

SERIE III: CINEMATIQUE DU POINT MATERIEL

Exercice 1

Dans le repère cartésien, la position d'un point M est définie à chaque instant t par:

$$x = 2t^2 + 1, \quad y = 2t - 2, \quad z = 0.$$

- 1) Quelle est la nature du mouvement?
- 2) Calculer la vitesse moyenne entre $t = 0$ s et $t = 1$ s
- 3) Calculer la vitesse et l'accélération de M à l'instant t?
- 4) Calculer l'accélération moyenne entre $t = 0$ s et $t = 1$ s.
- 5) Quelles sont les composantes tangentielle et normale de l'accélération?
- 6) Calculer le rayon de courbure au point M.

Exercice 2

Un point M décrit une trajectoire circulaire de rayon $R=8$ m, d'un mouvement uniformément accéléré. A l'instant $t_0=0$, sa vitesse linéaire v_0 et son abscisse curviligne s_0 sont nulles. D'autre part, à l'instant t_1 , sa vitesse linéaire $v_1=v(t_1)=12 \text{ m.s}^{-1}$ et son abscisse curviligne $s_1=s(t_1)=9$ m.

- 1) Exprimer la vitesse $v(t)$ en fonction du temps t .
- 2) Exprimer l'abscisse curviligne $s(t)$ en fonction du temps t . En déduire t_1 .
- 3) Calculer l'accélération tangentielle.
- 4) Calculer la vitesse v_2 et l'accélération a_2 du point M quand son abscisse curviligne $s_2=s(t_2)=4,5$ m. En déduire t_2 .

Exercice 3

Un point M se déplace sur la circonférence $x^2 + y^2 = a^2$ avec une vitesse angulaire ω constante.

- 1/ Déterminer la loi du mouvement de sa projection M_1 sur l'axe Ox, si à l'instant $t=0$ le point M occupait la position $M_0(a,0)$.
- 2/ Calculer la vitesse et l'accélération du mouvement de ce point.

- 3/ Calculer la vitesse et l'accélération du mouvement de ce point M_1 à l'instant initial et lorsqu'il repasse à l'origine des coordonnées
- 4/ Quelle sont les valeurs maximales des grandeurs absolues de la vitesse et l'accélération du mouvement du point M_1 ?

Exercice 4

Un point matériel M, animé d'un mouvement rectiligne le long de Ox pour $x < 0$ avec la vitesse v_0 , est soumis à partir de O à une accélération $\vec{a} = -kv^2 \vec{i}$ où k est une constante positive et v la vitesse à l'instant t.

- 1/ Exprimer v en fonction de t
- 2/ En déduire l'expression de x en fonction du temps et montrer que $v = v_0 \exp(-kx)$. On prendra pour l'origine des temps en O

Exercice 5

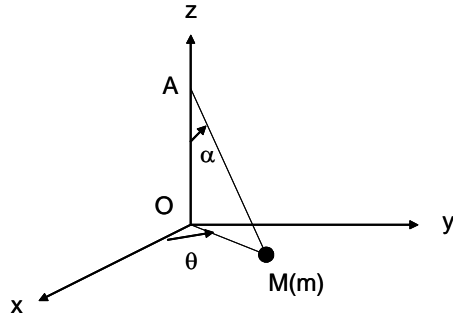
Un petit avion d'entraînement se déplace dans la direction Nord-Ouest, à la vitesse de 125 km/h par rapport au sol, à cause d'un vent d'Ouest de 50 km/h. Déterminer à quelle vitesse et dans quelle direction l'avion volerait s'il n'y avait pas de vent.

Exercice 6

On laisse tomber d'un immeuble de hauteur h une bille sans vitesse initiale. La chute de celle-ci s'effectue à la verticale selon un mouvement uniformément d'accélération g.

- 1) Quelle est la trajectoire de la bille dans un référentiel lié à une voiture se déplaçant suivant un mouvement rectiligne uniforme de vitesse \vec{u} et passant à la verticale de chute au moment du lâcher ?
- 2) Quelle est la trajectoire de la bille dans le même référentiel si on admet que la voiture entame au moment du lâcher et à partir de la verticale de chute un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération \vec{a}_e .

SERIE IV: DYNAMIQUE DU POINT MATERIEL

Exercice 1

Un point matériel M, de masse m , lié par un fil inextensible de longueur l à un point fixe A, tourne avec une vitesse angulaire ω constante autour de l'axe Az.

- 1) α étant l'angle que forme AM avec la verticale, calculer la tension du fil T puis l'angle α en fonction de m , g , l et ω .
- 2) Calculer en coordonnées cylindriques d'origine O l'expression du moment cinétique de M par rapport à A. Vérifier que sa dérivée par rapport au temps est égale au moment par rapport à A de la résultante des forces appliquées à M.

Exercice 2

Un parachutiste de masse m , initialement immobile se déplace verticalement vers le bas en présence de la résistance de l'air \vec{R} . Celle-ci est proportionnelle à la vitesse instantanée \vec{v} du parachutiste:

$$\vec{R} = -\alpha \vec{v}$$

Le parachutiste atteint une vitesse limite de 15 m/s. On donne $g=10 \text{ m/s}^2$.

- 1) Déterminer à l'instant t :
 - a) la vitesse ; b) l'accélération ; c) la position du parachutiste ; d) la vitesse limite ;
- 2) Calculer le temps mis pour atteindre la vitesse de 14 m/s.

Exercice 3

La résultante des forces agissantes sur un point matériel est $\vec{F} = 3x^2 \vec{i} + 5y \vec{j}$.

- 1/ Calculer le travail W_{01} de \vec{F} entre $x=0$ et $x=1$, le long de la courbe d'équation $y = 2x^2$.
- 2/ Déterminer les positions d'équilibre. Etudier la stabilité des positions d'équilibre

Exercice 4

Un objet ponctuel de masse m fixé à un ressort de constante de raideur k et longueur à vide L_0 , attaché en O, se déplace le long d'un plan incliné d'angle α . On suppose la masse du ressort nulle, ainsi que sa longueur quand il est comprimé. La position de la masse est x_e à l'équilibre. On néglige les frottements. À l'instant initial, on lance la masse, située en x_e , une vitesse v_0 vers O.

- 1) Déterminer le mouvement $x(t)$
- 2) À quelle condition sur v_0 la masse frappe-t-elle le point O ?
- 3) À quel instant le choc a-t-il lieu et quelle est alors la vitesse de la masse

