BAC BLANC MONAJOCE
SESSION FEVRIER 2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 h
Coeff : 2
Série : A2

Ce sujet comporte trois (03) pages numérotées 1/3 , 2/3 et 3/3. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une d

EXERCICE 1 : 2 points

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de la ligne puis vrai (V) si l'affirmation est vraie ou faux (F) si l'affirmation est fausse.

1- Un phénomène dont on ne peut pas prévoir de façon certaine le résultat ou l'issue est appelé une expérience aléatoire ou épreuve.
2- La fonction ln est strictement décroissante sur l'intervalle $]1;+\infty[$.
3- La fonction : $x \longmapsto -2x^2 + x + 1$ a pour dérivée la fonction : $x \longmapsto -4x + x$.
4- Pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $\ln(e^x) = x$.

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous quatre réponses A, B, C et D sont proposées. Ecris le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncés	Réponses	
1	$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} \frac{-1}{x-1} = \cdots$	A	$-\infty$
		B	$+\infty$
		C	0
		D	1
2	Pour tout a>0 et pour tout $r \in \mathbb{Q}$ on a : $\ln(a^r)$ est égal à	A	$rlna$
		B	$\ln(r \times a)$
		C	$\ln(\frac{r}{a})$
		D	$-rlna$
3	Pour tout événement A d'une expérience aléatoire de probabilité notée P(A) on a :	A	$1 < P(A)$
		B	$P(A) < 0$
		C	$2 \leq P(A) \leq 3$
		D	$0 \leq P(A) \leq 1$
4	$\ln(e)$ est égal à	A	-1
		B	0
		C	1
		D	n'existe pas

<u>EXERCICE 3</u>: 5 points

La commission de discipline du Collège MONAJOCE a convoqué 14 élèves témoins de perturbation de cours dans l'établissement. La commission a été renseignée sur le fait que 5 de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités.

Dans le but d'identifier les complices, la commission a auditionné un groupe de 3 élèves parmi les 14.

Les probabilités seront données sous la forme de fractions ayant 182 au dénominateur.

1- Justifie qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de 3 élèves.

2- On note A l'événement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ».
Justifie que la probabilité de A notée P(A) est égale à $\frac{42}{182}$.

3- On note B l'événement : « parmi les élèves du groupe choisi figure exactement 2 complices ».
Calcule la probabilité de B notée P(B).

4- On note C l'événement : « Au moins 1 élève du groupe choisi est complice ».
Calcule la probabilité de C notée P(C).

<u>EXERCICE 4</u>: 6 points

On donne le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

PARTIE A :

1- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 - 4x + 5 = 0$.

2- Justifie que pour tout nombre x élément de $\mathbb{R}$, $P(x) > 0$.

PARTIE B :

On donne la fonction rationnelle f definie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2x^2-3x-2}{x-1}$

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O,I ,J) d'unité graphique 1 cm.

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O,I ,J).

1- Détermine l'ensemble de définition de la fonction f noté D_f.

2- a) Calcule $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ >}} f(x)$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.

b) Calcule $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ puis $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

3- a) Justifie que : $\forall x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$, $f(x) = 2x - 1 + \frac{-3}{x-1}$.

b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) Etudie la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à (D).

4- a) Démontre que pour tout x élément de $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$, $f'(x) = \frac{P(x)}{(x-1)^2}$

b) Déduis de la partie A le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

5- Dresse le tableau de variation de f sur $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$.

6-a) Reproduis puis complète le tableau de valeurs : (on arrondira au dixième près)

x	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	1	$1{,}5$	2	$2{,}5$	3
$f(x)$										

6-b) Construis (D) et $(\mathcal{C})$.

<u>EXERCICE 5</u>: 5 points

Madame Irié, une commerçante fabrique et vend des perles en plus de ses services de livraison. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 250 perles. On suppose que toute la production est vendue. Le bénéfice exprimé en milliers de francs de x perles fabriquées et vendues est donné par la fonction telle que : $B(x) = -x^2 + 200x + 450$.

Pour une gestion transparente, la Directrice veut connaître le nombre de perles à produire et vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

En tant que stagiaire dans cette entreprise la directrice te demande de déterminer le nombre de perles à produire et vendre par jour pour que le bénéfice soit maximal ainsi que la valeur de ce bénéfice maximal.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution à la directrice.