UNIVERSITE
NANGUI ABROGOUA

UFR des Sciences Fondamentales et Appliquées

Licence 1 : MI & PC – Année Universitaire : 2022-2023

EXAMEN D'ANALYSE 1

ECUE 1 : Initiation à l'analyse mathématique

Durée : 1 heure 15 minutes

Version A

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Chaque bonne réponse rapporte 2 points.
Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point.

Q1 Pour toute fonction $f:[0,4]\to\mathbb{R}$ continue sur $[0,4]$ et dérivable sur $]0,4[$ telle que : $\forall x\in]0,4[,\ f'(x)\geq 2$, on a :

A $f(2)-f(0)\geq 4$ B $f(3)-f(2)\geq 4$ C $f(4)-f(0)\leq 8$ D $f(4)-f(1)\leq 4$

Q2 La borne supérieure de l'ensemble $A=\left\{2+\frac{(-1)^n}{n+1},\ n\in\mathbb{N}\right\}$ est

A $\frac{3}{2}$ B 3 C 2 D 4

Q3 La valeur de $\lim\limits_{x\to e}\frac{x^e-e^x}{1-\cos(x-e)}$ est

A $-e^{e-1}$ B $+\infty$ C 0 D e^e

Q4 La fonction $f:]-5,+\infty[\to\mathbb{R}$ définie pour tout $x\in]-5,+\infty[$ par $f(x)=\frac{2x+2}{x+5}e^x$ est bijective. Que vaut $(f^{-1})'\left(\frac{2}{5}\right)$?

A $\frac{3}{25}$ B $\frac{25}{3}$ C $\frac{18}{25}$ D $\frac{25}{18}$

Q5 Une fonction f définie au voisinage de 0 admet pour développement limité en 0 à l'ordre 2 :
$f(x)=1+x+2x^2+o(x^2)$. Le développement limité en 0 à l'ordre 2 de la fonction $g:x\mapsto(f(x))^3$ est :

A $g(x)=1+3x+8x^2+o(x^2)$
B $g(x)=1+3x+9x^2+o(x^2)$
C $g(x)=1+x+8x^2+o(x^2)$
D $g(x)=1+3x+3x^2+o(x^2)$

Q6 Si f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, alors pour tout $a\in\mathbb{R}$ la limite $\lim\limits_{x\to a}\frac{af(x)-xf(a)}{x-a}$ est égale à

A $f'(a)$ B $f'(a)-af(a)$ C $af'(a)-f(a)$ D $f(a)-af'(a)$

Q7 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(1+x^2)^{1+x^2}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Que vaut $f'(1)$?

A $8(\ln(2)+1)$ B 4 C $4(\ln(2)+1)$ D 8

Q8 Laquelle des affirmations ci-dessous est-elle vraie?

A $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z},\ \mathrm{E}(x)-\mathrm{E}(-x)=-1$
B $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z},\ \mathrm{E}(x)+\mathrm{E}(-x)=-1$
C $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z},\ \mathrm{E}(x)-\mathrm{E}(-x)=1$
D $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z},\ \mathrm{E}(x)+\mathrm{E}(-x)=1$

Q9 L'ensemble de définition de la fonction $f:x\mapsto\ln\left(\frac{1-|x|}{|x|-3}\right)$ est

A $]-1,1[$ B $]-3,-1[\cup]1,3[$ C $]3,+\infty[$ D $]1,3[$

Q10 Soient a et b deux réels tels que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases}ax+b, & \text{si } x\leq 0\\ \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}, & \text{si } x>0\end{cases}$ soit dérivable sur $\mathbb{R}$. La valeur de $f(-3)$ est

A $\frac{7}{8}$ B $-\frac{3}{8}$ C $\frac{3}{8}$ D $\frac{1}{4}$