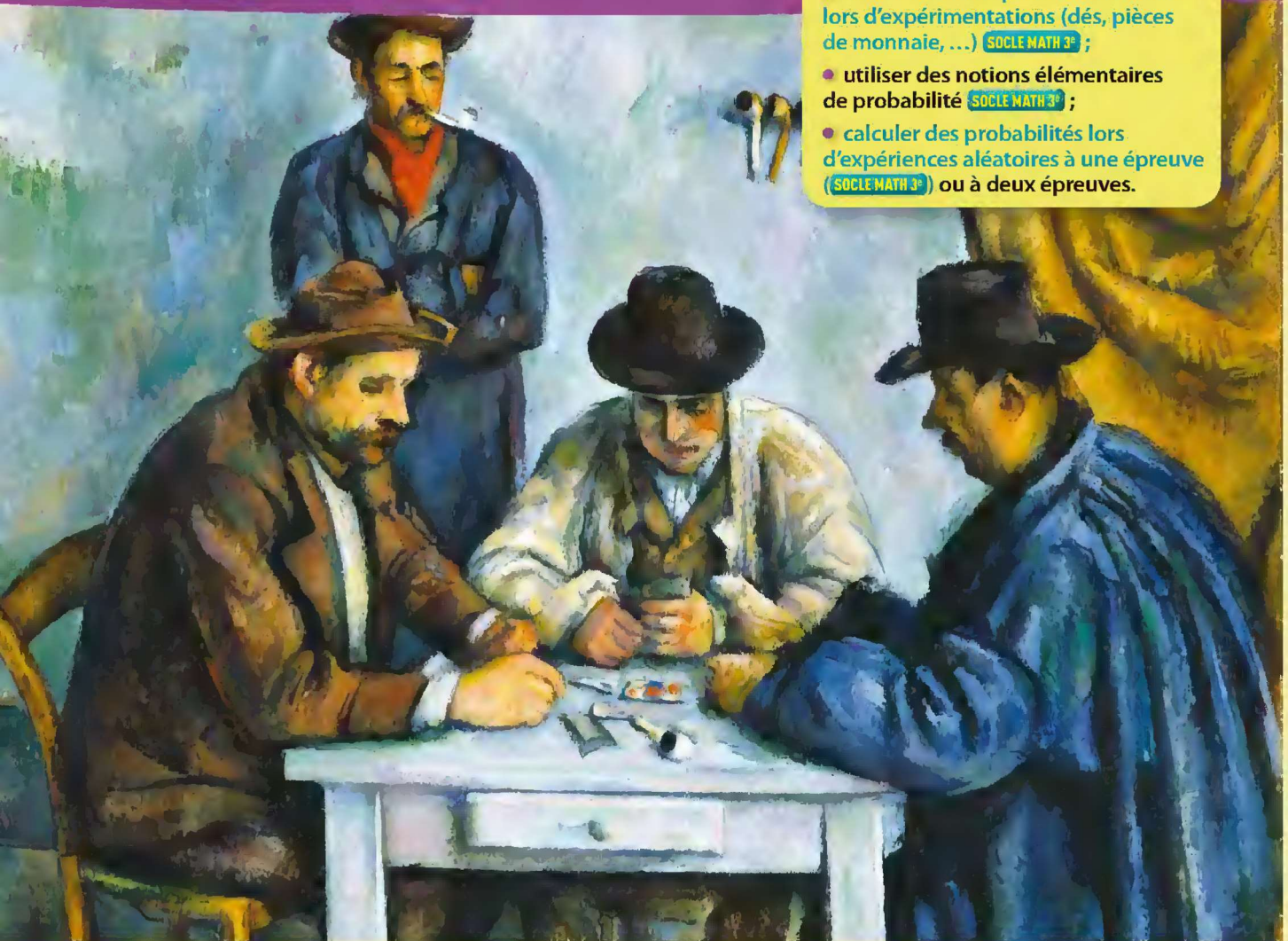


CHAPITRE
2

Notion de probabilité

Je vais apprendre à :

- observer les fréquences des issues lors d'expérimentations (dés, pièces de monnaie, ...) **(SOCLE MATH 3^e)** ;
- utiliser des notions élémentaires de probabilité **(SOCLE MATH 3^e)** ;
- calculer des probabilités lors d'expériences aléatoires à une épreuve **(SOCLE MATH 3^e)** ou à deux épreuves.



Le hasard fait partie du quotidien : il est omniprésent, dans certains jeux (comme les jeux de cartes, les loteries, ...), dans le comportement météorologique à moyen terme, dans les vibrations et les chocs moléculaires, et même dans le comportement des planètes ! Mais le hasard est une notion mathématique qui obéit à des lois. (*Les joueurs de cartes*, Paul Cézanne, 1890, The Metropolitan Museum of Art, New York.)

Devinette



Voici un empilement de trois dés cubiques. Quelle est la somme des faces cachées de cette pile ?



Devinette



Lors d'un sondage sur le comportement des conducteurs au volant, 90 % des personnes interrogées ont répondu qu'elles pensent conduire mieux que la moyenne des conducteurs. Les 10 % restants ont affirmé qu'elles pensent conduire moins bien que la moyenne des conducteurs.

Est-il possible que leurs appréciations soient toutes correctes ?

Michel Criton - *Tangente HS* n° 34 - Sept. 2008

Pour chaque exercice, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

SOCLE

1 Déterminer une proportion → voir formulaire § 1 p. 300

Parmi les 36 000 œuvres entreposées au musée du Louvre à Paris, il y a 6 000 tableaux. La proportion de tableaux entreposés dans ce musée est ...

- a. 30 000 b. $\frac{1}{5}$ c. $\frac{1}{6}$

SOCLE

2 Appliquer un pourcentage → voir formulaire § 1 p. 300

À l'école de musique « Doubles croches », 30 % des 150 élèves étudient le piano. Les élèves pianistes sont au nombre de ...

- a. 30 b. 50 c. 45

SOCLE

3 Calculer une fréquence → voir formulaire § 2 p. 300

Lors de la saison 2011-2012, un joueur de football a réussi 10 des 16 pénaltys qu'il a tirés. La fréquence, en pourcentage, de pénaltys réussis est ...

- a. 10,16 % b. 62,5 % c. 60 %

SOCLE

4 Comparer des nombres en écriture fractionnaire → voir formulaire § 7 p. 302

Les nombres sont rangés par ordre décroissant à la proposition ...

- a. $\frac{6}{5} > \frac{4}{15} > \frac{1}{3}$ b. $\frac{4}{15} > \frac{6}{5} > \frac{1}{3}$ c. $\frac{6}{5} > \frac{1}{3} > \frac{4}{15}$

SOCLE

5 Calculer avec des nombres en écriture fractionnaire → voir formulaire § 7 p. 302

$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ est égal à ...

- a. $\frac{2}{5}$ b. $\frac{1}{3}$ c. 2

SOCLE

6 Calculer avec des nombres en écriture décimale

→ voir formulaire § 4 p. 301

$0,4 \times 0,3 + 0,7 \times 0,2$ est égal à ...

- a. 0,26 b. 0,08 c. 2,6



Voir les rappels de cours dans le formulaire et les exercices de soutien dans le manuel numérique.

Calcul mental

SOCLE

7 p et q désignent deux nombres tels que $p + q = 1$. Déterminer mentalement l'un connaissant l'autre.

- a. $p = 0,4$ b. $q = 0,27$ c. $q = 28\%$ d. $p = \frac{3}{8}$ e. $p = 1 - 0,9$ f. $q = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$

SOCLE

8 Exprimer mentalement chacun des nombres suivants en pourcentage.

- a. $\frac{1}{2}$ b. 0,8 c. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{3}{3}$ e. 120 ‰ f. $\frac{1}{8}$

SOCLE

9 Calculer mentalement.

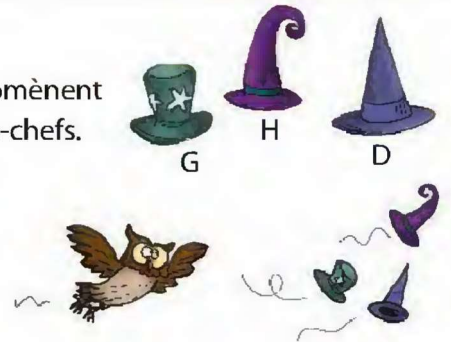
- a. 25 % de 600 b. 30 % de 50 c. 125 % de 80 d. 45 % de 90

Notion de probabilité

SOCLE

1 Répartir au hasard

Gary, Hermine et Dan, trois élèves de l'École de Magie se promènent dans la cour de l'école. Un coup de vent emporte leurs couvre-chefs. Étincelle, la chouette de Gary, ramasse les chapeaux et les dépose au hasard sur les têtes des trois amis !



a. Écrire toutes les répartitions possibles des couvre-chefs sur les têtes.

b. Recopier et compléter :

(1) « Il y a ... chances sur ... que Gary retrouve son chapeau de sorcier. »

(2) « Il y a ... chance sur ... que chacun retrouve son chapeau. »

(3) « Il y a ... chances sur ... que personne ne se retrouve avec son chapeau. »

(4) « Il y a ... chances sur ... qu'une seule personne se retrouve avec son couvre-chef. »

c. Porter un regard critique Hermine affirme avoir plus de chances que Dan de se retrouver avec son chapeau. A-t-elle raison ?

Vocabulaire

Il y a 2 chances sur 6 qu'Hermine retrouve son chapeau. On dit que la probabilité qu'Hermine retrouve son chapeau est : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

SOCLE

2 Découvrir un arbre des possibles

Ce sac opaque contient dix boules indiscernables au toucher, numérotées 1, 2, 3 ou 4.

On tire **au hasard** une boule du sac et on relève son numéro.

1. a. Combien de chances a-t-on de tirer une boule numérotée :

- 1 ?
- 2 ?
- 3 ?
- 4 ?

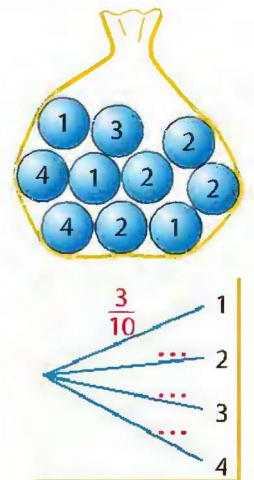
b. On représente souvent cette situation par l'**arbre des possibles** ci-contre en notant la probabilité correspondante sur chaque branche.

Reproduire cet arbre et le compléter.

2. a. Lisa s'apprête à tirer une boule dans le sac et souhaite obtenir un nombre pair. Quels résultats (ou **issues**) permettent de réaliser son souhait ?

On dit que ces issues **réalisent l'événement P** : « Obtenir un nombre pair ».

b. Quelle est la probabilité que P se réalise ? Confronter les méthodes trouvées dans la classe.



On dit qu'il s'agit d'une expérience aléatoire.

SOCLE

3 Lancer d'un dé

Benjamin a imaginé noter les devoirs de ses camarades en lançant un dé bien équilibré en forme d'icosaèdre, dont les vingt faces sont numérotées de 1 à 20. La note n attribuée par Benjamin est le nombre obtenu sur la face supérieure du dé.

a. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants ?

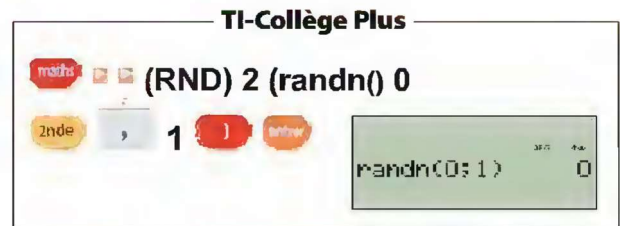
- A : « Obtenir une note $n \geq 10$ »
- B : « Obtenir une note $n > 15$ »
- C : « Obtenir une note $n < 10$ »
- D : « Obtenir la note $n = 0$ »
- E : « Obtenir une note $n \leq 20$ »
- F : « Obtenir une note n telle que $8 \leq n \leq 12$ »

b. Si vous deviez qualifier (décrire) un événement tel que D, quel mot emploieriez-vous ? Et pour l'événement E ? Et pour les événements A et C ?



SOCLE

4 Relier fréquence et probabilité Travail de groupe



Les instructions ci-dessus permettent d'afficher un nombre «aléatoire» égal à 0 ou à 1.

On se propose de vérifier si cet affichage est bien aléatoire.

Pour cela, on forme des groupes de deux élèves.

a. Taper celles des instructions ci-dessus qui correspondent à sa calculatrice.

Taper 50 fois sur **EXE** ou **randw** et compter le nombre d'apparitions de 0.

b. Recopier et compléter ce tableau par la fréquence d'apparition du 0 dans un groupe, dans 2 groupes, dans 3 groupes, ..., dans la classe.

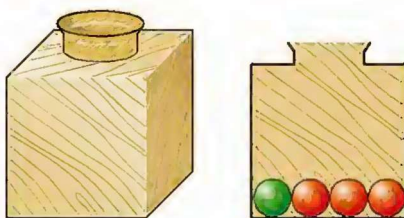
Cumul du nombre de tirages	100	200	300	400	500	600	700
Fréquence d'apparition du 0							

c. Que peut-on conjecturer quant à la fréquence d'apparition du 0 lorsqu'on augmente le nombre de tirages ?

d. Ces affichages de 0 ou 1 par la calculatrice vous paraissent-ils aléatoires ?

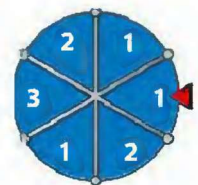
Expériences aléatoires à deux épreuves

5 Expérimenter avec une urne et une roue



Une expérience consiste à :

- tirer d'abord une boule au hasard de l'urne ci-contre, puis la reposer dans l'urne ;
- tourner ensuite la roue bien équilibrée ci-contre.



Une issue de cette expérience est par exemple $(R ; 1)$: cela signifie que l'on a tiré une boule rouge de l'urne et que le 1 est sorti sur la roue.

a. Recopier et compléter l'arbre des possibles pondéré par les probabilités ; compléter la liste des issues.

b. On se propose d'évaluer la probabilité de l'issue $(R ; 1)$.

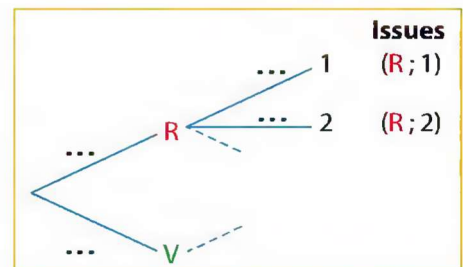
• Si l'on réalise 120 fois cette expérience, combien, environ, obtiendra-t-on d'issues commençant par **R** ?

Parmi celles-ci, combien, environ, finiront par 1 ? Quelle est la fréquence de l'issue $(R ; 1)$?

c. De façon plus générale, on réalise N fois cette expérience.

Expliquer pourquoi on obtiendra environ $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times N$ issues $(R ; 1)$. Quelle est la fréquence de $(R ; 1)$?

On admet que la probabilité d'obtenir l'issue $(R ; 1)$ est égale à $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$.



1 Notion de probabilité

a Issues, arbre des possibles

Aléatoire vient du latin *alea* qui signifie hasard.

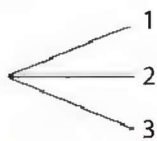
Bien équilibrée sous-entend que chaque secteur a la même probabilité de sortie.

Définition Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.

Exemple : On tourne la roue bien équilibrée ci-contre et on relève le numéro du secteur qui s'arrête en face du repère.

Arbre des possibles

Trois issues sont possibles :

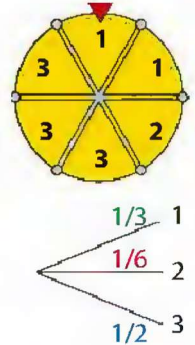


Arbre pondéré par les probabilités

2 secteurs sur 6 portent le numéro 1, donc il y a 2 chances sur 6 d'obtenir le 1.

On dit que la probabilité de sortie du 1 est $\frac{2}{6}$ soit $\frac{1}{3}$.

La probabilité de sortie du 2 est $\frac{1}{6}$ et celle de sortie du 3 est $\frac{3}{6}$ soit $\frac{1}{2}$. On remarque que $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = 1$.



Propriétés • La probabilité d'une issue est un nombre compris entre 0 et 1.

On peut l'exprimer sous différentes formes (fractionnaire, décimale, pourcentage).

• La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

b Fréquences et probabilités

Il y a des situations où la probabilité d'une issue ne peut pas se définir par des considérations intuitives de symétrie. Dans ce cas, en réalisant un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'une issue a tendance à se stabiliser autour d'un nombre p , qui est la probabilité de cette issue.

Exemple

On pourrait procéder ainsi pour déterminer la probabilité qu'un volant de badminton retombe dans l'une ou l'autre des positions ci-contre.



c Probabilité d'un événement

Définition Un **événement** est constitué par des issues d'une expérience aléatoire.

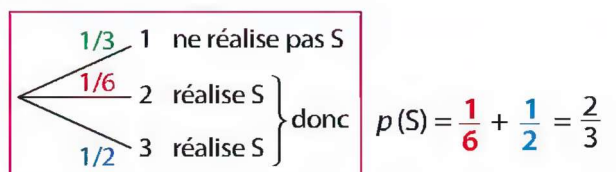
On dit qu'une de ces issues **réalise** l'événement.

Propriétés • Avec un arbre, la probabilité d'un événement A est la somme des probabilités écrites sur les branches conduisant aux issues qui réalisent A. On la note $p(A)$.

• Tout événement a une probabilité comprise entre 0 et 1.

Exemple : la roue de loterie du paragraphe a.

S est l'événement «Sortie d'un nombre supérieur ou égal à 2» ; il est réalisé par la sortie de 2 ou 3.



► Vocabulaire :

- Un événement est dit **impossible** s'il ne peut pas se produire ; sa probabilité est égale à 0.
- Un événement est dit **certain** s'il se produit nécessairement ; sa probabilité est égale à 1.

d Événements incompatibles

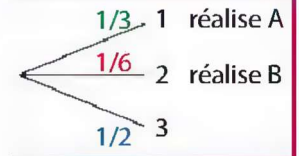
Définition Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Propriété Lorsque deux événements sont incompatibles, la probabilité pour que l'un ou l'autre se réalise est égale à la somme des probabilités de ces deux événements.

Exemple : la roue de loterie du paragraphe a.

Les événements A : « Sortie du 1 » et B : « Sortie d'un nombre pair » sont incompatibles. La probabilité de la sortie du 1 ou d'un nombre pair est :

$$p(A) + p(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$



e Événement contraire

Définition L'événement contraire d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. On le note **non A**, ou \bar{A} .

Propriété La somme des probabilités d'un événement et de son contraire est égale à 1.

Exemple : la roue de loterie du paragraphe a.

B est l'événement « Sortie d'un nombre pair » ; il est réalisé par la sortie du 2 donc $p(B) = \frac{1}{6}$. L'événement contraire de B est l'événement « Sortie d'un nombre impair » ; il est réalisé par la sortie du 1 et celle du 3. Donc $p(\bar{B}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$. Ainsi $p(B) + p(\bar{B}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$.

2 Expériences aléatoires à deux épreuves

► **Vocabulaire :** Sur l'arbre des possibles d'une expérience aléatoire à deux épreuves, une succession de deux branches est appelée **un chemin**.

Propriété Avec l'arbre d'une expérience aléatoire à deux épreuves, la probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égale au **produit des probabilités** rencontrées le long de ce chemin.

Exemple

On réalise l'expérience aléatoire à deux épreuves suivantes :

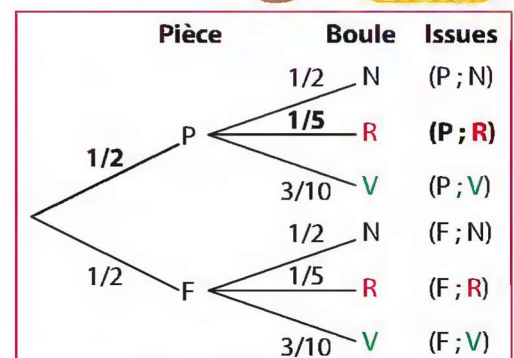
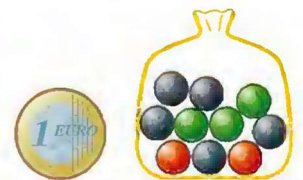
- on lance une pièce de monnaie équilibrée : on note si elle tombe sur Pile (P) ou sur Face (F) ;
- ensuite, on tire au hasard une boule du sac ci-contre et on note sa couleur.

L'issue « La pièce est tombée sur Pile et on a tiré une boule rouge du sac » est notée (P ; R).

L'arbre pondéré par les probabilités est donné ci-contre.

La probabilité de l'issue (P ; R) est égale au produit :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \text{ c'est-à-dire } \frac{1}{10}.$$



SOC 1

1 Exercice résolu Interpréter une probabilité



Un géologue affirme : « Au cours des vingt prochaines années, la probabilité qu'un tremblement de terre se produise à Zedville est de deux sur trois. »

Parmi les propositions suivantes, laquelle exprime le mieux ce que veut dire ce géologue ?

- A. Puisque $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$, il y aura donc un tremblement de terre à Zedville dans 13 à 14 ans à partir de maintenant.
- B. La probabilité d'avoir un tremblement de terre à Zedville dans les vingt prochaines années est plus forte que la probabilité de ne pas en avoir.
- C. On ne peut pas dire ce qui se passera, car personne ne peut être certain du moment où un tremblement de terre se produit.

D'après Évaluation Pisa

Solution

La bonne réponse est **B**. En effet, durant les 20 ans à venir, il y a 2 chances sur 3 qu'un tremblement de terre se produise et seulement 1 chance sur 3 qu'il ne s'en produise pas.

Une probabilité est un nombre « théorique ».

Ici, $\frac{2}{3}$ ne signifie pas qu'il se produira **obligatoirement** un séisme dans les 20 ans qui viennent et à plus forte raison qu'il s'en produira un dans les 2 premiers tiers de la période (réponse A fausse).

J'applique : exercice 4

SOC 2

2 Exercice résolu Calculer la probabilité d'un événement



Elsa a chargé ses titres favoris sur son lecteur MP3 : 7 chansons de variété française (VF), 3 titres de rap (R), 4 de variété internationale (VI) et 6 de jazz (J).

Elle utilise la fonction « shuffle » de son lecteur qui choisit au hasard parmi les titres celui diffusé par le lecteur. On s'intéresse au type de musique du 1^{er} titre diffusé.

- a. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités écrites sous forme de fractions irréductibles.
- b. Calculer la probabilité de l'événement E : « Le titre diffusé n'est pas du jazz ».

Solution

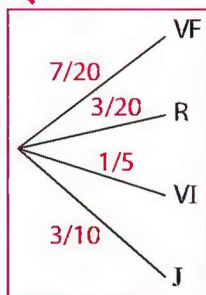
a. Les titres se répartissent de la façon suivante :

Type de musique	VF	R	VI	J	Total
Effectif	7	3	4	6	20

La probabilité que le titre diffusé soit :

- de la variété française est $\frac{7}{20}$;
- du rap est $\frac{3}{20}$;
- de la variété internationale est $\frac{4}{20}$ c'est-à-dire $\frac{1}{5}$;
- du jazz est $\frac{6}{20}$ soit $\frac{3}{10}$.

On obtient l'arbre pondéré ci-contre.



- b. L'événement contraire de E est « Le titre diffusé est du jazz » et $p(\text{non E}) = p(J) = \frac{3}{10}$.
Donc $p(E) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

Le lecteur MP3 choisit le titre au hasard, donc chacun des 20 titres a 1 chance sur 20 d'être diffusé.

La probabilité d'un type de musique est le quotient du nombre de titres de ce type par 20.

Les issues qui réalisent E sont les issues VF, R, VI. Donc, on peut aussi écrire :

$$p(E) = \frac{7}{20} + \frac{3}{20} + \frac{1}{5} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

J'applique : exercice 5

3 Exercice résolu Étudier une expérience à deux épreuves

Animation interactive

On tourne les jetons ci-contre sur une table de façon à ne pas voir la lettre qui est inscrite. On les mélange.

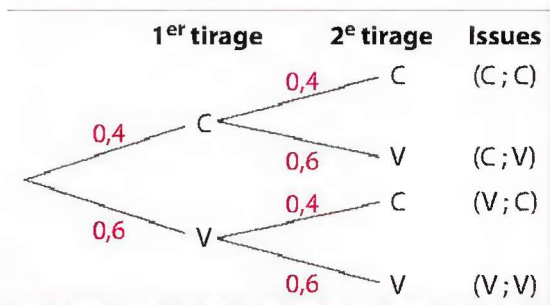


- On tire au hasard un jeton ; on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V), on le repose et on mélange ;
- on tire ensuite un deuxième jeton au hasard et on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V).

- Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités sous forme décimale.
- Calculer la probabilité de tirer deux consonnes.

Solution

a. À chacun des deux tirages, la probabilité de tirer une consonne est $\frac{4}{10}$ soit 0,4 et la probabilité de tirer une voyelle, $\frac{6}{10}$ soit 0,6. D'où l'arbre pondéré :



← Au moment du 1^{er} tirage et au moment du 2^e tirage, il y a 10 jetons sur la table : 4 consonnes (L, T, R, S) et 6 voyelles.

← Il faut distinguer l'issue (C ; V) « Tirer une consonne au 1^{er} tirage, puis une voyelle au 2^e tirage », de l'issue (V ; C).

b. La probabilité d'obtenir l'issue (C ; C) est égale au produit $0,4 \times 0,4$. Ainsi, la probabilité d'obtenir deux consonnes est 0,16.

← On multiplie les probabilités inscrites sur les branches du chemin qui conduit à l'issue (C ; C).

J'applique : exercice 6

J'applique

- 4** Le bulletin météorologique du jour prévoit que, de 12 h à 18 h, les probabilités de pluie sont de 30 %. Laquelle des affirmations suivantes est la meilleure interprétation de ce bulletin ?
- Il va pleuvoir pendant 30 % des 6 heures.
 - Il va pleuvoir sur 30 % de la zone concernée.
 - Si la même prévision était faite pour 100 jours, il pleuvrait à peu près 30 jours sur 100.

Évaluation PISA

- 5** On écrit sur les faces d'un dé équilibré à six faces, chacune des lettres N, O, T, O, U, S. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure. Déterminer la probabilité de chacun des événements :
- E_1 : « On obtient une consonne ».
 - E_2 : « On obtient une lettre du mot CAGOUS ».

Extrait DNB

- 6** Un QCM comporte deux questions. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Mélanie répond aux deux questions au hasard. Pour chaque question, on s'intéresse au fait que Mélanie a choisi la bonne réponse (V) ou une réponse fautive (F).
- À chaque question, quelle est la probabilité de V ? de F ?
 - Pour l'expérience à deux épreuves, dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités en écriture décimale.
 - Quelle est la probabilité que Mélanie réponde correctement aux deux questions ?
 - Quelle est la probabilité que Mélanie réponde correctement à une seule question ?
 - Quelle est la probabilité que Mélanie ne réponde correctement à aucune des deux questions ?
 - Quelle est la probabilité que Mélanie réponde correctement à **au moins** une question ?

SOCLE 7

Exercice résolu Utiliser un tableur pour simuler

Pour jouer en réseau avec ses amis à son jeu de rôle préféré «World of Mathcraft», Alex a besoin d'un dé équilibré à six faces. Malheureusement, il n'a pas avec lui sa boîte de dés. Avec un tableur, aider Alex à simuler le lancer d'un dé équilibré à six faces et proposer une vérification de «l'équilibre» du dé virtuel fabriqué.

Solution

B2i

1. Préparer une feuille de calcul.

A1	=ENT(6*ALEA()+1)																									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	
1	5																									
2																										

La fonction ALEA() renvoie un nombre «aléatoire» x tel que $0 \leq x < 1$. Alors $0 \leq 6x < 6$ et $1 \leq 6x + 1 < 7$.

La fonction ENT donne la partie entière d'un nombre, donc l'instruction tapée en A1 affiche 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

2. Compléter la feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
1	5	5	6	5	6	2	4	4	6	4	6	2	6	6	5	5	5	4	5	4	2	2	5	4	1
2	4	3	3	3	1	2	1	2	4	4	3	1	4	2	4	3	5	6	3	6	6	4	2	5	3
3	4	1	1	3	3	6	5	3	5	2	6	3	4	3	1	4	2	6	5	1	2	6	5	5	2
4	3	1	3	6	6	5	2	1	4	5	6	2	5	5	5	4	3	2	2	1	4	1	6	5	2
5	6	5	1	3	2	3	2	1	2	6	1	5	2	4	5	4	1	5	2	6	1	2	6	1	5
6	3	6	2	2	2	5	4	1	1	3	4	1	1	3	1	6	3	4	3	5	3	4	6	6	1
7	5	6	2	3	4	2	2	3	5	4	6	2	3	4	6	4	1	1	6	2	3	6	2	1	3
8	6	5	3	3	4	4	2	4	3	5	3	4	4	2	3	3	4	3	4	3	1	2	3	3	1
9	5	6	4	4	5	3	6	1	3	2	5	5	5	5	5	1	1	2	4	4	1	3	2	6	
10	4	4	2	3	1	6	6	2	4	6	2	6	2	2	3	1	1	2	5	4	2	2	6	4	4
11	1	1	4	6	1	1	3	1	5	1	6	6	1	1	2	3	1	6	1	3	6	2	2	5	5
12	1	3	1	1	3	2	4	2	3	2	2	6	2	1	5	6	3	3	1	4	2	6	6	2	3
13	6	3	4	6	6	2	1	2	4	4	4	6	1	1	6	4	3	2	3	4	3	5	2	5	1
14	6	2	1	3	5	2	2	2	4	5	6	6	3	4	2	5	1	4	1	1	3	3	4	1	1
15	6	2	4	2	4	1	4	3	2	3	5	4	2	2	2	5	6	6	5	6	3	5	5	5	4
16	2	5	2	6	5	6	4	1	1	6	3	5	5	4	5	3	4	6	3	2	6	5	5	3	4
17	3	3	5	1	2	6	3	5	5	2	1	1	5	2	3	1	1	5	3	1	6	4	4	4	5
18	1	3	2	4	2	5	3	5	3	1	1	4	5	4	5	4	4	4	6	4	6	2	3	3	3
19	2	1	3	5	3	1	2	2	6	6	4	1	5	3	1	4	4	6	1	1	6	3	5	3	5
20	5	5	2	6	2	2	5	4	4	1	4	5	2	3	5	4	5	6	5	6	3	1	1	6	6

On recopie la cellule A1 vers la droite jusqu'en Y1. Ensuite, on recopie la plage A1:Y1 jusqu'à la ligne 20. On obtient un tableau de 500 nombres entiers compris entre 1 et 6.

On simule ainsi 500 lancers d'un dé virtuel. Le dé est-il bien équilibré ?

3. Analyser les résultats

	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1	5	5	4	5	4	2	2	5	4	1	Face	Effectif	Fréquence
2	3	5	6	3	6	6	4	2	5	3	1	82	0,164
3	4	2	6	5	1	2	6	5	5	2	2	87	0,174
4	4	3	2	2	1	4	1	6	5	2	3	85	0,17
5	4	1	5	2	6	1	2	6	1	5	4	84	0,168
6	6	3	4	3	5	3	4	6	6	1	5	84	0,168
7	4	1	1	6	2	3	6	2	1	3	6	78	0,156
8	3	4	3	4	3	1	2	3	3	1			
9	5	1	1	2	4	4	1	3	2	6	Total	500	1
10	1	1	2	5	4	2	2	6	4	4			
11	3	1	6	1	3	6	2	2	5	5			
12	6	3	3	1	4	2	6	6	2	3			
13	4	3	2	3	4	3	5	2	5	1			
14	5	1	4	1	1	3	3	4	1	1			
15	5	6	6	5	6	3	5	5	5	4			
16	3	4	6	3	2	6	5	5	3	4			
17	1	1	5	3	1	6	4	4	4	5			
18	4	4	4	6	4	6	2	3	3	3			
19	4	4	6	1	1	6	3	5	3	5			
20	4	5	6	5	6	3	1	1	6	6			

Dans la cellule AA2, on tape la formule =NB.SI(A\$1:Y\$20;Z2). On compte ainsi, le nombre de 1 dans la plage A1:Y20. Dans la cellule AB2, on tape la formule =AA2/500. On calcule ainsi la fréquence de sortie du 1 lors des 500 lancers. On recopie vers le bas ces deux formules. On constate que les fréquences sont voisines de $\frac{1}{6}$ (à savoir environ 0,17). On peut considérer que ce dé virtuel est équilibré.

J'applique

SOCLE 8

Avec un tableur, simuler le lancer :

- a. d'un dé octaédrique (dont les faces sont numérotées de 1 à 8) ;
- b. d'un dé à dix faces portant les multiples de 10, de 0 à 90.



Distinguer fréquence et probabilité

Le jour du Brevet Il peut être utile de bien distinguer les deux notions suivantes pour une même expérience aléatoire :

- la fréquence d'une issue n'est pas toujours la même d'une réalisation de l'expérience à une autre ;
- la probabilité d'une issue est un nombre « théorique ».

9 Exercice guidé DNB

Un dé cubique a 6 faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.

1. On jette ce dé cent fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Le schéma ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues à ces cent lancers.

a. Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur jaune.

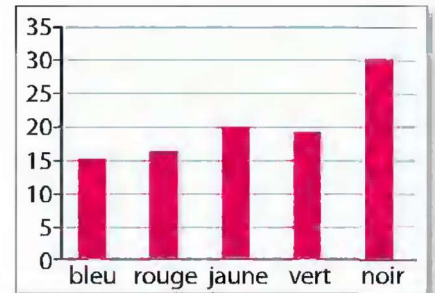
b. Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire.

2. On suppose que le dé est **équilibré**.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur jaune ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur noire ?

3. Expliquer l'écart entre les fréquences obtenues à la question 1. et les probabilités trouvées à la question 2.



GUIDÉ 1. La fréquence d'apparition d'une couleur est égale au quotient de son effectif par l'effectif total.

2. Le dé est **équilibré**, donc chaque face a la même probabilité de sortie, c'est-à-dire ici 1 chance sur 6 (puisque'il y a 6 faces).

3. Se reporter au paragraphe 1. b. du cours page 34.

Penser à un arbre des possibles

Le jour du Brevet Pour traiter un exercice de probabilité, il est nécessaire de bien visualiser les issues de l'expérience aléatoire étudiée. Pour cela, il est conseillé de dessiner un arbre des possibles et d'inscrire sur chaque branche la probabilité de l'issue correspondante.

10 Exercice guidé DNB

Sur le manège « Carrousel », il y a quatre chevaux, deux ânes, un coq, deux lions et une vache.

Sur chaque animal il y a une place. Vaite s'assoit **au hasard** sur le manège.

1. Quelle est la probabilité qu'elle monte sur un cheval ? Exprimer le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

2. On considère les événements suivants :

A : « Vaite monte sur un âne », C : « Vaite monte sur un coq » et L : « Vaite monte sur un lion ».

a. Définir par une phrase l'événement *non* L, puis calculer sa probabilité.

b. Quelle est la probabilité de l'événement A ou C ?

GUIDÉ 1. « **au hasard** » signifie que chaque place a la même probabilité d'être occupée par Vaite.

2. a. L'événement *non* L désigne l'événement contraire de l'événement L.

b. Les événements A et C sont incompatibles car Vaite ne peut s'asseoir à la fois sur un âne et sur un coq. Dans ce cas, pour calculer la probabilité que l'un ou l'autre se réalise, on calcule la somme des probabilités de ces deux événements.

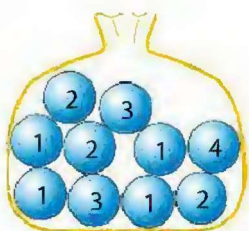
Exercices à l'oral

Notion de probabilité

11 Porter un regard critique Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une expérience aléatoire.

- Répondre au hasard à un QCM.
- Attribuer un nom à son chien.
- Tenter la transformation d'un essai lors d'un match de rugby.
- Faire tourner la roue d'une loterie.

12 Un sac opaque contient les dix boules ci-contre. On tire au hasard une boule de ce sac et on lit le nombre de points indiqué.



- Quelles sont les issues de cette expérience ?
- Compléter chaque phrase.
 - Il y a ... chance(s) sur ... d'obtenir 3 points.
 - Il y a ... chance(s) sur ... d'obtenir moins de 3 points.
 - Il y a ... chance(s) sur ... d'obtenir au moins 3 points.
- A est l'événement : « Obtenir au plus 2 points », B est l'événement « Obtenir 3 points ». Comment peut-on qualifier ces deux événements ?

13 a. On lance une pièce non truquée. Quelle est la probabilité d'obtenir Pile ?

- On lance une pièce truquée pour laquelle la probabilité d'obtenir Face est 0,54. Quelle est la probabilité d'obtenir Pile ? Expliquer.



14 On lance un dé équilibré à six faces, numérotées de 1 à 6. On lit le nombre écrit sur la face supérieure.

- Quelles sont les issues de cette expérience ?
- Indiquer les issues qui réalisent l'événement :
 - P : « Obtenir un nombre pair » ;
 - E : « Obtenir un nombre entier » ;
 - M : « Obtenir un multiple de 3 » ;
 - N : « Obtenir un nombre négatif ».
- Donner les probabilités suivantes :
 - $p(P)$
 - $p(E)$
 - $p(M)$
 - $p(N)$

15 Porter un regard critique Nam dit : « La probabilité que je sois en retard demain est 1,5 ». Qu'en pensez-vous ?

16 Pierre a lancé dix fois un dé cubique non truqué. À chaque fois, il a obtenu 6. Il lance ce dé une 11^e fois. Quelle est la probabilité d'obtenir 6 à ce 11^e lancer ?

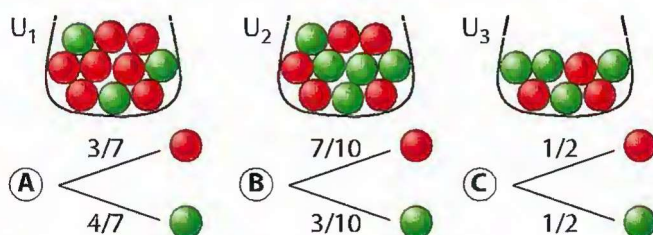
DNB

17 On a placé dans une urne 25 boules de même taille, les unes blanches, les autres noires.

La probabilité de tirer une boule blanche est 0,32. Quelles sont les boules les plus nombreuses dans l'urne : les blanches ou les noires ? Expliquer.

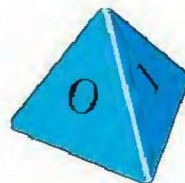
DNB

18 Les urnes ci-dessous contiennent des boules rouges et vertes. On tire une boule au hasard dans une urne. Associer chaque urne à l'arbre des possibles pondéré par les probabilités qui lui correspond.



19 Imaginer une expérience aléatoire avec une roue de loterie où chaque issue a une probabilité égale à 0,5.

20 Les lettres O, U, I, E sont écrites sur les faces d'un dé à 4 faces. On lance le dé et on note la lettre écrite sur la face cachée.



- Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre I ?
- Donner un exemple d'événement impossible.
- Donner un exemple d'événement certain.

Expériences à deux épreuves

21 On lance deux fois de suite la même pièce non truquée. Quelle est la probabilité d'obtenir :

- deux fois Face ?
- deux tirages différents ?

22 Michaël tire au hasard un jeton dans la boîte A, puis un jeton dans la boîte B.



- Quelles sont les issues de cette expérience ?
- Quelle est la probabilité de tirer le jeton ① puis le jeton ② ?

Exercices d'application

Notion de probabilité

23 **Porter un regard critique** En lançant un dé équilibré à six faces, on obtient 2.
Natacha affirme : « Si on relance ce dé, on a moins de chances d'obtenir 2 qu'un autre nombre ».
A-t-elle raison ? Expliquer.

24 Un sac contient 10 boules blanches et 5 boules noires. On tire une boule au hasard.
Quelle est la probabilité de tirer une boule noire ?

25 Un commerçant propose des boissons sur un marché. Il en a 100, réparties dans des bouteilles de même forme : 22 de thé glacé, 32 de jus d'ananas, 18 de soda, les autres bouteilles contenant de l'eau.
Il prend au hasard une bouteille.
Quelle est la probabilité de l'événement E : « Prendre une bouteille d'eau » ? Justifier.

D'après DNB

26 Un sac rouge contient les boules 1 ; 2 ; 3.
Un sac bleu contient les boules 1 ; 2 ; 3 ; 4.
On tire au hasard une boule dans chaque sac et on calcule la somme des deux numéros.
a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Somme		Sac rouge		
		1	2	3
Sac bleu	1			
	2			
	3		5	
	4			

b. Quel est l'événement le plus probable : « Obtenir une somme égale à 3 » ou « Obtenir une somme égale à 5 » ?

27 **Porter un regard critique** Une urne opaque contient les lettres du mot BAOBAB.

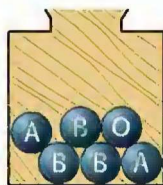
On tire une boule au hasard.

a. Chloé affirme : « Il y a trois lettres différentes, donc j'ai une chance sur 3 de tirer le B. »
Qu'en pensez-vous ?

b. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

c. Quelle est la probabilité de tirer une voyelle ?

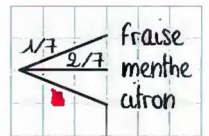
d. Si l'on réalise 250 fois cette expérience, est-on certain de tirer 125 fois le B ? Expliquer.



28 Voici un extrait de cahier.

a. Quelle probabilité est écrite sous la tache ?

b. Imaginer une expérience aléatoire qui pourrait correspondre à cet arbre des possibles. La décrire avec précision.



29 On tire une boule au hasard dans cette urne.

1. On s'intéresse à la couleur de la boule tirée.

a. Y a-t-il une issue qui a plus de chances de se réaliser ? Si oui, laquelle ?

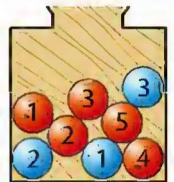
b. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

2. On s'intéresse au nombre inscrit sur la boule tirée.

a. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

b. Donner un exemple d'événement :

- impossible ;
- dont la probabilité est 0,5.



30 On écrit sur les faces d'un dé équilibré chacune des lettres du mot ARMURE. On lance ce dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.

1. Quelles sont les issues de cette expérience ?

2. Déterminer la probabilité de l'événement :

a. E_1 : « Obtenir une lettre du mot RAMEUR » ;

b. E_2 : « Obtenir une lettre du mot COTON » ;

c. E_3 : « Obtenir une lettre du mot MALIN » ;

d. E_4 : « Obtenir une consonne ».

31 Un maraîcher commercialise de la mâche dans des barquettes où il est marqué « Poids net : 150 g ».

On a pesé 300 barquettes de ce stock. Voici les résultats.

Masse (en g)	135 à moins de 140	140 à moins de 145	145 à moins de 150	150 à moins de 155	155 à moins de 160	160 à moins de 165
Effectif	15	21	93	126	27	18

1. Donner la fréquence de chaque classe.

2. On prend au hasard une barquette dans le stock et on note sa masse. On assimile les probabilités aux fréquences calculées à la question **1**.

Déterminer la probabilité de chaque événement sous forme de fraction irréductible.

a. A : « La barquette pèse au moins 5 g de plus que la masse marquée » ;

b. B : « La masse réelle de la barquette diffère de la masse marquée de 10 g ou moins. »

Exercices

32 On lance un dé à huit faces numérotées de 1 à 8.



- Dans chaque cas, déterminer l'(les) issue(s) qui réalise(nt) l'événement :
 - E_1 : « Obtenir un multiple de 2 et de 3 » ;
 - E_2 : « Obtenir un multiple de 2 ou de 3 » ;
 - E_3 : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 5 ou impair ».
- Donner chaque probabilité en écriture décimale.
 - $p(E_1)$
 - $p(E_2)$
 - $p(E_3)$

33 Math et métier

La répartition des groupes sanguins dans la population française est présentée dans le tableau ci-dessous.

		Groupe sanguin			
		O	A	B	AB
Rhésus	Rh+	36 %	38 %	8 %	3 %
	Rh-	6 %	7 %	1 %	1 %

- On choisit au hasard une personne. On assimile les probabilités aux fréquences observées. Quelle est la probabilité de chacun des événements :
- B : « La personne est du groupe B » ?
 - R+ : « La personne est de rhésus positif » ?
 - A- : « La personne est du groupe A rhésus négatif » ?

Un métier Technicien de laboratoire

Le technicien de laboratoire effectue des analyses médicales ou biologiques en milieu industriel (pharmacie, cosmétique, environnement, ...) ou dans la recherche. Minutie, rigueur, intérêt pour la biologie sont des qualités recherchées.

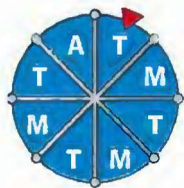


Après un bac S ou STL, on poursuit par un BTS, un DUT ou une licence Pro.

<http://www.onisep.fr/Decouvrir-les-metiers>

34 On fait tourner la roue de loterie ci-dessous.

On admet que chaque secteur a autant de chance d'être désigné. On regarde la lettre désignée par la flèche (A, T ou M) et on considère les événements suivants :



- A : « La roue s'arrête sur A » ;
 - T : « La roue s'arrête sur T » ;
 - M : « La roue s'arrête sur M ».
- Réaliser l'arbre pondéré par les probabilités.
 - Exprimer à l'aide d'une phrase ce qu'est l'événement non A puis donner sa probabilité.

D'après DNB

35 Maths in english

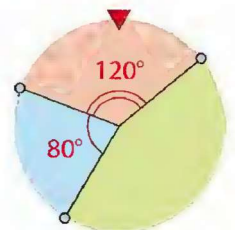
A box contains sweets of different colours: orange, blue, red and yellow. Duncan is going to choose one sweet at random from the box.

The table shows each of the probabilities that Duncan will choose an orange sweet, a red sweet or a yellow sweet.

Colour	orange	blue	red	yellow
Probability	0,35		0,24	0,19

- Work out the probability that Duncan:
 - will choose a blue sweet;
 - will not choose a red sweet.
- The box contains 250 sweets. Estimate how many red sweets are in the box.

36 On tourne la roue équilibrée ci-contre et on note la couleur du secteur obtenu.



On associe à chaque issue une probabilité proportionnelle à l'angle du secteur correspondant. Réaliser l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

37 B2i On veut fabriquer une roue de loterie du même type que celle de l'exercice 36, vérifiant les caractéristiques suivantes :

Couleur	Jaune	Vert	Noir	Rouge	Bleu
Probabilité	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

- Vérifier que les probabilités indiquées permettent de fabriquer une telle roue.
- Déterminer l'angle de chaque secteur de la roue.
- Prendre des initiatives** Construire cette roue à l'aide d'un logiciel de géométrie ou d'un tableur.

38 Les Grecs et les Romains utilisaient des osselets au lieu de dés. Des osselets peuvent retomber dans l'une des quatre positions ci-contre.



On note P_1, P_2, P_3, P_4 les probabilités pour que l'osselet tombe respectivement dans la position ①, ②, ③, ④.

On sait que : $P_1 = P_2$; $P_3 = P_4$; $P_3 = 4P_1$. Calculer P_1, P_2, P_3, P_4 .

39 Dans une urne, on place 100 jetons numérotés 00, 01, 02, ..., 98, 99. On tire un jeton au hasard et on lit le numéro obtenu.

Déterminer la probabilité de l'événement E : « Le chiffre 9 ne figure pas dans le numéro ».

40 Les quatre faces d'un dé tétraédrique sont peintes en rouge, en bleu, en vert et en jaune. Pour savoir si ce dé est équilibré, des élèves le lancent et notent la couleur de la face cachée.



Le tableau ci-dessous donne leurs résultats.

Nom de l'élève	Nombre de lancers	Couleur de la face cachée			
		Rouge	Bleu	Vert	Jaune
Pierre	20	9	7	2	2
Chloé	60	23	20	8	9
Siham	250	85	90	36	39
Kevin	40	15	15	6	4
Maeva	150	47	54	23	26

- Construire un tableau présentant les résultats regroupés des cinq élèves.
- Le dé paraît-il équilibré ? Expliquer.
- Estimer la probabilité d'obtenir la couleur jaune.

Expériences à deux épreuves

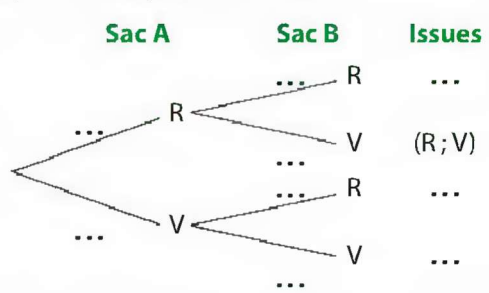
41 Jérémy prépare un tour de magie ; il prend un foulard au hasard dans le sac A, puis un autre dans le sac B.



Le sac A contient 3 foulards rouges (R) et 4 verts (V).
Le sac B contient 1 foulard rouge et 3 verts.

Tous ces foulards sont indiscernables au toucher.

1. Recopier et compléter cet arbre.



2. Calculer la probabilité que Jérémy tire au hasard :

- un foulard rouge puis un vert ;
- un foulard vert puis un rouge ;
- deux foulards de la même couleur.

42 On lance deux dés non truqués à six faces numérotées de 1 à 6, et on lit les numéros des faces supérieures. Quelle est la probabilité d'obtenir :

- le même nombre sur les deux dés ?
- deux nombres différents ?

43 Math et ARTS

Le *soundpainting* est un langage d'improvisation musicale en temps réel, créé par Walter Thompson dans les années 1980. Les musiciens suivent les signes du chef d'orchestre qui leur indiquent une note, un rythme, une nuance. Il existe près de 900 signes différents ; en voici cinq.

Signe	Nuance		Tempo (vitesse)		
Sens	Jouer moins fort	Jouer plus fort	Jouer moins vite	Jouer plus vite	Garder le tempo

Le chef d'orchestre choisit au hasard une indication de nuance parmi les deux signes proposés ci-dessus et une indication de tempo parmi les trois.

- Représenter l'arbre des possibles pondéré par les probabilités pour cette expérience à deux épreuves.
- Quelle est la probabilité des événements suivants :

A : « Jouer moins fort en gardant le tempo » ?

B : « Jouer plus fort et plus vite » ?

C : « Jouer moins vite » ?



44 À la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de 3^e de 25 élèves : 48 % des élèves ont 14 ans ; $\frac{1}{5}$ ont 16 ans ; les autres ont 15 ans.

Lors de cette enquête, on a demandé aux élèves s'ils utilisaient un sac à dos ou un sac en bandoulière.

- $\frac{1}{6}$ des élèves de 14 ans ont un sac à dos ;
- $\frac{3}{8}$ des élèves de 15 ans ont un sac en bandoulière ;
- 60 % des élèves de 16 ans ont un sac à dos.

On interroge au hasard un élève de cette classe et on lui demande son âge et le type de sac qu'il utilise.

1. Calculer la probabilité que l'élève ait un sac à dos et :

- 14 ans ;
 - 15 ans ;
 - 16 ans.
2. En déduire la probabilité que l'élève ait un sac à dos.

Prendre des initiatives

45 Sonia a confectionné une galette des rois circulaire et a placé la fève au hasard.

Le diamètre de la galette est 20 cm, celui de la couronne est 10 cm.

Déterminer la probabilité que la fève se trouve à l'intérieur du disque délimité par la couronne.



Exercices

46 Travail de groupe

a. Lire attentivement l'énoncé.

Justin dispose de trois dés équilibrés D_1 , D_2 et D_3 :

- D_1 a quatre faces numérotées 0 ; 1 ; 2 ; 3 ;
- D_2 a quatre faces numérotées 3 ; 4 ; 5 ; 6 ;
- D_3 a huit faces numérotées 0 ; 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2.

Justin peut au choix lancer :

- les dés D_1 et D_2 et ajouter les deux numéros cachés ;
- ou bien le dé D_3 et ajouter les sept numéros visibles.

Pour gagner, il doit obtenir une somme de 6.

A-t-il intérêt à lancer :

- les deux dés à 4 faces ?
- le dé à 8 faces ?

b. Une partie des membres du groupe étudie le lancer des deux dés D_1 et D_2 , l'autre teste le lancer du dé D_3 .

c. Après échange, les membres du groupe rédigent le conseil qu'ils donnent à Justin, avec les raisons de ce choix.

47 Connaître la France

a. Malik choisit un département au hasard dans la liste des départements de la France métropolitaine.

Quelle est la probabilité que ce département appartienne à la région Bretagne ?


b. **Porter un regard critique** Son choix s'effectue maintenant dans la liste des départements français. Malik affirme : « Le département que j'ai choisi a autant de chances d'être situé outre-mer qu'en région parisienne. »


A-t-il raison ?


Vrai ou faux ?


Pour les exercices 48 à 53, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Expliquer la réponse.

 **48** Une probabilité s'exprime par un nombre quelconque.

 **49** Dans une expérience aléatoire, la somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.

 **50** On lance 100 fois une pièce de monnaie. La fréquence d'apparition de Pile est toujours 50 %.

 **51** En lançant 6 fois un dé classique équilibré, on obtient toujours les six issues 1, 2, 3, 4, 5, 6, mais on ne sait pas dans quel ordre.

 **52** Au Loto, on tire au hasard cinq numéros entre 1 et 49. Les numéros sortis les mercredis ont moins de chances de sortir le samedi.

53 Une urne contient deux boules noires et une boule blanche. On tire au hasard une boule de l'urne, on note sa couleur et on la repose dans l'urne. On effectue un deuxième tirage. La probabilité d'obtenir au moins une boule noire est $\frac{8}{9}$.

Calcul mental et réfléchi

54 Calculer une probabilité

Une urne contient des balles rouges (R), vertes (V) et jaunes (J). On tire une balle au hasard.

Calculer mentalement $p(V)$ lorsque l'on sait que :

a. $p(R) = 0,25$ et $p(J) = 0,4$

b. $p(R) = \frac{5}{12}$ et $p(J) = \frac{1}{2}$

55 Utiliser une probabilité

La probabilité de tirer au hasard une boule bleue dans un sac est de $\frac{2}{5}$.

Calculer mentalement le nombre de boules bleues du sac, si le nombre total de boules est :

- a. 5 b. 35 c. 75 d. 125 e. 1 000

56 Fréquences

Ce tableau donne les préférences des clients d'une cafétéria entre les quatre plats servis quotidiennement.

Plat	Salade	Lasagnes	Steak	Poisson
Fréquence	38 %	27 %	15 %	

- a. Calculer mentalement la fréquence du choix «Poisson».
- b. Estimer le nombre de steaks servis aux 200 clients du jour.

57 Événement contraire

Dans chaque cas, on donne la probabilité d'un événement A.

Calculer mentalement la probabilité de son événement contraire.

- a. $p(A) = \frac{3}{7}$ b. $p(A) = 0,65$ c. $p(A) = 43\%$ d. $p(A) = 1$

Présenter, argumenter, communiquer

58 Améliorer la rédaction

Énoncé. Une classe de 3^e est constituée de 25 élèves. Le tableau ci-dessous en donne la composition.

	Garçon	Fille	Total
Externe	...	3	...
Demi-pensionnaire	9	11	...
Total	25

On tire au hasard une fiche d'un élève de cette classe.

a. Quelle est la probabilité que la fiche tirée soit celle d'une fille ? d'un externe ?

b. Si cette fiche est celle d'un demi-pensionnaire, quelle est la probabilité que ce soit celle d'un garçon ?

Extrait DNB

Copie de Jonathan.

a. Filles : la probabilité est 0,56 *Oui, mais d'où vient ce nombre ?*
 Externes : $25 - 9 + 11 = 5$ *Oubli des parenthèses*
 La probabilité est 0,2 *???*
 b. 9 sur 20 donc probabilité = 0,45 *à mieux rédiger*

Les réponses sont justes, mais la rédaction n'est pas correcte. Rédiger les réponses à ce problème avec toutes les explications nécessaires.

59 Réagir à des informations

Dans la famille Aléa, on a trouvé une façon originale de désigner celui des trois enfants qui fera la vaisselle ; on lance deux fois une pièce de 1 € :

- si la pièce tombe deux fois sur Face, ce sera Marc ;
- si la pièce tombe deux fois sur Pile, ce sera Élise ;
- si la pièce tombe sur deux faces différentes, ce sera Léo.

Écrire un court dialogue entre les trois enfants, dans lequel chacun donne son avis sur cette façon de procéder.

60 Participer à un débat

Tous les pions d'un jeu de dames sont rangés dans un sac. On prend au hasard un pion que l'on remet ensuite dans le sac.

Valère a pris trois fois un pion blanc, Fleur a pris une fois un pion noir, Ethan a pris un pion noir et un blanc.

Qui a la plus forte probabilité de prendre un pion blanc la prochaine fois ?



61 Exploiter la recherche d'un élève

Énoncé. Sur une frise chronologique sont inscrites toutes les années du XX^e siècle de 1901 à 2000.

Sur cette frise figurent les événements importants. Kevin choisit au hasard une année du XX^e siècle.

Déterminer la probabilité des événements :

a. G : « L'année désignée est située (même en partie) pendant la première guerre mondiale » ;

b. K : « L'année désignée se situe (même en partie) pendant la V^e République ».

Voici le début de la copie (sans erreur) d'un élève.

XX^e siècle : 100 ans
 a. 14-18 : 5 années

Répondre aux questions.

62 Argumenter

Enzo tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Léa tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.

1. Quelle est la probabilité de tirer le 5 de Carreau :

a. pour Enzo ? **b.** pour Léa ?

2. Luce affirme : « Léa et Enzo ont la même probabilité de tirer un Cœur ».

A-t-elle raison ? Justifier.

3. Qui a la plus grande probabilité de tirer un As ? Justifier.

D'après DNB



63 Réfléchir

On place côte à côte et aléatoirement une fourchette, une cuiller et un couteau.

Quelle est la probabilité de l'événement : « Le couteau est placé entre la fourchette et la cuiller » ?

64 Narration de recherche

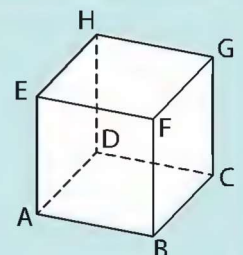
Racontez vos pistes de recherche, qu'elles vous aient permis de trouver ou non.

Relevez celles qui vous ont fait progresser ou changer de méthode.

Un scarabée part de A, à la vitesse d'une arête par minute. À chaque sommet, il choisit au hasard une des trois arêtes issues de ce sommet.

Le scarabée marche 3 min.

Quelle est la probabilité qu'il ait atteint le point G ?




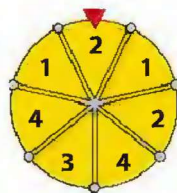
QCM pour s'évaluer

QCM interactif



Pour ces exercices, une seule réponse est exacte.

Si la réponse est fautive revoir :

	a	b	c	
<p>65 La probabilité de tirer au hasard une boule blanche de ce sac est ...</p> 	4	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{3}$	§ 1. du cours p. 34
<p>66 La probabilité de tirer au hasard une boule portant le numéro 2, du sac ci-dessus est ...</p>	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	§ 1. du cours p. 34
<p>67 On tire au hasard une boule du sac ci-dessus. Les événements « Tirer le n° 3 » et « Tirer une boule bleue » sont ...</p>	opposés	contraires	incompatibles	§ 1. d. du cours p. 35
<p>68 On lance un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On lit le numéro inscrit sur la face supérieure. L'événement contraire de « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 » est ...</p>	« Obtenir 3 ou 4 ou 5 ou 6 »	« Obtenir un nombre différent de 2 »	« Obtenir un nombre supérieur ou égal à 2 »	§ 1. e. du cours p. 35
<p>69 On lance deux pièces de monnaie. La probabilité de n'obtenir aucun Pile est ...</p>	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	§ 1. du cours p. 34-35
<p>70 On tourne la roue deux fois de suite. La probabilité d'obtenir deux fois le 2 est ...</p> 	$\frac{2}{7} \times \frac{2}{7}$	$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$	$\frac{2}{7} + \frac{2}{7}$	§ 2. du cours p. 35



Pour ces exercices, plusieurs réponses peuvent être exactes.

Si la réponse est fautive revoir :

	a	b	c	
<p>71 Dans une urne, il n'y a que des boules rouges et des boules bleues. La probabilité de sortir une boule rouge est $\frac{2}{3}$. Alors cette urne peut contenir ...</p>	2 boules rouges et 3 boules bleues	14 boules rouges et 7 boules bleues	2 boules rouges et 1 boule bleue	§ 1. du cours p. 34
<p>72 On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Un événement impossible est : « Tirer une carte ... »</p>	rouge ou noire	ni rouge ni noire	rouge et noire	§ 1. du cours p. 34
<p>73 On tire une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes. Alors la probabilité de tirer ...</p>	le valet de cœur est $\frac{1}{52}$	un carreau est $\frac{1}{4}$	un as est $\frac{1}{13}$	§ 1. du cours p. 34

Mon score

► Plus de la moitié des réponses justes



► Plus de la moitié des réponses fausses



Réponses page 311

Exploiter une simulation

Avec une aide

74 Dans cet exercice, tous les dés sont équilibrés.

a. Aline possède deux dés équilibrés très particuliers.
 Dé n° 1 : 1, 2, 2, 3, 3, 4 Dé n° 2 : 1, 3, 4, 5, 6, 8
 Elle lance ses deux dés puis elle calcule la somme des deux nombres obtenus.

Aline a obtenu une somme égale à 8. Écrire toutes les possibilités de lancers qui correspondent à ce résultat.

b. Aline se demande quelle est la probabilité d'obtenir les différentes sommes. Pour se faire une idée, elle effectue 5 000 lancers. Voici ses résultats.

Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	122	264	418	592	677	848	724	529	398	301	127

Avec quelle fréquence Aline a-t-elle obtenu une somme égale à 6 ?

c. Bertrand possède deux dés classiques, dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Il voudrait obtenir une somme égale à 2 avec deux dés.

A-t-il plus de chances d'obtenir ce résultat en lançant les dés d'Aline ou en lançant ses deux dés ?

d. Réaliser un patron d'un dé classique, avec ses numéros (la somme des nombres sur deux faces opposées est 7).

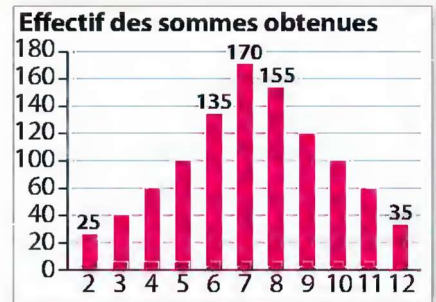
Extrait DNB

Aide **c.** Quelle face doit sortir sur chaque dé de Bertrand pour que la somme soit égale à 2 ? Et avec les dés d'Aline ?

Sans aide maintenant

75 Avec un tableur, on simule 1 000 lancers de deux dés équilibrés classiques.

Ce diagramme représente les effectifs des sommes obtenues par les dés.



a. Quel est, pour cette simulation, le nombre de lancers qui donnent la somme 7 ? En déduire la fréquence en pourcentage représentée par ces lancers.

b. Compléter le tableau suivant et trouver les différentes possibilités d'obtenir une somme égale à 7 avec deux dés. Calculer la probabilité d'obtenir cette somme.

Somme des 2 dés		Valeur 2 ^e dé					
		1	2	3	4	5	6
Valeur 1 ^{er} dé	1	2	3	4			
	2		4				
	3						
	4						
	5						
	6						12

c. Que peut-on dire de la valeur de la fréquence obtenue au **a.** et de celle de la probabilité obtenue au **b.** ?

Extrait DNB

Étudier une expérience à deux épreuves

Avec une aide

76 À la fin de l'année scolaire, une école décide d'offrir des colis lecture aux élèves.

a. Étienne a reçu un colis qui contient trois bandes dessinées et deux albums. Il sort, au hasard, un premier livre du colis sans regarder.

Quelle est la probabilité que ce soit une bande dessinée ?

b. Étienne sort du colis un premier, puis un deuxième livre sans regarder. Quelle est la probabilité qu'il obtienne au moins une bande dessinée ? *Extrait DNB*

Aide **b.** Réaliser l'arbre des possibles pondéré par les probabilités pour cette expérience à deux épreuves. Penser aussi à l'événement contraire.

Sans aide maintenant

77 M. Dubois fait construire une maison et aujourd'hui il visite le chantier. Il observe un électricien.

Il constate que celui-ci a, à côté de lui, deux boîtes.

Dans la 1^{re}, il y a 40 vis à bout rond et 60 vis à bout plat.

Dans la 2^e, il y a 38 vis à bout rond et 12 vis à bout plat.

1. L'électricien prend au hasard une vis dans la 1^{re} boîte. Quelle est la probabilité que cette vis soit à bout rond ?

2. L'électricien remet cette vis dans la 1^{re} boîte. Les deux boîtes sont donc inchangées. Il prend maintenant, toujours au hasard, une vis dans la 1^{re} boîte puis une vis dans la 2^e boîte.

a. Quels sont les différents tirages possibles ?

b. Montrer qu'il a plus d'une chance sur deux d'obtenir deux vis différentes. *DNB*

Exercices d'approfondissement

78 Imaginer une stratégie

Olivier monte sur l'échelle de son lit mezzanine. Arrivé sur le 3^e barreau, il commence son jeu habituel : il lance une pièce de monnaie équilibrée ; si elle retombe sur Pile, il monte d'un barreau, si elle retombe sur Face, il descend d'un barreau. Il lance sa pièce trois fois et à chaque fois, il suit ce que sa pièce décide.

Olivier : « Il y a autant de chances que je me retrouve sur le 4^e barreau que sur le 2^e barreau ». Qu'en pensez-vous ?

79 Problème ouvert

Dans la région d'Alice, la météo se résume à deux possibilités : beau temps et pluie.

S'il fait beau un jour, la probabilité qu'il fasse beau le lendemain est $\frac{3}{7}$.

La probabilité qu'il pleuve s'il a plu la veille est $\frac{3}{5}$.

Aujourd'hui il fait beau. Alice envisage d'organiser une promenade après-demain.

Est-ce raisonnable ? Présenter les arguments.

80 Une expérience à une épreuve

Un sac contient des boules : 10 rouges, 6 noires et 4 jaunes.

1. On tire une boule au hasard et on la remet dans ce sac.

a. Quelle est la probabilité pour que cette boule soit rouge ?

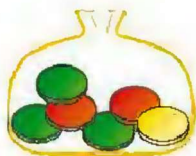
b. Calculer de deux façons différentes la probabilité pour que cette boule soit noire ou jaune.

2. On ajoute des boules bleues dans le sac. On tire une boule au hasard. Sachant que la probabilité de tirer une boule bleue est $\frac{1}{5}$, calculer le nombre de boules bleues.

D'après DNB

81 Avec ou sans remise

Un sac contient trois jetons verts, deux rouges et un jaune.



1. On tire un jeton au hasard et on note sa couleur. On le remet dans le sac, puis on tire à nouveau un jeton au hasard et on note sa couleur.

a. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

b. Quelle est la probabilité de tirer deux jetons d'une même couleur ?

2. Reprendre la question 1. pour l'expérience suivante : on tire un jeton au hasard et on note sa couleur. On ne le remet pas dans le sac, puis on tire un autre jeton au hasard et on note sa couleur.

82 Simulation B2i

On considère le segment ci-dessous, de longueur 1.

On prend au hasard deux points A et B sur ce segment.



On se propose de déterminer la probabilité de l'événement L :

« La longueur du segment [AB] est strictement supérieure à $\frac{1}{2}$ ».

Pour simuler le choix de A et B avec un tableur, on utilise la fonction ALEA () : elle renvoie un nombre aléatoire entre 0 et 1. Ce nombre simulera l'abscisse x_A du point A ou x_B du point B sur le segment.

a. Réaliser la feuille de calcul ci-dessous en tapant :

- dans les cellules B2 et C2 : =ALEA () ;
- dans la cellule D2 : =ABS(B2-C2) (différence entre le plus grand et le plus petit de x_A et x_B) ;
- dans la cellule E2 : =SI(D2>0,5;1;0) (renvoie 1 si le contenu de D2 est strictement supérieur à 0,5 et 0 sinon) ;
- recopier la plage A2:E2 jusqu'à la ligne 501 (on effectue ainsi 500 simulations).

A	B	C	D	E	F
n° de l'essai	x_A	x_B	AB	AB>0,5	Fréquence
1	0,09310913	0,62338257	0,5302734375	1	
2	0,9309082	0,40786743	0,5230407715	1	
3	0,00765991	0,29595947	0,2882995605	0	
4	0,3270874	0,93688965	0,6098022461	1	
5	0,69491577	0,75100708	0,0560913086	0	

b. Dans la cellule F2 taper la formule :

=NB.SI(E2:E501;1)/500

pour calculer la fréquence d'apparition du 1.

c. Taper sur F9 et observer la fréquence affichée.

d. Estimer la probabilité de l'événement L.

83 Un défi

Sur une foire, on propose le jeu suivant : pour une mise de 1 €, le joueur peut parier sur un nombre entier compris entre 1 et 6. Il lance alors trois dés équilibrés.

Si le nombre sur lequel il a parié sort :

- une fois, on lui rembourse sa mise plus 1 € ;
- deux fois, on lui rembourse sa mise plus 2 € ;
- trois fois, on lui rembourse sa mise plus 3 €.

Sinon il perd sa mise.

Accepteriez-vous de jouer à ce jeu ?

SOCLE Tâche complexe

84 Déterminer une probabilité

LA SITUATION-PROBLÈME

Un satellite va retomber dans l'océan Atlantique.

Aider les ingénieurs du centre spatial à déterminer la probabilité que leur hélicoptère puisse récupérer le satellite avant qu'il ne coule.



Doc. 1 : Informations sur le satellite

Le satellite va tomber à l'intérieur d'un disque de rayon 200 km et de centre le point de coordonnées 15°W 10°S. Le satellite coulera au bout de 24 minutes.

Doc. 2 : Informations sur l'hélicoptère

L'hélicoptère est prêt à décoller d'un bateau situé à 100 km à l'est du point de coordonnées 15°W 10°S.

Il décollera au moment où le satellite touchera la mer et sa vitesse moyenne sera de 225 km/h.

LES SUPPORTS DE TRAVAIL

Calculatrice, instruments de géométrie.

! Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 3 : Une carte de la région



Pratiquer une démarche scientifique

- ▶ Extraire des informations.
- ▶ Réaliser en autonomie une construction géométrique manuellement.
- ▶ Participer à la conception d'une méthode de calcul.

En route vers la Seconde

85 B2i Trois dés pour un triangle

On lance trois dés équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On se propose d'estimer la probabilité d'obtenir les mesures des côtés d'un triangle.

a. Réaliser la feuille de calcul ci-dessous. Pour cela :

- dans les cellules B2, C2, D2, simuler le lancer d'un dé avec la fonction ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) ;
- dans les cellules E2, F2, G2, utiliser la fonction SI pour savoir si un côté est strictement inférieur à la somme des deux autres ;
- dans la cellule H2, utiliser la fonction SI pour vérifier si les trois tests précédents sont vérifiés simultanément : on affiche 1 si oui, 0 si non ;
- recopier la plage A2:H2 jusqu'à la ligne 501.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n° de lancer	Dé n°1	Dé n°2	Dé n°3	Test 1	Test 2	Test 3	Triangle oui/non	Fréquence
2	1	6	6	3	1	1	1	1	
3	2	6	4	6	1	1	1	1	
4	3	3	2	2	1	1	1	1	
5	4	1	4	2	1	0	1	0	
6	5	3	1	6	1	1	0	0	

b. Dans la cellule I2, taper =NB.SI(H2:H501;1)/500 pour calculer la fréquence d'obtention d'un triangle.

c. Taper sur **F9** et observer cette fréquence.

d. Estimer la probabilité d'obtention d'un triangle.

86 En calcul littéral

Un sac contient des balles de tennis, n jaunes (J) et 7 blanches (B), avec n nombre entier positif.

1. Sarah prend une balle au hasard dans le sac, regarde sa couleur et la replace dans le sac.

a. Exprimer en fonction de n la probabilité de prendre une balle blanche.

b. Steve regarde le contenu du sac et affirme que cette probabilité est de $\frac{2}{5}$. Est-ce possible ? Expliquer.

2. Sarah effectue deux tirages successifs dans le sac en remettant la balle après le premier tirage.

a. Réaliser un arbre des possibles pondéré par les probabilités pour cette expérience à deux épreuves.

b. Exprimer en fonction de n la probabilité que Sarah prenne deux balles de couleurs différentes.

c. Steve, qui connaît le contenu du sac, annonce que cette probabilité est de $\frac{4}{9}$.

Utiliser cette copie d'écran du logiciel Xcas pour dire si cela est possible ou non. Si oui, donner le nombre de balles jaunes du sac.

