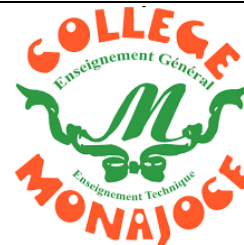


DEVOIR SURVEILLE N°1 DE MATHÉMATIQUES		
CLASSE : Tle B	Coefficient	Heure de composition
DUREE : 2 Heures	2	15 H 35 – 17 H 25
Prof : M. DJAHA 07 09 52 13 05		SEMESTRE 1
DATE : 28 /11/2022		



EXERCICE 1 2,5 pts

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro suivi de la lettre V pour vraie et F pour faux

1. Si a un réel quelconque et f une fonction définie et strictement décroissante sur $]a; +\infty[$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

2. Soient f et g deux fonctions définies sur $]0; +\infty[$, g ne s'annulant pas :

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -1$.

3. Si f est une fonction définie sur $]0; +\infty[$ telle que $0 \leq f(x) \leq \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$.

4. Une fonction g est définie sur l'intervalle $] -\infty; 0]$ par : $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{x - 3}$.

Soit Γ sa courbe représentative dans un repère du plan.

Γ admet une asymptote.

5. Si pour tout réel x négatif $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, alors

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$$

EXERCICE 2 2,5 pts

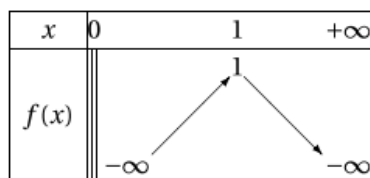
On considère la fonction k définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $k(x) = \frac{x - \cos(x)}{x^2 + 1}$

1- Détermine un encadrement de $k(x)$ sur $]0; +\infty[$.

2- Calcule en justifiant la limite de k en $+\infty$.

EXERCICE 3 4 pts

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ et on nomme \mathcal{C} sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$



1- Précise en justifiant les images par f des intervalles : $]0; 1]$ et $[1; +\infty[$.

2- Justifie que $\forall x \in]0; +\infty[, f(x) \leq 1$.

3- Détermine le nombre de solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $]0; +\infty[$.

EXERCICE 4 : 4 pts

On considère la fonction P définie par : $P(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition de la fonction P notée D_p .
- 2) Calcule la limite de P en $+\infty$ puis interprète graphiquement le résultat.
- 3) Étudie l'existence d'un prolongement par continuité de P en 4 puis définit ce prolongement s'il existe.

EXERCICE 5 : 7 pts

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

- 1- Justifie que g est continue sur \mathbb{R} .
- 2- Justifie que la courbe de la fonction g admet une branche parabolique à préciser.
- 3- Dresse le tableau de variation de g (On calculera les limites éventuelles de g).
- 4- Justifie que g est une bijection de $[2 ; 3]$ vers un intervalle K à préciser.
- 5- Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique sur \mathbb{R} notée α .
- 6- On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique sur $[2 ; 3]$.
Justifie que $2,1 \leq \alpha \leq 2,2$.
- 7- Déduis en un encadrement de α à 10^{-2} près.
- 8- Sachant que $g(\alpha) = 0$, établis que : $\alpha^3 = 3\alpha + 4$.
- 9- Donne le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .