

EXERCICE 1 : 2 points

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai (V) si l'affirmation est vraie ou suivie de Faux (F) si elle est fausse.

- En mathématique, une involution est une application bijective qui est sa propre réciproque. Par conséquent si la fonction f définie sur un intervalle K est une involution alors, pour tout nombre réel x de K , $f \circ f(x) = x$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$.
- Pour tout nombre réel x strictement positif, $\log_2(x) = \frac{\ln(x)}{2}$ où $\log_2$ est le logarithme base 2.
- Soit k un nombre réel strictement positif, θ et ω sont des nombres réel avec $\theta \in]-\pi; \pi[$. Sans le plan complexe, toute similitude de centre $\Omega(\omega)$ et de rapport k a pour écriture complexe : $z' = ke^{i\theta}z + \omega$.

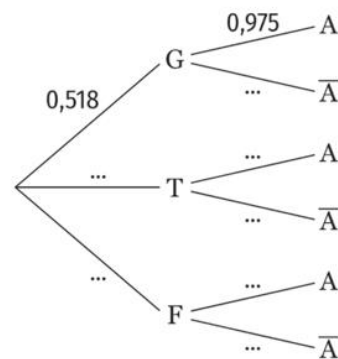
EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacune des affirmations ou énoncés incomplets (1, 2, 3 et 4) suivantes, quatre réponses (A, B, C et D) sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse vraie.

- Soit une série statistique double (X, Y) ayant pour droite de régression de Y en X définie par (D) : $Y = \frac{31}{4}X - 5$. Sur la base de cet ajustement la valeur de Y si X est estimée à 8 est :
A- $Y = \frac{13}{2}$; B- $Y = 31$; C- $Y = 57$; D- $Y = 62$
- La réécriture de la fonction $x \mapsto (1 + \frac{1}{x})^x$ étant sur l'intervalle $]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$ est :
A- $x \mapsto xe^{\ln(1+\frac{1}{x})}$; B- $x \mapsto x^{e^{\ln(1+\frac{1}{x})}}$; C- $x \mapsto e^{\ln x(1+\frac{1}{x})}$; D- $x \mapsto e^{x \ln(1+\frac{1}{x})}$.

- D'après l'arbre pondéré ci-contre on a :

- A- $P(F \cup T) = 0,482$; B- $P(F \cup T) = 0,505$;
C- $P(F \cup T) = 0,457$; D- $P(F \cup T) = 0,531$.



- Soit a un nombre réel et f une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - \sqrt{x^2 + 1} & \text{si } x > 0 \\ f(x) = 1 + \frac{a}{x-1} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

f est continue en 0 si et seulement si :

- A- $a = -1$; B- $a = 2$; C- $a = -2$; D- $a = 0$.

EXERCICE 3 : 3 points

- 1- Justifie que $B = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = \ln 2$.
- 2- a- En partageant l'intervalle $[0 ; 1]$ en n intervalles de même amplitude, détermine par la méthode des rectangles une valeur approchée en fonction de n de B .
b- En déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{p=1}^n \frac{1}{1+p} = \ln 2$.

EXERCICE 4 : 4 points

- 1- Résous l'équation dans $\mathbb{C}$ telle que (E) : $z^2 + 3(1 - i)z + 8i = 0$.
- 2- Soit A le point du plan complexe tel que l'abscisse de A est $z_A = 2 + 2i$.
Soit B et C deux points de ce plan complexe et solutions de l'équation (E).
a- Place les points A, B et C dans le repère orthonormé d'unité 1 cm.
b- Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.
- 3- Soit M le milieu du segment [BC] et (φ) le cercle de centre M et de rayon $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
Justifie que les points A, B et C appartiennent au cercle (φ) .
- 4- Soit R la rotation de centre O et d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$.
Détermine les affixes des points A' , B' et C' images respectives de A, B et C par R.
- 5- Soit S la symétrie de centre M.
a- Détermine l'écriture complexe de S.
b- Détermine les affixes des points A_1 , B_1 et C_1 images respectives de A, B et C par S.

EXERCICE 5 : 5 points

On considère la fonction f définie pour tout réel x de $\mathbb{R}$ par :
$$\begin{cases} f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x-1}} & \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O; I; J) d'unité graphique 1 cm.

- 1- a- Etudie la continuité de f en 1. (On calculera éventuellement les limites à gauche et à droite en 1).
b- Etudie la dérivabilité de f en 1.
- 2- a- Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b- Justifie que la droite (Δ) d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 3- Justifie que : $\forall x < -1, f(x) < 0$ et $\forall x > -1, f(x) > 0$.
- 4- On admet que f est dérivable sur l'intervalle $] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[$.
a- Justifie que : $f'(x) = \frac{x(x-3)}{(x-1)^2} e^{\frac{1}{x-1}}$.
b- Déduis-en les variations de f sur $\mathbb{R}$.
c- Dresse le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
- 5- Justifie que la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse -1 a pour équation : $y = \frac{\sqrt{e}}{e}x + \frac{\sqrt{e}}{e}$.
- 6- a- Démontre que : $\forall x \in] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[, f''(x) = \frac{-3x+5}{(x-1)^4} e^{\frac{1}{x-1}}$.
b- Déduis-en l'existence d'un point d'inflexion à (C_f) dont on précisera les coordonnées.
- 7- Trace dans le même repère, les courbes (C_f) et (T) et (Δ) .

EXERCICE 6 : 5 points

Le club scientifique du LYCEE MODERNE LE PLANTEUR BARRY CALLEBAUT D'AKOUE prépare son équipe pour une compétition régionale sur l'intelligence artificielle (IA) à savoir l'utilisation des outils IA.

Dans ce club :

- 55 % des membres sont des garçons ;
- 36 % des membres savent exploiter les outils de l'IA
- Parmi les membres sachant exploiter les outils IA, la moitié sont des garçons.

Pour représenter le club à la compétition, le responsable du club, Monsieur DJAHA, soucieux de la politique du genre, décide que le membre choisi soit une fille.

Il tire donc au hasard une fille parmi toutes les filles du club.

Le responsable adjoint affirme que ce choix risque de diminuer fortement les chances de réussite du club car pour lui, une fille sélectionnée a moins de 30 % de chance de savoir exploiter les outils IA.

Il rend perplexe Monsieur DJAHA, responsable principal du Club qui te sollicite pour vérifier les propos de l'Adjoint et de repenser son choix en cas s'il venait à avoir tort.

Réponds à la préoccupation de Monsieur DJAHA.



« Les mathématiques sont pour les esprits forts et avisés, fuir les mathématiques c'est se condamner à la vile servitude d'une sollicitude extérieure pour ordonner votre propre vie »

Lord DJAHA, Le Hibou grand-duc de Blackistone.