

EXERCICE 1 : 2 points

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai (V) si l'affirmation est vraie ou suivie de Faux (F) si elle est fausse.

- 1- Soit a un nombre réel strictement positif. On a : $\ln(3a^2 + 6a) = \ln 3 + \ln(a) + \ln(a + 2)$.
- 2- Soit A et B deux événements de probabilités non nuls d'un univers probabiliste Ω .
Les probabilités notées $P(B/A)$ et $P(A/B)$ sont telles que : $P(B/A) = 1 - P(B) \times P(A)$.
- 3- Soit (u_n) une suite numérique définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \frac{5 - \ln(ne^2)}{2n+3}$. On a : $u_1 = \frac{3}{5}$.
- 4- Soit $(X; Y)$ une distribution conjointe entre deux variables X et Y telle que leur covariance est négative et leur coefficient de détermination R^2 vaut 0,998 alors R vaut 0,998 à 10^{-3} près

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chaque énoncé incomplet, quatre (04) réponses sont proposées par des lettres a, b et c dont une seule aboutit à l'énoncé correct. Ecris sur ta feuille de copie le numéro suivi de la lettre.

1. Soit X une variable aléatoire de loi de probabilité ci-contre. $P(X > -15)$ vaut :

a) 0 ; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{6}$; d) $\frac{5}{6}$

x_i	-15	-12	-7	0	9	20
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

2. Soit (u_n) une suite numérique définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \frac{6n-1}{\sqrt{9n^2+1}}$. La suite (u_n) a pour limite :

a) 0 ; b) 3 ; c) 1 ; d) 2.

3. La limite quand x tend vers 0 de la fonction $\mathcal{X} \mapsto \frac{\ln(1-2x)}{3x}$ est égal à :

a) $-\frac{2}{3}$; b) 1 ; c) $-\frac{3}{2}$; d) $\frac{1}{3}$.

4. On admet que $\forall x \geq 1$, alors, on a :

a) $\ln x \leq 0$; b) $\ln x \leq -1$; c) $\ln x \leq 1$; d) $\ln x \geq 0$.

EXERCICE 3 : 3 points

- 1- Soient A et B deux événements d'un univers probabiliste Ω tels que $P(A) = 0,1$, $P(F) = 0,05$ et $P_A(B) = 0,2$.

Détermine $P_B(A)$.

- 2- La probabilité du succès est $\frac{1}{5}$ lors de chacune des dix épreuves d'un schéma de Bernoulli. Soit X la variable désignant le nombre de succès.
Calcule l'espérance $E(X)$ et la variance $V(X)$.

EXERCICE 4 : 4 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé complexe $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

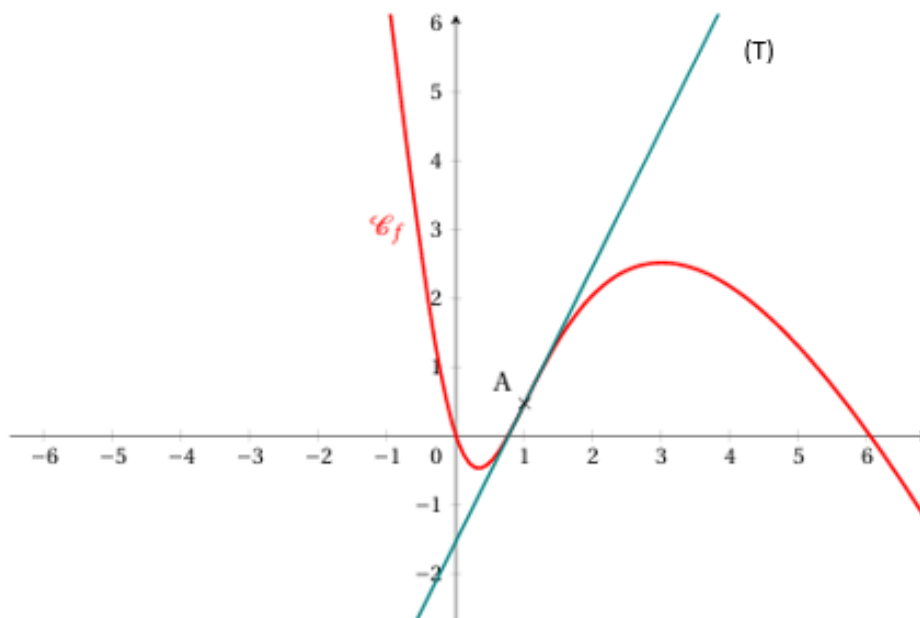
On considère l'application f du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = -(\sqrt{3} + i)z - 1 + (1 + \sqrt{3})i$.

- 1- a- Montre que f est une similitude directe.
b- Détermine les caractéristiques de f . On notera Ω son centre.
- 2- Soit M_0 le point d'affixe z_0 telle que $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i$.
a- Calcule la distance ΩM_0 .
b- Détermine $\text{Mes}(\vec{u}, \vec{\Omega M_0})$
- 3- On considère la suite de points $(M_n)_{n \in \mathbb{N}}$, définie pour tout entier naturel n par $M_{n+1} = f(M_n)$ et on note z_n l'affixe du point M_n
a- Place les points Ω , M_0 , M_1 , M_2 , M_3 et M_4 .
b- Démontre par récurrence que, pour tout entier n , l'égalité : $z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}} (z_0 - i)$.
- 4- a- Pour tout entier naturel n , calcule la distance ΩM_n .
b- Détermine le plus petit nombre entier naturel tel que $\Omega M_n \geq 100$.

EXERCICE 5 : 5 points

Soit la fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(x^2 + 1) - 3x$.

Sur la figure ci-dessous, on note (C_f) sa courbe représentative et (T) sa tangente au point A d'abscisse 1 dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

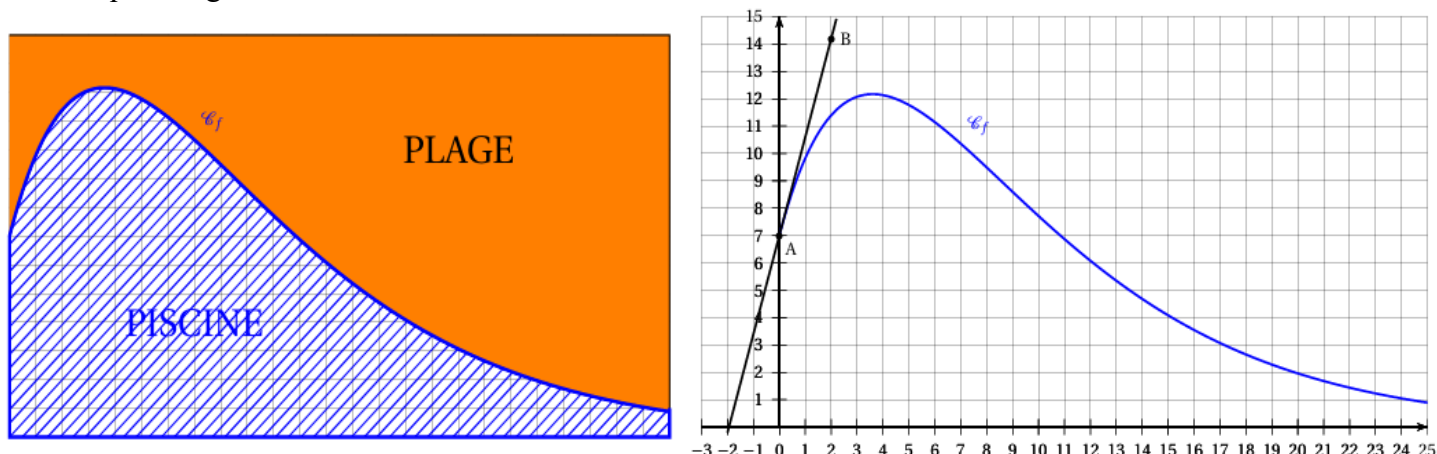


- 1- Etablis une conjecture relativement :
- Aux limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ et branches infinies ;
- Aux variations de f sur $\mathbb{R}$;
- A la convexité ou concavité de f .
- 2- Détermine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interprète graphiquement les résultats.
- 3- a- Justifie que : $\forall x > 0, f(x) = x \left(10 \frac{\ln x}{x} - 3 \right) + 5 \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)$.
b- Détermine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interprète graphiquement les résultats.

- 4- a- Montre que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{-3x^2+10x-3}{x^2+1}$.
 b- Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
 c- Démontre que l'équation (E) : $f(x) = 0$ admet trois solutions sur $\mathbb{R}$.
- 5- a- Justifie que 0 est l'une des solutions de (E).
 b- On note α et β les deux autres solutions de (E) telles que $0 < \alpha < \beta$. Justifie que les valeurs approchées de α et β sont telles que $\alpha \approx 0,76$ et $\beta \approx 6,04$.
- 6- a- Montre que : $\forall x \in \mathbb{R}, f''(x) = \frac{10-10x^2}{(x^2+1)^2}$.
 b- Dédus en les éventuelles points d'inflexions à (C_f) .
 c- Précise les intervalles sur lesquels f est convexe ou concave.
 d- Dédus que pour tout $x \geq 1, \ln(x^2 + 1) \leq x + \ln(2) - 1$.
- 7- Détermine une équation de (T).

EXERCICE 6 : 5 points

Le complexe hotelier DJAHA-PALACE décide d'élargir sa palette de loisirs en faisant construire une piscine bordée de sable. Le complexe dispose d'un espace rectangulaire de 25 mètres de longueur sur 14 mètres de largeur. Le directeur, Monsieur DJAHA, souhaite que la piscine et la plage de sable se partagent l'espace comme l'indique la figure ci-dessous.



La bordure entre la plage et la piscine, matérialisée par la courbe représentation graphique C_f est modélisée par la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 25]$ par : $f(x) = (5x + 7)e^{-\frac{1}{5}x}$.

Monsieur DJAHA veut connaître l'aire que vaut la piscine et la plage. Il te sollicite.

La directrice adjointe, madame SONGBRE, pensant à un plan B, souhaiterait que la piscine prévue par le directeur soit remplacée par une piscine de forme rectangulaire de longueur 25 m mais de même superficie que la superficie initiale. Elle te sollicite pour connaître la longueur de cet format de piscine.

Réponds à chacune des préoccupations de Monsieur DJAHA et de Mme SONGBRE.

« La logique des passions renverse l'ordre traditionnel du raisonnement et place la conclusion avant les prémisses. » Camus