M. DJAHASHIKAN

PREPA BEPC 2024 MATHEMATIQUES

+225 0709521305

SUJET N° 3

EXERCICE 1 : 2 points

Écrit, sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de **V** si l'affirmation est vraie et de **F** si elle est fausse.

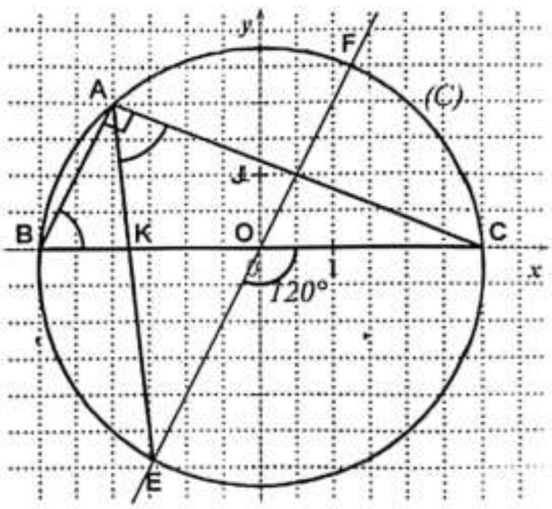
1. x est un nombre positif, si $x^2 = 5$ alors $x = \sqrt{5}$.
2. Le centre de l'intervalle $]a; b[$ est $\frac{a-b}{2}$.
3. L'équation $ax + b = 0$ telle que $a \neq 0$ a pour solution $\frac{b}{a}$.
4. a et b sont deux nombres réels strictement positifs, si $a < b$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
5. Deux nombres réels a et b sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.
6. La médiane de la série de notes S : $3 - 6 - 8 - 9 - 12 - 14 - 14$ est la note 9.
7. Pour tout nombre réel non nul a et tout nombre réel n, on a : $(a^n)^3 = a^{n+3}$
8. Pour $A = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$. On obtient $A = 8 - 2\sqrt{8}$

EXERCICE 2 : 2 points

Sur la figure ci-contre, $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O ;
la parallèle à la droite (AB) passant par le point O coupe le cercle $(\mathcal{C})$ en E et F.
On donne :

- $A(-2; 2)$ et $C(3; 0)$;
- mes $\widehat{COE} = 120°$.

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. En te servant de la figure, écris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.



N°	Enoncé	A	B	C	D
1.	La mesure de l'angle $\widehat{CAE}$ est égale à …	120°.	60°.	240°.	160°.
2.	Le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$ est égal à …	$\frac{BA}{BC}$.	$\frac{BA}{AC}$.	$\frac{AC}{BC}$.	$\frac{BC}{BA}$.
3.	En considérant le triangle KAB, d'après la propriété de Thalès, on a : …	$\frac{KE}{KB} = \frac{KA}{KO}$.	$\frac{KE}{KA} = \frac{KO}{KB}$.	$\frac{KE}{KA} = \frac{KB}{KO}$.	$\frac{KE}{KA} = \frac{AB}{EO}$.
4.	Le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$ est …	$(-5; -2)$.	$(-6; 0)$.	$(0; 6)$.	$(5; -2)$.

EXERCICE 3 : 3 points

On considère les expressions f et h telles que : $f(x) = 2x - 5$; $h(3) = 12$ et $h(5) = 20$.

1- a/ Donne la nature de f.
b/ Donne le sens de variation de f en justifiant ta réponse.
c/ calcule l'image de $\frac{1}{2}$ par f.
d/ Détermine l'antécédent de 1 par f.

2- Sachant que h est une application linéaire :
a/ calcule $h(8)$.
b/ Déduis en l'expression de $h(x)$.

EXERCICE 4 : 4 points

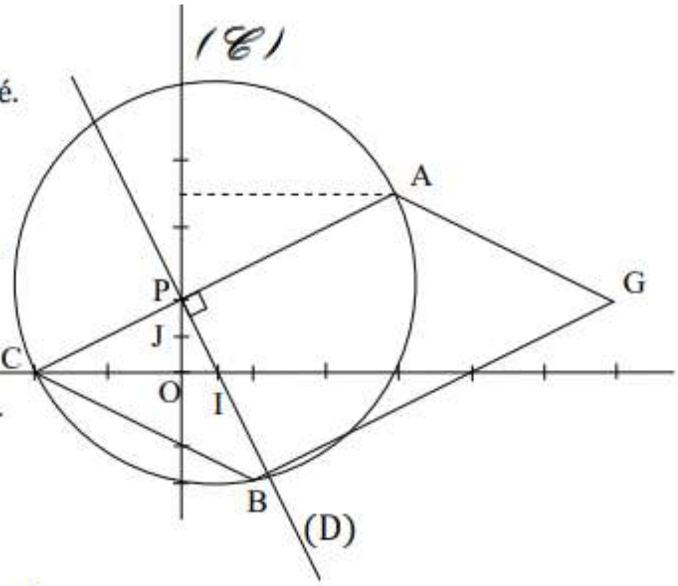
On donne la fraction rationnelle F telle que $F = \frac{7(2x+1)}{4x^2-1}$.

1. Justifie que : $4x^2 - 1 = (2x-1)(2x+1)$.
2. Trouve les valeurs de x pour lesquelles F existe.
3. Lorsque F existe, justifie que $F = \frac{7}{2x-1}$.
4. Calcule la valeur numérique de F pour $x = \sqrt{2}$ (*on donnera le résultat sans radical au dénominateur*)
5. Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, donne un encadrement de $2\sqrt{2} + 1$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 5 : 5 points

L'unité de longueur est le centimètre.
Sur la figure ci-contre, (O, I, J) est un repère orthonormé.
On donne les points A(6 ; 5), B(2 ; -3) et C(-4 ; 0)

- $(\mathscr{C})$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.
- La droite (AC) coupe l'axe des ordonnées en P.
- (D) est la droite perpendiculaire à la droite (AC) en P.



1/ a) Justifie que $AB = 4\sqrt{5}$;
$AC = 5\sqrt{5}$ et $BC = 3\sqrt{5}$.
b) Déduis-en que le triangle ABC est rectangle en B .

2/ a) Justifie que $\sin\widehat{ACB} = \frac{4}{5}$.
b) Trouve un encadrement de $\text{mes}\widehat{ACB}$ par deux entiers consécutifs.

3/ a) Justifie qu'une équation de (AC) est : $x - 2y + 4 = 0$.
b) Détermine les coordonnées du point P.

4/ Détermine les coordonnées du point G tel que ACBG soit un parallélogramme.

5/ Détermine une équation de la droite (D).

Extrait de la table trigonométrique

a°	Sin a°	Cos a°	tan a°	
34	0,559	0,829	0,675	56
35	0,574	0,819	0,700	55
36	0,588	0,809	0,727	54
37	0,602	0,799	0,754	53
38	0,616	0,788	0,781	52
	Cos a°	Sin a°	$\frac{1}{\tan a°}$	a°

EXERCICE 6 : 4 points

Une société de fabrication de pièces détachées emploie 392 agents. Au mois de décembre de chaque année, 12 hommes et 20 femmes partent en congé annuel.
Le nombre d'hommes restant est alors le double de celui des femmes.

1/ Justifie que le nombre d'hommes et de femmes est la solution du système

$$(S) : \begin{cases} x + y = 392 \\ 2x - y = 28 \end{cases}$$

(On désignera par x le nombre de femmes et par y le nombre d'hommes)

2/ a) Résous le système (S) .
b) Détermine le nombre d'hommes et de femmes que la société emploie.