

## DEVOIR DE NIVEAU DE MATHÉMATIQUES Première C

*La durée du devoir est de 1 heure 30mn*

### EXERCICE 1

ABC est un triangle, G est son centre de gravité. J est le milieu du segment [BC]. La parallèle à (BC) passant par G coupe (AC) en E. Soit D le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, -2).

1. Construire D.
2. a) Montrer que J est le barycentre des points pondérés (A, 1), (D, 1) et (C, 2).  
b) Montrer que E est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (C, 2).  
c) En déduire que J, D et E sont alignés.
3. On considère F le barycentre des points pondérés (A, 1), (D, 1) et (C, -1).  
a) Construire F.  
b) Soit M un point du plan. Réduire la somme  $\overline{MA} + \overline{MD} + 2\overline{MC}$ .  
c) Montrer que :  $\overline{MA} + \overline{MD} - 2\overline{MC} = \overline{CF}$ .  
d) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points du plan tel que :  
 $\| \overline{MA} + \overline{MD} + 2\overline{MC} \| = \| \overline{MA} + \overline{MD} - 2\overline{MC} \|$

### EXERCICE 2

Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow x\sqrt{1 - \frac{1}{x}}$$

et  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \frac{1-x}{2-x}$$

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations :  $(I_1) \frac{1-x}{2-x} < 0$  et  $(I_2) \frac{1-x}{2-x} \geq 1$
- 2) a) Justifier que  $D_f = ]-\infty; 0[ \cup ]1; +\infty[$   
b) Déterminer  $D_g$  et  $D_{fg}$
- 3) Justifier que pour tout  $x \in D_{fg}$ ,  $f \circ g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$
- 4) Déterminer  $D_{g \circ f}$  puis la formule explicite de  $g \circ f$

*3 = -*  
*0 3 (2)*

**EXERCICE 1 ( 1èreC6-1èreC8-1èreC9-1èreC1-1èreC4 )**

Soit  $P(x) = -4x^3 + (2\sqrt{3} - 10)x^2 + (5\sqrt{3} - 4)x + 2\sqrt{3}$

1. a) Calculer  $(2 + 2\sqrt{3})^2$ .
- b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $-4x^2 + 2(-1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$
2. a) Calculer  $P(-2)$ .
- b) Déterminer les réels a et b tels que  $P(x) = (x + 2)(-4x^2 + ax + b)$
- c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , ( E ) :  $P(x) = 0$ .
- d) Démontrer que  $P(x) > 0 \Leftrightarrow x \in ]-\infty; -2[ \cup ]-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}[$ .
3. a) Dédire des questions précédentes la résolution de :  
( E<sub>1</sub> ) :  $P(\cos(2x)) = 0; x \in [-\pi; 2\pi]$   
( I ) :  $P(\sin x) > 0; x \in ]-\pi; \pi]$
- b) Représenter sur deux cercles trigonométriques les points images des solutions de ( E<sub>1</sub> ) ( I ).

**EXERCICE 2 (1èreC5 -1èreC3-1èreC2)**

Soit ABCD un losange de centre O tel que  $OB = 2OA$  et  $\text{Mes}(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{2}$ . On considère le point G barycentre des points pondérés (B;2) (C;-1) et (D;1).

1. Faire une figure.
2. a) Déterminer les coordonnées du point G dans le repère orthogonal direct (O,  $\overrightarrow{OC}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ).
- b) En déduire que G est le milieu du segment [ AB ].
3. Démontrer que A est le barycentre des points pondérés (G;2) (C;-1) et (D;1).
4. Déterminer et construire :  
a) L'ensemble ( E<sub>1</sub> ) des points M du plan tels que  $-2\overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = 0$ .
- b) L'ensemble ( E<sub>2</sub> ) des points M du plan tels que  $\|2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MC}\|$ .
5. a) Construire les points I, J et K tels que  $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{DI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{DC}$  et  $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ .
- b) Démontrer que les droites ( AI ), ( CK ) et ( DJ ) sont concourantes.

**EXERCICE 3**

a) Résoudre le système : 
$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 5 \\ 9a + 3b + c = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases}$$

b) Déterminer la fonction polynôme du second degré dont la représentation graphique passe par les points : A ( 2 ; 5 ), B ( 3 ; 1 ) et C ( 1 ; 1 ).

**EXERCICE 4**

- a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\sqrt{3-x} \geq x-1$ .
- b) En déduire les solutions dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\sqrt{3-x} < x-1$ .

**EXERCICE 1**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les équations suivantes :

**DEVOIR DE NIVEAU DE MATHÉMATIQUES**  
**Première C**

*La durée du devoir est de 2 heures*

EXERCICE 1

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les inéquations :

a)  $2x^2 + x - 6 < 0$ .

b)  $-2x^2 + x + 15 \geq 0$ .

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les inéquations :

a)  $\sqrt{2x^2 + x - 6} \geq -4$ .

b)  $\sqrt{-2x^2 + x + 15} \geq 2x - 1$ .

3) En déduire les solutions de l'inéquation :  $\sqrt{-2x^2 + x + 15} < 2x - 1$ .

EXERCICE 2

ABC est un triangle équilatéral de sens direct.

BCI et ACJ sont des triangles rectangles

isocèles de sens direct respectivement en B et J.

1) Un élève affirme qu'une mesure de l'angle

$(\widehat{AB, AC})$  est  $\frac{59\pi}{3}$ . A-t-il raison ? Justifie ta réponse.

2) Déterminer la mesure principale de chacun des

angles orientés suivants :  $(\widehat{BI, BA})$ ,  $(\widehat{BC, CJ})$ .

3) Montrer que la mesure principale de  $(\widehat{AI, AB})$  est  $\frac{5\pi}{12}$ .

4) Montrer que A, I et J sont alignés.

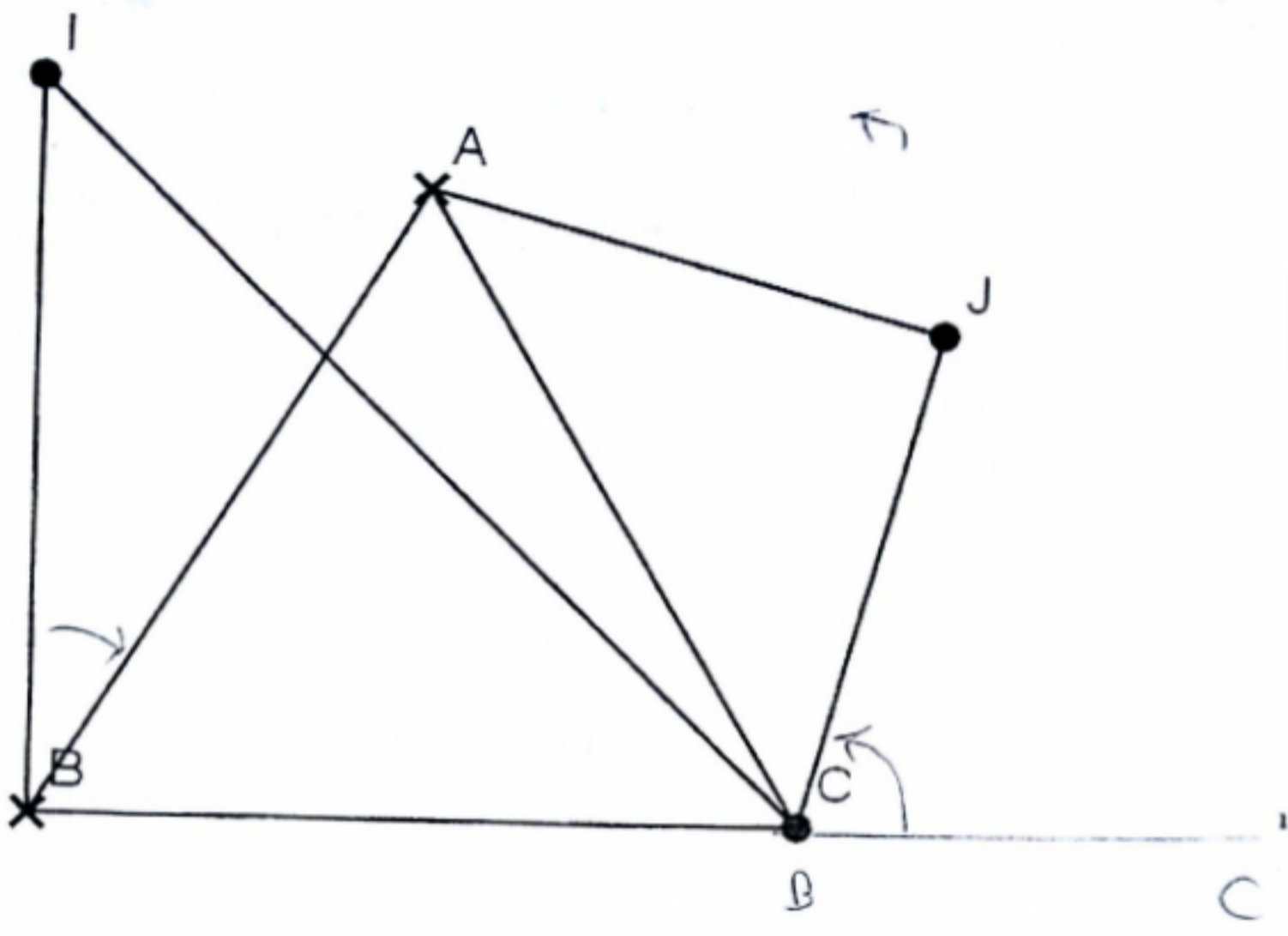
EXERCICE 3

1) a) Montrer que  $\sin(3x) = -4\sin^3 x + 3\sin x$ .

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $4\sin^3 x - 3\sin x + \frac{1}{2} = 0$ .

2) Résoudre dans  $[0; 2\pi[$ ,  $\cos(x - \frac{\pi}{6}) < 0$ .

3) Résoudre dans  $[0; 2\pi[$ ,  $3\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x > 0$ .





Lycée Scientifique

B.P 1069 Yamoussoukro

Tél. : 30-64-07-88

Année Scolaire 2015-2016

Code : 000653

DEVOIR SUR COURS N°1 DE MATHÉMATIQUES / TRIMESTRE 3 / CLASSE : 1C /  
DURÉE : 1H50 MIN

EXERCICE

Soit  $ABC$  un triangle.  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  les milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$ .

A tout  $M$  du plan on associe le point  $M' = f(M)$  définie par :  $\overrightarrow{MM'} = k\overrightarrow{MA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$

1.a/ Démontrer que si  $k = \frac{3}{2}$  alors l'application  $f$  est une homothétie de centre le centre de gravité du triangle  $ABC$  et dont on précisera le rapport.

b/ Déterminer l'image du triangle  $ABC$  par cette homothétie.

2. Démontrer que si  $k = -1$ , alors  $f$  est une translation dont on donnera le vecteur.

3.a/ Réduire la somme vectorielle suivante :  $k\overrightarrow{MA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$ , pour  $k \neq -1$

b/ Déduire la nature et les éléments caractéristiques de  $f$ , si  $k \neq -1$ .

PROBLEMEPARTIE A

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$ . On considère la fonction numérique  $f$  définie par :

$f(x) = \frac{-4x^2 + 16x - 16}{2x - 3}$  et (C) sa représentation graphique.

1. Quel est l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ ?

2. Déterminer trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :  $\forall x \in D_f, f(x) = ax + b + \frac{c}{2x-3}$ .

3. Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

4. Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$ . Interpréter graphiquement ces résultats.

5. Démontrer que la droite (D) :  $y = -2x + 5$  est une asymptote à la courbe (C), puis étudier la position de (C) par rapport à cette asymptote.
6. Étudier le sens de variation de  $f$ , puis dresser son tableau de variation.
7. a/ À l'aide de l'étude de  $f$ , déterminer suivant les valeurs de  $m$ , le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = m$ ,  $m$  étant un paramètre réel.
- b/ Retrouver les résultats par la résolution de cette équation.
8. Étudier suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $f(x)$ .
9. Montrer que le point  $A\left(\frac{3}{2}; 2\right)$  est un centre de symétrie de (C).
10. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.
11. Construire (T) et (C).

**PARTIE B**

On considère une fonction  $F$  définie sur  $]-\infty; \frac{3}{2}[ \cup ]\frac{3}{2}; +\infty[$  telle que la fonction dérivée de  $F$  est  $f$ .

1. Déterminer le sens de variation de  $F$ .
2. En admettant que :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} F(x) = +\infty$

Dresser le tableau de variation de  $F$ .



**BONNE CHANCE !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!**

11.13  
 Math 1433X2 + 215 + 15

1504E

Soit

1)  
2)  
3)  
4)  
5)

LYCEE SCIENTIFIQUE  
YAMOOUSSOUKRO

ANNEE SCOLAIRE 2015-2016

**MATHEMATIQUES : Première C.**

La durée du devoir est de 2 heures

**EXERCICE 1** (Toutes les classes)

A. On donne dans  $\mathbb{R}$ , le polynôme  $P(x) = -x^2 - 2x + 3$ .

- 1) Résoudre l'équation:  $P(x) = 0$ .
- 2) Déterminer le signe de  $P(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

B. On donne la fonction

$$x \mapsto \frac{-x^2 - 3x - 6}{x + 1}$$

(C) désigne la représentation graphique de  $f$  dans le repère orthonormé  $(O, I, J)$ ; (unité: 1 cm).

- 1) Donner l'ensemble de définition  $D_f$  de la fonction  $f$ .
- a) Calculer les limites de  $f(x)$  à gauche et à droite en  $-1$  puis interpréter graphiquement les résultats.
- b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2) a) Démontrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}, f(x) = -x - 2 - \frac{4}{x+1}$

- b) Justifier que la droite (D) d'équation  $y = -x - 2$  est asymptote à (C) en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
- c) Etudier les positions relatives de (C) et (D).

3) Démontrer que le point  $\Omega(-1; -1)$  est un centre de symétrie de la courbe (C).

4) a) Justifier que :  $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}, f'(x) = \frac{P(x)}{(x+1)^2}$

b) Utiliser les questions 4) a) et A. 2) pour déterminer les variations de  $f$  puis dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .

5) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

6) Tracer la droite (D) puis construire la courbe (C) dans le repère  $(O, I, J)$ .

C. On donne la fonction  
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{-x^2 - 3|x| - 6}{|x| + 1}$$

(C') désigne la représentation graphique de  $g$  dans le repère orthonormé  $(O, I, J)$  :

- 1) Etudier la parité de  $g$  puis interpréter graphiquement le résultat.
- 2) Construire la courbe (C') dans le même repère  $(O, I, J)$ .

### EXERCICE 2 (Toutes les classes sauf la 1ère C3)

Un chariot de desserts comporte 4 oranges, 3 mangues, 5 bananes et 8 gâteaux. Un enfant qui aime tous les desserts en demande 4. Son père décide de faire un lot de 4 desserts pour lui.

- 1) Déterminer le nombre de lots possibles.
- 2) Déterminer le nombre de lots de 4 desserts ne contenant pas de gâteaux.
- 3 Déterminer le nombre de lots de 4 desserts contenant au moins un gâteau.
- 4 Déterminer le nombre de lots de 4 desserts contenant les fruits de même variété.
- 5 Dans cette question l'enfant reçoit un lot contenant une orange, une mangue, une banane et un gâteau. Il les mange l'un après l'autre.
  - a) De combien de manières peut-il manger ses 4 desserts.
  - b) Déterminer le nombre de possibilités où l'enfant mange le gâteau en seconde position.
  - c) Déterminer le nombre de possibilités où l'enfant mange la mangue avant le gâteau.

### EXERCICE 3 (Uniquement la 1ère C3)

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  de  $]-\pi; \pi]$  vers  $\mathbb{R}$  définies par  $f(x) = \frac{1 + 2 \cos x}{2 \sin 2x - \sqrt{3}}$

et  $g(x) = \sqrt{1 + 2 \cos x}$

- 1 a) Résoudre dans  $]-\pi; \pi]$  l'inéquation suivante :  $2 \sin(2x) - \sqrt{3} = 0$ .
  - b) Résoudre dans  $]-\pi; \pi]$  l'inéquation suivante :  $1 + 2 \cos x \geq 0$ .
  - c) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$  et  $g$ .
- 2 a) Démontrer que l'ensemble des solutions dans  $]-\pi; \pi]$  de l'inéquation :  $2 \sin(2x) - \sqrt{3} > 0$  est :  $\left] -\frac{5\pi}{6}; -\frac{2\pi}{3} \right[ \cup \left] \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right[$
  - b) Déduire les solutions de l'inéquation :  $f(x) \geq 0$