✓ **SERIES DE TD MATHEMATIQUE**

EXERCICE 1

PARTIE A

Soit g *la fonction polynome définie sur* $\mathbb{R}$ *par* : $\boldsymbol{g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1}$

1- Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation

2- a) Démontrer que l'équation $\boldsymbol{g(x) = 0}$ admet une solution $\propto$ comprise entre 1,6 et 1,7

b) Démontrer que $\forall \boldsymbol{x} \in]-\infty\,; \propto[, \boldsymbol{g(x) < 0}$

$\forall \boldsymbol{x} \in]\propto; +\infty[, \boldsymbol{g(x) > 0}$

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ $\boldsymbol{par}$ $\boldsymbol{f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}}$ *de la courbe* (C) *dans le repere orthonorme* (o,i,j) **unité 4cm**

1- a Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de definition

b) Interpreter graphiquement les resultats.

2- a) Démontrer $\forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, \boldsymbol{f(x) = \frac{g(x)}{(x^3+1)^2}}$

b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation

3- Ecrire une equation de la tangente **(T) a (C)** au point d'abscisse **0.**

4 – Construire **(C)** avec ses asymptotes et sa tangente

EXERCICE 2

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$.

1- Etudie les variation de h puis dresse son tableau de variation.

2- Donne les extremums relatifs de h .

EXRECICE 3

On considère la fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{2} - \sqrt{x+1}$ et (C) sa représentation graphique.

1. Soit g la fonction définie sur $[-1; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x+1} - 1$.
   a) Résous dans $[-1; +\infty[$; l'inéquation $\sqrt{x+1} > 1$.
   b) Déduis – en que $\forall x \in [-1; 0[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]0; +\infty[, g(x) > 0$.
2. Etudie la dérivabilité de f en -1.
3. a) Calcule la limite de f en $+\infty$.
   b) Calcule la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$.
4. a) Démontre que $\forall x \in]-1; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$
   b) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
5. a) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]4; 5[$.
   b) Trouve un encadrement de α d'amplitude 0,1.
6. Soit h la restriction de f à l'intervalle $[0; +\infty[$.
   a) Montre que h est une bijection de $[0; +\infty[$ dans un intervalle à préciser.
   b) Calcule $h(8)$ puis étudie la dérivabilité de h^{-1} en 1.