République de Côte d'Ivoire
Union – Discipline – Travail

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
----

Université NANGUI ABROGOUA

Unité de Formation et de Recherche
Sciences Fondamentales et Appliquées

Examen de la 1ère Session de l'UE d'Algèbre 1
Licence 1-MI & PC (Semestre 1)

Année académique : 2021-2022 **Durée : 1H** **Version A**

ECUE 1: Structures algébriques générales

NB : bonne réponse: +1
Mauvaise réponse: -1
Sans réponse: 0

Exercice 1

On considère les fonctions f et g définies par : $f: [-2;4] \to [1;5]$ avec $f(x) = x^2$ et $g: [0;1] \to [0;1]$ avec $g(x) = 1 - x^2$.

Question 1: L'ensemble de définition de f est:

A) $\left[-2;\sqrt{5}\right]$ **B)** $[-1;4]$ **C)** $[-2;-1] \cup \left[1;\sqrt{5}\right]$ **D) Autre réponse.**

Question 2: L'image réciproque par f de l'intervalle $[-2;-1]$ est:

A) $\left[-1;\sqrt{5}\right]$ **B)** $[-2;-1] \cup \left[1;\sqrt{5}\right]$ **C)** $\left[1;\sqrt{5}\right]$ **D) Autre réponse.**

Question 3: Cochez les assertions justes:

A) g n'est pas une application **B)** g est injective

C) g est surjective **D)** g n'est ni injective, ni surjective.

Exercice 2

On note $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties d'un ensemble E.

Question 4: Cochez l'assertion juste:

A) $card\left(\mathcal{P}\left(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1\}))\right)\right) = 4$ **B)** $card\left(\mathcal{P}\left(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1\}))\right)\right) = 8$

C) $card\left(\mathcal{P}\left(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1\}))\right)\right) = 12$ **D)** $card\left(\mathcal{P}\left(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1\}))\right)\right) = 16$

Exercice 3

On définit sur $\mathbb{Z}^2 = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ deux lois internes $+$ et $*$ par:

$\forall \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathbb{Z}$, on a: $(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y}) + (\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}) = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a}; \boldsymbol{y} + \boldsymbol{b})$
et $(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y}) * (\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}) = (\boldsymbol{xa} + \boldsymbol{2yb}; \boldsymbol{xb} + \boldsymbol{ay})$.

<u>Question 5:</u> L'élément neutre de la loi $*$ est:

A) (1;1) **B) (0;1)** **C) (1;0)** **D) Autre réponse.**

<u>Question 6:</u> L'élément neutre de la loi $+$ est:

A) (1;1) **B) (0;1)** **C) (1;0)** **D) Autre réponse.**

<u>Question 7:</u> Cochez les assertions justes:

A) $(\mathbb{Z}^2, +)$ est un groupe abélien **B)** $(\mathbb{Z}^2, +, *)$ est un anneau

C) $(\mathbb{Z}^2, *)$ est un groupe **D)** $(\mathbb{Z}^2, +, *)$ est un corps.

<u>Exercice 4</u>

Soient $\boldsymbol{\sigma_1}$, $\boldsymbol{\sigma_2}$, et $\boldsymbol{\sigma_3}$ trois éléments du groupe $(\boldsymbol{S_8}, \circ)$ définis par :

$$\boldsymbol{\sigma_1} = \begin{pmatrix} \mathbf{1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8} \\ \mathbf{4\,6\,3\,5\,8\,2\,1\,7} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\sigma_2} = \begin{pmatrix} \mathbf{1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8} \\ \mathbf{4\,6\,3\,7\,8\,2\,1\,5} \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\sigma_3} = \begin{pmatrix} \mathbf{1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8} \\ \mathbf{7\,6\,3\,1\,4\,2\,8\,5} \end{pmatrix}$$

<u>Question 8:</u> Le calcul de $\boldsymbol{\sigma_1} \circ \boldsymbol{\sigma_2}$ est égal à

A) $\boldsymbol{\sigma_1}$ **B)** $\boldsymbol{\sigma_2}$ **C)** $\boldsymbol{\sigma_3}$ **D) Autre réponse.**

<u>Question 9:</u> Le symétrique de $\boldsymbol{\sigma_1}$ dans le groupe $(\boldsymbol{S_8}, \circ)$ est:

A) $\boldsymbol{\sigma_1}$ **B)** $\boldsymbol{\sigma_2}$ **C)** $\boldsymbol{\sigma_3}$ **D) Autre réponse.**

<u>Question 10:</u> La signature de $\boldsymbol{\sigma_1}$ est:

A) $-\mathbf{1}$ **B)** $+\mathbf{1}$ **C)** $-\mathbf{2}$ **D) Autre réponse.**

<u>Exercice 5</u>

On considère la relation **ɓ** définie, quels que soient $(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y})$ et $(\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b})$ deux éléments de $\mathbb{N}^2$, par:

$(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{y})$ **ɓ** $(\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}) \Leftrightarrow \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$

<u>Question 11:</u> Cochez les assertions justes:

A) ɓ est réflexive **B) ɓ** est symétrique

C) ɓ est antisymétrique **D) ɓ** est réflexive.