

Exercice n°1

Le vecteur position d'un point mobile par rapport à un repère cartésien est défini par :

$$\overline{OM} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} + (2\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k})t + 4\vec{j}t^2$$

- Trouver les équations horaires du mouvement
- Trouver les coordonnées cartésiennes du vecteur-vitesse
- Trouver les coordonnées cartésiennes du vecteur-accélération.
- Calculer la valeur de \vec{v} et celle de \vec{a} pour $t = 0$.

Exercice n°2

Un mobile est lancé sur un plan incliné dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. le mobile est assimilé à un point M situé à l'origine du repère à l'instant $t = 0$. le vecteur position du mobile est $\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. au cours du mouvement, son accélération est $\vec{a} = -a\vec{j}$ avec $a = 4m \cdot s^{-2}$. à l'instant du lancement sa vitesse est $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + 4\vec{j}$.

- Déterminer le vecteur vitesse à l'instant t du mobile et le vecteur-position \overline{OM} à l'instant t . en déduire que le mouvement est plan.
- Déterminer l'équation de la trajectoire. Donner l'allure de cette trajectoire.
- Le centre d'inertie du mobile coupe l'axe (xx') en un point A à la date t_1 .
 - Déterminer y_A et t_1 .
 - Déterminer le vecteur-vitesse v_A ; le comparer à v_1 .
- L'ordonnée y de M passe par un maximum en un point S . déterminer l'ordonnée et l'abscisse correspondante; l'instant de passage en S et le vecteur-vitesse en ce point.

Exercice n°3

Un point mobile M se déplace dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = 4\vec{i} + 8\vec{j}$. A l'origine des dates, le vecteur-position de M est $\overline{OM}_0 = 4\vec{i} - 2\vec{j}$.

- Déterminer les équations horaires du mouvement de M : $t \rightarrow x(t)$ et $t \rightarrow y(t)$.
- Exprimer le vecteur-position \overline{OM} .
- Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile. En déduire la nature du mouvement de M dans le plan.
- Montrer que le vecteur-Position de M est de la forme $\overline{OM} = t\vec{v}_0 + \overline{OM}_0$.
- Calculer l'accélération du mobile.

Exercice n°4

I- le vecteur-vitesse d'un mobile M dans un repère (o, \vec{i}, \vec{j}) s'écrit : $\vec{v} = 3\vec{i} + (-4t + 4)\vec{j}$; à $t = 0s$ le mobile passe par le point $M_0(0; -2)$.

- Exprimer dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j}) les vecteurs :
 - Accélération \vec{a} ;
 - Position \overline{OM} .
- Trouver l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile M et représenter la.
- A quel instant le vecteur-vitesse est parallèle à l'axe (ox) ?
 - Trouver la position A du mobile à cet instant.
 - Représenter les vecteurs vitesse et accélération au point A .
 - Trouver les valeurs des accélérations tangentielle et normale au point A .
 - En déduire le rayon de courbure de la trajectoire en ce point.
- Trouver le rayon de courbure de la trajectoire à l'instant $t = 0s$.

II- Un deuxième mobile M' de loi horaire $x(t) = -1,1t + 8$ est en mouvement rectiligne sur l'axe (ox) du repère (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- Chercher l'instant de passage de M' par l'abscisse $x = 3m$.
- Le mobile M' rencontre-t-il le mobile M ? Sinon quelle abscisse initiale x_0 devrait avoir M' pour que la rencontre ait lieu ?

Exercice n°5

Un voyageur en retard court le long du quai à la vitesse constante $v = 6m/s$. quand il est à $20m$ du dernier wagon du train qui démarre avec une accélération constante $a = +1m/s^2$ (le train et le voyageur ont des trajectoires rectilignes parallèles).

- Définir le repère dans lequel le mouvement est étudié. Préciser sur le schéma les positions, les dates et les vitesses connues.
- Ecrire dans un même repère les équations horaires du voyageur et du dernier wagon considérés comme des points matériels.
- Montrer que le voyageur ne peut pas rattraper le train.
- Quelle sera la distance minimale entre le voyageur et le dernier wagon ?

N.B : Il faut toujours être à jour (apprendre les leçons ; préparer les exercices ; faire des recherches) avant de venir en classe.

Exercice n°6

On donne l'équation horaire du mouvement d'un mobile par rapport au repère (o, \vec{i}, \vec{j}) .

$$\begin{cases} x = 3 + 2\cos(4\pi t) \\ y = 1 - 2\sin(4\pi t) \end{cases}$$

- 1) Montrer que la vitesse du mobile est constante et la calculer.
- 2) Montrer que l'accélération du mobile est constante et la calculer.
- 3) Quelle est la nature de la trajectoire du mobile ? donner ses caractéristiques.
- 4) Quels sont les directions et sens du vecteur accélération ?

Exercice n°7

Les coordonnées du vecteur position d'un point mobile M, dans un repère cartésien $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ à chaque instant t sont :

$$\overrightarrow{OM} : \begin{cases} x(t) = t^2 - 2t + 1 \\ y(t) = 2t^2 - 4t + 4 \\ z(t) = 0 \end{cases} \text{ avec } t \geq 0$$

- 1- Déterminer les coordonnées des points M_0, M_1 et M_2 mobile respectivement aux instants $t_0 = 0, t_1 = 1s$ et $t_2 = 2s$.
- 2- Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse à chaque instant t puis aux instants t_0, t_1 et t_2 .
- 3- Calculer la valeur de chaque vitesse à un instant connu.
- 4- Établir l'équation de la trajectoire du mobile et donner sa nature.

Exercice n°8

Les équations horaires d'un mouvement plan sont : $\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = \sqrt{4(1-t^2)} \end{cases}$

- 1) Déterminer les positions du mobile toutes les 0,1s de 0 à 1s.
- 2) Quelle est la nature de la trajectoire ?
- 3) Déterminer le vecteur vitesse et sa valeur.
- 4) En déduire les composantes normales et tangentielle du vecteur accélération (repère de Frenet).
- 5) Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération.
- 6) En déduire que le module du vecteur accélération est indépendant du repère d'étude.

Exercice n°9

Les équations horaires d'un mouvement sont : $\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = 2(1-t^2)^{1/2} + 1 \end{cases}$

- 1) Quelle est la nature de la trajectoire ?
- 2) Déterminer la norme du vecteur vitesse.
- 3) Déterminer les composantes du vecteur accélération dans le repère cartésien et dans le repère de Freinet.
- 4) En déduire que le module du vecteur accélération est indépendant du repère d'étude.

Exercice n°10

Un écolier loin de son établissement prend régulièrement le bus pour s'y rendre. En sortant de son domicile, il aperçoit sur une ligne droite le bus à l'arrêt et s'apprête à partir. Il court alors vers le bus avec une vitesse constante $v_e = 6m/s$. quand il est à 25 m du bus, celui-ci démarre avec une accélération constante $a_b = 1 m/s^2$. On choisit comme origine des dates, l'instant où le bus démarre, comme origine des espaces, la position du bus.

- 1) Etablir les équations horaires des mouvements de l'écolier x_e et du bus v_b .
- 2) tracer dans un même repère orthonormé les courbes représentant les deux mouvements. L'écolier rattrapera-t-il le bus ? justifier graphiquement.

Exercice n°11

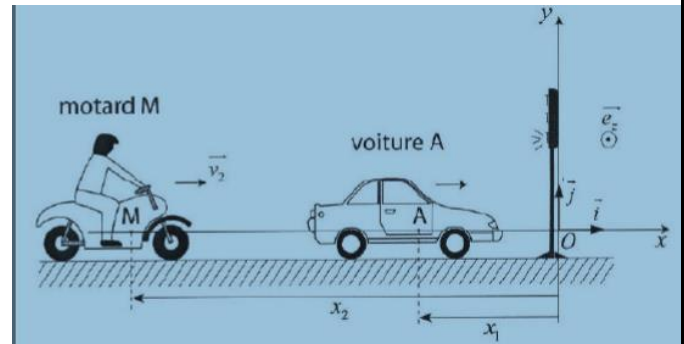
- 1) Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère (O, I) . son accélération est constante. a l'instant $t_0 = 0$ l'automobile part d'un point M_0 . A l'instant $t_1 = 3s$ l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59m$ à la vitesse algébrique $v_{1x} = 6m/s$. elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150m$ à la vitesse algébrique $v_{2x} = 20m/s$.
 - a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
 - b) A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?
 - c) Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s.
- 2) A la date $t = 1s$, une moto se déplace sur la même trajectoire à la vitesse constante $v'_x = 20 m/s$ passe par le point M' d'abscisse $x' = -5m$. pendant toute la durée du mouvement fixé à 20s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :
 - a) L'équation horaire du mouvement de la moto.
 - b) Les dates de dépassement et les abscisses de ces dépassements.
 - c) La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

N.B : Il faut toujours être à jour (apprendre les leçons ; préparer les exercices ; faire des recherches) avant de venir en classe.

Exercice n°12

Une voiture A est arrêtée sur une route horizontale rectiligne à une distance $d_1 = 3m$ d'un feu rouge. Lorsque le feu passe au vert, à l'instant $t = 0$, la voiture démarre avec une accélération constante $a_1 = 3m \cdot s^{-2}$.

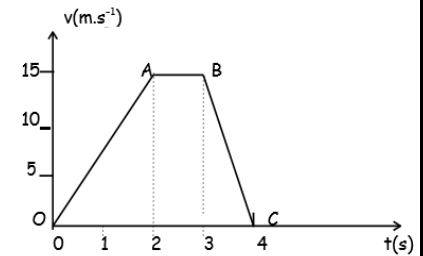
Au même moment un motard M roulant à une vitesse constante $v_2 = 54 km/h$ se trouve à une distance $d_2 = 24m$ de la voiture. la voiture et le motard considérés comme des points matériels sont repérés à l'instant t à l'aide de leurs vecteurs positions respectives et on choisira comme origine O des abscisses la position du feu tricolore.



- 1) Déterminer les équations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$ de la voiture et du motard respectivement.
- 2) Déterminer les instants des déplacements ainsi que les positions de la voiture et du motard à ces instants.
- 3) Si le motard roulait à la vitesse $v_2 = 36 km/h$ pourrait-il rattraper la voiture ?
- 4) a) calculer, dans ce cas, l'instant pour lequel la distance qui sépare le motard de la voiture est minimale.
b) En déduire cette distance.

Exercice n°13

Le diagramme temporel de la vitesse d'un point décrivant une trajectoire rectiligne est donné par le diagramme ci-contre.



- 1) Déterminer graphiquement la distance parcourue par le point mobile pendant les deux premières secondes. Pour cela montrer que la distance correspond à la valeur de l'aire limitée par OA, l'axe des abscisses et l'ordonnée du point A.
- 2) Calculer également la distance totale parcourue aux dates $t = 3 s$ et $t = 4 s$.
- 3) Déterminer les accélérations (éventuelles) du point et tracer le diagramme $a = f(t)$.

Exercice n°14

La représentation graphique de la vitesse $v=f(t)$ d'un mobile est donnée par la figure ci-dessous.

- 1° a) Calculer les accélérations du mobile au cours des trois phases du mouvement.
b) Tracer la représentation graphique $a = g(t)$ de l'accélération a en fonction du temps avec $t \in [0; 12]$ en secondes.
- 2° Calculer l'espace parcouru par le mobile.

Exercice n°15 Un mobile M effectue un mouvement parabolique dans un plan vertical, muni d'un repère espace $(o; \vec{i}; \vec{j})$. L'origine du temps est l'instant du début du mouvement. Le vecteur espace du mobile dans le repère espace $(o; \vec{i}; \vec{j})$ est donné par : $\overrightarrow{OM} = (\omega t + \beta)\vec{i} + (\alpha t^2 + \delta t + \theta)\vec{j}$, $\omega, \beta, \alpha, \delta$ et θ sont des constantes.

- a) Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$.
- b) Sachant qu'à l'instant $t_1 = 1s$ le vecteur vitesse est donné par l'expression $\vec{v}(t) = 10\vec{i} + 10\vec{j}$ et qu'à l'instant $t_2 = 2s$ le mobile atteint le point d'ordonnée maximale, déterminer les valeurs des constantes ω, α et δ .
- c) Sachant qu'à l'instant $t_3 = 5s$ le mobile passe par le point M_3 définie par le vecteur espace $\overrightarrow{OM}_3 = 50\vec{i}$, déterminer les valeurs des constantes β et θ .
- d) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire $y = f(x)$.
- e) Représenter la trajectoire du mobile pour $t \in [0; 5s]$ en adoptant l'échelle suivante $10s \rightarrow 2cm$.