	DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES N°1	NIVEAU : Tle D DATE : 17/01/2022 DUREE : 3 heures M. DJAHA 07 09 52 13 05

EXERCICE 1 : 2 points

Ecris le numéro puis réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes :

1- La fonction logarithme népérien est la dérivée de $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$.
2- La fonction $x \mapsto log_a(x)$ définie sur $]0;+\infty[$ est telle que $log_a(x) = \frac{lna}{lnx}$.
3- Si $x \in]0;1]$ alors $lnx \geq 0$.
4- Pour $N = 5lne^2 - 4ln\frac{1}{e}$, on obtient après réduction $N = 1$.

EXERCICE 2 : 2 points

Ecris le numéro de l'affirmation suivi de la lettre indiquant la réponse correcte.

	Affirmations	Réponses proposées A	b	c
1	$\frac{4\times\sqrt[10]{8}}{\sqrt{\sqrt[5]{256}}}$ est égale à	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$.
2	Si $\log(x) = 5$ alors x est égale à	ln (5)	10^5	log (5)
3	Pour une fonction h donnée de courbe (C) et définie sur un intervalle I, Si $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = -\infty$ alors	(C) admet un point d'inflexion en 2.	(C) une asymptote verticale d'équation $x = 2$	(C) admet une démi-tangente verticale en 2.
4	On considère un jeu ou X désigne la variable aléatoire associé au nombre gain en Fcfa d'un joueur . la loi de probabilité est donnée par : X= x_i : -500 ; 0 ; 250 ; 1000 P(X= x_i) : $\frac{4}{9}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{2}{9}$ Le jeu est	Favorable au joueur	Défavorable au joueur	Equitable

EXERCICE 3: 2 points

Résous dans IR:

1) $ln|2x-3| = \ln|1-x|$;

2) $\begin{cases} -2lnx + 3lny = 1 \\ 3lnx + 5lny = -11 \end{cases}$

EXERCICE 4: 3 points

Un sondage a été effectué par le CE (Math-PC) auprès des élèves de la Tle D après le 1er trimestre. Il s'avère que 15 % ont obtenu une moyenne supérieure ou égale a 10/20 en Maths. Parmi ceux-ci, 12% ont obtenu une moyenne supérieure ou égale a 10/20 en Chimie. Et parmi ceux qui n'ont pas pu obtenir une moyenne supérieure a 10 en Maths, 90% n'ont pas pu obtenir une moyenne supérieure a 10 en PC. On note les évènements : M: « L'élève a obtenu une moyenne supérieure ou égale a 10/20 en Maths » et C : « L'élève a obtenu une moyenne supérieure ou égale a 10/20 en Chimie » ;

On note $\overline{M}$ et $\overline{C}$ leurs contraires respectifs.

Les professeurs ont prévu faire des cours de renforcement s'il n'y a plus de 70% d'élèves qui sont à la fois faible en Maths et en Chimie

1. Dresse un arbre pondéré traduisant la situation
2. Calcule P(M∩C) puis P(C)
3. Calcule $P_C(M)$ puis P $(\overline{M}/\bar{C})$
4. Calcule P$(\overline{M} \cap \bar{C})$ puis dis si les professeurs doivent entreprendre les cours de renforcement.

<u>EXERCICE 5</u>: 6 points

PARTIE A :

On considère les polynomes P définie sur IR par : $P(x) = 3x^3 - x - 2$;

1. Vérifie que 1 est une racine de P.
2. Détermine trois nombres réels a, b et c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
3. Justifie à travers un tableau de signe de $P(x)$ que :
   $P(x) < 0$ si $x < 1$ et $P(x) > 0$ si $x > 1$.

PARTIE B :

On considère la fonction g dérivable sur]0 ;+∞[par $g(x) = x^3 - x + 1 - 2lnx$

1- Calcule les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
2- Démontre que $\forall\ x \in]0\ ;+\infty[\ ;\ g'(x) = \frac{P(x)}{x}$
3- Dresse le tableau de variation de g.
4- Détermine le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x sur $[0; +\infty[$.

PARTIE B : Etude de f dérivable sur]0 ;+∞[par $f(x) = x - 2 + \frac{x+lnx}{x}$. On note (C) sa courbe representative dans le plan muni d'un repere orthonormé (O,I,J) d'unité 2 cm.

1- Calcule les limites f aux bornes de son ensemble de définition
2- Justifie que la droite (OJ) et la droite (D) d'équation $y = x - 1$ sont asymptotes à (C). (On pourra transformer la fonction f).
3- Justifie que $\forall\ x \in]0\ ;+\infty[,\ f(x) = x - 1 + \frac{1}{x}lnx$.
4- Détermine l'unique primitive F de f qui prend la valeur 2 en 1.

<u>EXERCICE 6</u> : 5 points

Demoiselles Kadi et Galla sont deux amies d'affaires.

Kadi dispose d'une somme de 500 000 F qui constitue le capital (fonds) de son commerce. Elle désire placer cet argent dans une banque qui propose un taux d'intérêt de 9 % annuel. Elle souhaiterait que ce capital double mais elle ne sait pas comment s'y prendre pour déterminer la durée du placement qui répond à ses attentes. Pour cela elle fait des recherches sur les mathématiques financières et découvre la formule :

Capital final C_f = Capital initial placé C_i × (1 + Taux d'intérêt t)$^{\text{Durée de placement}}$

Elle ne sait pas comment appliquer cette formule.

Quant à Galla, elle a fait évaluer sa fonction de bénéfice par un expert qui a modélisé par :

$B(x) = ln^2x - 5lnx + 6$ avec x qui désigne le volume en litre de parfum en Litres (L) et B sa balance commerciale réalisé en milliers de FCFA. Ayant remarquée que pour une certaine quantité de litres vendu elle faisait des pertes. Elle veut savoir avec précision sa limite de production pour sa balance commerciale soit excédentaire. Mais elle aussi ne sait pas comment s'y prendre.

Les deux amies te sollicitent en tant qu'une de leur connaissance en Tle D.

Détermine en année la durée du placement de Kadi puis détermine la limite de production de Galla en utilisant tes connaissances en mathématiques.