



REVISION — ANALYSE 1



Pour chacune des questions, une seule réponse est possible. Vous devez noircir la case qui correspond à la bonne réponse.

QUESTION 1 : Soient x et y des nombres réels tels que $0 < x \leq y$. On pose $m = \frac{x+y}{2}$, $g = \sqrt{xy}$ et $\frac{1}{h} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$.

Quelle est la bonne relation ?

- ☐ $x \leq g \leq m \leq h \leq y$ ☐ $x \leq m \leq g \leq h \leq y$ ☐ $x \leq h \leq g \leq m \leq y$ ☐ $x \leq m \leq h \leq g \leq y$

QUESTION 2 : Si a est un réel non entier alors on a

- ☐ $E(1-a) = 1 - E(a)$ ☐ $E(1-a) = -E(a)$ ☐ $E(1-a) = E(a)$ ☐ $E(1-a) = E(a) - 1$

QUESTION 3 : Quelle est la borne supérieure de l'ensemble $A = \left\{ \frac{(-1)^n + 2n}{n+1} ; n \in \mathbb{N} \right\}$?

- ☐ 1 ☐ $\frac{3}{2}$ ☐ 2 ☐ $\frac{1}{2}$

Il faut noter que si S et T sont des sous-ensembles non vides et bornés de $\mathbb{R}$ alors $\sup(S \cup T) = \max\{\sup S, \sup T\}$.

QUESTION 4 : On considère la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ pour tout entier $n \geq 1$.

- ☐ la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est croissante et majorée. ☐ la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est croissante et non majorée.
☐ la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est décroissante et minorée. ☐ la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est décroissante et non minorée.

QUESTION 5 : La valeur de la limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n}{n!}$ est

- ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ 1 ☐ e

On peut remarquer que $\frac{n^n}{n!} = \frac{n}{1} \cdot \frac{n}{2} \cdots \frac{n}{n}$.

QUESTION 6 : Soit $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continue telle que $g(0) = 1$ et $g(1) = 0$. Laquelle des affirmations ci-dessous n'est pas vraie ?

- ☐ Il existe $c \in [0, 1]$ tel que $g(c) = \frac{3}{2}$ ☐ Il existe $b \in [0, 1]$ tel que $g(b) = \frac{1}{2}$
☐ Il existe $a \in [0, 1]$ tel que : $\forall x \in [0, 1], g(x) \leq g(a)$ ☐ Pour tout $d \in [0, 1], \lim_{x \rightarrow d} f(x) = f(d)$

QUESTION 7 : Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 3x + 1$. Soit $\varepsilon > 0$. Pour quelle valeur de δ a-t-on $|f(x) - 7| < \varepsilon$ dès qu' $|x - 2| < \delta$?

- ☐ $\frac{\varepsilon}{3}$ ☐ $\frac{\varepsilon}{\varepsilon+1}$ ☐ 3ε ☐ $\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon}$

QUESTION 8 : Pour quel entier n , la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1)(\cos x - e^x)}{x^n}$ est un nombre réel non nul ?

- ☐ 2 ☐ 4 ☐ 1 ☐ 3

QUESTION 9 : Soit $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable telle que $f(-5) \neq f(5)$ alors

- ☐ $f(-5) > f(5)$ ☐ f' ne s'annule pas
☐ f' est monotone ☐ $f(-5) < f(5)$

QUESTION 10 : Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ alors pour tout $a \in \mathbb{R}$, la limite $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a}$ est égale à

- ☐ $f'(a)$ ☐ $f(a) - af'(a)$ ☐ $-f'(a)$ ☐ $f(a) + af'(a)$

QUESTION 11 : Soit f la fonction $x \mapsto f(x) = \frac{5x}{(1-x)^{2/3}} + \cos^2(2x+1)$. Que vaut $f'(0)$?

- ☐ $5 - 2\cos 2$ ☐ $5 + 2\sin 2$ ☐ $5 - 2\sin 2$ ☐ $5 + 2\cos 2$

QUESTION 12 : Soient f et g les fonctions définies par $x \mapsto f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } x > 0 \\ 1 - \cos(x) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$ et $x \mapsto g(x) = e^x$.

Que vaut $(f \circ g)'(0)$?

☐ $-\cos 1$ ☐ $\cos 1$ ☐ $-\sin 1$ ☐ $\sin 1$

QUESTION 13 : Soit la fonction $f : x \mapsto f(x) = \arctan\left(\sqrt{\frac{1 + \sin(x)}{1 - \sin(x)}}\right)$.

Que vaut $f'(\pi/4)$?

☐ $-\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{4}$

QUESTION 14 : Si n est le nombre de solutions réelles de l'équation : $x^5 + 10x + 3 = 0$ alors

☐ $n = 0$ ☐ $n = 3$ ☐ $n = 1$ ☐ $n = 2$

QUESTION 15 : La fonction $f : x \mapsto sh\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ est bijective de $] -1, 1[$ vers $\mathbb{R}$. La valeur de $(f^{-1})'(0)$ est

☐ -2 ☐ -1 ☐ 1 ☐ 2

QUESTION 16 : Soit f une fonction continue sur $[-2, 1]$ et dérivable sur $] -2, 1[$ telle que $f(-2) = -5$ et $f(1) = 4$. Laquelle des affirmations ci-dessous est-elle fausse? Il existe $c \in] -2, 1[$ tel que

☐ $f(c) = \frac{9}{2}$ ☐ $f'(c) = 0$ ☐ $f'(c) = \frac{9}{2}$ ☐ $f'(c) = 0$

QUESTION 17 : Soit f une fonction continue sur $[1, 10]$ et dérivable sur $] 1, 10[$ telle que $f(2) = -5$, $f(5) = 5$ et $f(9) = -5$. Laquelle des affirmations ci-dessous est-elle vraie?

I f a au moins deux racines

II la courbe de f admet une tangente horizontale

III il existe $c \in] 1, 10[$ tel que $f(c) = 3$.

☐ I, II et III ☐ I et II seulement ☐ I et III seulement ☐ I seulement

QUESTION 18 : Soit f et g des fonctions deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Alors si $h = f \circ g$ on a pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h''(x)$ est égale à

☐ $g''(x).f'[g(x)] + (g'(x))^2.f''[g(x)]$ ☐ $g''(x).f''[g(x)]$
☐ $(g'(x))^2.f''[g(x)]$ ☐ $g''(x).f'[g(x)] + g'(x).f''[g(x)]$

QUESTION 19 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et la $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \prod_{k=1}^n (1 + kx)$. la valeur de $f'(0)$ est

☐ $\frac{n(n+1)}{2}$ ☐ 1 ☐ $n!$ ☐ $(n+1)!$

QUESTION 20 : La fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ est bijective. On note f^{-1} sa bijection réciproque. Laquelle des affirmations suivantes est-elle correcte?

☐ $(f^{-1})''(-2) = -\frac{1}{3}$ ☐ $(f^{-1})''(-2) = \frac{1}{27}$ ☐ $(f^{-1})''(-2) = \frac{1}{9}$ ☐ $(f^{-1})''(-2) = -\frac{4}{27}$

QUESTION 21 : Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction telle $f(2x) = f(1-x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. On a

☐ $2f'(2) = -f'(2)$ ☐ $2f'(2) = f'(-2)$ ☐ $2f'(2) = f'(2)$ ☐ $2f'(-2) = -f'(2)$

QUESTION 22 : Soit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ et $z_1, z_2, \dots, z_n$ les racines n -ièmes de l'unité. Alors

☐ $z_1 z_2 \dots z_n = (-1)^{n-1}$ ☐ $z_1 + z_2 + \dots z_n = -1$ ☐ $z_1 + z_2 + \dots z_n = 1$ ☐ $z_1 z_2 \dots z_n = 1$

QUESTION 23 : Si $\theta \in]0, 2\pi[$ et $n \in \mathbb{N}$, alors le nombre complexe $\frac{e^{in\theta} - 1}{e^{i\theta} - 1}$ est égal à

☐ $e^{i\frac{n}{2}\theta} \frac{\sin \frac{n\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$ ☐ $e^{i\frac{n+1}{2}\theta} \frac{\sin \frac{n\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$ ☐ $e^{i\frac{n-1}{2}\theta} \frac{\sin \frac{n\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$ ☐ $e^{i\frac{n-1}{2}\theta} \frac{\cos \frac{n\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}}$