COLLEGE MONAJOCE	DEVOIR DE MAI MATHEMATIQUES N°3 TRIMESTRE 3	NIVEAU : Tle D DUREE : 4 heures COEFFICIENT : 2 PROFESSEUR : M, DJAHA 0709521305 0506448812

EXERCICE 1 : 2,5 points

Voici une liste A d'inégalités sur le terme général U_n d'une suite numérique (U) non nul. $(m, M$ et k sont des nombres réels) et une liste B d'adjectifs qualificatifs se rapportant aux suites.

Recopie sur ta feuille de copie le numéro de l'inégalité suivi de la lettre de l'adjectif qui lui correspond. (0,25 points par bonne réponse)

Liste A	INEGALITES
1	$m \leq U_n$
2	$U_n \leq U_{n+1}$
3	$m \leq U_n \leq M$
4	$\|U_n - k\| \leq 0$
5	$U_n \geq U_{n+1}$
6	$U_n \leq M$
7	$U_{n+1} = 4U_n$
8	$U_{n+1} = U_n + 4$
9	$\frac{U_{n+1}}{U_n} = 1$
10	$U_n = f(n)$

Liste B	VOCABULAIRES
a	Convergente
b	Minorée
c	Décroissante
d	Bornée
e	Croissante
f	Majorée
g	Suite arithmétique
h	Suite géométrique
I	Constante
j	Formule explicite

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacun des énoncés donnés ci-dessous trois réponses sont donnés dont une seule est juste. (0,5 points par bonne réponse)
Ecris sur ta copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre associée à la réponse juste.

1) L'écriture complexe de $-\sqrt{3} + i$ est : a) $2e^{i\frac{5\pi}{6}}$; b) $2e^{-i\frac{5\pi}{6}}$; c) $2e^{i\frac{2\pi}{3}}$.
2) Pour $f(x) = x - \frac{1}{lnx}$, la limite de f en 0 à droite est : a) $+\infty$; b) 0 ; c) $-\infty$.
3) La somme des cents (100) premiers nombres entiers naturels non nuls est :
   a) 1011 ; b) 10110 ; c) 5050.
4) x étant un nombre réel, l'expression $(cosx + isinx)^{10}$ est égale à :
   a) $cos\ 10x - i\ sin10x$; b) $cos\ 10x + i\ sin\ 10x$; c) $cos^{10}x + isin^{10}x$.

EXERCICE 3 : 4,5 points

On donne la suite (U) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 10 \\ U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 2 \quad , \quad \forall\, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a) Calcule les valeurs des termes U_1, U_2, U_3.
   b) Conjecture sur le sens de variation de la suite (U).
2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n - 8$.

a) Calcule les valeurs des termes V_0, V_1, V_2 puis V_3.
b) Démontre que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
c) Justifie que $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $V_n = 2(\frac{3}{4})^n$.
d) Détermine la valeur de l'entier naturel k tel que $V_k = \frac{729}{2048}$.
3) a) Exprime U_n en fonction de V_n puis en fonction de n.
b) Déduis en la limite de la suite V_n puis celle de U_n.
4) Soit les sommes : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.
a) Exprime les sommes S_n et S'_n en fonction de n.
b) Déduis-en la limite de chacune des sommes S_n et S'_n.

EXERCICE 4: 3 points

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)e^x + 2$. On note (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

1) a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$.
   b) Etudie la position relative de (C_f) par rapport à (D).
2) a) Calcule la limite de $f(x)$ puis celle de $\frac{f(x)}{x}$ lorsque que x tend vers $+\infty$.
   b) Donne une interprétation graphique des résultats.
3) a) Montre que $\forall\, x \in \mathbb{R}, f'(x) = (x-1)e^x$.
   b) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
4) Etablis une équation des tangentes (T_1) et (T_2) à la courbe (C_f) en 0 et en 1.
5) Construis la courbe (C_f), le droite (D) et les tangentes aux points d'abscisses 0 et 1.

EXERCICE 5 : 3 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé d'unité 2 cm.

PARTIE A :

On donne les points $A(-2)$, $B(4i)$, $C(2-2i)$ et $D(4+2i)$.

1) Place les points A, B, C et D dans le repère.
2) a) Justifie que Mes $(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}}) = -\frac{\pi}{2}$ et que AB = AC.
   b) Déduis en la nature du triangle ABC.
   3) Démontre que le quadrilatère ABDC est un carré.

PARTIE B :

On désigne par S la similitude directe de centre A qui transforme B en D.

1) Détermine les éléments caractéristiques de S.
2) Déduis que l'écriture complexe de S est : $z' = (1 - i)z - 2i$.
3) Détermine les affixes des points C' et D' images respectives des points C et D par S.
4) Construis le quadrilatère $A'B'D'C'$ image de ABDC et donne sa nature en justifiant ta réponse.
5) Calcule les aires $\boldsymbol{\mathcal{A}_1}$ et $\boldsymbol{\mathcal{A}_2}$ respectives des quadrilatères **ABDC** et **AB'D'C'**.

<u>EXERCICE 6</u> : 5 points

Monsieur LEBOSSE est directeur d'une entreprise qui fabrique et vend des téléphones portables. Voici les données techniques pour la direction commerciale.

- La capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 appareils et en général, toute la production est vendue.
- Le coût de production exprimé en milliers de francs pour une quantité x de téléphones est modélisé par la fonction C telle que $C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$
- La recette de la vente des x téléphones produits est modélisée par la fonction R telle que $R(x) = 480x - 20x^2$.

Monsieur LEBOSSE veut réaliser le maximum de bénéfice. Connaissant tes compétences en mathématiques, Il te soumet ses préoccupations.

Sachant que le bénéfice (ou profit) est la marge (différence) entre les recettes et les coûts (dépenses), réponds à la préoccupation de Monsieur LEBOSSE à l'aide d'une démarche rigoureuse.