



- d) Détermine la solution  $g(x)$  de (E) telle que  $g(0) = 0$ .
3. Soit  $(K_n)$  la suite numérique définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, K_n = \int_0^{2\pi} (\sin x) e^{-nx} dx$ .
- a) A l'aide de deux intégrations par parties, Calcule  $K_1$ .
- b) Démontre que :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, -\frac{1}{n}(1 - e^{-2n\pi}) \leq K_n \leq \frac{1}{n}(1 - e^{-2n\pi})$ .
- c) Déduis la limite de la suite  $(K_n)$ .

#### EXERCICE 5

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  d'unité 1 cm.

Partie A : On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E) :  $\frac{1}{2}z^2 + 4\sqrt{3}z + 32 = 0$

- Résous (E).
- On considère les points A et B d'affixes respectives  $a$  et  $b$  telles que :  $a = -4\sqrt{3} - 4i$  et  $b = -4\sqrt{3} + 4i$ 
  - Calcule les distance OA, OB et AB.
  - Déduis en la nature du triangle OAB.

Partie B : Soit R la rotation de centre O, d'angle  $\frac{\pi}{3}$  qui applique le point C sur le point D où C d'affixe  $c = \sqrt{3} + i$ .

On note le point G tel que  $G = \text{bar}\{(O,1); (D,-1); (B,-1)\}$ .

- Détermine l'écriture complexe de cette rotation R.
- Détermine l'affixe  $d$  du point D.
- Justifie que l'affixe  $g$  du point G est  $g = -4\sqrt{3} + 6i$ .
- Place dans un même repère les points A, B, C, D et G.
- Justifie que les points A, B et G sont alignés et que les point A, O et C sont alignés.
- Démontre que le triangle GAC est équilatéral.

Partie C : Soit  $f$  la transformation du plan qui applique le triangle OAB sur GAC.

- Justifie que les droites (OB) et (CG) sont parallèles.
- Détermine en justifiant la nature et les caractéristiques de  $f$ .
- Déduis en l'écriture complexe de  $f$ .

#### EXERCICE 6

Le club de Chimie de ton établissement organise une visite d'étude dans un laboratoire de biologie. Pour marquer vos esprits, le guide vous renseigne sur une catégorie de bactéries observée au microscope. Il vous affirme que cette catégorie de bactérie diminue dans une proportion de 5% par heure. Et qu'il y a un prix à gagner pour celui qui saura trouver la durée nécessaire au bout de laquelle la population de bactérie sera réduite au quart de sa population initiale.

Désireux de remporter le prix, tu veux déterminer répondre à la question du guide.

A l'aide d'une production rigoureuse, détermine cette durée.