COLLEGE MONAJOCE — Enseignement Général — Enseignement Technique	DEVOIR DE NIVEAU MATHEMATIQUES	NIVEAU : Tle D DATE : 1/03/2023 DUREE : 4 heures COEFFICIENT : 2 M. DJAHA 0709521305 0506448812

EXERCICE 1 :

Ecris le numéro puis réponds par vrai V ou par faux F à chacune des affirmations suivantes :

1) Le nombre complexe $z = 4 - i^{2023}$ est un imaginaire pur.
2) La fonction $x \mapsto (\frac{3}{5})^x$ est croissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
3) Le nombre dérivé de la fonction $x \mapsto e^{tanx}$ en $\frac{\pi}{4}$ est $2e$.
4) Pour tout nombres réels a et b non nuls, on a : $-\frac{1}{a-ib} = \frac{-a-ib}{a^2+b^2}$

EXERCICE 2 :

Pour chacune des propositions suivantes trois réponses A, B, et C sont données dont une seule est juste. Ecris le numéro de la proposition suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1) Le nombre $e^{\frac{ln9}{2}}$ est égal à : A) 9 ; B) 3 ; C) $\frac{9}{2}$.
2) Le nombre $\frac{e^{ln3+ln2}}{e^{2+ln6}}$ est égal à : A) 4 ; B) $3ln2$; C) e^{-2} .
3) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\frac{2}{5})^x$ est égal à : A) 0; B) $-\infty$; C) $+\infty$.
4) La dérivée de la fonction $x \mapsto 5^x$ est : A) $(ln5)5^x$; B) $5x$; C) $\frac{1}{5}e^{5x}$.

EXERCICE 3 :

a) Ecris sous la forme algébrique le conjugué du nombre complexe Z = $\frac{(1+2i)^2-(1-i)^2}{(3+2i)^2-(1+i)^2}$
b) En utilisant la définition du module d'un nombre complexe, montre que : $\bar{z}$, $-\bar{z}$ et $-z$ ont le même module que z.

EXERCICE 4 :

Le but de cet exercice est de déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions f et g définies par $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ et $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$.

1- Soit les fonctions u et v définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ et $v(x) = x\sqrt{1+x^2}$. Détermine les dérivées $u'(x)$ et $v'(x)$.

2- a) Justifie que $f(x) + g(x) = v'(x)$.
 b) Justifie que $f(x) - g(x) = u'(x)$.

3- Déduis de la question 2) , F(x) et G(x) où F où G sont des primitives de f et g sur $\mathbb{R}$.

__EXERCICE 5__ :

Partie A : On considère la fonction h définie et dérivable sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = e^x + 2lnx$.

1) a) Détermine les limites de h en 0 et en $+\infty$.
   b) Etudie les variations de h puis dresse son tableau de variation.

2) a) Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0;+\infty[$.
   b) Vérifie que $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$.
   c) Démontre que : $\begin{cases} \forall\, x \in]0;\alpha[, h(x) < 0. \\ \forall\, x \in]\alpha;+\infty[, h(x) > 0. \end{cases}$

Partie B :

Soit la fonction P définie et dérivable sur $]0;+\infty[$ par :$\begin{cases} P(x) = e^x + 2xlnx - 2x \\ P(0) = 1 \end{cases}$.

On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 4 cm.

1) a) Détermine les limites de $P(x)$ et de $\frac{P(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.
   b) Donne une interprétation graphique des résultats.

2) a) Démontre que P est continue en 0.
   b) Démontre que la limite du taux de variation de P en 0 est égale à $-\infty$.
   c) P est-elle dérivable en 0 ? Justifie ta réponse.
   d) Donne une interprétation graphique du résultat de la question 2.b

3) a) Démontre que : $\forall\, x \in]0;+\infty[\,, P'(x) = h(x)$.
   b) Etudie les variations de P et dresse son tableau de variation.

4) Construis la courbe $(\mathcal{C})$ dans l'intervalle $]0;2]$. (On prendra $\alpha = 0{,}45$ et on admettra que $(\mathcal{C})$ coupe l'axe (OI) en deux points d'abscisses respectives $0{,}3$ et $0{,}6$).

__EXERCICE 6__ :

Lors d'une conférence sur les nuisances sonores, un expert en ''ORL'' déclare que « Le son se manifeste par des variations de pression de l'air. L'unité de mesure de la pression de l'air est le Pascal. La pression de l'air s'exerce sur le tympan de l'oreille humaine… Pour une pression supérieure ou égale à 20.10^{-6} Pascals s'exerçant sur son tympan, l'oreille humaine perçoit un son dont le niveau se mesure en décibels. On note $p_0 = 20.10^{-6}$. Pour une pression de p Pascals s'exerçant sur le tympan, avec $p \geq p_0$, le niveau sonore perçu est égale à $f(p) = \frac{20}{\ln(10)} \ln(50000p)$. De plus, à partir d'un niveau sonore de 120 décibels, on ressent une douleur ».

Curieux, un élève de la classe de seconde C, M. GALLA, ayant assité à cette conférence te sollicite en tant qu'élève de terminale D pour déterminer le niveau de pression en pascals à partir duquel on ressent une douleur.

A l'aide d'un raisonnement rigoureux, réponds à la préoccupation de M. GALLA.