BACCALAUREAT BLANC
SESSION 2022

Coefficient : 5
Durée : 4 h

MATHEMATIQUES

SERIE C

Cette épreuve comporte trois (03) page numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation, suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

n°	AFFIRMATIONS
1	a et b étant deux entiers relatifs, si a est un multiple de b alors b est un diviseur de a.
2	Le barycentre d'un système de points pondérés ne change pas si on multiplie chaque coefficient de ce système par un même nombre réel non nul.
3	Soit f une fonction continue sur un intervalle I. Toute primitive F de f sur I est continue sur I.
4	On considère la conique (Γ) d'équation : $-9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$. L'axe focal de la conique (Γ) est l'axe des abscisses.

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations incomplètes ci-dessous, quatre propositions sont faites. Ecris le numéro de l'affirmation incomplète suivi de la lettre de la proposition qui la complète pour qu'elle soit vraie.

n°	AFFIRMATIONS INCOMPLÈTES	PROPOSITIONS			
		A	B	C	D
1	Le reste de la division euclidienne de -139 par 12 est	7	5	-5	-7
2	La solution de l'inéquation $(x-e)(\ln x - 1) > 0$ est égale à	$]0;e[$	$]0;e[\cup]e;+\infty[$	$]e;+\infty[$	$]0;+\infty[$
3	L'ensemble (T) des points M du plan d'affixe Z vérifiant : $\|Z\|^2 + Z + \overline{Z} = 8$ est le cercle de	centre $K(-1;0)$ et de rayon 3	centre $K(1;0)$ et de rayon 3	centre $K(0;1)$ et de rayon 3	centre $K(0;-1)$ et de rayon 3

4	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les droites $(\mathcal{D}): \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -2t + 1, \ t \in \mathbb{R} \\ z = 3t - 1 \end{cases}$ et $(\Delta): \begin{cases} x = -k \\ y = k \quad , \ k \in \mathbb{R}. \\ z = k \end{cases}$ Les droites $(\mathcal{D})$ et (Δ) sont :	perpendiculaires	parallèles	orthogonales	confondues

EXERCICE 3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(0; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ d'unité graphique 1 cm.
Soit f l'application qui, à tout point M du plan d'affixe Z, fait correspondre le point M' d'affixe z' tel que : $Z' = 5|Z|^2 + 3Z^2 - 32$.
On note (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que Z' soit un imaginaire pure.

1) Justifie qu'une équation cartésienne de (Γ) est : $4x^2 + y^2 = 16$.
2) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de (Γ).
3) Construis (Γ) avec ses directrices.

EXERCICE 4

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\text{AB} = a$ et $\text{AC} = 2a$ $(a > 0)$.
Le point I est le milieu du segment [AC] et G le barycentre du système $\{(\text{A}\,;3), (\text{B}\,;-2), (\text{C}\,;1)\}$.

1. a) Construis le point G.
   b) Justifie que le quadrilatère ABIG est un parallélogramme.
2. Exprime en fonction de a les distances GA, GB et GC.
3. Á tout point M du plan, on associe le nombre réel $f(\text{M})$ tel que : $f(\text{M}) = 3\,\text{MA}^2 - 2\,\text{MB}^2 + \text{MC}^2$.
   a) Exprime $f(\text{M})$ en fonction de MG et de a.
   b) Détermine l'ensemble (C) des points M du plan tels que : $f(\text{M}) = 2\,a^2$.
4. Á tout point M du plan, on associe le nombre réel $h(\text{M})$ tel que : $h(\text{M}) = 3\,\text{MA}^2 - 2\,\text{MB}^2 - \text{MC}^2$.
   a) Démontre qu'il existe un vecteur $\vec{\text{U}}$ non nul tel que : $h(\text{M}) = \overrightarrow{\text{MB}}.\vec{\text{U}} - 2\,a^2$.
   b) Détermine l'ensemble (Δ) des points M du plan tels que $h(\text{M}) = -2\,a^2$.

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2}(\ln x - \frac{3}{2}) \ \ si\ x \in]0\,;\,+\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), d'unité graphique 2 cm.

1. Etudie la dérivabilité de f en 0, puis interprète graphiquement le résultat.

2. Calcule la limite f en $+\infty$.
3. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations.
4. Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1.
5. Soit h la fonction dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ et définie par : $h(x) = f(x) + x - \frac{1}{4}$.

   a) Etudie les variations de la fonction dérivée h' de h sur $]0\ ;\ +\infty[$ et dresse son tableau de variation.

   On ne demande pas les limites.

   b) Déduis-en le signe de h' sur $]0\ ;+\infty[$, puis le sens de variation de h.

   c) Calcule $h(1)$ puis déduis de la question précédente le signe de $h(x)$ suivant les valeurs de x.

   d) Déduis-en la position relative de (T) et (C_f).
6. Construis (T) et (C_f).

EXERCICE 6

Ton grand frère qui fait des études en infographie, est en stage dans une société informatique.
Son maitre de stage lui demande d'achever une image numérique représentée par le cube ABCDEFGH reproduit ci-dessous. I et J sont les milieux respectifs des segments $[DE]$ et $[EF]$.
Son travail consiste à placer avec précision le point K intersection de la droite (IG) et du plan passant par J et de vecteur normal $\overrightarrow{HF}$. Son écran d'ordinateur permet de placer un point sur l'image connaissant ses coordonnées dans le repère (A ; $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}$)

Ne sachant pas comment s'y prendre, il te sollicite.
A l'aide d'un raisonnement Mathématiques, donne une solution à ton frère.