES

- SERIE : D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1, 2 et 3.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Exercice 1 (2points)

Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

- 1- Si une fonction f est dérivable en un point a , alors elle est continue en ce point.
- 2- Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K , a et b deux éléments de K tels que : $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que, $\forall x \in [a; b], |f'(x)| \leq M$, alors $-M(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$.
- 3- Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ est la fonction définie par : $F(x) = x^3 - 2x^2 + x - \pi$
- 4- Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre n et P alors la variance de X est le nombre réel positif noté $V(X)$ tel que $V(X) = np$

Exercice 2 (2points).

Pour chaque Affirmation, quatre réponses sont proposées dont un seul est juste. Choisis la réponse juste.

N°	Enoncé à trou	Réponses	
1	Une fonction numérique f définie sur intervalle ouvert K est dérivable en un nombre réel x_0 de K si et seulement si $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ est égale à	A	$+\infty$
		B	$l; l \in \mathbb{R}$
		C	$-\infty$
2	$\sqrt[5]{32}$ est égale à	A	16
		B	32
		C	2
3	Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$ telle que $\forall x \in]0; +\infty[, f(x) \leq -3x$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ est égale.	A	0
		B	$-\infty$
		C	$+\infty$
4	Soit une variable aléatoire égale au nombre d'élèves filles dans une classe. Alors la probabilité d'avoir au plus une fille est :	A	$1 - P(X = 0)$
		B	$P(X = 0) + P(X = 1)$
		C	$P(X > 1)$

Exercice 3 (3 Points)

On considère les fonctions f et F définies sur $]-\infty; \frac{3}{2}[$ respectivement par : $f(x) = x\sqrt{3-2x}$ et $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-2x}$, a, b et c sont des nombres réels.

- 1- Détermine a, b et c pour que F soit une primitive de f sur $]-\infty; \frac{3}{2}[$.
- 2- Dédus -en la primitive de f sur $]-\infty; \frac{3}{2}[$ qui s'annule en -3 .

Exercice 4 (3 points)

Un joueur lance successivement trois fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée. Il gagne 600 francs s'il obtient 3 fois « *FACE* ». Il gagne 300 francs s'il obtient exactement 2 fois « *FACE* » et gagne 100 francs s'il obtient exactement une fois « *FACE* », mais il perd 1000 francs s'il n'obtient que des « *PILE* ». On désigne par X la variable aléatoire représentant en francs le gain du joueur (un gain est positif ou négatif).

- 1-Détermine la loi de probabilité de la variable X .
- 2-Calculer la probabilité de gagner strictement moins de 300 francs.
- 3) a. Calcule l'espérance mathématique de la variable X .
b. Que représente ce résultat pour le joueur.
c. Interprète ce résultat pour le joueur.
- 4) Calcule le montant que le joueur devrait payer lorsqu'il n'obtient que des « *PILE* » pour que le jeu soit équitable.

Exercice 5 (6 points).

f est la fonction définie sur $] -\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ par : $f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$.

Partie A

g est la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par : $g(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2-1}$

1. Calcule la limite de g en $+\infty$.
2. Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
3. a. Démontre que l'équation $x \in]1; +\infty[, g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1 < \alpha < 2$.
b. Donne une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in]1; \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

1. Etudie la parité de f .
2. a. Calcule la limite de f en $+\infty$.
b. Démontre que la droite (D) d'équation $y = -\frac{x}{2} + 1$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
c. Etudie la position de (C) par rapport à (D) sur $]1; +\infty[$.
3. Etudie la dérivabilité de f en 1 puis interprète graphiquement le résultat.
4. a. Démontre que : $\forall x \in]1; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2\sqrt{x^2-1}}$.
b. Dresse le tableau de variation de f .

5. Démontre que : $f(\alpha) = -\frac{\alpha}{2} + \frac{2}{\alpha^3}$.

Exercice 6 (5 points)

Le car loué par le lycée Moderne 2 d'Odienné pour sa colonie de vacances doit effectuer un trajet de 1500 km. Lorsque ce car roule à la vitesse moyenne v , exprimée en m/h , la dérivée de sa consommation $C'(v)$, exprimée en litres pour 100 km, selon les études d'un expert sur ce type de véhicule, est donnée par la relation $C'(v) = \frac{-300}{v^2} + \frac{1}{3}$. Une information complémentaire fournie par le chauffeur au moment de la location du car est qu'il consomme 25 litres au 100 km pour une vitesse moyenne de 60 m/h . Le salaire horaire du chauffeur est de 900 F CFA et le litre du gasoil coûte 600 F CFA. Les organisateurs de la colonie veulent déterminer la vitesse moyenne à laquelle le chauffeur doit rouler pour minimiser le coût total du voyage. Ils te sollicitent pour leur venir en aide.

Propose-leur une solution argumentée basée sur tes connaissances mathématiques.