

DRENA DE BOUAKE 2

LYCEE CLASSIQUE ET MODERNE 1
BOUAKE

ANNEE SCOLAIRE : 2021 – 2022

BACCALAUREAT BLANC
SESSION JANVIER 2022

Durée : 4H

MATHEMATIQUE

Coefficient : 4

SERIE : D

*Cette épreuve comporte trois(03) pages numérotées 1/3,2/3 et 3/3.
La calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1 2 points

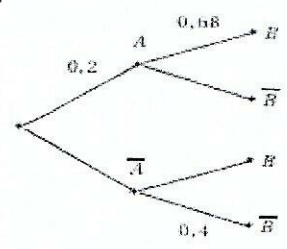
Pour chacune des affirmations du tableau , écris le numéro suivi de vrai si elle est vraie ou faux si elle est fausse .

N°	affirmations
1	La fonction \ln est la primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.
2	Deux événements non nuls A et B sont dits indépendants si $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.
3	L'écart -type d'une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres n et p est $\sqrt{np(1-p)}$.
4	Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle fermé $[a;b]$ telle que $f(a)$ et $f(b)$ sont de même signe, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[a;b]$.

EXERCICE 2 2 points

Pour chacune des affirmations incomplètes ci-après , trois réponses A,B, et C sont proposées .
Une seule est correcte et permet de formuler une affirmation complète et exacte.
Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivie de la lettre qui correspond à la réponse exacte.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. La primitive de f qui s'annule en 0 est la fonction F définie sur IR par ...	$F(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}$	$F(x) = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}$	$F(x) = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} - 1$

2	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x}{x - 1} = \dots$	1	e	$+\infty$
3	A et B sont deux évènements indépendants d'un même univers Ω tels que $P(A) = 0,5$ et $p(A \cup B) = 0,6$. La probabilité de l'évènement B est ..	0,1	0,2	0,3
4	On considère l'arbre de probabilités suivant :  la probabilité de \bar{B} est égale à...	0,4	0,064	0,384

EXERCICE 3 3 points

Une boulangerie désire commercialiser une nouvelle composition de pains . Elle a procédé à une enquête auprès de sa clientèle sur la quantité de pains qu'elle souhaite acheter . Le nombre moyen X de pains demandés par jour est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la suivante:

x_i	0	10	20	30	40	50
p_i	0,2	0,25	0,2	0,15	0,1	0,1

1.a) Vérifie que l'espérance mathématique de X est 20.

b) Interprète le résultat obtenu.

2. Définis la fonction de répartition F de X .

3. Construis la fonction de répartition F de X dans le plan muni d'un repère orthogonal.

4. Tu prendras pour échelle 2cm pour 10 pains vendus en abscisse et 1cm pour 0,1 de probabilité en ordonnée.

EXERCICE 4 4 points

Soit la fonction f deux fois dérivable et définie sur $]3; +\infty[$ par $f(x) = (x + 1) \ln(x - 3)$.

On désigne par (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) l'unité graphique 1cm.

1. Justifie que la limite de f en 3 est $-\infty$.

Interprète graphiquement ce résultat.

2. a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que (C) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction la droite (OJ).

3. a) Justifie que pour tout nombre réel x appartenant à $]3; +\infty[$,

$$f'(x) = \frac{x+1}{x-3} + \ln(x-3).$$

b) On note f'' la dérivée seconde de f .

Calcule $f''(x)$ pour tout x appartenant à $]3; +\infty[$.

4. a) Justifie que f' admet un minimum positif sur $]3; +\infty[$.

b) Déduis -en le tableau de variation de f .

5. Justifie que f est une bijection.

6. Trace dans le même repère (C) et la courbe représentative (C') de la bijection réciproque de f .

EXERCICE 5 | 4 points

Une ONG de sensibilisation a réalisé un test auprès d'une population d'élèves. Ce test révèle que 10 % des élèves consomment la drogue.

Parmi ceux-ci, 30 % sont assidus au cours.

70 % des élèves qui ne consomment pas la drogue sont assidus au cours.

On note les événements :

C : « consomme la drogue » A : « est assidu en classe »

1. Construis l'arbre de probabilité qui illustre la situation.

2. Calcule la probabilité qu'un élève consomme la drogue.

3. Justifie que la probabilité qu'un élève ne soit pas assidu au cours est 0,34.

4. Calcule la probabilité qu'un élève qui ne consomme pas la drogue ne soit pas assidu à l'école.

5. Détermine le nombre minimal n_0 d'élèves à tester pour que la probabilité qu'au moins un élève soit assidu au cours soit supérieure à 0,999.

EXERCICE 6 | 5 points

Après 30 jours de mise en circulation des autobus dans le transport commun dans la ville de Bouaké, le directeur des transports urbains commande une enquête afin d'entrevoir la réussite ou non du projet et son appréciation à long terme.

L'objectif de 150 000 passagers en moyenne par jour, à partir du 90^{ème}, est initialement fixé pour être assuré de la réussite du projet.

L'enquête - à laquelle un de tes camarades a participé en tant qu'agent enquêteur - a révélé que :

- au 30^{ème} jour, la moyenne journalière des passagers est 100.

- le nombre moyen de passagers par jour (en centaines) est modélisable par une fonction f dérivable et strictement croissante sur $[0; +\infty[$ de variable x , où x désigne le rang du jour.

- le taux moyen journalier des passagers est décrit par $f'(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+10x-44}} - 1$ où f' est la fonction dérivée de f .

Ton camarade désire savoir si le projet connaîtra une réussite. Il t'associe à cette réflexion.

A l'aide des données de l'enquête, argumente ta réponse.