DEVOIR SURVEILLE N°1 DE MATHEMATIQUES		
CLASSE : Tle B	Coefficient	Heure de composition
DUREE : 2 Heures	2	15 H 35 – 17 H 25
Prof : M. DJAHA 07 09 52 13 05		SEMESTRE 1
DATE :28 /11/2022		

<u>EXERCICE 1</u> 2,5 pts

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro suivi de la lettre V pour vraie et F pour faux

1. Si a un réel quelconque et f une fonction définie et strictement décroissante sur $]a;+\infty[$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.
2. Soient f et g deux fonctions définies sur $[0;+\infty[$, g ne s'annulant pas :

   Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)} = -1$.
3. Si f est une fonction définie sur $[0;+\infty[$ telle que $0 \leqslant f(x) \leqslant \sqrt{x}$ sur $[0;+\infty[$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$.
4. Une fonction g est définie sur l'intervalle $]-\infty;0]$ par : $g(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x-3}$.

   Soit Γ sa courbe représentative dans un repère du plan.

   Γ admet une asymptote.
5. Si pour tout réel x négatif $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, alors $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$

<u>EXERCICE 2</u> 2,5 pts

On considère la fonction k définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $k(x) = \frac{x-\cos(x)}{x^2+1}$

1- Détermine un encadrement de $k(x)$ sur $]0;+\infty[$.

2- Calcule en justifiant la limite de k en $+\infty$.

<u>EXERCICE 3</u> 4 pts

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ et on nomme $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

1- Précise en justifiant les images par f des intervalles : $]0;1]$ et $[1;+\infty[$.

2- Justifie que $\forall x \in]0;+\infty[$, $f(x) \leq 1$.

3- Détermine le nombre de solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $]0;+\infty[$.

EXERCICE 4 : 4 pts

On considère la fonction P définie par : $P(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.

1) Détermine l'ensemble de définition de la fonction P notée D_p.
2) Calcule la limite de P en $+\infty$ puis interprète graphique le résultat.
3) Etudie l'existence d'un prolongement par continuité de P en 4 puis définie ce prolongement s'il existe.

EXERCICE 5 : 7 pts

Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

1- Justifie que g est continue sur IR.
2- Justifie que la courbe de la fonction g admet une branche parabolique à préciser.
3- Dresse le tableau de variation de g (On calculera les limites éventuelles de g).
4- Justifie que g est une bijection de [2 ;3] vers un intervalle K à préciser.
5- Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique sur IR notée α.
6- On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique sur [2 ;3]. Justifie que $2{,}1 \leq \alpha \leq 2{,}2$.
7- Déduis en un encadrement de α à 10^{-2} près.
8- Sachant que $g(\alpha) = 0$, établis que : $\alpha^3 = 3\alpha + 4$.
9- Donne le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.