BACCALAUREAT
SESSION 2022

Coefficient : 4
Durée : 3 h

MATHEMATIQUES

SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 2 et 2 sur 2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé
Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1

Soit le polynôme P défini par : $P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$.

1. Vérifier que : $P(2) = 0$.
2. Montrer que : $P(x) = (x-2)(1-x)(1+x)$.
3. Résoudre l'équation : $P(x) = 0$.
4. Etudier le signe de P.
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$, chacune des équations :
   a) $-(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 + \ln x - 2 = 0$;
   b) $-e^{3x} + 2e^{2x} + e^{x} - 2 = 0$.

EXERCICE 2

Un magazine automobile a réalisé chaque année depuis 2010 des mesures sur l'autonomie des voitures électriques. Les résultats de l'étude sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	7
Autonomie y_i (km)	137	132	160	223	230	260	320

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série double (x_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   Unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour 1 unité de rang ;
   en ordonnée, 1 cm pour 50 km.

N.B. : Tous les résultats des questions à suivre seront arrondis au 10^{-2} près par excès.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G.
3. Calculer
   a) La variance V(X) de X.
   b) La variance V(Y) de Y.
   c) La covariance Cov(X,Y) de X et Y.
4. a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y.
   b) Un ajustement linéaire est-il possible ?
5. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x.
6. En supposant la tendance maintenue, estimer l'autonomie d'une voiture électrique en 2022.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{x-1+2e^x}{e^x}$.

1. a) Calculer les limites de g en $+\infty$.
   b) Démontrer que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $g(x) = xe^{-x} - e^{-x} + 2$.
   c) Calculer les limites de g en $-\infty$.
2. On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et g' sa fonction dérivée.
   a) Démontrer que tout x élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = \dfrac{2-x}{e^x}$.
   b) Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.
   c) Dresser le tableau de variation de g.
3. *a*) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-\infty ; 2[$.
   b) Montrer que $\alpha \in]-1 ; 0[$.
   c) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Démontrer que : pour tout $x \in]-\infty ; \alpha[$, $g(x) < 0$;
   pour tout $x \in]\alpha ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x+1-\dfrac{x}{e^x}$.

Soit $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 1 cm).

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   b) Démontrer que tout x élément de $\mathbb{R}$, $f(x) = x(2+\dfrac{1}{x}-e^{-x})$.
   c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' sa fonction dérivée.
   a) Démontrer que, pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$.
   b) En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ une asymptote à $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.
   b) Etudier les positions relatives de $(\mathscr{C})$ par rapport à (D).
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.
5. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.
6. Tracer (D) et (T) puis construire la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère (O, I, J).