

# AVANT PROPOS

Fondée sur la pratique du programme de mathématiques actuellement en vigueur en Seconde A en Côte d'Ivoire, la collection SPM propose un ouvrage clair et concis.

Elle est l'œuvre des conseils d'enseignement mathématique ( C.E ) et de l'association des professeurs de mathématiques de la région du Gbêkê (APMGB).

Dans l'élaboration de ce manuel, notre souci a été de respecter strictement le programme défini par les instructions officielles et précisé dans le document Enseignement mathématique

Les chapitres de ce manuel ont la même structure :

- ◆ des prérequis

Les exercices proposés visent à consolider les acquis des classes antérieures.

- ◆ le cours

Il est bref mais complet. Nous avons respecté strictement les limites du programme, évité tout débordement qui impacte négativement les progressions.

- ◆ des exercices d'applications

Ces exercices corrigés visent à l'acquisition des définitions et propriétés. Nous avons beaucoup mis l'accent sur la rédaction afin d'aider nos élèves à rédiger avec clarté et précision.

- ◆ des exercices

Nombreux et variés, ces exercices permettent aux élèves de s'entraîner efficacement et aborder ainsi les devoirs dans les meilleures dispositions.

Nous espérons, par ce manuel, améliorer l'enseignement des Mathématiques en Côte d'Ivoire et lutter efficacement contre l'échec scolaire.

Pour la rédaction de ce manuel, nous remercions tous les C.E et U.P de la région du Gbêkê qui par leur contribution ont rendu possible la réalisation de cet ouvrage.

Les auteurs

# SOMMAIRE

1	ACTIVITES NUMERIQUES.....	3
2	CALCUL LITTERAL.....	19
3	EQUATIONS DANS IR, INEQUATIONS DANS IR, SYSTEMES LINEAIRES DANS IR×IR .....	22
4	FONCTIONS.....	33
5	DENOMBREMENT.....	52
6	STATISTIQUE .....	60

# ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

## COMMENTAIRES

---

☞ Ce chapitre vise à :

- consolider les techniques de base du calcul numérique vues au premier cycle ;
- résoudre les problèmes liés à la proportionnalité ;
- résoudre les problèmes liés au pourcentage .

☞ Toutes les notions de ce thème ont été étudiées au premier cycle. Il s'agit de renforcer ces notions pour permettre à l'élève de passer du stade de l'application directe à un stade supérieur dans lequel, il mobilise les techniques de façon performante. A cet effet, le calcul mental sera développé pour atteindre une meilleure connaissance des nombres et on utilisera les règles telles que la commutativité, l'associativité de l'addition et de la multiplication, la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, les critères de divisibilités, la multiplication et la division par 10, 100, 1000...

☞ La calculatrice doit être un outil de travail en classe. On présentera des situations de la vie courante où l'utilisation de la calculatrice est avantageuse (calculs de pourcentage...)

☞ Les intervalles seront utilisés dans l'expression de l'ensemble des solutions des inéquations du premier degré puis des systèmes de deux inéquations du premier degré à une inconnue.

On pourra donc traiter les intervalles au moment où on traitera ces diverses inéquations.

☞ La règle de trois pourra être utilisée à l'occasion des calculs sur la proportionnalité.

☞ Ce thème sera traité en séance d'exercices (Travaux dirigés). On évitera de faire un exposé linéaire des propriétés et des règles de calculs. Elles seront rappelées en cas de besoin durant les séances d'exercices.

☞ Il faudra présenter séparément les exercices portant sur la calculatrice et ceux portant sur le calcul mental ; l'outil utilisé sera précisé dans l'énoncé.

Cet entraînement sera complété par des situations dans lesquelles l'élève aura le choix de l'outil approprié à utiliser.

☞ On accordera une importance aux exercices portant sur des problèmes concrets ( facture de Sodeci, facture Cie, conversion de monnaie.

Pour calculer le pourcentage d'une augmentation ou d'une réduction, on pourra utiliser la formule suivante :

$\frac{Q_a - Q_d}{Q_d}$  où  $Q_a$  désigne la quantité d'arrivée et  $Q_d$  désigne la quantité de départ. Un résultat positif étant

interprété comme une augmentation et un résultat négatif comme une diminution.

Cette formule pourra être mise en place en travaux dirigés. Les problèmes relatifs à des augmentations successives, réductions successives, augmentation suivie de réduction sont des cas intéressants à étudier en travaux dirigés mais elle ne fait pas partie des savoirs du programme.

☞ Les augmentations successives, réductions successives, augmentation suivie de réduction ne feront pas l'objet d'évaluation.

On fera des interrogations écrites sur le calcul mental ( moins de 15 mn).

☞ Sont hors programme la valeur absolue et la valeur approchée à 1-près d'un nombre réel.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES
	<p>☞ Effectuer des calculs sur des nombres réels :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- simplifier des quotients en utilisant des critères de divisibilité et la formule <math>\frac{ak}{bk} = \frac{a}{b}</math> où <math>k \neq 0</math> ;</li> <li>- additionner, multiplier, diviser des quotients ;</li> <li>- utiliser les règles de calculs sur les puissances pour effectuer des calculs ;</li> <li>- calculer avec des radicaux ;</li> <li>- transformer un quotient ayant le symbole <math>\sqrt{\quad}</math> au dénominateur en un quotient sans le symbole <math>\sqrt{\quad}</math> au dénominateur.</li> </ul> <p>☞ Traduire :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- des inégalités à l'aide d'intervalles ;</li> <li>- des intervalles à l'aide d'inégalités.</li> </ul> <p>☞ Représenter</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- un intervalle sur une droite graduée ;</li> <li>- la réunion ou l'intersection de deux intervalles sur une droite graduée ,et en donner si possible une écriture simple.</li> </ul> <p>☞ Trouver</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- une approximation décimale d'ordre <math>n</math> par excès ou par défaut d'un nombre réel ;</li> <li>- l'arrondi d'ordre <math>n</math> d'un nombre réel.</li> </ul> <p>☞ Calculer un coefficient de proportionnalité à l'aide d'un tableau de proportionnalité .</p> <p>☞ Traduire une situation de proportionnalité par un tableau.</p> <p>☞ Compléter un tableau de proportionnalité à l'aide des propriétés de linéarité.</p> <p>☞ Résoudre un problème de la vie courante en utilisant la proportionnalité.</p> <p>☞ Traduire un pourcentage</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- en fraction décimale ;</li> <li>- en nombre décimal.</li> </ul> <p>☞ Calculer</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- un pourcentage ;</li> <li>- le pourcentage d'une quantité donnée ;</li> <li>- le pourcentage d'une augmentation ou d'une réduction ;</li> <li>- la quantité obtenue une augmentation ou une réduction de <math>p\%</math> où <math>p</math> est un nombre réel positif donné ;</li> <li>- un pourcentage de pourcentage.</li> </ul>

# TRAVAUX PRATIQUES

## TP1 CALCULS NUMÉRIQUES

### Exercice 1

Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{70}{14} ; \frac{45000}{3600} ; \frac{195}{655} ; \frac{85}{100} ; \frac{68}{24} ; \frac{345}{819} ; \frac{21}{35} ; \frac{100000}{65000} ; \frac{195}{26} ; \frac{1024}{64} ; -\frac{482}{228} ; \frac{-368}{-624} .$$

### Exercice 2

Calculer chacun des nombres réels suivants et donner le résultat forme de fraction irréductible.

$$\begin{array}{llllll} \text{a) } \frac{1}{7} + \frac{3}{5} & \text{b) } \frac{4}{7} - \frac{5}{24} & \text{c) } \frac{1}{87} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{6}{7} & \text{d) } \frac{51}{10} + \frac{13}{10} & \text{e) } \frac{7}{25} - \frac{3}{5} & \text{f) } \frac{12}{100} + \frac{7}{10} \\ \text{g) } \frac{18}{\frac{3}{5}} & \text{h) } -\frac{\frac{2}{7}}{\frac{11}{4}} & \text{i) } \frac{2-\frac{5}{4}}{6} + \frac{5}{12} & \text{j) } -\frac{10}{10+\frac{3}{5}} & \text{k) } \frac{\frac{3}{5} + \frac{7}{25}}{\frac{11}{12} - \frac{7}{4}} ; & \text{l) } \frac{3-\frac{2}{5} + \frac{4}{3}}{2 + \frac{4}{5} - \frac{2}{3}} . \end{array}$$

### Exercice 3

Calculer les nombres rationnels suivants:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{1}{25} \times \frac{15}{2} \times \frac{8}{5} ; & \text{b) } \left(3 - \frac{1}{5} - \frac{4}{3}\right) ; & \text{c) } \left(\frac{2}{5} + \frac{7}{3} - 3\right) + \left(4 - \frac{2}{15}\right) ; & \text{d) } -\left(\frac{7}{3} - 3\right) \times \left(4 - \frac{2}{15}\right) ; \\ \text{e) } \left(\frac{2}{9} + \frac{7}{3}\right) \times \left(1 - \frac{4}{15}\right) ; & \text{f) } \frac{\frac{1}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \times \frac{8-\frac{1}{5}}{1-\frac{3}{2}} ; & \text{g) } \left(\frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} : \frac{1+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{7}}\right) \times \left(\frac{2-\frac{1}{9}}{3+\frac{5}{3}} : \frac{9-\frac{1}{2}}{5+\frac{7}{3}}\right) ; & \text{h) } \frac{2}{3} \left(\frac{18}{5} + \frac{3}{10}\right) ; \\ \text{i) } \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{18}\right) ; & \text{j) } \frac{11}{5} - \frac{3}{4} ; & \text{k) } \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{6}{7} . \end{array}$$

### Exercice 4

Calculer les nombres rationnels suivants :

$$\text{a) } (5)^5 \times 25^3 ; \quad \text{b) } 2^{-3} \times 4^{-5} ; \quad \text{c) } \frac{(2)^5 \times 25^3}{10^4 \times 5^5} ; \quad \text{d) } \frac{2^{-3} \times 4^{-6} \times 3^2}{18^{-3} \times 27^2} ; \quad \text{e) } (3^5 \times 7)^3 \times [(-7)^2 \times 2]^{-3} .$$

### Exercice 5

Mettre sous forme irréductible les fractions suivantes :

$$\text{a) } \left(\frac{4}{5}\right)^3 \quad \text{b) } \left(\frac{3}{7}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \quad \text{c) } 9^2 \left(\frac{8}{15}\right)^3 .$$

### Exercice 6

Dans chacun des cas suivants, exprimer le nombre réel t le plus simplement possible sous la forme  $a\sqrt{b}$  :

$$\text{a) } t = -\sqrt{50} + \sqrt{32} + \sqrt{2} ; \quad \text{b) } t = 3\sqrt{12} + 7\sqrt{27} - \sqrt{75} - 5\sqrt{48} + \sqrt{147} ; \quad \text{c) } t = \sqrt{100} - \sqrt{800} .$$

### Exercice 7

Effectuer :

$$A = (1 - \sqrt{6})(1 + \sqrt{6}); \quad B = (\sqrt{3} - 2)^2; \quad C = (-2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2; \quad D = (\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5});$$

$$E = (\sqrt{8} - \sqrt{18})(\sqrt{50} - \sqrt{72} + \sqrt{32}); \quad F = \sqrt{5 - \sqrt{3}} \times \sqrt{5 + \sqrt{3}}; \quad G = -2\sqrt{\frac{63}{75}};$$

$$H = \sqrt{\frac{7}{3}} + 3\sqrt{\frac{28}{27}}; \quad I = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} - 1)^2.$$

### Exercice 8

Ecrire chacun des nombres réels suivants sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier naturel :

$$a) \frac{3}{\sqrt{5}}; \quad b) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{35}}; \quad c) \frac{3}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}; \quad d) \frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 2}; \quad e) \frac{4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}; \quad f) \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} - 1}; \quad g) \frac{1}{2 - \sqrt{3}}; \quad h) \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2}.$$

### Exercice 9

En ajoutant à un nombre son quart et son cinquième, on obtient 909. Quel est ce nombre ?

### Exercice 10

On obtient 3864 en ajoutant à un nombre son tiers et le triple de son cinquième. Quel est ce nombre ?

## TP2 VALEURS APPROCHÉES

### 1. Approximations décimales

#### Exercice 1

On donne  $\pi = 3,141592 \dots$

a) Donner un encadrement de  $\pi$  par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.

On dit que :

3,1 est une approximation décimale par défaut d'ordre 1 de  $\pi$ .

3,2 est une approximation décimale par excès d'ordre 1 de  $\pi$ .

b) Déterminer les approximations par défaut et par excès d'ordre 2 de  $\pi$ .

c) Déterminer les approximations par défaut et par excès d'ordre 3 de  $\pi$ .

#### Exercice 2

A l'aide de la calculatrice, donner l'approximation décimale par défaut puis par excès d'ordre 1, puis d'ordre 2 des nombres réels suivants :

$$a) \sqrt{2}; \quad b) 3 - 2\sqrt{5}; \quad c) \pi^2; \quad d) \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}; \quad e) -\frac{22}{7}.$$

## 2. Arrondi d'ordre n

### Règle

Pour arrondir à l'ordre k un nombre écrit sous forme décimale, on effectue sa troncature d'ordre k, c'est-à-dire

qu'on retient k décimales, mais la dernière décimale est susceptible d'être modifiée :

- on la conserve si la décimale suivante est 0, 1, 2, 3 ou 4 ;
- on l'augmente de 1 si la décimale suivante est 5, 6, 7, 8 ou 9.

L'arrondi d'ordre k d'un réel a est une valeur approchée à  $10^{-k}$  près de a.

### Exemple

Pour  $\frac{12}{7}$  la calculatrice affiche 1,7142857...

- L'arrondi d'ordre 0 de  $\frac{12}{7}$  est 2.
- L'arrondi d'ordre 1 de  $\frac{12}{7}$  est 1,7.
- L'arrondi d'ordre 2 de  $\frac{12}{7}$  est 1,71.
- L'arrondi d'ordre 3 de  $\frac{12}{7}$  est 1,714.
- L'arrondi d'ordre 4 de  $\frac{12}{7}$  est 1,7143.
- L'arrondi d'ordre 5 de  $\frac{12}{7}$  est 1,71429.

### Exercice 1

Donner l'arrondi d'ordre 0, puis d'ordre 3, puis d'ordre 4 de  $\pi$ .

### Exercice 2

Soit  $b = -\frac{53}{11}$ .

Déterminer l'arrondi d'ordre 0 de b.

Déterminer l'arrondi d'ordre 1 de b.

## **TP3** PROPORTIONNALITÉ

### Exercice 1

Un carton de 6 bouteilles de vin coûte 16 800 FCFA.

Recopier puis compléter le tableau de proportionnalité suivant

Nombre de bouteilles	6	4	
Prix (en FCFA)	16800		8400

### Exercice 2

Pour préparer du foie gras, on doit préalablement saupoudrer le foie frais d'un mélange de sel et de poivre.

Ce mélange doit être élaboré selon les proportions suivantes : une dose de poivre pour trois doses de sel.

Recopier puis compléter le tableau suivant

Poivre (en g)	10			35		
Sel (en g)		60	36		90	75

### Exercice 3

Les prix pratiqués par cette société de transport sont-ils proportionnels au nombre de voyages ?

Nombre de voyages	1	4	12
Prix à payer (en FCFA)	5000	20 000	54 000

### Exercice 4

Des assiettes sont vendues par lots de 6 au prix de 15 000 FCFA le lot.

Combien aurai-je de d'assiettes pour 50 000 FCFA ?

## **TP4** POURCENTAGES

### 1. Pourcentage d'une grandeur

#### Exercice résolu 1

Dans une classe de 1<sup>ère</sup> A, il y a 30 élèves dont 20 filles.

Quelle est la proportion en pourcentage des filles par rapport à l'effectif total ?

*Solution*

La proportion en pourcentage des 20 filles par rapport à un total de 30 élèves est égale à

$$\frac{20}{30} \times 100\% = 40\% .$$

#### Exercice résolu 2

Calculer 13,14% de 150 000 FCFA.

*Solution*

13,14% de 150 000 F représente 20 100 F.

### Exercice 3

1,5 litres représente 12,5% du volume total V d'un récipient.  
Déterminer ce volume.

### Exercice 4

La superficie des terres existant dans le monde est estimée en millions d'hectare de :

- 5 486 pour l'ASIE et l'Europe ensemble ;
- 4 025 pour l'Amérique ;
- 3 030 pour l'Afrique ;
- 851 pour l'Océanie.

Calculer le pourcentage d'occupation de terres pour chaque continent.

## 2. Evolution d'une grandeur en pourcentage

L'évolution en pourcentage d'une grandeur est égale à :  $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$  .

### Exercice résolu 1

Le prix d'une baguette de pain est passé de 150 F à 225 F.  
Calculer le pourcentage de l'augmentation du prix d'une baguette de pain.

*Solution*

Le pourcentage de l'augmentation du prix d'une baguette de pain est  $\frac{225-150}{150} \times 100\% = 50\%$  .

### Exercice 2

Dans une ville, le nombre d'accidents de motos par mois est passé de 310 à 140.  
Calculer le pourcentage de réduction du nombre d'accidents de motos par mois.

### Exercice 3

Dans un lycée le nombre de classes est passé de 35 à 60.  
Calculer le pourcentage de l'augmentation du nombre de classes.

## 3. Expression en pourcentage d'une augmentation ou d'une diminution

### Exercice résolu 1

Moussa désire acheter un téléphone cellulaire qui coûte 16 000 FCFA.  
Le vendeur lui propose un abattement de 7% s'il l'achète au comptant.  
Calculer le montant que Moussa devra payer au vendeur s'il décide de payer sur l'heure et en espèces.

*Solution*

Moussa devra payer au vendeur  $16\ 000 - 16\ 000 \times \frac{7}{100} = 14\ 880$  F.

## Exercice 2

Un produit coûte 50 000 F. Après une augmentation de 4%, quel est son nouveau prix ?

## Exercice 3

Au 1<sup>er</sup> janvier 2014, la population d'un village était de 900 personnes. Cette population a connu au 1<sup>er</sup> janvier 2015, une réduction de 5,6%. Quel est le nombre d'habitants de ce village au 1<sup>er</sup> janvier 2015 ?

# 4. Variations successives

## Exercice 1

Le loyer de Blaise a subi deux augmentations : une de 30%, puis de 40%. Démontrer que son loyer a connu une hausse de 82 % .

## Exercice 2

Une entreprise a diminué son effectif de 25%, puis quelques mois après l'a augmenté de 50% . Démontrer que son effectif augmenté correspond à une hausse de 12,5 % .

## Exercice 3

Une personne âgée qui perd la mémoire a oublié de payer les 25 000 FCFA d'impôts qu'elle devait. Elle doit régler cet impôt avec une majoration de 10 %.

- 1) Calculer la majoration en FCFA.
- 2) Calculer ce que doit payer la personne.

## Exercice 4

Un terrain valait 2 500 000 F en 2014. Aujourd'hui ce même terrain vaut 3 600 000 F. Calculer le pourcentage d'augmentation du prix de ce terrain.

## Exercice 5

Un professeur a acheté une voiture à 2 000 000 F. Après deux ans, il voudrait la revendre à 1 500 000 F. Calculer le pourcentage de réduction du prix de cette voiture.

# TP5 LES INTERVALLES

## 1. Notations

L'ensemble de tous les nombres réels  $x$  tels que  $2 \leq x \leq 4$  peut se représenter sur une droite graduée.



Cet ensemble est appelé un intervalle et se note :  $[ 2 ; 4 ]$  .

## Exercice

Compléter le tableau suivant :

Nombres réels $x$	Notation	Representation
$-2 \leq x \leq 5$		
$-1 < x \leq 1$		
$0 \leq x < 3$		
$-7 < x < -4$		
$x \geq 2$		
$x > -1$		
$x \leq 0$		
$x < 5$		

### Remarque

L'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  est un intervalle qui peut se noter  $] -\infty ; +\infty [$ .

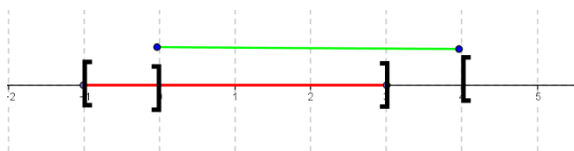
## 2. Intersections et unions d'intervalles

### Exemple

Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

$$I = [-1 ; 3] \text{ et } J = ]0 ; 4[$$

*Résolution*



• Les nombres de l'intersection des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent à la fois aux deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué où les deux ensembles se superposent. Ainsi  $I \cap J = ]0 ; 3]$ .

• Les nombres de la réunion des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué marquée soit par l'intervalle I soit par l'intervalle J.

Ainsi  $I \cup J = [-1 ; 4[$ .

### Exercices

Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

a)  $I = ] -\infty ; -1]$  et  $J = [1 ; 4]$

b)  $I = ] -4 ; -1]$  et  $J = ]-2 ; 5[$

c)  $I = [2 ; 7]$  et  $J = [7 ; +\infty [$

d)  $I = ] -3 ; 1]$  et  $J = [2 ; 4]$ .

# EXERCICES

**1** Calculer chacun des nombres réels suivants et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$a = (2^2 \times 5)^6 [(-3) \times 5]^{-6} \times (-3)^9;$$

$$b = (3^5 \times 7)^3 [(-7)^2 \times 2]^{-3} \times (-147)^7;$$

$$c = \frac{-42^2 \times 14^3 \times (-70)^2}{(-50)^4 \times (-49)^2};$$

$$d = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; e = 2 + \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \times \frac{4}{15};$$

$$f = \frac{\frac{2}{7} + \frac{5}{21}}{\frac{5}{9} - \frac{1}{3}}; g = \frac{2 + \frac{1}{5}}{7 - \frac{3}{5}}; h = 2 \times \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2;$$

$$i = \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^3.$$

**2** Mettre les nombres suivants sous la forme  $a\sqrt{5}$  où  $a$  est un entier :

$$A = \sqrt{45}; B = \sqrt{12}; C = 2\sqrt{27} + 3\sqrt{48};$$

$$D = \sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{175}; E = 5\sqrt{10} + \sqrt{10};$$

$$F = 5\sqrt{75} + 7\sqrt{27} - 4\sqrt{48}; G = \sqrt{5} + \sqrt{5};$$

$$H = \sqrt{8} \times \sqrt{50} \times \sqrt{18}; I = \sqrt{64} + \sqrt{25} - \sqrt{121}.$$

$$J = \sqrt{150} - 2\sqrt{24}; K = \sqrt{75} - \sqrt{12}.$$

**3** Simplifier les écritures suivantes :

$$A = \sqrt{64} + 2\sqrt{25} - \sqrt{121} - 4\sqrt{1000};$$

$$B = \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{180} + 7\sqrt{720};$$

$$C = (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3}) - 5\sqrt{7}(\sqrt{7} - 2).$$

**4** Rendre entier le dénominateur des nombres suivants :

$$\frac{7}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{5} + 1}; \frac{5}{5 - \sqrt{5}}; \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}};$$

$$\frac{6 + \sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1}; \frac{2 - \sqrt{11}}{1 - \sqrt{11}};$$

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}; \frac{-\sqrt{6}}{1 - 2\sqrt{5}}; \frac{2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{5} + \sqrt{3}}.$$

**5** Simplifier l'écriture des nombres réels ci-dessous :

$$A = (\sqrt{20} + \sqrt{45})^2 - (3\sqrt{24} - \sqrt{54})^2;$$

$$B = \sqrt{3}\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{3} - \sqrt{3};$$

$$C = (\sqrt{12} + 3\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{8} - \sqrt{3})^2;$$

$$D = 4(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + \sqrt{8}(1 - \sqrt{12});$$

$$E = (\sqrt{63} - 2\sqrt{8})(\sqrt{28} + \sqrt{7} + \sqrt{32});$$

$$F = (2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(\sqrt{18} - \sqrt{20});$$

$$G = (2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(\sqrt{18} - \sqrt{20});$$

$$H = \sqrt{6 - \sqrt{11}} \times \sqrt{6 + \sqrt{11}};$$

$$I = \sqrt{\frac{16}{28}} - \sqrt{\frac{175}{49}} - \sqrt{\frac{25}{7}};$$

$$J = \frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 2}.$$

**6** 1. Déterminer l'approximation décimale par défaut d'ordre 2 de  $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ .  
2. Déterminer l'approximation décimale par excès d'ordre 3 de  $-\frac{17}{3}$ .

**7** Déterminer l'arrondi d'ordre 0, d'ordre 1, d'ordre 2, d'ordre 3, d'ordre 4, d'ordre 5, d'ordre 6 de  $\frac{15}{91}$ .

**8** Un carton de cinq bouteille d'huile d'olive coûte 22 500 FCFA.  
Calculer le prix d'un carton de sept bouteilles d'huile d'olive.

**9** Avec 75 bouteilles en plastique, on peut fabriquer trois pulls.  
Calculer le nombre de pulls fabriqués avec 825 bouteilles plastiques.

**10** Une voiture consomme en moyenne 4,9L de gasoil pour 100 km parcourus.  
Quelle quantité de gasoil faut-il prévoir pour parcourir 96 km?

**11** Sur une carte, 3 cm représente 15 km en réalité.  
1. Calculer la longueur réelle correspondant à 10 cm sur la carte.  
2. Calculer la mesure sur la carte correspondant à 73 km en réalité.

**12** La valeur actuelle d'un dollar est 550f cfa.  
Un commerçant doit payer en dollars trois marchandises A, B et C au prix respectif de 1 000 000 fcfa; 2 500 000 fcfa et 3 000 fcfa.  
Combien doit-il payer en dollar pour chaque marchandise ?

**13** On partage une prime entre 4 employés proportionnellement à leur ancienneté 12 ans, 4 ans, 8 et 16 ans.  
Le premier reçoit 54 000 f.  
Calculer la part de prime des autres.

**14** Antoine, Aly et Yéo ont fondé une entreprise en apportant chacun des capitaux respectifs de 35 000, 20 000 et 65 000f.

Le bénéfice réalisé le premier mois d'activité est 75 000 f qu'ils décident de se répartir proportionnellement à leur capital.

1. Justifier que le coefficient de proportionnalité est  $\frac{75\,000}{24}$ .  
2. Calculer la part de chacun.

**15** Une carte de la Côte d'Ivoire est réalisée à l'échelle de  $\frac{1}{3\,500\,000}$ .

1. Sur cette carte, la distance entre Abidjan et Bouaké est de 9,97 cm. Calculer la distance réelle.  
2. La distance entre Abidjan et Yamoussoukro est de 240 km.  
Quelle est la distance sur la carte ?

**16** On répartit une somme entre cinq personnes :  
- la part d'André est les trois dixièmes de la somme ;  
- Tenin et Chloé ont chacune le tiers du reste ;  
Moussa reçoit les  $\frac{2}{7}$  du nouveau reste.  
Quelle fraction de la somme revient à Emile ?

**17** Une personne s'acquitte d'une dette en 4 versements :  
- le 1<sup>er</sup> versement est égal au quart de la dette totale ;  
- le 2<sup>e</sup> est les  $\frac{2}{9}$  du reste ;  
- le troisième est égal au  $\frac{3}{8}$  de la dette totale ;  
- le quatrième se monte à 2 000 f.  
1. Quelle est la dette de cette personne ?  
2. Calculer le montant de chaque versement.

**18** On diminue de 10% le côté d'un carré.  
De quel pourcentage diminue sa surface ? Son périmètre ?

**19** Un objet coûte 1000 f. IL subit une hausse de 8% , puis deux mois plus tard une diminution de 8% .  
Retrouve-t-il- son prix initial ?

**20** La production annuelle d'anacarde d'une coopérative a connu cette année une hausse de 4% et vaut 1 820 tonnes .  
Quelle était la valeur de la production de l'année précédente ?

**21** Un commerçant procède à une solde générale de ces articles à n% .  
Ainsi une chemise de 3800 f revient à 3 572 f.  
1. Combien sera vendu un pantalon de 6300f ?  
2. Le prix soldé d'une paire de chaussures est de 5 076f.  
A combien était-il proposé ?

**22** Un couple participent tous deux aux dépenses du ménage en raison de 120 000 f pour le mari et 60 000 pour la femme .  
1. Quel pourcentage des dépenses du mari représentent les dépenses de sa femme ?  
2. Quel pourcentage des dépenses de ménage représentent les dépenses de la femme ?

**23** Pour encourager le paiement des impôts immobiliers, une réduction de 25% est concédée à celui qui paie avant la fin de l'année civile.  
Combien doit payer une personne dont l'impôt est facturée à 54 000f ; à 22 00 f ?

**24** Un commerçant achète au prix hors taxe une marchandise à 1 millions.

La taxe à valeur ajoutée appliqué par l'état à valeur ajoutée (TVA) est de 30% .  
Le commerçant veut un bénéfice de 30 % après-vente .  
A quel prix va-t-il –vendre la marchandise ?

**25** Le boutiquier du quartier achète un morceau de savon chez son grossiste à 100 et le revend à 150.  
Calculer le bénéfice du boutiquier en pourcentage sur un morceau de savon.

**26** Un loyer actuel de 50 000 est soumis à une hausse annuelle de 4% pendant 3ans .  
Calculer le montant du loyer dans 3ans.

**27** Un frigo coûte 300 000 FCFA hors taxe.  
Le taux de TVA est de 18%.  
1. Calculer le montant de la TVA sur ce frigo.  
2. Calculer le prix de vente de ce frigo.

**28** Un capital de 2 50 000 FCFA est placé à 7 % .  
1. Quel est le montant des intérêts au bout d'un an ?  
2. Les intérêts acquis au bout d'un an s'ajoutent au capital. Quel est le nouveau capital au bout d'un an ?  
3. On laisse ce nouveau capital placé pendant encore un an à 7 % .  
Quel est le nouveau capital dont on peut disposer au bout de cette deuxième année ?

**29** Une action en bourse valait 20 000 FCFA en mai. De mai à juin, cette action a augmenté de 10 % .  
De juin à juillet, cette action a diminué de 10 % .  
Combien vaut-elle à la fin juillet ?

**30** Le prix des places à la finale de Wozo Vacances valait 5 000 FCFA.

Ce prix augmente de 25 %.  
Calculer le nouveau prix.

**31** Un commerçant a modifié les étiquettes en appliquant une réduction de 15 %. Mais il a commis des erreurs sur les nouveaux prix.  
Retrouver ces erreurs.

Ancien prix	28 000	84 000	182 000	61 600	546 000
Nouveau prix	25 000	71 400	157 500	52 360	546 100

**32** Le samedi sur une autoroute, on compte habituellement, en moyenne, 755 véhicules par heure. La sécurité routière annonce, pour un départ en vacances, une augmentation du trafic de 300 %.  
Combien la sécurité prévoit-elle, en moyenne, de véhicules par heure, le jour de ce départ ?

**33** Un capital de 350 000 FCFA rapporte 14 000 FCFA d'intérêts au bout d'un an.  
À quel taux exprimé en pourcentage était-il placé ?

**34** Quel est le plus fort pourcentage de hausse :  
- celui d'une hausse de 67 200 FCFA sur 480 000 FCFA,  
- celui d'une hausse de 19 800 FCFA sur 132 000 FCFA  
- ou celui d'une hausse de 33 600 FCFA sur 231 600 FCFA ?

**35** 1) Ingrid a 5 000 FCFA . Elle décide de faire don de 600 FCFA à une ONG qui s'occupe des mal voyants.  
Quel pourcentage de son montant représente ce don?  
2) Moustapha a 4 000 F. Il donne 500 FCFA à la même ONG.  
Moussa a-t-il fait un plus gros effort de générosité qu'Ingrid ?

**36** Au lycée Classique, les 55 élèves de la 2<sup>nd</sup>e C10 ont voté pour désigner le chef de classe. Les voix se sont réparties de la façon suivante : Sacko = 19 voix, Williams = 23 voix et Fanny = 13 voix.  
Calculer le pourcentage des voix obtenues par chacun des candidats.

**37** Un commerçant a acheté un lot de chaussettes 4000 F et compte revendre le tout 5000 F.  
1. Quel bénéfice espère-t-il réaliser ?  
2. Quel pourcentage du prix initial, ce bénéfice représente-t-il ?

**38** Un téléphone portable qui valait 65 000 FCFA le 1<sup>er</sup> janvier est soldée 35 000 FCFA en juin.  
De quel pourcentage du prix initial le prix a-t-il baissé ?

**39** 1. Un article qui était affiché 18 000 F est vendu 25 000 F.  
Quel est le pourcentage de hausse ?  
2. Un article qui était affiché 34 800 est vendu 30 000 F. Quel est le pourcentage de baisse ?

**40** Un employé perçoit 60 000 f . Après une année de travail , son salaire augmente de 5% ; puis de 7% l'année suivante .  
A-t-il raison de penser que son salaire initial a augmenté de 12% après deux années de travail.

**41** Fratmat Express :(Actualité). Bourse : L'indice BRVM 10 est passé de 293,81 à 294,25 points.  
Quelle est la progression de cet indice ?

**42** Sur un site de vente en ligne, des valises sont en vente.

Expliquer les prix affichés.



**43** Dans chaque cas, écrire lorsque c'est possible la réunion ou l'intersection sous forme d'un intervalle :

$$[-4; 4] \cap [0; 7] ; ]-4; 4[ \cap ]0; 7[ ;$$

$$]-4; 4[ \cap ]-6; 6[ ; [-2; 5] \cap [5; 11] ;$$

$$[-2; 3] \cap [5; 11] ; ]-2; 5[ \cap [-6; 3] ;$$

$$[-2; 5] \cap ]5; 11[ ; [-2; 2] \cup [0; 5] ;$$

$$]-5; 5[ \cup ]-3; 0[ ; [-2; 2] \cup [3; 5];$$

$$[-6; 5] \cup ]5; 11[ ; [-2; 0] \cup [-1; +\infty[ ;$$

$$]-\infty; 2[ \cap [-1; +\infty[ ; ]-\infty; +\infty[ \cup [0; 5].$$

**44** Dans chaque cas, commencer par écrire les inégalités sous forme d'intervalles puis déterminer l'intersection des intervalles :

a)  $0 \leq x \leq 6$  et  $4 \leq x \leq 7$  ;

b)  $-3 < x < -1$  et  $-3 < x < 0$  ;

c)  $9 \leq x < 14$  et  $3 < x < 8$  ;

d)  $x < 10$  et  $-1 < x \leq 3$  ;

e)  $x \geq 3$  et  $x \leq 4$  ;

f)  $x > -4$  et  $x < 2$  ;

g)  $x \leq 1$  et  $x \leq 5$  ;

i)  $x > -4$  et  $x < -7$  .

**45** Dans chaque cas, commencer par écrire les inégalités sous forme d'intervalles puis déterminer la réunion des intervalles :

a)  $0 \leq x \leq 6$  ou  $8 \leq x \leq 9$  ;

b)  $-6 < x < -1$  ou  $-3 < x < 0$  ;

c)  $2 \leq x < 9$  ou  $2 < x < 8$  ;

d)  $x < 14$  ou  $-2 < x \leq 2$  ;

e)  $x \geq 1$  ou  $x \leq 4$  ;

f)  $x > -3$  ou  $x < 0$  .



# 2

## CALCUL LITTÉRAL

### COMMENTAIRES

---

- ☞ Ce chapitre vise à consolider les règles de transformation d'expressions littérales vues au premier cycle de l'enseignement secondaire.
- ☞ Toutes les notions abordées dans ce thème ont été étudiées au premier cycle. Il s'agit de renforcer ces notions pour permettre aux élèves de passer du stade d'application directe à un stade supérieur dans lequel, il mobilise les techniques apprises de façon performante.
- ☞ Ce thème sera traité en séance d'exercices. Les propriétés et les règles de calcul seront rappelées en cas de besoin au cours des séances d'exercices.
- ☞ En évaluation, on précisera la forme factorisée attendue dans le cas contraire, le facteur commun devra être facilement identifiable ou mis en évidence par des questions intermédiaires.
- ☞ Sont hors programme :
  - la forme canonique d'un polynôme du second degré ;
  - la factorisation d'un polynôme connaissant un de ces zéros.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES
Développement Produits remarquables $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$	<ul style="list-style-type: none"><li>☞ Développer :<ul style="list-style-type: none"><li>- et réduire des expressions littérales ;</li><li>- et réduire et ordonner un polynôme .</li></ul></li><li>☞ Factoriser :<ul style="list-style-type: none"><li>- un polynôme après avoir reconnu un facteur commun ;</li><li>- un polynôme en reconnaissant le développement d'un produit remarquable.</li></ul></li><li>☞ Calculer une valeur numérique d'une expression littérale.</li><li>☞ Utiliser le développement des produits remarquables pour calculer de manière performante .</li></ul>

# TRAVAUX PRATIQUES

## TP1 DÉVELOPPER ET RÉDUIRE DES EXPRESSIONS

### LITTÉRALES

#### Exercice 1

Développer les expressions suivantes puis simplifier les écritures :

$$A = -4(9a - 2b) ; B = (2a - \frac{3}{2}) \times 10 ; C = (2x + y)^2 ; D = (2c - 3a)^2 ; E = (k+5)(k - 5).$$

#### Exercice 2

Développer, puis réduire, les expressions suivantes :

$$A = (2x + 5)(x + 4) ; B = (y + 1)(-3y - 2) ; C = (4x - 8)(5 - 3x) ; D = (x + 5)^2 ; E = (7x - 3)^2 ; \\ F = (3x - 7)(3x + 7) ; G = (-6a + 2a^2) - (-2a^2 + a - 1) - (12 - 8a + 3a^2) ; \\ H = 7(5x - 3) - 4(3x^2 - 1) - 2x(3x + 7) ; I = (3y - 4)(4y - 3) - (-11y - 3)(-2y + 5).$$

## TP2 DÉVELOPPER , RÉDUIRE ET ORDONNER UN POLYNÔME

#### Exercice

Développer réduire et ordonner le polynôme  $P(x)$  :

- a)  $P(x) = (\frac{2}{3}x - 6)^2$  ; b)  $P(x) = (-x - 5)^2 - (3x - 5)(3x + 5)$  ;  
c)  $P(x) = (4x - 1)(4x + 1) - (2x + 1)^2$  ; d)  $P(x) = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 6)$  ;  
e)  $P(x) = (x^2 + 3)(x + 1) - x(4x - 3)$  ; f)  $P(x) = (x - 1) - 4(x^2 + 2)(x + 3)$  ;  
g)  $P(x) = (2x - 1)(2x - 1)(x - 6)$  .

## TP3 FACTORISER UN POLYNÔME

### Exercice 1

Factoriser le polynôme  $P(x)$  après avoir reconnu un facteur commun :

- a)  $P(x) = 30x + 45$  ; b)  $P(x) = 8x^2 - 2x$  ; c)  $P(x) = 2x(3x - 4) + 2x(5x + 3)$  ;  
d)  $P(x) = (7 + 5x)(3 - 2x) - (5 + 3x)(3 - 2x)$  ; e)  $P(x) = (4x - 5)^2 - (4x - 5)(3x + 1)$  ;  
f)  $P(x) = (4x - 2)(3x + 7) - (2x - 1)(8x + 3)$  ; g)  $P(x) = 25x^2 - 9 + (5x - 3)(3x + 4)$  ;  
h)  $P(x) = (7x + 3)(3x + 5) + 3x + 5$  ; i)  $P(x) = (5x + 6)(3x - 2) - 3x + 2$  ;  
j)  $P(x) = (12x + 3)(3x - 5) - (4x + 1)$  ; k)  $P(x) = (3x - 8) + 9x^2 - 64$  ;  
l)  $P(x) = (5x - 7)(3x + 4) - (9x^2 - 16)$  .

### Exercice 2

Utiliser les produits remarquables pour donner une factorisation du polynôme  $P(x)$  :

- a)  $P(x) = 9x^2 - 49$  ; b)  $P(x) = x^2 - 8x + 16$  ; c)  $P(x) = 25x^2 + 20x + 4$  ;  
d)  $P(x) = -x^2 + 3$  ; e)  $P(x) = 4 + 20x + 25x^2$  ; f)  $P(x) = 9x^2 - 24x + 16$  ;  
g)  $P(x) = 64 - 36x^2$  ; h)  $P(x) = (4x - 5)^2 - 81$  ; i)  $P(x) = (4x - 5)^2 - (2 - x)^2$  ;  
j)  $P(x) = (3x - 5)(7x + 3) - 9x^2 + 30x - 25$  ; k)  $P(x) = 36x^2 - (5x - 2)^2$  ;  
l)  $P(x) = x^2 - 4x + 4$ .

## TP4 CALCULER UNE VALEUR NUMÉRIQUE

### Exercice 1

On note  $A(x) = (2x + 1)(x - 3) - (x - 3)(7x + 6)$ .

- Développer, réduire et ordonner  $A(x)$ .
- Factoriser  $A(x)$ .
- Calculer  $A(x)$  pour : a)  $x = 2$  ; b)  $x = 3$  ; c)  $x = -1$  ; d)  $x = 0$ .

### Exercice 2

On note  $B(x) = x^2 - 49 - (x - 7)(2x + 3)$ .

- Développer, réduire et ordonner  $B(x)$ .
- Factoriser  $B(x)$ .
- Calculer  $B(x)$  pour : a)  $x = -3$  ; b)  $x = -\frac{1}{2}$ .

# ÉQUATIONS DANS IR, INÉQUATIONS DANS IR, SYSTÈMES LINÉAIRES DANS IR×IR

## COMMENTAIRES

---

☞ Ce thème vise à :

- consolider les acquis des élèves sur la résolution des équations, inéquations et systèmes étudiées au premier cycle de l'enseignement secondaire ;
- résoudre un nouveau type d'inéquations ;
- résoudre des problèmes concrets du premier degré.

☞ Ce thème sera traité en séance d'exercices.

☞ Le champ des inéquations comprend toutes les inéquations formées avec les symboles  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ .

☞ Les équations et inéquations du type :  $ax + b = 0$ ;  $(ax + b)(cx + d) = 0$ ;  $ax + b \geq 0$ , ont été étudiées au premier cycle. En 2<sup>nde</sup> A, il s'agit de renforcer ces acquis en leur donnant sens et utilité dans des problèmes concrets.

Le savoir-faire nouveau est la résolution des inéquations du type  $(ax + b)(cx + d) \geq 0$ .

☞ Les systèmes de deux équations du premier degré dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  ont été étudiés en classe de 3<sup>e</sup>.

Les trois méthodes de résolution (graphique, combinaison, substitution) qui ont été traitées seront revues. On s'emploiera à choisir des systèmes d'équations conduisant à une solution unique.

☞ Le tableau de signe n'est pas seulement un moyen de présentation de l'étude du signe d'une expression. Il est aussi un outil qui permet de déterminer le signe de  $ax + b$  et d'un produit de facteurs du même type. A ce propos, on établira le tableau suivant donnant le signe de  $ax + b$  :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	Signe de -a	0	Signe de a

Le tableau de signe ne servira qu'à résoudre des inéquations : aucune question ne sera formulée sous la forme « Etudier le signe de ... »

Le tableau de signe est nouveau pour les élèves de 2<sup>nde</sup>. On veillera donc à le mettre soigneusement en place. On pourrait partir de la résolution de l'équation  $ax + b = 0$  et des inéquations  $ax + b < 0$  et  $ax + b > 0$ . L'étude de quelques valeurs particulières de  $x$  aidera les élèves à mieux comprendre le tableau de signe et en donner véritablement du sens.

On exercera les élèves à dresser le tableau de signe d'un produit de deux facteurs du type  $ax + b$ .

C'est ce tableau qui servira à résoudre les inéquations du type  $(ax + b)(cx + d) \geq 0$  ou  $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ .

Pour résoudre une équation ou une inéquation se ramenant à une factorisation à une équation ou une inéquation au programme, on demandera à l'élève de :

- 1) Justifier que :  $A(x) = p(x)q(x)$  ( $p(x)$  et  $q(x)$  donnés).
- 2) Résoudre l'équation  $A(x) = 0$  ou l'inéquation  $A(x) \leq 0$ .

☞ Sont hors programme :

- les systèmes comportant des paramètres ;
- les systèmes se résolvant par changement de variable ;
- la résolution par la méthode du déterminant .

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES
<p>Signe de <math>ax + b</math>, (<math>a \in \mathbb{R}^*</math>, <math>b \in \mathbb{R}</math>) suivant les valeurs de <math>x</math> .</p>	<p>☞ Résoudre des équations et inéquations du type: <math>ax+b=0</math> ; <math>(ax+b)(cx+d)=0</math> ; <math>ax+b \leq 0</math> ; <math>ax+b \geq 0</math> ; <math>(ax+b)(cx+d) \leq 0</math> ; <math>(ax+b)(cx+d) \geq 0</math>.</p> <p>☞ Ecrire l'ensemble solution d'une inéquation sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles .</p> <p>☞ Résoudre un problème concret à l'aide des équations et inéquations ci-dessus.</p> <p>☞ Résoudre des systèmes de deux équations linéaires dans <math>\mathbb{R}^2</math> :- graphiquement ; - par substitution ; - par combinaison.</p> <p>☞ Traduire un problème concret par un système linéaire dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math>.</p> <p>☞ Résoudre un problème concret à l'aide d'un système d'équations linéaires dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math>.</p>

# TRAVAUX PRATIQUES

## TP1 | RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

### Exercice 1

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2x - 3 = 0$

*Solution*

$$\begin{aligned}2x - 3 = 0 &\Leftrightarrow 2x = 3 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est :  $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ .

### Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation :  $(4 - x)(5x + 7) = 0$

$$\begin{aligned}(4 - x)(5x + 7) = 0 &\Leftrightarrow 4 - x = 0 \text{ ou } 5x + 7 = 0 \\ &\Leftrightarrow -x = -4 \text{ ou } 5x = -7 \\ &\Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -\frac{7}{5}.\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est :  $S = \left\{-\frac{7}{5}; 4\right\}$ .

### Exercice 3

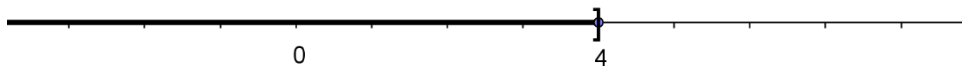
Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation :  $-3x + 12 \geq 0$ .

*Solution*

L'inéquation  $-3x + 12 \geq 0$  est équivalente à  $-3x \geq -12$  soit  $x \leq 4$ .

L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle  $]-\infty; 4]$ .

La partie renforcée de la droite représente ces solutions.



### Exercice 4

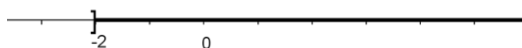
Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation :  $x + 2 > 0$ .

*Solution*

L'inéquation  $x + 2 > 0$  est équivalente à  $x > -2$ .

L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle  $]-2; +\infty[$ .

La partie renforcée de la droite représente ces solutions.



## TP2 RÉSOUDRE UNE INÉQUATION DU TYPE

$$(ax + b)(cx + d) \geq 0$$

### Propriété

Le tableau de signe de  $ax + b$ , où  $a \in \mathbb{R}^*$  et  $b \in \mathbb{R}$  est :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	Signe de $-a$	0	Signe de $a$

### Exercice 1

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation :  $(-2x + 8)(x + 3) \geq 0$ .

*Solution*

- $-2x + 8 = 0 \Leftrightarrow -2x = -8$ , soit  $x = 4$ .
- $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ .

$x$	$-\infty$	$-3$	$4$	$+\infty$	
$-2x + 8$	+		+	0	-
$x + 3$	-	0	+		+
$(-2x + 8)(x + 3)$	-	0	+	0	-

L'ensemble des solutions de cette inéquation est  $[-2; 4]$ .

### Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation :  $(3x - 2)(5x - 3) > 0$ .

*Solution*

- $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2$ , soit  $x = \frac{2}{3}$ .
- $5x - 3 = 0 \Leftrightarrow 5x = 3$ , soit  $x = \frac{3}{5}$ .

$x$	$-\infty$	$\frac{3}{5}$		$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$3x - 2$	-		-	0	+
$5x - 3$	-	0	+		+
$(3x - 2)(5x - 3)$	+	0	-	0	+

L'ensemble des solutions de cette inéquation est  $]-\infty; \frac{3}{5}[ \cup ]\frac{2}{3}; +\infty[$ .

### **TP3 TRADUIRE ET RÉSOUDRE UN PROBLÈME CONCRET**

#### **Exercice**

Des spectateurs assistent à un motocross. Ils ont garé leur véhicule, auto ou moto, sur un parking. Il y a en tout, 65 véhicules et on dénombre 180 roues.

1. Traduire ces informations par une équation.
2. Combien y-a-t-il de motos ?

#### *Solution*

1. Soit  $x$  le nombre de motos présentes sur le parking.

Le nombre de voitures s'écrit alors  $65 - x$ .

Une moto possède deux roues et une voiture quatre. Il y a donc  $2x + 4(65-x)$  roues. Par suite, il faut résoudre l'équation  $2x + 4(65-x) = 180$ .

$$2. \quad 2x + 4(65-x) = 180 \Leftrightarrow 2x + 260 - 4x = 180 \Leftrightarrow -2x = -80 \Leftrightarrow x = 40.$$

Il y a donc 40 motos sur le parking.

### **TP4 RÉSOUDRE UN SYSTÈME LINÉAIRE DE DEUX**

#### **ÉQUATIONS DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$**

#### **Exercice 1**

Résoudre graphiquement le système ci-dessous dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ :

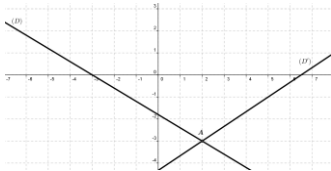
$$\begin{cases} 3x + 5y = -9 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$$

#### *Solution*

Munissons le plan d'un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ .

Soit  $(D)$  la droite d'équation :  $3x + 5y + 9 = 0$ .

Soit  $(D')$  la droite d'équation :  $2x - 3y - 13 = 0$ .



Les droites (D) et (D') se coupent au point A de coordonnées (2 ; -3)  
 Donc l'ensemble des solutions de (S) est  $\{(2 ; -3)\}$ .

### Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  le système ci-dessous par substitution:

$$\begin{cases} 5x + 4y = 11 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$$

#### Solution

$$\begin{cases} 5x + 4y = 11 & (E_1) \\ 2x + 3y = 10 & (E_2) \end{cases}$$

De l'équation (E<sub>1</sub>) on tire :  $x = \frac{11-4y}{5}$ .

En reportant cette valeur de x dans (E<sub>2</sub>), on obtient :  $2\left(\frac{11-4y}{5}\right) + 3y = 10$ .

$$\text{Soit : } \frac{22+7y}{5} = 10.$$

On en déduit que  $y = 4$ .

En remplaçant y par 4 dans (E<sub>1</sub>), on obtient :  $x = -1$ .

L'ensemble des solutions du système est :  $S = \{(-1; 4)\}$ .

### Exercice 3

Résoudre dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  le système ci-dessous par combinaison :

$$\begin{cases} 3x + 5y = -9 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$$

#### Solution

$$\begin{cases} 3x + 5y = -9 & (E_1) \\ 2x - 3y = 13 & (E_2) \end{cases}$$

Éliminons x des équations (E<sub>1</sub>) et (E<sub>2</sub>) :

$$-2(E_1) + 3(E_2) \Rightarrow -19y = 57 \quad \text{d'où } y = -3.$$

Éliminons y des équations (E<sub>1</sub>) et (E<sub>2</sub>) :

$$3(E_1) + 5(E_2) \Rightarrow 19x = 38 \quad \text{d'où } x = 2. \text{ L'ensemble des solutions du système est : } S = \{(2; -3)\}.$$

## TP5 TRADUIRE ET RÉSOUDRE UN PROBLÈME CONCRET

### Exercice

Dans une boîte se trouvent 10 billes : les unes sont rouges et les autres sont bleues.

Si l'on ajoute dans la boîte 3 billes bleues et 2 billes rouges alors il y a deux fois plus de billes bleues que de rouges.

Combien y avait-il de billes de chaque couleur dans la boîte ?

### Solution

- *Choix des inconnues*

Soit  $x$  le nombre de billes rouges et  $y$  le nombre de billes bleues initialement dans la boîte.

- *Mise en équation*

- $x + y = 10$
- $y + 3 = 2(x + 2)$

- *Résolution*

On a le système suivant :  $(x ; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

Conclusion : Il y avait initialement dans la boîte 3 billes rouges et 7 billes bleues.

# EXERCICES

**1** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- a)  $x - 5 = 0$  ;
- b)  $-4x - 3 = 0$  ;
- c)  $\frac{3}{4}x - 5 = 0$  ;
- d)  $\frac{2}{3}x - \frac{7}{5} = 0$  ;
- e)  $(x - 5)(-3 + 2x) = 0$  ;
- f)  $2x(1 - x) = 0$  ;
- g)  $\left(\frac{x}{2} - 1\right)(4x + 5) = 0$  ;
- h)  $\left(\frac{5}{6}x - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{7} - \frac{4}{3}x\right) = 0$  ;
- i)  $(-2x + 3)^2 = 0$  .

**2** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

- a)  $-4x \geq 0$  ;
- b)  $-2x < 5$  ;
- c)  $3 + 6x > 0$  ;
- d)  $5x - 7 \leq 0$  ;
- e)  $25x - 15 \leq 0$  ;
- f)  $3 - 18x \geq 0$  ;
- g)  $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{5} \leq 0$  ;
- h)  $0,3x - 10 > 0$  ;
- i)  $-3x < 0$  ;
- j)  $7x - 5 > 9x - 1$  ;
- k)  $-x - 7 \leq -6x + 15$  ;
- l)  $5(3 - 2x) \geq -5x + 3$  ;
- m)  $-4x < -3$  ;
- n)  $-4(x + 5) \leq 5 - 2x$  ;
- o)  $5x - 1 > -4(x + 1)$  ;
- p)  $-7(x - 6) \leq -8x + 4$  ;
- q)  $(x - 4)(5 - 2x) \leq 0$  ;
- r)  $x(2x + 1) \geq 0$  ;
- s)  $2x(3 - x) < 0$  .

**3** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les systèmes suivants :

- a)  $\begin{cases} 4x - 3 > 5 ; \\ 7 - 3x \geq 0 ; \end{cases}$
- b)  $\begin{cases} -2x \geq 0 ; \\ 2x + 6 \geq 0 ; \end{cases}$
- c)  $\begin{cases} x + 4 > 0 ; \\ 5x + 10 < 0 ; \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} 1 - 2x < x ; \\ 4x - 12 < 0 ; \end{cases}$
- e)  $\begin{cases} 7x > 0 ; \\ 4x + 8 \geq 2 ; \end{cases}$
- f)  $\begin{cases} -4x - 3 > 0 ; \\ 7 - 3x \geq 0 ; \end{cases}$
- g)  $\begin{cases} x - 3 > 0 ; \\ 2x < 0 . \end{cases}$

**4** On considère le polynôme  $P$  défini par :

$$P(x) = 14x - 8x^2 - 3.$$

1. Démontrer que :

$$P(x) = (1 - 4x)(2x - 3).$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$ .

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ,l'inéquation  $P(x) \leq 0$ .

**5** 1. Justifier que, pour tout nombre réel  $x$ ,

$$\text{on a : } x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2).$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ,l'inéquation:

$$x^2 + 3x - 10 > 0.$$

**6** On donne la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = -x^2 + x + 6.$$

1. Justifier que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = (-x - 2)(x + 3) .$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  , l'équation  $f(x) = 0$ .

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation  $f(x) \leq 0$ .

**7** Résoudre graphiquement chacun des systèmes suivant dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  :

a)  $\begin{cases} 2x - 4y = -4 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$  ;

b)  $\begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ -3x - y = -1 \end{cases}$  ;

c)  $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + 7y = 1 \end{cases}$  ;

d)  $\begin{cases} 6x - 3y = -4 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases}$  ;

e)  $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$  .

**8** Résoudre dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  chacun des systèmes ci-dessous par combinaison:

a)  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -7x + 5y = 2 \end{cases}$  ;

b)  $\begin{cases} 2x - 3y + 4 = 0 \\ 3x + 5y - 3 = 0 \end{cases}$  ;

c)  $\begin{cases} 2x - 3y + 4 = 0 \\ 3x + 5y - 3 = 0 \end{cases}$  ;

d)  $\begin{cases} -3x - 5y + 9 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$  ;

e)  $\begin{cases} 2x + 3y + 7 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$  ;

f)  $\begin{cases} -9x + 4y - 3 = 0 \\ 5x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$  ;

g)  $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{8} = 0 \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$  ;

h)  $\begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{3}{7}y = \frac{1}{5} \\ -\frac{x}{5} + \frac{2}{7}y = \frac{1}{3} \end{cases}$  .

**9** Résoudre dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  chacun des systèmes ci-dessous par substitution :

a)  $\begin{cases} 6x - y + 22 = 0 \\ -x + 5y - 23 = 0 \end{cases}$  ;

b)  $\begin{cases} -4x + 5y = 5 \\ 3x - 2y = -9 \end{cases}$  ;

c)  $\begin{cases} 5x + 3y = -2 \\ 7x + 4y = 1 \end{cases}$  ;

d)  $\begin{cases} 5x + 2y = 70 \\ 3x - 5y = 55 \end{cases}$  ;

e)  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$  ;

f)  $\begin{cases} 5x + y = -4 \\ x - 8y = 1 \end{cases}$  ;

g)  $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + 7y = 1 \end{cases}$  .

**10** Hermine une vendeuse d'eau glacée, a dans sa boîte 575F en pièces de 25F et 50F . Elle sait qu'elle a en tout 16 pièces . Combien a-t-elle de pièces de chaque sorte ?

**11** M. Irié emploie dans sa plantation deux personnes : Blaise et Ahmed . Le salaire annuel de Blaise est le double de celui d'Ahmed, mais les travailleurs ne reçoivent leur argent qu'à la fin de l'année. Néanmoins ils ont la possibilité de prendre une avance en cas de besoin. Blaise a dépensé le tiers de son salaire et Ahmed les quatre cinquièmes. Le total de leurs dépenses est de 374000F. Quel est le salaire de chaque employé ?

**12** Deux couturières Sita et Irène qui travaillent dans le même atelier vont acheter deux types de tissus A et B chez un commerçant. Sita, la plus jeune ramène les

colis à l'atelier. A son arrivée elle ne retrouve plus les reçus d'achat. Cependant elle sait qu'elle a acheté 15m de tissus de type A et 7m de tissus de type B pour un montant total de 30900F. Irène a acheté 17m de tissus de type A et 9m de tissus de type B pour un montant total de 36 300F.

Aide Sita à retrouver le prix du mètre de chaque type de tissus.

**13** Au début d'un spectacle de danses folkloriques, il y a trois fois plus de danseurs que de danseuses. Après le départ de huit couples, il reste sur scène cinq fois plus de garçons que de filles.

Combien y avait-il de danseurs et de danseuses au début du spectacle ?

**14** L'entreprise Louvoiture loue un véhicule de luxe aux conditions suivantes:

Prise en charge 120 000f et Forfait au km 450f.

L'entreprise Excellou propose :

Prise en charge 80 000f et Forfait au km 525f.

Quel est en fonction du kilomètre parcouru l'entreprise la plus avantageuse ?

**15** Deux personnes possèdent actuellement l'une 28 000 f et l'autre 10 000f et décident d'économiser 1600f mensuellement. Au bout de combien de mois, la seconde personne aura-t-elle une économie supérieure à la moitié de la première ?

**16** Dans un supermarché : un lot composé de 3 couteaux et de 5 fourchettes coûte 10 500 F, un lot composé de 7 couteaux et de 3 fourchettes coûte 19 300 F.

Quel est le prix d'un couteau et celui d'une fourchette ?

**17** Dans le sac en plastique d'Antoine se trouve 24 articles composés de savons et de parfums qu'il vient d'acheter à Bonprix.

Ces achats s'élèvent à 40 275 F.

Chaque savon coûte 525 F et chaque parfum 3600 F.

Combien Antoine a-t-il acheté de savons et de parfums ?

**18** 6 kg de confiture sont répartis dans 14 pots. Certains ont une contenance de 500 g, les autres ne contiennent que 375 g.

Quel est le nombre de pots de chaque sorte ?

**19** Un particulier veut carreler son salon. Il choisit deux sortes de carreaux: les carreaux vitrifiés et les carreaux ordinaires. Neuf cartons au total sont nécessaires.

Il peut choisir parmi les 2 solutions suivantes :

**Première solution :**

- 6 cartons de carreaux ordinaires ;
- 3 cartons de carreaux vitrifiés.

La dépense est alors 42 600 F.

**Deuxième solution :**

- 5 cartons de carreaux ordinaires ;
- 4 cartons de carreaux vitrifiés.

La dépense est, dans ce cas, 46 300 F.

Quel est le prix d'un carton de carreaux de chaque sorte ?

**20** Monsieur Badra achète un lot de 16 arbres fruitiers composé d'orangers et d'avocatiers.

Les orangers valent 900 F pièce et les avocatiers 1 100 F pièce.

Le lot d'arbres fruitiers coûte 7 300 F.  
Quel est le nombre d'orangers et d'avocatsiers  
qui constituent ce lot ?

**21** Déterminer deux nombres entiers dont la  
somme est 71 et la différence 15.

**22** Louise achète dans une boutique, un  
carton de 24 bouteilles de sucrerie. Le prix de  
ce carton s'élève à 7200 FCFA . Il se  
compose de bouteilles de coca cola zéro à 400  
FCFA la bouteille et de bouteilles de fanta à  
250 FCFA la bouteille.  
Combien Louise a-t-elle acheté de bouteilles  
de chaque sorte ?

**23** Un rectangle a un périmètre de 60 cm. Si  
l'on augmente sa longueur de 5 cm et que l'on  
diminue sa largeur de 2 cm, son aire reste la  
même.  
Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

**24** Monsieur Bakayoko dit à son fils  
Bakary : J'ai 4 fois ton âge.  
Sa mère ajouta : « Moi, j'ai 3 fois ton âge.  
Ton père et moi ont ensemble 91 ans. Dis-moi  
quel est mon âge et ton cadeau sera une  
tablette. »  
Aidez Bakary.

**25** Un gâteau nécessite les ingrédients  
suivants : 3 fois plus de farine que de sucre,  
trois fois plus de sucre que de beurre, et deux  
fois plus de chocolat que de sucre.  
Calculer le poids de chaque ingrédient pour  
un gâteau de 855 g.

**26** On dispose de 30 billets, les uns de 5 000  
FCFA, les autres de 10 000 FCFA.  
Au total ils représentent une somme de  
180 000 FCFA.  
Combien y a-t-il de billets de chaque sorte ?

**27** Une clinique remplace régulièrement son  
petit matériel.  
Lors d'une première commande, 11  
thermomètres et 8 tensiomètres ont été  
achetés pour 365 000 FCFA.  
Elle fait une deuxième commande de 7  
thermomètres et 12 tensiomètres. Le montant  
de la commande s'élève à 247 300 FCFA.  
Quel est le prix d'un thermomètre et le prix  
d'un tensiomètre ?

**28** Un éditeur vient de publier un nouveau  
roman. Les frais s'élèvent à 2500 FCFA pour  
chacun des 350 premiers exemplaires et 500  
FCFA pour chacun des suivants.  
Le prix de vente du roman est fixé à 1500  
FCFA.

Quel est le nombre minimum d'exemplaires à  
vendre avant de réaliser des bénéfices ?

# 4

## FONCTIONS : GÉNÉRALITÉS, VARIATIONS

### COMMENTAIRES

---

☞ Ce chapitre vise à :

- définir la notion de fonction numérique ;
- résoudre des problèmes de la vie courante à l'aide de fonctions numériques.

☞ La notion de fonction vient compléter et généraliser celle d'application introduite au premier cycle de l'enseignement secondaire.

☞ Les applications linéaires et affines ont été étudiées en 3<sup>e</sup>.

☞ Les fonctions au programme sont les fonctions linéaires, affines, affines par intervalles et les fonctions  $x \mapsto ax^2$  et  $x \mapsto \frac{a}{x}$  avec  $a$  un nombre réel non nul.

☞ Aucune théorie relative à la notion de fonction ne sera développée. Il s'agit de faire travailler simplement les élèves sur les fonctions au programme.

Les exemples introductifs de la notions de fonction ne doivent pas se restreindre à des applications pour faire comprendre la notion d'ensemble de définition.

On s'appuiera sur des exemples tirés de la biologie ou de la physique.

On travaillera sur des graphiques, des tableaux, des formules explicites.

☞ L'étude des fonctions au programme ne se fera que sur des intervalles fermés bornés.

☞ Seules les fonctions au programme sont données sous forme explicite, par contre tout graphique représentant une fonction pourra être exploité.

Sont hors programme :

- l'étude générale fonctions  $x \mapsto ax^2$  et  $x \mapsto \frac{a}{x}$  ;
- les schémas de calculs ;
- la recherche algébrique de l'ensemble de définition ;
- l'étude des fonctions sur un intervalle non borné ;
- la notion de suite numérique ;
- l'égalité de deux fonctions sur un ensemble.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES
<p>1. Définition d'une fonction numérique</p> <p>2. Définition des fonctions linéaires, des fonctions affines et des fonctions affines par intervalles</p> <p>3. Ensemble de définition d'une fonction</p> <p>4. Ensemble de définition des fonctions linéaires, des fonctions affines et des fonctions  <math>x \mapsto x^2, x \mapsto \frac{1}{x}</math></p> <p>5. Définition d'une fonction :  * croissante  * décroissante  * constante</p> <p>6. Sens de variation des fonctions affines et des fonctions  <math>x \mapsto x^2, x \mapsto \frac{1}{x}</math></p> <p>7. Représentation graphique d'une fonction affine et des fonctions  <math>x \mapsto x^2, x \mapsto \frac{1}{x}</math></p> <p>8. Définition de maximum, de minimum et d'extremum d'une fonction sur un intervalle borné</p>	<p>☞ Etant donné une fonction numérique définie par un tableau ,déterminer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'image d'un élément de l'ensemble de définition ;</li> <li>- le(s) antécédents d'un nombre réel .</li> </ul> <p>☞ Etant donné une fonction numérique f au programme définie par une formule explicite ,déterminer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'image d'un élément de l'ensemble de définition ;</li> <li>-le(s) antécédents d'un nombre réel ;</li> <li>- étudier les variations de f ;</li> <li>- dresser le tableau de variations de f ;</li> <li>- démontrer qu'un nombre réel est un maximum ou un minimum de f ;</li> <li>-représenter graphiquement f sur un intervalle ou une réunion d'intervalles fermés bornés .</li> </ul> <p>☞ La représentation graphique de f étant donné sur un intervalle ou une réunion d'intervalles fermés bornés :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- déterminer l'ensemble de définition de f ;</li> <li>--déterminer l'image d'un élément de l'ensemble de définition ;</li> <li>- déterminer le(s) antécédents d'un nombre réel ;</li> <li>- dresser le tableau de variations de f ;</li> <li>- déterminer le maximum ou le minimum de f sur un intervalle ;</li> <li>- déterminer les variations de f ;</li> <li>- dresser le tableau de variations de f ;</li> <li>- résoudre des équations <math>f(x) = ax+b</math> ;</li> <li>-résoudre des inéquations <math>f(x) \leq ax+b</math> ou <math>f(x) \geq ax+b</math> avec a et b deux nombres réels.</li> </ul> <p>☞ Résoudre des problèmes de la vie courante en utilisant la notion de fonction.</p>

# COURS

## I . FONCTION NUMÉRIQUE

### Exemple

Le périmètre d'un carré est proportionnel au côté.

Antécédent	→	Côté du carré (en cm)	6	5	3,5	1	a
Image	→	Périmètre (en cm)	2	20	14	4	4a
		$x$					
		$f(x)$					

La fonction associée au tableau est une fonction linéaire. On a :  $f(x) = 4x$  .

1. Quelle est l'image par  $f$  de chacun des nombres 5 ; 1 ; 7 ; 10 ; 4,8 ?
2. Quel est l'antécédent par  $f$  de chacun des nombres 2 ; 14 ; 8 ; 10 ?

### 1. Définition d'une fonction numérique

#### Définition

Soit E et F deux parties de l'ensemble des réels.

Une **fonction**  $f$  de E vers F est une relation qui, à chaque élément de E associe zéro ou un seul élément de F .

#### Vocabulaire et notation :

- $f : E \rightarrow F$   
 $x \mapsto y$
- $x$  est la variable.
- L'image  $y$  d'un réel  $x$  de E est notée  $f(x)$  (lire «  $f$  de  $x$  »).
- $x$  est un antécédent de  $y$  .
- L'ensemble des réels admettant une image par  $f$  constitue l'ensemble de définition de la fonction  $f$  , noté  $D_f$  .

**Exercice 1**

Soit la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto -5x .$$

1. Quelle est l'ensemble de définition de  $f$ ?
2. Quelle est l'image par  $f$  de chacun des nombres  $-3 ; 0 ; -2 ; 1 ; 1,2$  ?
3. Quel est l'antécédent ou quels sont les antécédents par  $f$  de chacun des nombres  $5 ; 4 ; -1$  ?

**Exercice 2**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4x + 3$  .

1. Calculer l'image par  $f$  de chacun des nombres réels suivants  $-3 ; 0 ; 2$ .
3. Quel est l'antécédent par  $f$  de chacun des nombres  $-3 ; 0$  et  $1$  ?

**Exercice 3**

Soit l'ensemble  $E = \{-5; -3; -0,6; 0; \frac{3}{4}; 1; 6; 17; 59\}$ .

Soit  $f$  la fonction définie sur  $E$  par le tableau ci-dessous :

$x$	-5	-3	-0,6	0	$\frac{3}{4}$	1	6	17	59
$f(x)$	12	0	1	-5	7	- 2,6	0	$\frac{5}{3}$	-5

1. Quelle est l'image par  $f$  de chacun des nombres  $-3 ; 0 ; 6$  ?
2. Quel est l'antécédent ou quels sont les antécédents par  $f$  de chacun des nombres  $1 ; 0 ; -5$  ?
3. Donner l'ensemble des solutions des équations suivantes :
  - a)  $f(x) = 0$  ;
  - a)  $f(x) = 1$  .

## 2 . Définition des fonctions linéaires, des fonctions affines

### Définitions

a et b sont deux nombres réels.

- Une fonction numérique  $f$  est dite **linéaire** si elle est définie pour tout nombre  $x$  de  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = ax$  .
- Une fonction numérique  $f$  est dite **affine** si elle est définie pour tout nombre  $x$  de  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = ax + b$ .

### Exemples

- La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3x$ , est une fonction linéaire.
- La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -4x + 1$ , est une fonction affine.

### Remarque

Les fonctions linéaires et les fonctions affines sont définies sur  $\mathbb{R}$ .

## 3 . Fonctions affines par intervalles

### Exemple

On considère la fonction  $h$  définie sur  $[-5; 3]$  par :

- pour tout  $x$  de  $[-5; 1]$  par :  $h(x) = 10x - 7$

- pour tout  $x$  de  $[1; 3]$  par :  $h(x) = -x + 4$  .

$f$  est une fonction **affine par intervalles**.

Quelle est l'image par  $f$  de chacun des nombres  $-5 ; 2 ; 0 ; 1 ; 1,5 ; -4 ; 3$  ?

## 4 . Fonction $x \mapsto x^2$

### Exercice

On considère la fonction  $h$  définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  et définie par :  $h(x) = x^2$  .

$h$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .

1. Quelle est l'image par  $h$  de chacun des nombres  $-4 ; -1 ; 4 ; 5 ; 0 ; 3,4 ; 6$  ?
2. Quel est l'antécédent ou quels sont les antécédents par  $h$  de chacun des nombres  $25 ; 3 ; 0$  ?

## 5 . Fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$

### Exercice

On considère la fonction  $h$  définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  et définie par :  $f(x) = \frac{1}{x}$  .

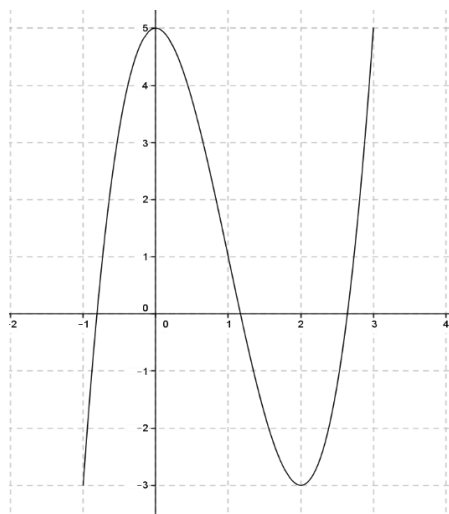
1. Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?
1. Quelle est l'image par  $f$  de chacun des nombres  $-4 ; -1 ; 4 ; 1 ; -\frac{3}{4} ; 0,3$  ?
2. Quel est l'antécédent par  $f$  de chacun des nombres  $-4 ; 1$  ?

## 6. Sens de variation

### Illustration graphique du sens de variation

On considère la fonction  $f$  ci-contre définie sur  $[-1 ; 3]$ .

- Si on parcourt l'axe des abscisses de gauche à droite, on remarque que sur l'intervalle  $[-1 ; 0]$  la courbe monte. On dit alors que  $f$  est croissante sur  $[-1 ; 0]$ .
- Sur  $[-1 ; 2]$  la courbe descend. On dit alors que  $f$  est décroissante sur  $[-2 ; 1]$ .
- $f$  est croissante sur  $[2 ; 3]$ .



On peut résumer ces variations par un tableau de variation :

$x$	-1	0	2	3
$f(x)$	-3	5	-3	5

Blue arrows indicate the direction of the function: an upward arrow from (-1, -3) to (0, 5), a downward arrow from (0, 5) to (2, -3), and an upward arrow from (2, -3) to (3, 5).

### Définition du sens de variation

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $K$ .

- On dit que  $f$  est croissante sur  $K$  si pour tous  $a < b$  de  $K$ ,  $f(a) \leq f(b)$ .
- On dit que  $f$  est décroissante sur  $K$  si pour tous  $a < b$  de  $K$ ,  $f(a) \geq f(b)$ .
- On dit que  $f$  est constante sur  $K$  si pour tous  $a < b$  de  $K$ ,  $f(a) = f(b)$ .

## 7. Sens de variation et représentation graphique d'une fonction affine

**Exemple**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-2; 3]$  par  $f(x) = -\frac{3}{2}x + 1$ .

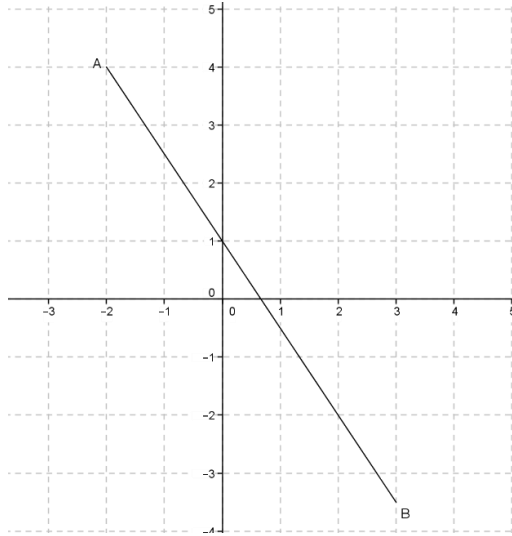
- a) Tracer la représentation graphique de  $f$ .
- b) Donner les variations de  $f$  et dresser le tableau de variations.

**Solution**

a) Représentation graphique

Soit les points  $A(-2 ; 4)$  et  $B(3 ; -\frac{7}{2})$ .

La représentation graphique de  $f$  est le segment  $[AB]$ .



b)  $f$  est strictement décroissante sur  $[-2; 3]$ .

Tableau de variation de  $f$ .

$x$	$-2$	$3$
$f(x)$	$4$	$-\frac{7}{2}$

↘

**Propriété**

Soit la fonction affine  $f: x \mapsto ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont des réels.

$f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  si  $a \geq 0$ .

$f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$  si  $a \leq 0$ .

**Exercice 1**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-3; 4]$  par  $f(x) = 2x - 3$ .

- Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation .
- Tracer la représentation graphique de .

**Exercice 2**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-2; 6]$  par  $f(x) = 4 - x$ .

- Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation .
- Tracer la représentation graphique de .

**8. Sens de variation et représentation graphique de la fonction  $x \mapsto x^2$** **Exemple**

Soit  $f$  la fonction de  $[-3; 3]$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = x^2$ .

- Compléter le tableau des valeurs suivant :

$x$	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$													

- Tracer la représentation graphique de .
- Donner les variations de  $f$  et dresser le tableau de variations.

**Solution**

- L'ensemble de définition de  $f$  est  $[-3; 3]$ .

$x$	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9

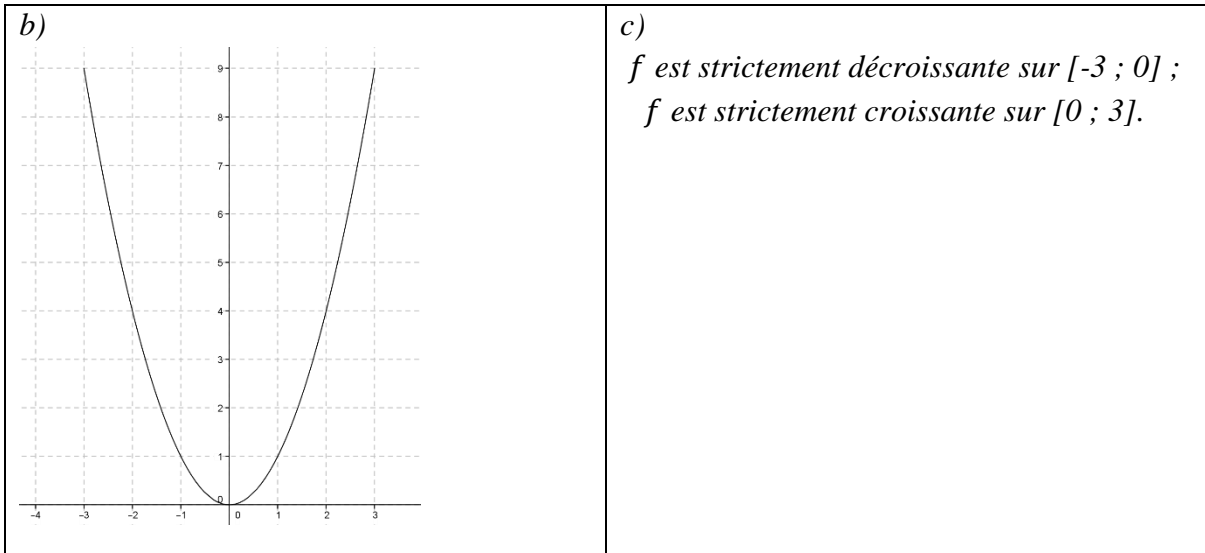



Tableau de variation de  $f$ .

$x$	-3	0	3
$f(x)$	9	0	9



### Propriété

Soit la fonction affine  $f: x \mapsto x^2$  .  
 $f$  est croissante sur  $[0; +\infty[$ .  
 $f$  est décroissante sur  $] -\infty; 0]$ .

## 9. Sens de variation et représentation graphique de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$

### Exercice

Soit  $f$  la fonction de  $[-5; 5]$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

a) Compléter le tableau des valeurs suivant :

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	-0,5	-0,2	0	0,2	0,5	1	2	3	4	5
$f(x)$															

b) Tracer la représentation graphique de .

c) Donner les variations de  $f$  et dresser le tableau de variations.

## Propriété

Soit la fonction affine  $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ .

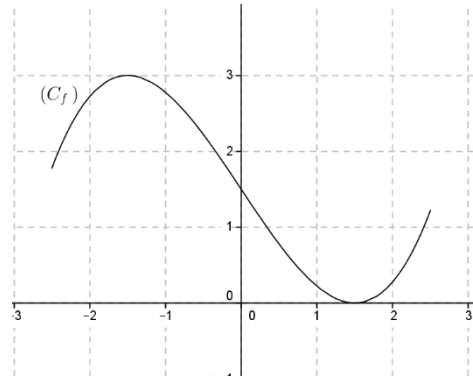
$f$  est décroissante sur  $]0; +\infty[$  et sur  $] -\infty; 0[$ .

## 10. Définition du maximum, du minimum et d'extremum d'une fonction

### Exercice

La représentation graphique ci-contre est celle d'une fonction numérique  $f$ .

1. Quelle est l'ordonnée du point le plus haut de la courbe  $(C_f)$  ?
2. Quelle est l'ordonnée du point le plus bas de la courbe  $(C_f)$  ?



### Définition

Soient  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $K$  et  $a$  un réel de  $K$ .

- $f(a)$  est le maximum de  $f$  sur  $K$  si pour tout  $x \in K$ ,  $f(x) \leq f(a)$ .
- $f(a)$  est le minimum de  $f$  sur  $K$  si et seulement si pour tout  $x \in K$ ,  $f(x) \geq f(a)$ .
- Un extremum désigne un maximum ou un minimum.

### Exemple

Soit  $h$  la fonction définie sur  $[-3; 2]$  par :  $h(x) = -\frac{2}{3}x^2$ .

1. Justifier que 0 est le maximum de  $h$  sur  $[-3; 2]$ .
2. Justifier que  $-6$  est le minimum de  $h$  sur  $[-3; 2]$ .

*Solution*

1. On a :  $h(0) = 0$ .

Pour tout  $x$  de  $[-3; 0]$ , on a :  $h(x) \leq 0$ . Donc 0 est le maximum de  $h$  sur  $[-3; 2]$ .

2. On a :  $h(-3) = -\frac{2}{3} \times 9 = -6$ .

Démontrons que, pour tout  $x$  de  $[-3; 2]$ , on a :  $h(x) \geq -6$ .

On a :  $h(x) - (-6) = -\frac{2}{3}x^2 + 6 = \left(-\frac{2}{3}x + 2\right)(x + 3)$ . Justifions que  $h(x) - (-6) \geq 0$ .

- $-\frac{2}{3}x + 2 = 0$  équivaut à  $-\frac{2}{3}x = -2$ , soit  $x = 3$
- $x + 3 = 0$  équivaut à  $x = -3$

$x$	$-\infty$	$-3$		$3$	$+\infty$
$-\frac{2}{3}x + 2$	+		+	$0$	-
$x + 3$	-	$0$	+		+
$\left(-\frac{2}{3}x + 2\right)(x + 3)$	-	$0$	+	$0$	-

Donc pour tout  $x$  de  $[-3; 2]$ , on a :  $h(x) - (-6) \geq 0$ .

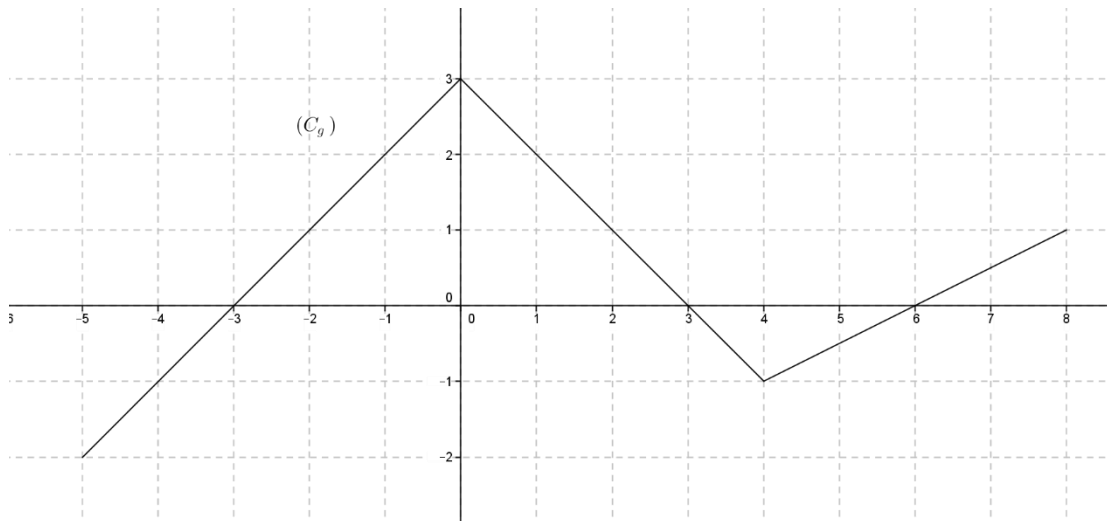
$-6$  est donc le minimum de  $h$  sur  $[-3; 2]$ .

# TRAVAUX PRATIQUES

## Exercice résolu 1

La représentation graphique (C) ci-dessous est celle d'une fonction numérique  $g$ .

1. Quel est l'ensemble de définition de  $g$  ?
2. Donner les variations de  $g$  sur son ensemble de définition et dresser le tableau de variations.
3. Déterminer le maximum et le minimum de  $g$ .
4. Déterminer graphiquement l'image par  $g$  de chacun des nombres réels suivants :  
 $-5 ; -3 ; 0 ; 1$ .
5. Déterminer graphiquement l'antécédent ou les antécédents par  $g$  de chacun des nombres réels suivants :  $-2 ; -1 ; 3$ .
6. Résoudre graphiquement l'équation
  - a)  $g(x) = 0$ ;
  - b)  $g(x) = 1$  ;
  - c)  $g(x) = 4$  ;
  - d)  $g(x) = 3$ .
7. Résoudre graphiquement l'inéquation
  - a)  $g(x) \geq 0$  ;
  - b)  $g(x) \leq 2$ .



## Solution

1. L'ensemble de définition de  $g$   $[-5 ; 8]$ .
2.  $g$  est croissante sur  $[-5 ; 0]$  et sur  $[4 ; 8]$ .  
 $g$  est décroissante sur  $[0 ; 4]$ .

Tableau de variation de  $g$ .

$x$	-5	0	4	8
$g(x)$		3	-2	1

3. Le maximum de  $g$  est 3 atteint en 0.

Le minimum de  $g$  est -2 atteint en -5.

4. Pour trouver graphiquement l'image de -5 par  $g$  :

On trace la droite d'équation  $x = -5$

Cette droite coupe la courbe (C) en un point A d'ordonnée -2 donc  $g(-5) = -2$ .

En procédant de la même manière pour les autres nombres réels donnés, on obtient les résultats suivants :  $g(-3) = 0$  ;  $g(-3) = 0$  ;  $g(0) = 3$  ;  $g(1) = 2$ .

5. Pour trouver l'antécédents de -2, on trace la droite d'équation  $y = -2$ . Cette droite coupe la courbe (C) en un seul point d'abscisse -5. Donc -5 est l'antécédent de -2 par  $g$ .

En procédant comme précédemment, on trouve que

- les antécédents de -1 par  $g$  sont : -4 ; 4.
- l'antécédent de 3 par  $g$  est : 0.

6.a) Pour résoudre l'équations  $g(x) = 0$ , on trace la droite d'équation  $y = 0$  et on place les points d'intersection de cette droite avec  $(C_g)$ . Les abscisses de ces points d'intersection sont les solutions de l'équation  $g(x) = 0$ .

Cette résolution revient à trouver les antécédents de 0 par la fonction  $g$ .

Donc l'ensemble des solutions est :  $S = \{-3; 3; 6\}$ .

b) En procédant comme précédemment, on trouve que :  $S = \{-2; 2; 8\}$ .

c) En procédant comme précédemment, on trouve que :  $S = \emptyset$  (ensemble vide).

d) En procédant comme précédemment, on trouve que :  $S = \{0\}$ .

7.a)  $S = [-3; 3] \cup [6; 8]$ .

b)  $S = [-5; -1] \cup [1; 8]$ .

### Exercice résolu 2

Le plan est muni du repère (O ; I ; J). On considère la fonction  $f$  définie par

$$\begin{cases} \text{pour tout } x \in [-3; -1], f(x) = -x - 3 \\ \text{pour tout } x \in [-1; 2], f(x) = 2x \\ \text{pour tout } x \in [2; 5], f(x) = 4. \end{cases}$$

1. Préciser l'ensemble de définition de  $f$ .

2. Calculer l'image par  $f$  de chacun des nombres réels suivants :  $-3$  ;  $-1$  ;  $0$  ;  $2$  et  $5$ .
3. Construire la représentation graphique ( $C_f$ ) de la fonction  $f$ .

**Solution**

1. L'ensemble de définition de  $f$  est :  $D_f = [-3; 5]$ .

2. On a  $-3 \in [-3; -1]$  donc  $f(-3) = -(-3) - 3 = 0$ .

On a  $-1 \in [-1; 2]$  donc  $f(-1) = 2(-1) = -2$ .

On a  $0 \in [-1; 2[$  donc  $f(0) = 2 \times 0 = 0$ .

On a  $2 \in [2; 5]$ , donc  $f(2) = 4$ .

On a  $5 \in [2; 5]$ , donc  $f(5) = 4$ .

2. La représentation graphique ( $C_f$ ).

- Représentation graphique de  $f$  sur  $[-3 ; -1]$ .

	Abscisse	ordonnée
A	-3	0
B	-1	-2

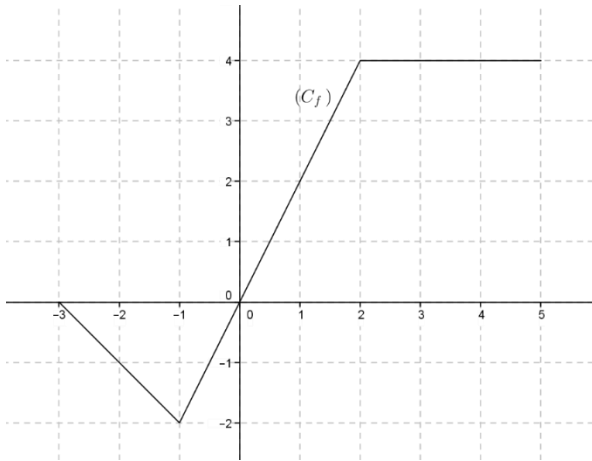
- Représentation graphique de  $f$  sur  $[-1 ; 2]$ .

	abscisse	ordonnée
B	-1	-2
C	2	4

- Représentation graphique de  $f$  sur  $[2 ; 5]$ .

	abscisse	ordonnée
C	2	4
D	5	4

On a  $C = [AB] \cup [BC] \cup [CD]$



### Exercice résolu 3

Le plan est muni du repère  $(O ; I ; J)$ . On considère la fonction  $g$  de  $[-2; 4]$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$ .

1. Etudier les variations de  $g$  sur chacun des intervalles  $[-2; 0]$  et  $[0; 4]$ .
2. Dresser le tableau de variation de  $g$ .
3. Justifier que 0 est le maximum de  $g$  sur  $[-2; 4]$ .
4. Justifier que -8 est le minimum de  $g$  sur  $[-2; 4]$ .
5. Construire la représentation graphique  $(C_g)$  de la fonction  $g$ .

*Solution*

1. • Soit  $a$  et  $b$  deux réels de  $[-2; 0]$  tels que  $a < b$ .

$$\text{On a : } g(a) - g(b) = -\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}(b^2 - a^2) = \frac{1}{2}(b - a)(b + a).$$

Comme  $a$  et  $b$  sont négatifs,  $b + a \leq 0$ .

Comme  $a < b$  alors  $b - a > 0$ .

$$\text{On a } \frac{1}{2} > 0, \quad b + a \leq 0 \text{ et } b - a > 0 \text{ donc : } g(a) - g(b) \leq 0.$$

$$a < b \Rightarrow g(a) - g(b) \leq 0. \text{ Donc } g \text{ est croissante sur } [-2; 0].$$

• Soit  $a$  et  $b$  deux réels de  $[0; 4]$  tels que  $a < b$ .

$$\text{On a : } g(a) - g(b) = \frac{1}{2}(b - a)(b + a).$$

Comme  $a$  et  $b$  sont positifs alors  $b + a \geq 0$ .

Comme  $a < b$  alors  $b - a > 0$ .

$$\text{On a } \frac{1}{2} > 0, \quad b + a \geq 0 \text{ et } b - a > 0 \text{ donc : } g(a) - g(b) \geq 0.$$

$$a < b \Rightarrow g(a) - g(b) \geq 0. \text{ Donc } g \text{ est décroissante sur } [0; 4].$$

2. Le tableau de variation de  $g$

$x$	-2	0	4
$g(x)$			

3. On a  $g(0) = 0$ .

Pour tout  $x$  de  $[-2;4]$ ,  $g(x) \leq 0$ . Donc 0 est le maximum de  $g$  sur  $[-2;4]$ .

4. On a  $g(4) = -8$ .

Justifions que pour tout  $x$  de  $[-2;4]$ ,  $g(x) + 8 \geq 0$ .

On a :  $g(x) + 8 = -\frac{1}{2}x^2 + 8 = -\frac{1}{2}(x - 4)(x + 4)$ .

$-2 \leq x \leq 4 \Rightarrow -6 \leq x - 4 \leq 0$  et  $2 \leq x + 4 \leq 8$ .

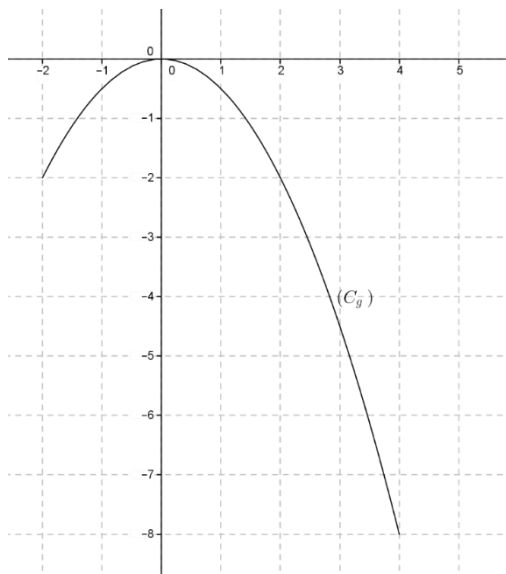
On a donc :  $x - 4 \leq 0$  et  $x + 4 \geq 0$  et  $-\frac{1}{2} < 0$ .

Donc  $g(x) + 8 \geq 0$ .

Donc -8 est le minimum de  $g$  sur  $[-2;4]$ .

5 Dressons le tableau de valeurs.

$x$	-2	-1,5	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	-2	-1,2	-0,5	0	-0,5	-2	-4,5	-8



# EXERCICES

Le plan est muni d'un repère (O, I, J).

**1** On considère la fonction  $f$  de  $[-4 ; 2]$  vers  $\mathbb{R}$ , définie par :  $f(x) = 3x + 5$ .

1. Construire la représentation graphique de  $f$ .
2. Déterminer les extremums de  $f$ .

**2** On considère la fonction  $g$  de  $[-4 ; 6]$  vers  $\mathbb{R}$ , définie par :  $g(x) = -\frac{2}{x}$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $g$ .
2. Etudier les variations de  $g$  sur chacun des intervalles  $[-4; 0[$  et  $]0; 6]$ .
3. Dresser le tableau de variation de  $g$ .
4. Construire la représentation graphique de  $g$ .

**3** On considère la fonction  $h$  de  $[-4 ; 3]$  vers  $\mathbb{R}$ , définie par :  $h(x) = \frac{x^2}{2}$ .

1. Déterminer l'antécédent de 8 par  $h$ .
2. Etudier les variations de  $h$  sur chacun des intervalles  $[-4; 0]$  et  $[0; 3]$ .
3. Dresser le tableau de variation de  $h$ .
4. Justifier que 0 est le minimum de  $h$  sur  $[-4 ; 3]$ .
5. Justifier que 8 est le maximum de  $h$  sur  $[-4 ; 3]$ .
6. Construire la représentation graphique de  $h$ .

**4** On donne ci-dessous, la représentation graphique (C) d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-1 ; 5,5]$ .

1. Déterminer graphiquement l'antécédent ou les antécédents par  $f$  de chacun des

nombre réels :  $-4,5 ; -3 ; 0 ; 1 ; 1,5$ .

2. Déterminer l'image de chacun des nombres suivants par  $f$  :  $-0,5 ; 0 ; 3 ; 4,5$ .

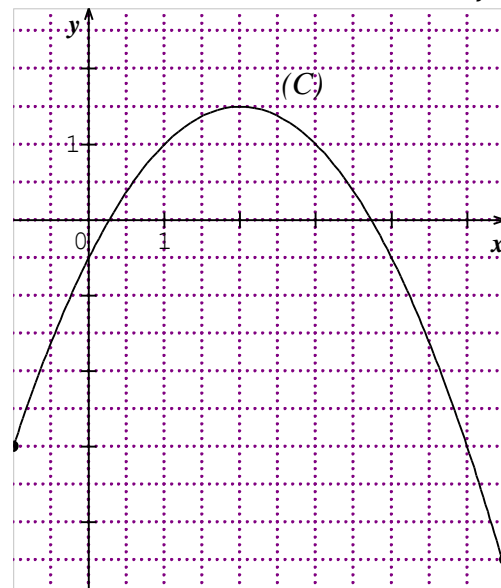
3. Résoudre graphiquement chacune des équations :

(1) :  $x \in [-1 ; 5,5], f(x) = 1$  ;

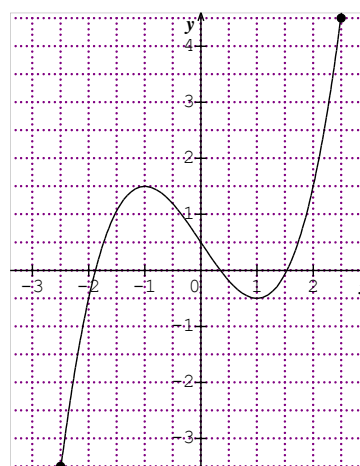
(2) :  $x \in [-1 ; 5,5], f(x) = -2$ .

4. Quel est le maximum de  $f$  ?

5. Dresser le tableau de variation de  $f$ .

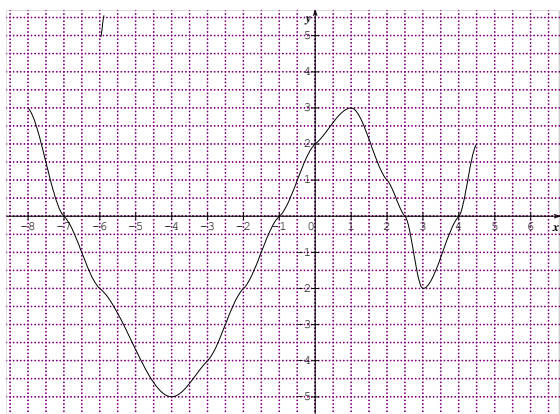


**5**  $f$  est une fonction numérique dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



- Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- Donner les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation.
- Déterminer  $f(-1)$  ;  $f(0)$  ;  $f\left(\frac{5}{2}\right)$ .
- Déterminer les extremums de  $f$ .

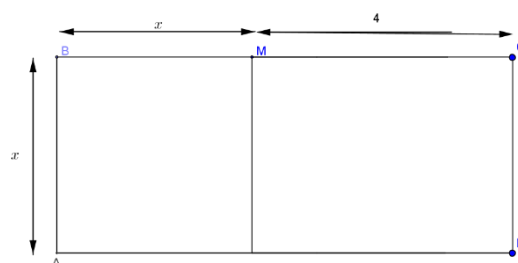
**6** La courbe suivante est celle de la fonction  $h$ .



- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $h$ .
- Compléter les égalités suivantes :  
 $h(-8) = \dots$  ;  $h(-7) = \dots$  ;  $h(3) = \dots$  ;  
 $h(0) = \dots$  .
- Déterminer les antécédents par la fonction  $h$  de  $-2$ , puis de  $4$ .
- Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
  - $h(x) \geq 0$  ;
  - $h(x) < 2$  ;
  - $h(x) \geq 3$ .
- Dresser le tableau de variations de la fonction  $h$ .
- Déterminer les extremums de la fonction  $h$ . On précisera les valeurs de  $x$  où ils sont atteints.

**7** Déterminer la fonction affine  $f$  telle que  $f(2) = 10$  et  $f(0) = -4$ .

**8** On considère le rectangle suivant.

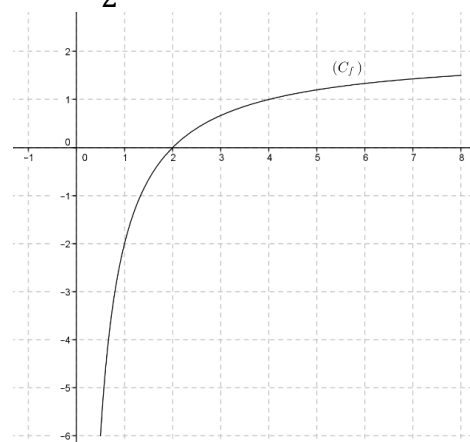


On donne :  $MC = 4$  cm ;  $AB = x$  cm.

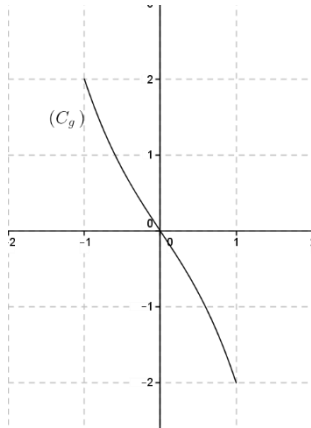
- Écrire, à l'aide de  $x$ , le périmètre de ABCD que l'on notera  $P(x)$ .
- Déterminer le périmètre du rectangle ABCD lorsque  $x = 3,2$ .
- Quelle doit être la valeur de  $x$  afin que le périmètre de ce rectangle soit de  $26$  cm ?
- a) Exprimer, en fonction de  $x$ , l'aire de ce rectangle qu'on notera  $A(x)$ .

**9** Dresser le tableau de variation des fonctions représentées sur les graphiques ci-dessous sur leur ensemble de définition :

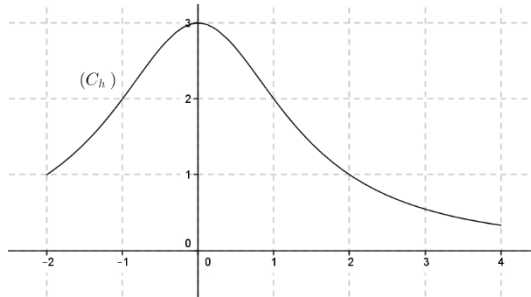
$$D_f = \left[\frac{1}{2}; 8\right]$$



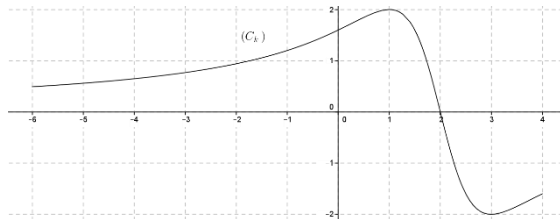
b)  $D_g = [-1; 1]$



c)  $D_h = [-2; 4]$



d)  $D_k = [-6; 4]$



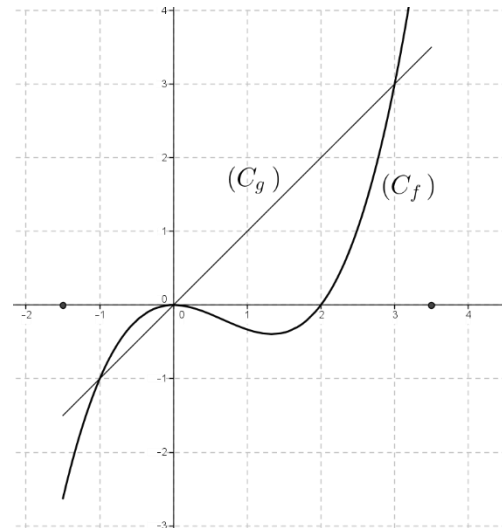
**10** On définit une fonction  $f$  par son tableau des variations :

$x$	-5	-2	3	6
$f(x)$	4	-1	0	-7

1. Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?
2. Quelles sont les images de  $-2$  ; de  $6$  par  $f$  ?
3. Donner un antécédent de  $-1$  par  $f$ .
4. Déterminer les extremums de  $f$ , ainsi que les valeurs où ils sont atteints.
5. A l'aide du tableau des variations, indiquer si les inégalités proposées sont vraies ou fausses, en justifiant :
  - a)  $f(-4) < f(-2)$  ;
  - b)  $f(-1) > f(0)$  ;
  - c)  $f(3) > f(5)$  ;
  - d)  $f(-1) < f(0)$ .

**11** La figure ci-dessous donne les représentations graphiques des fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}]$ .

1. Résoudre graphiquement, l'équation :  $f(x) = g(x)$ .
2. Résoudre graphiquement, l'inéquation :  $f(x) \geq g(x)$ .



# DÉNOMBREMENT

## COMMENTAIRES

☞ Ce chapitre vise à mettre en place des outils pour dénombrer.

☞ Toutes les notions abordées dans ce chapitre sont nouvelles. Il s'agit d'initier les élèves à la mise en place de stratégie pour dénombrer.

Cette étape précède celle de l'utilisation de formules toutes faites qui seront utilisées en Première.

☞ Sont hors programme :

- les formules sur les p-listes ;
- les formules sur les arrangements ;
- les formules sur les permutations ;
- les formules sur les combinaisons .

☞ Toutes les notions seront introduites à partir d'exemples tirés de la vie courante.

Le professeur habituera les élèves à traduire des situations diverses et variées de la vie courante en un arbre de choix, un tableau, un diagramme.

Aucune allusion aux formules  $n^p$ ,  $A_n^p$  ;  $C_n^p$  ;  $n!$  ne sera faite.

Le professeur proposera des exercices où l'élève aura l'initiative du choix de l'outil approprié pour dénombrer.

☞ Dans les évaluations, l'outil à utiliser (arbre de choix, tableau, diagramme) doit être suggéré.

Les exercices proposés en devoirs surveillés doivent être tirés de l'environnement socioculturel et économique de l'élève.

Lors des devoirs surveillés, seules les situations utilisant les diagrammes doivent être accompagnées de justification en utilisant le cardinal de la réunion.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES
1. Définition de la réunion et de l'intersection de deux ensembles finis 2. Définition du cardinal d'un ensemble fini 3. Cardinal de la réunion de deux ensembles finis : $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$	☞ Etant donné deux ensembles finis lister les éléments de $A \cup B$ ou de $A \cap B$ . ☞ Dénombrer en utilisant : <ul style="list-style-type: none"> <li>- un arbre de choix ;</li> <li>- un tableau ;</li> <li>- un diagramme ;</li> <li>- le cardinal de la réunion.</li> </ul> ☞ Traduire en langage mathématique des expressions du langage courant utilisant "et", "ou", "au moins" et "au plus".

# COURS

## I. REUNION ET INTERSECTION DE DEUX ENSEMBLES FINIS

### Définitions et notations

Soit A et B deux ensembles finis.

- On appelle réunion de A et B et on note  $A \cup B$ , l'ensemble formé des éléments appartenant à A ou à B.
- On appelle intersection de A et B et on note  $A \cap B$ , l'ensemble formé des éléments appartenant à A et à B.

### Exemple

On donne les ensembles  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$  et  $B = \{0; 3; 6; 9; 12; 15\}$ .  
Déterminer  $A \cup B$  et  $A \cap B$ .

## II. CARDINAL D'UN ENSEMBLE FINI

### 1. Définition et notation

Le cardinal d'un ensemble fini E est le nombre d'éléments de E.  
On le note :  $\text{Card}(E)$ .

### Exemple

Soit  $E = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ .  $\text{Card}(E) = 5$ .

### Exercice

A désigne l'ensemble des entiers naturels multiples de 2 inférieurs ou égal à 20.  
B désigne l'ensemble des entiers naturels multiples de 3 inférieurs ou égal à 20.  
Déterminer  $A \cup B$  et  $A \cap B$ .

## III. CARDINAL DE LA REUNION DE DEUX ENSEMBLES FINIS

### Activité

Une classe de 2<sup>nde</sup> A compte 60 élèves. On a relevé que 40 élèves étudient l'Allemand, 25 étudient l'Espagnol et 15 étudient à la fois l'Allemand et l'espagnol.

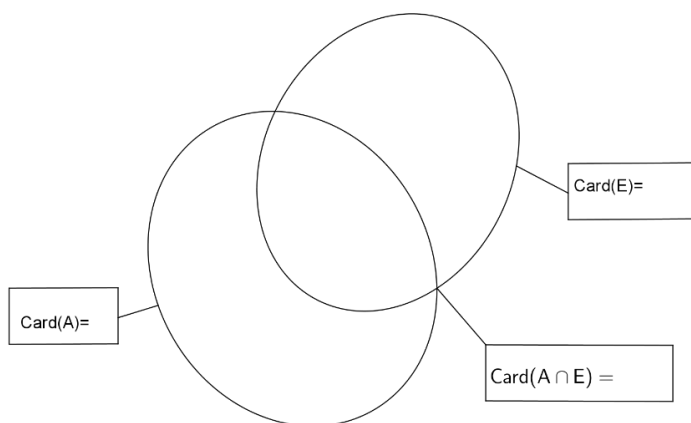
Représentons cette situation par un **diagramme de Venn** :

Désignons par :

A : l'ensemble des élèves qui étudient l'Allemand.

E : l'ensemble des élèves qui étudient l'Espagnol.

1. Remplissez les cases ci-dessous :



2. Combien d'élèves étudient les deux langues ?
3. Combien d'élèves étudient uniquement l'Allemand ? uniquement l'Espagnol ?
4. Combien d'élèves étudient au moins une deux langues ?
5. Vérifier l'égalité :  $\text{Card}(A \cup E) = \text{Card}(A) + \text{Card}(E) - \text{Card}(A \cap E)$ .

### Propriété

Soit A et B deux ensembles finis.

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B).$$

### Exercice

Le responsable de la cantine du lycée interroge les 35 élèves de sa classe de seconde sur les préférences en attiéké ou en riz .

5 élèves affirment n'aimer aucun de ces deux aliments.

Parmi ceux qui aiment au moins un de ces deux aliments, 20 déclarent aimer l'attiéké et 17 le riz .

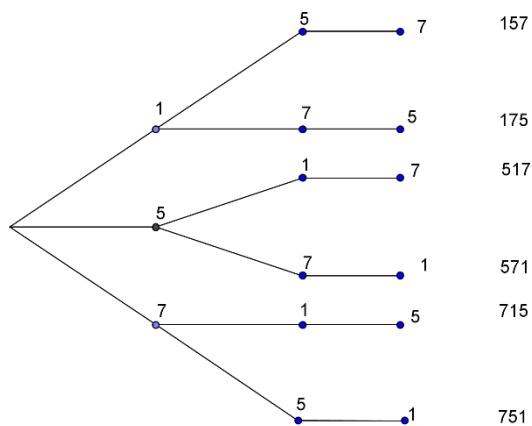
1. Combien d'élèves aiment au moins un de ces deux aliments ?
2. Combien d'élèves aiment ces deux aliments ?
3. Combien d'élèves aiment un seul de ces deux aliments ?

# TRAVAUX PRATIQUES

## TP1 Utilisation d'un arbre de choix

On dispose des chiffres 1 ; 5 ; 7. On veut former des nombres de trois chiffres en utilisant chacun de ces chiffres une fois et une seule. On se demande combien on peut en obtenir.

Pour dénombrer tous les choix, dessinons un arbre de choix.



Combien y en a-t-il ?

Combien y en a-t-il commençant par 7 ?

## TP2 Technique des cases

Combien de mots de 4 lettres peut-on former avec les lettres de l'alphabet français ?

Dessinons 4 cases :

1 <sup>er</sup> élément de la liste	2 <sup>e</sup> élément de la liste	3 <sup>e</sup> élément de la liste	4 <sup>e</sup> élément de la liste
--	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

- Il y a 27 choix possibles pour le premier élément.
  - Puis le choix du premier élément étant fait, il y a 27 choix possibles pour le deuxième.
  - Il y a 27 choix possibles pour le troisième.
  - Et enfin, il y a 27 choix possibles pour le quatrième.
- Il y a  $27 \times 27 \times 27 \times 27 = 531441$  mots possibles.

### **TP3** Utilisation d'un tableau à double entrée

Une boîte contient trois enveloppes : une bleue, une jaune et une rouge.

1. Un joueur tire une première enveloppe, il note sa couleur, la remet dans la boîte, puis il tire une seconde enveloppe.

Chaque enveloppe bleue rapporte 1000 F, chaque enveloppe jaune rapporte 500 F et chaque rouge ne rapporte rien.

a) Compléter le tableau à double entrée suivant :

<i>1<sup>er</sup> tirage</i> \ <i>2<sup>e</sup> tirage</i>	B	J	R
B	2000		
J			500
R			

b) Quels sont les résultats possibles à l'issue d'une partie ?

2. On tire une première enveloppe, on note sa couleur, puis on tire une seconde enveloppe sans remettre la première dans le sac.

Quels sont les résultats possibles dans ce cas ?

# EXERCICES

1 On donne les ensembles

$$E = \{a; b; c; d; e; f; g; g; i; j; k; l; r\},$$

$$F = \{e; a; c; d; e; f; x; z\},$$

$$G = \{t; r\}.$$

Ecrire en extension les éléments de  $E \cap G$ ,  
 $E \cup F$ ,  $F \cap G$ ,  $G \cap E$ .

2 On jette un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on s'intéresse au numéro apparaissant sur la face supérieure.

1. Ecrire en extension l'ensemble  $\Omega$  l'ensemble de tous les résultats possibles.

2. On considère les ensembles ci-dessous dont les éléments sont définis par des phrases:

A : «obtenir un numéro inférieur ou égal à 2»,

B : «obtenir un numéro impair»,

C : «obtenir un numéro strictement supérieur à 4».

Ecrire en extension les éléments des ensembles suivants :  $A \cup B$  ;  $A \cap B$  ;  $A \cup C$  ;  $A \cap C$  ;  $B \cup C$  ;  $B \cap C$ .

3 On lance trois fois de suite une pièce de monnaie et on note son résultat dans l'ordre.

1. A l'aide d'un arbre de choix, citer tous les résultats possibles.

2. On gagne 200 F pour chaque pile et on perd 100 F pour chaque face.

Déterminer tous les gains possibles.

4 Dans une classe de 30 élèves sont formés un club de théâtre et un club d'informatique. Le club théâtre est composé de 15 membres, le club informatique de 20 membres. Il y a 7 élèves qui sont membres des deux clubs à la fois. On désigne par T l'ensemble des élèves qui appartiennent au club de théâtre et par I l'ensemble des élèves qui appartiennent au club informatique.

1. Représenter la situation par le diagramme .

2. A l'aide d'un diagramme , déterminer combien d'élèves :

a) appartiennent au club théâtre et n'appartiennent pas au club informatique.

c) n'appartiennent ni au club théâtre, ni au club informatique.

5 Le professeur de Mathématiques a dans sa poche 1 pièce 200f , 1pièce de100f , 1pièce de 50 et 2 pièces de 25 .

Sans regarder, il sort de sa poche 3 pièces pour payer le taxi qui coute 250 f.

Dénombrer les possibilités pour que les 3 pièces remises au taximètre puissent couvrir le prix de la course .

6 Une classe de 32 élèves (20 filles et 12 garçons) décide d'élire une délégation formée d'un Président et d'un secrétaire. Elle doit être composée d'une fille et d'un garçon pour la représenter à l'Assemblée du lycée.

Combien y-a-t-il de délégations distinctes possibles ?

71. Combien de numéros de téléphone de 6 chiffres peut-on former avec les éléments de l'ensemble  $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ?

2. Combien de ces numéros commencent par 07 ?

3. Combien de ces numéros commencent par 08 et terminés par 0 ?

8 Une urne contient 5 boules rouges ( numérotées de 1 à 5), 2 boules jaunes (numérotées de 1 à 2) et 3 boules vertes ( numérotées de 1 à 3).

On tire successivement avec remise 3 boules de l'urne.

1. Combien y-a-t-il de résultats possibles ?

2. Combien y-a-t-il de tirages comprenant une rouge, une jaune et une verte dans cet ordre ?

3. Combien y-a-t-il de tirages comprenant une rouge, une jaune et une verte ?

4. Combien y-a-t-il de tirages comprenant au

moins une rouge ?

5. Combien y-a-t-il de tirages comprenant au plus une rouge ?

**9** Une urne contient 5 boules numérotées 1, 2, 3, 4 et 5 .

On tire successivement avec remise 2 boules de l'urne.

1. Dénombrer tous les cas possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages dont la somme est un multiple de 3.

**10** Une urne contient 7 boules noires numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6,7 et 5 boules numérotées 1, 2, 3, 4 et 5.

On tire successivement sans remise 4 boules de l'urne.

1. Combien y-a-t-il de possibilités ?
2. Déterminer le nombre de tirages comprenant 4 boules de même couleur.

**11** Dans une classe de 20 élèves (12 garçons et 8 filles), on décide de former un comité composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.

1. Combien y-a-t-il de comités possibles ?
2. Combien de comités comprenant une seule fille ?
3. Combien de comités comprenant au moins une fille ?
4. Mr X et Melle Y ne veulent pas siéger ensemble. Combien de comités peut-on former ?

**12** Un électricien est chargé de distribuer 5 factures dans 5 appartements d'un immeuble, une facture nominative par appartement.

Comme il fait très sombre, il décide de déposer au hasard une facture devant chaque appartement.

1. Déterminer le nombre de distributions possibles.
2. On suppose qu'il est sûr de bien déposer la facture du 1<sup>er</sup> appartement.

Combien y-a-t-il de distributions possibles ?  
3. On suppose qu'il est sûr de bien distribuer 2 des 5 factures.

Combien y-a-t-il de distributions possibles ?

**13** Dans une maison comprenant 2 garçons et 3 filles , on choisit chaque semaine 3 personnes pour l'entretien de la cour.

1. Dénombrer tous les cas possibles.
2. Déterminer le nombre de groupes comprenant au plus 2 filles.
3. Déterminer le nombre de groupes comprenant 2 garçons et 1 fille.
4. Déterminer le nombre de groupes comprenant l'ainée des filles.

**14** Le professeur de musique a fait une enquête auprès de 150 élèves d'un collège : 116 élèves déclarent aimer les variétés, 52 la musique traditionnelle et 40 aiment à la fois les variétés et la musique traditionnelle.

1. Combien d'élèves n'aiment que la musique traditionnelle ?
2. Combien d'élèves n'ont pas donné leur avis ?

**15** Combien de mots différents de 4 lettres distinctes alternant consonne et voyelle peut-on former si la première lettre est une consonne ?

**16** De combien de façons pouvez-vous ranger 5 livres sur une étagère comprenant 5 tiroirs si chaque ne peut contenir qu'un seul livre ?

**17** Combien de numéros de téléphone composés de 8 chiffres existe-t-il ?

**18** Les livres de Mathématiques, d'Anglais, de Français et d'Histoire sont rangés au hasard.

1. Combien y a-t-il de manières de les classer ?
2. Parmi ces classements, combien y en a-t-il où les livres de Mathématiques et d'Histoire se trouvent côte à côte (dans cet ordre) ?

**19** Dans un lycée, chaque classe devait avoir une délégation de trois élèves : un délégué, un

suppléant du délégué et un laveur de tableau. Une classe est composée de 11 filles et 3 garçons.

1. Combien y a-t-il de délégations possibles ?
2. Combien y a-t-il de délégations possibles
  - a) si le délégué et le suppléant doivent être de sexe différent ?
  - b) si le laveur de tableau doit être un garçon ?
  - c) si les deux sexes doivent être présents dans la délégation ?

**20** L'immatriculation des voitures dans un pays se base sur le modèle LT-45A8-A (deux lettres, quatre chiffres, une lettre). Combien y a-t-il de plaques d'immatriculation différentes ?

**21** Quels sont les nombres de deux chiffres que l'on peut former sachant que ces deux chiffres sont inférieurs ou égaux à 4 ?

**22** Combien de nombres de 5 chiffres distincts peut-on former ?

**23** Un élève possède 4 cartons portant respectivement les lettres P, A, I, X.

1. Utiliser un arbre de choix pour citer tous les mots commençant par A qu'il peut former.
2. Déduire le nombre de mots qu'il peut former à l'aide de ces 4 cartons.

**24** Un restaurant propose chaque midi 2 plats : Riz ou Foutou et 4 sauces : graine, aubergine, arachide et pili-pili. De combien de façons un client peut-il passer une commande d'un repas ?

**25** Moussa désire composer un code PIN de 4 chiffres distincts pour sécuriser son téléphone cellulaire. Combien peut-il former de codes PIN distincts ?

**26** Combien existe-t-il de numéros de téléphone composés de 8 chiffres commençant par 05 ?

**27** Un modèle de voiture est décliné en différentes versions.

Sur le site du constructeur un client, pour

avoir des informations, clique sur des cases à cocher. Il a :

- deux choix de moteur : Essence, Diesel ;
- deux choix de carrosserie : 3 portes ou 5 portes ;
- quatre choix de finition : Active ; Allure et Féline.

1. A l'aide d'un arbre, déterminer toutes les versions possibles pour ce modèle.
2. Combien y a-t-il de modèles 5 portes Essence en finition Access ?
3. Combien y a-t-il de modèles 3 portes ?

**28** Chaque joueur d'une équipe de basket-ball ayant un maillot numéroté de 1 à 5.

1. Combien d'équipes différentes peut constituer l'entraîneur avec un effectif de 5 joueurs ?
2. Combien d'équipes différentes peut constituer l'entraîneur avec un effectif de 8 joueurs ?

**29** Une entreprise possède quatre voitures. Comment peut-on les répartir :

1. si elles doivent être placées chacune dans un garage différent ?
2. si elles sont placées deux à deux dans deux garages différents ?

**30** Un conseil municipal comprend 13 élus : 8 femmes et 5 hommes. On désire déterminer l'équipe des 4 adjoints (1<sup>er</sup> adjoint, 2<sup>e</sup> adjoint, 3<sup>e</sup> adjoint, 4<sup>e</sup> adjoint) au maire.

1. Combien d'équipes différentes peut-on former ?
2. Combien d'équipes comportant exactement 2 hommes peut-on former ?
3. Combien d'équipes comportant au moins un homme peut-on former ?

# 6

## STATISTIQUE

### COMMENTAIRES

---

☞ Ce chapitre vise à :

- consolider les acquis du premier cycle de l'enseignement secondaire sur l'étude des séries statistiques à caractère discret ;

- mettre en place les notions relatives aux effectifs et de fréquences cumulés.

☞ La plupart des notions de statistique abordées au premier cycle et en classe de 2nde A seront réinvesties dans le cas des séries statistiques regroupées en classes.

(Les classes ne sont pas nécessairement de même amplitude).

☞ Sont hors programme :

- les effectifs et fréquences cumulés décroissantes ;

- les séries statistiques à caractère continu ;

- la variance , l'écart type et la médiane.

☞ Les notions déjà étudiées au premier cycle seront traitées en séance d'exercices (TD).

Le notions d'effectifs cumulés croissants et de fréquences cumulées croissantes seront introduites à partir d'activités tirées de l'environnement de l'élève.

On veillera à l'interprétation des résultats notamment ceux relatifs aux effectifs cumulés croissants et fréquences cumulées croissantes.

☞ Les exemples doivent être tirés de situations réelles issues des domaines de la vie sociale, économique et d'autres disciplines.

C'est une bonne occasion de réinvestir la lecture graphique.

☞ Dans la rédaction des copies, les élèves devront :

- soit faire apparaître les formules puis leur application numérique ;

- soit faire les tableaux de calculs avec les valeurs des séries.

☞ Au cours des évaluations, on mettra l'accent sur des exercices permettant de montrer l'utilité des mathématiques dans l'étude des situations réelles.

☞ Pour la construction des diagrammes à bandes ou en bâtons, les unités sur les axes seront données.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES
1. Effectif cumulé 2. Fréquence cumulée	☞ Organiser les données dans un tableau à partir d'un relevé. ☞ Traduire : -un tableau d'effectifs en tableau de fréquence ;

.	<p>-un tableau de fréquences en tableau d'effectifs .</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>☞ Exprimer une fréquence en pourcentage .</li> <li>☞ Calculer une moyenne à partir d'un tableau d'effectifs.</li> <li>☞ Construire à partir d' un tableau d'effectifs ou de fréquences : <ul style="list-style-type: none"> <li>- un diagramme en bâtons ;</li> <li>- une diagramme à bandes ;</li> <li>- un diagramme circulaire ou semi-circulaire.</li> </ul> </li> <li>☞ Lire sur un diagramme l'effectif ou la fréquence d'une modalité.</li> <li>☞ Extraire d'un diagramme un tableau statistique .</li> <li>☞ Calculer l'effectif cumulé et la fréquence cumulée d'une modalité à partir d'un tableau d'effectifs ou de fréquences .</li> <li>☞ Interpréter un effectif cumulé et la fréquence cumulée d'une modalité.</li> </ul>
---	---

# TRAVAUX PRATIQUES

## TP1 ORGANISATION DES DONNEES

Lors d'un devoir surveillé de Mathématiques, sur 50 élèves d'une classe de Seconde A d'un lycée, on a obtenu la répartition suivante des notes (évaluation sur 20 points) :

15 ; 15 ; 20 ; 14 ; 6 ; 3 ; 3 ; 14 ;

5 ; 6 ; 18 ; 15 ; 13 ; 15 ; 12 ; 20 ; 14 ; 12 ; 13 ; 12 ; 12 ; 20 ; 14 ; 16 ; 18 ; 10 ; 18 ; 10 ; 6 ; 10 ; 6 ;

5 ; 5 ; 12 ; 13 ; 10 ; 13 ; 14 ; 14 ; 14 ; 3 ; 5 ; 10 ; 10 ; 3 ; 16 ; 16 ; 15 ; 16 ; 19.

Dresser le tableau des effectifs de cette série statistique.

## TP2 TRADUIRE UN TABLEAU D'EFFECTIFS EN TABLEAU DE FREQUENCES

Une enquête portant sur le nombre d'enfants dans chacun des 50 foyers d'un village donné :

Nombre d'enfants	0	2	3	4	5	6	7	9	10
Effectif	2	3	5	4	11	11	8	4	2

Dresser le tableau des fréquences ( en nombres décimaux arrondis à l'ordre 2) de cette série statistique.

## TP3 TRADUIRE UN TABLEAU DE FREQUENCES EN TABLEAU D'EFFECTIFS

1 Dans une classe de Première, il y a 45 élèves. On donne le tableau des fréquences suivant :

Sexes	Filles	Garçons
Fréquences(en%)	60	40

Dresser le tableau des effectifs de cette série statistique.

2 La population mondiale en 2015 est 7 349 472 000.

Le tableau ci-dessous donne la répartition par continent de la population mondiale (2015).

Continent	Asie	Afrique	Europe	Amérique latine et Caraïbes	Amérique du Nord	Océanie	Antarctique
Population mondiale	59,8 %	16,1 %	10,0 %	8,6 %	4,9 %	0,5 %	0,1 %

Dresser le tableau des effectifs de cette série statistique.

## **TP4** CALCULER UNE MOYENNE A PARTIR D'UN TABLEAU D'EFFECTIFS

**1** On relève les âges d'un groupe de 60 élèves de Seconde.

Age	15	16	17	18	19
Effectif	8	32	10	6	4

Calculer l'âge moyen de cette série statistique.

**2** Lors d'un examen blanc sur 400 élèves de Terminale D d'un lycée, on a obtenu la répartition suivante des notes ( sur 20) en Sciences Physiques.

Notes	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12	15	19
Effectifs	2	1	1	10	12	28	36	6	84	120	55	35	5	5

Calculer la moyenne de cette série statistique.

## **TP5** CONSTRUIRE UN DIAGRAMME EN BATONS, A BANDES, CIRCULAIRE, SEMI-CIRCULAIRE

**1** On peut représenter la série étudiée par un **diagramme en bâtons**.

La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

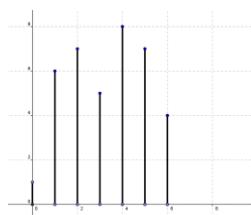
Un professeur interroge les 40 élèves d'une classe de Seconde C sur le nombre de leurs frères et sœurs.

Voici le résultat obtenu :

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs	3	6	7	5	8	7	4

Représenter le diagramme en bâtons de cette série statistique.

*Solution*



2 Le tableau suivant donne en millions de kilomètres carrés la superficie des océans du globe terrestre :

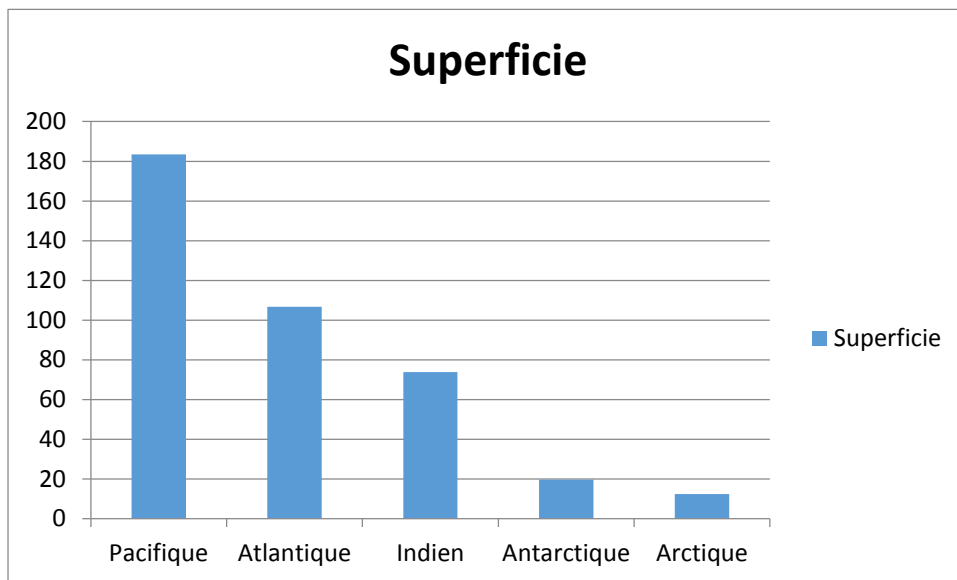
Océan	Superficie
Pacifique	183,4
Atlantique	106,7
Indien	73,8
Antarctique	19,7
Arctique	12,4

Représenter ces données

- par un diagramme à bande ;
- par un diagramme circulaire ;
- par un diagramme semi-circulaire.

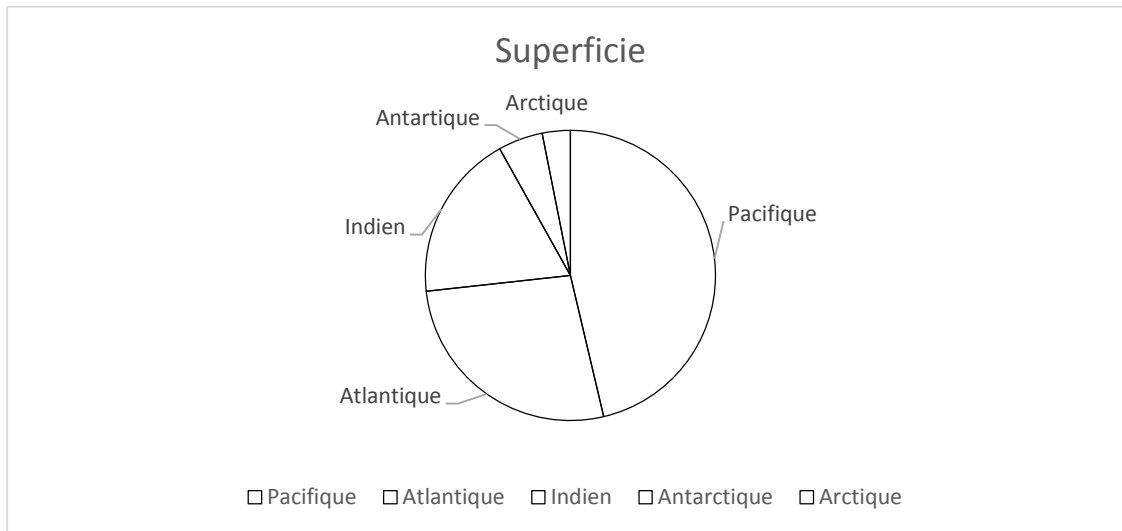
*Solution*

a) Les modalités sont représentées par des rectangles ayant la même base et des hauteurs proportionnelles à leurs effectifs (ou fréquences).



b) On dresse un tableau de proportionnalité entre chaque effectif (ou fréquence) et l'angle du secteur angulaire correspondant.

Océan	Superficie	Angle
Pacifique	183,4	$\frac{183,4 \times 360}{396} = 166,7^\circ$
Atlantique	106,7	$\frac{106,7 \times 360}{396} = 97^\circ$
Indien	73,8	$\frac{73,8 \times 360}{396} = 67,1^\circ$
Antarctique	19,7	$\frac{19,7 \times 360}{396} = 17,9^\circ$
Arctique	12,4	$\frac{12,4 \times 360}{396} = 11,3^\circ$
<b>Total</b>	396	360°



c) On dresse un tableau de proportionnalité entre chaque effectif (ou fréquence) et l'angle du secteur angulaire correspondant.

Océan	Superficie	Angle
Pacifique	183,4	$\frac{183,4 \times 180}{396} = 83,4^\circ$
Atlantique	106,7	$\frac{106,7 \times 180}{396} = 48,5^\circ$
Indien	73,8	$\frac{73,8 \times 180}{396} = 33,5^\circ$
Antarctique	19,7	$\frac{19,7 \times 180}{396} = 9^\circ$
Arctique	12,4	$\frac{12,4 \times 180}{396} = 5,6^\circ$
<b>Total</b>	396	180°

Construire le diagramme semi-circulaire.

**3** La population mondiale en 2015 est 7 349 472 000.

Le tableau ci-dessous donne la répartition par continent de la population mondiale (2015).

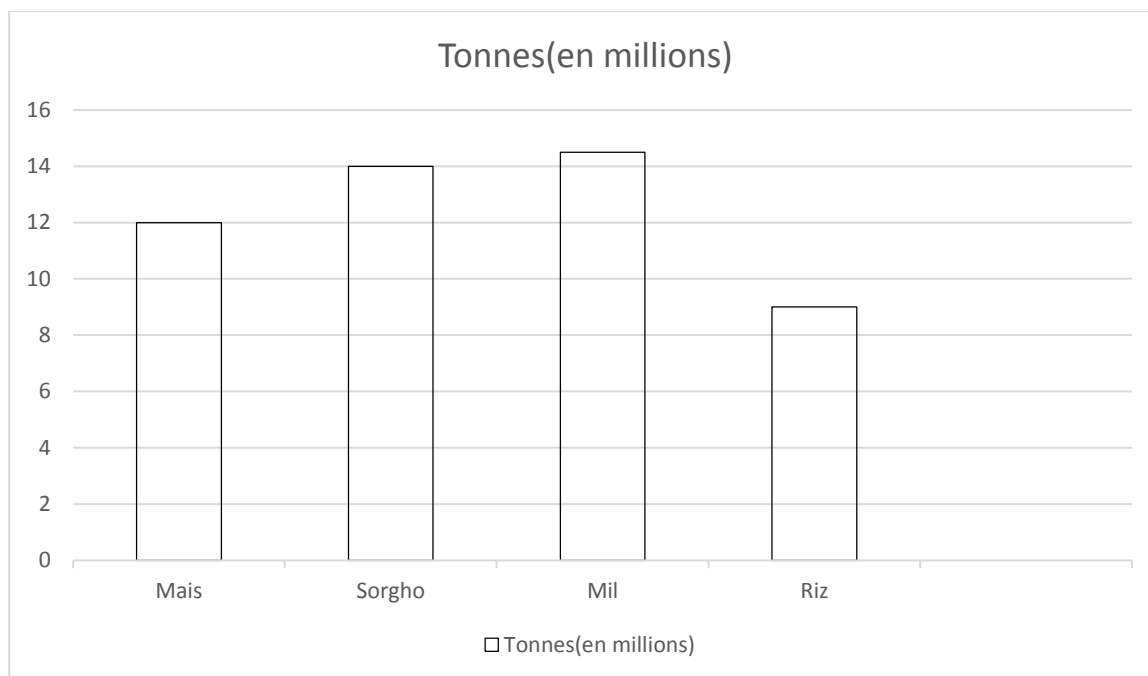
Continent	Asie	Afrique	Europe	Amérique latine et Caraïbes	Amérique du Nord	Océanie	Antarctique
Population mondiale	59,8 %	16,1 %	10,0 %	8,6 %	4,9 %	0,5 %	0,1 %

1. Construire le diagramme à bande de cette série statistique.
2. Construire le diagramme semi-circulaire de cette série statistique.
3. Construire le diagramme circulaire de cette série statistique.

## TP6 EXTRAIRE D'UN DIAGRAMME UN TABLEAU STATISTIQUE

1 Le diagramme à bande ci-dessous donne les principales productions céréalières de la CDEAO(2006).

Dresser le tableau des effectifs de cette série statistique.



## TP7 EFFECTIFS CUMULES, FREQUENCES CUMULEES

Une enquête portant sur le nombre d'enfants dans chacun des 50 foyers d'un village donné.

Nombre d'enfants	0	2	3	4	5	6	7	9	10
Effectif	2	3	5	4	11	11	8	4	2

### 1. Effectif cumulé

Combien de foyers ont au moins 6 enfants ?

#### Définition

L'effectif cumulé d'une valeur d'une série statistique est le nombre de termes de la série dont la valeur est inférieure ou égale à cette valeur.

### Exemple

Dans le tableau précédent, quel est l'effectif cumulé de 0 ? de 2 ? 5 ?

### Exercice

a) Compléter le tableau suivant :

Nombre d'enfants	0	2	3	4	5	6	7	9	10
Effectif cumulé									

b) Combien de foyers ont au moins 5 enfants ?

c) Combien de foyers ont au plus 3 enfants ?

## 2. Fréquence cumulée

### Définition

La fréquence cumulée d'une valeur d'une série statistique est la somme des fréquences des termes de la série dont la valeur est inférieure ou égale à cette valeur.

### Exercice

Compléter le tableau suivant :

Nombre d'enfants	0	2	3	4	5	6	7	9	10
Fréquence cumulée									

# EXERCICES

**1** Une entreprise emploie 50 personnes dont l'ancienneté est comprise entre 1 an et 10 ans. Les effectifs sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Ancienneté ( an)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs	4	6	4	5	2	10	11	3	3	2

1. Quel est le mode de cette série statistique ?
2. Calculer l'ancienneté moyenne des employés de cette entreprise.
3. Construire le diagramme à bâtons de cette série statistique.
4. Dresser le tableau des effectifs cumulés.
5. Dresser le tableau des fréquences cumulées.

**2** Une entreprise classe ces salariés en quatre catégories : A ; B ; C et D.

La répartition est donnée dans le tableau suivant :

Catégorie	A	B	C	D
Nombre d'employés	54	17	10	10

Construire le diagramme semi-circulaire pour cette série.

**3** On considère la série statistique suivante (masse en grammes des œufs de poule d'un élevage)

Masse	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Effectif	16	20	75	141	270	210	165	63	21	12	7

1. Déterminer pour cette série la moyenne .
2. Dresser le tableau des effectifs cumulés.
3. Combien d'œufs ont une masse inférieure à 165 g ?
4. Construire le diagramme à bâtons de cette série statistique.

4 Afin de tester l'efficacité d'un médicament contre l'hypertension, 30 patients souffrant d'hypertension ayant environ 16,5 de tension systolique ont accepté de participer à un essai clinique. Les malades ont pris le médicament tous les jours pendant 3 semaines.

Résultats après traitement :

Masse	12	13	13,5	14	14,5	15	15,5	16	16,5	17	18
Effectif	1	4	3	5	4	6	1	1	1	3	1

1. Réaliser un tableau des fréquences (les fréquences seront exprimées en pourcentages arrondis au dixième).
2. Construire le diagramme en bâtons des effectifs.
3. Déterminer la moyenne de cette série statistique .

5 Le responsable d'un magasin a relevé le montant des achats en FCFA réalisés par 32 clients un lundi matin et a obtenu le tableau suivant :

Montant	5000	12 500	15000	20000	24000	30000	46000	50000
Nombre de clients	2	5	4	10	2	5	1	4

1. Dresser le tableau des fréquences arrondis à l'ordre 1 de cette série.
2. Déterminer le pourcentage de clients dont le montant des achats était :
  - a) supérieur à 24 000 FCFA ;
  - b) inférieur à 20 000 FCFC .
3. Déterminer la moyenne de cette série statistique (arrondi à l'ordre 2).