

3ème : Chapitre 11 : Les racines carrées.

1. Définition

Soit a un nombre positif. La racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est a .

La racine carrée de a se note \sqrt{a} . On a $(\sqrt{a})^2 = a$.

Exemples :

$$\sqrt{25} = 5 \text{ car } 25 = 5^2 ; \quad \sqrt{81} = 9 \text{ car } 81 = 9^2$$
$$\sqrt{4} = 2 ; \quad \sqrt{16} = 4 ; \quad \sqrt{1} = 1 ; \quad \sqrt{0} = 0 ; \quad \sqrt{2} \approx 1,414$$

Remarques :

1. La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas

2. Le signe $\sqrt{\quad}$ est appelé radical

3. Priorité des opérations : Quand on écrit $\sqrt{16+25}$, on sous-entend les parenthèses $\sqrt{(16+25)}$.

2. Règles de calculs

2.1 Racine carrée d'un produit

Soient a et b deux nombres positifs ; on a $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$.

Enoncé1 : Simplifier l'écriture de $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ pour qu'on ne trouve plus qu'un seul radical.

Solution :

$$\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{14}$$

Enoncé2 : Écrire $\sqrt{18}$ sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a un nombre relatif.

Solution :

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Enoncé3 : Écrire $\sqrt{12}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a un nombre relatif.

Solution :

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Remarque1 : Pour les deux exercices précédents, il faut connaître et savoir repérer les nombres de la liste des carrés parfaits : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 ; 121 ; 144 ; 169

Remarque2 : Quand a est un nombre strictement positif on a :

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{a \times a} = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$$

2.2 Racine carrée d'un quotient

Soient a et b deux nombres positifs avec $b \neq 0$. On a $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Exemple1 : Simplifier $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$

Solution : $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{21}{3}} = \sqrt{7}$

Exemple2 : Sans calculatrice, écrire $\sqrt{\frac{49}{25}}$ sous

forme décimale.

Solution : $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5} = 1,4$

2.3 Les formules qui n'existent pas

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Exemple : $\sqrt{9+16} = 3+4 = 7$ et $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Exemple : $\sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$ et $\sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$

3. Exemples classiques

Enoncé1 : On a $A=2\sqrt{45}+\sqrt{20}-3\sqrt{80}$. Écrire A sous forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier relatif.

Solution :

$$A=2\sqrt{45}+\sqrt{20}-3\sqrt{80}$$

$$A=2\sqrt{9\times 5}+\sqrt{4\times 5}-3\sqrt{16\times 5}$$

$$A=2\sqrt{9}\times\sqrt{5}+\sqrt{4}\times\sqrt{5}-3\sqrt{16}\times\sqrt{5}$$

$$A=2\times 3\times\sqrt{5}+2\times\sqrt{5}-3\times 4\times\sqrt{5}$$

$$A=6\sqrt{5}+2\sqrt{5}-12\sqrt{5}$$

$$A=-4\sqrt{5}$$

Enoncé2 : On a $B=\sqrt{81}+7\sqrt{3}-\sqrt{27}$. Écrire B sous forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers.

Solution :

$$B=\sqrt{81}+7\sqrt{3}-\sqrt{27}$$

$$B=9+7\sqrt{3}-\sqrt{9\times 3}$$

$$B=9+7\sqrt{3}-\sqrt{9}\times\sqrt{3}$$

$$B=9+7\sqrt{3}-3\sqrt{3}$$

$$B=9+4\sqrt{3}$$

Enoncé3 : On a $C=(4+5\sqrt{2})(3\sqrt{2}-2)$. Développer C et mettre le résultat sous la forme $a\sqrt{2}+b$ avec a et b deux nombres relatifs.

Solution :

$$C=(4+5\sqrt{2})(3\sqrt{2}-2)$$

$$C=4\times 3\sqrt{2}+4\times(-2)+5\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}+5\sqrt{2}\times(-2)$$

$$C=12\sqrt{2}-8+5\times 3\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}-5\times 2\times\sqrt{2}$$

$$C=12\sqrt{2}-8+15\times 2-10\sqrt{2}$$

$$C=12\sqrt{2}-8+30-10\sqrt{2}$$

$$C=2\sqrt{2}+22$$

3^{ème} : Socle Commun et compétences - CHAPITRE11 : Les racines carrées

3N201	Savoir ce que signifie \sqrt{a} ; utiliser les égalités $(\sqrt{a})^2=a$ et $\sqrt{a^2}=a$ avec $a>0$ sur des valeurs numériques.	SC335
3N202	Calculer à la calculatrice la valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif.	SC335
3N204	Transformer l'écriture d'un radical sous la forme la mieux adaptée à une situation donnée.	
3N205	Multiplier / diviser des radicaux (valeurs numériques).	

SC335 : Socle commun Palier3 (collège) ; Compétence3 (Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique) ; Thème : Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques ; Item : Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur