

## DEVOIR DE MATHEMATIQUES

### Exercice 1 : 3 points

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes en écrivant le numéro de l'affirmation suivi de ta réponse.

- 1- Si pour tout  $x > 0$ , on a :  $|f(x)| \leq \frac{1}{x^2}$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .
- 2- Si pour tout  $x > 0$ , on a :  $2 + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq 2 + \frac{3}{x}$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .
- 3- Si pour tout  $x > 0$ , on a :  $1 - \frac{4}{x} \leq f(x) \leq 3 + \frac{1}{x}$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = k$  avec  $k \in [1; 2]$
- 4- Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 3$  alors la courbe  $(C_f)$  admet une asymptote verticale.
- 5- Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  alors la courbe  $(C_f)$  admet une asymptote horizontale.
- 6- Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  alors la courbe  $(C_f)$  admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.

### Exercice 2 : 4 points

Calcule chacune des limites suivantes :

- 1-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x - \sqrt{x^2 + 3}$
- 2-  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x+4} - 4}{x-4}$
- 3-  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-3}$
- 4-  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 7x}{2x}$

### Exercice 3 : 4 points

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 + 1}$

- 1- Détermine la limite de  $f$  en  $-\infty$ . (Tu justifieras ta réponse).
- 2- a) Calcule la limite de  $f$  en  $+\infty$ .  
b) Interprète graphique le résultat.

### Exercice 4 : 5 points

Soit  $h$  une fonction définie par  $h(x) = \frac{2x - \cos x}{x^2 + 1}$ . On rappelle que :  $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \cos x \leq 1$ .

- 1- Détermine l'ensemble de définition noté  $D_h$  de la fonction  $h$ .
- 2- Donne un encadrement de  $h(x)$  par deux fonctions rationnelles pour  $x \geq 0$ .
- 3- Calcule en justifiant ta réponse la limite en  $+\infty$  de  $h(x)$ .

### Exercice 5 : 4 points

En préparation d'un devoir de Mathématiques, un groupe d'étude comportant trois élèves A, B et C ont calculé la limite en 0 de la fonction  $P$  définie par  $P(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ .

L'élève A a obtenu 1 ; l'élève B a obtenu 0 et l'élève C a obtenu  $\frac{1}{2}$ . Une vive discussion a éclaté. Pour savoir qui d'entre eux a raison, ils te sollicitent.

Dis en argumentant succinctement qui des trois a raison.