

**EXERCICE 1 : 2 points**

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai (V) si l'affirmation est vraie ou suivie de Faux (F) si elle est fausse.

- 1- Pour tout point M d'affixe  $z_M$  du repère complexe  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , l'interprétation géométrique du module de l'affixe de M noté  $|z_M|$  est la distance du point M à l'axe  $(O, \vec{u})$  des réels.
- 2- Soit  $X$  une variable aléatoire définie sur un univers  $\Omega$  et d'espérance mathématique  $E(X)$  et de variance  $V(X)$ . On a :  $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ .

- 3- Soit  $a$  un nombre réel strictement positif et  $n$  un nombre entier naturel non nul, on a :

$$\sqrt[n]{\sqrt[3]{a^{6n}}} = \sqrt{a}.$$

- 4- Soit A, B et C trois points du plan rapporté au repère complexe  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . On note  $a, b$  et  $c$  les affixes respectives des points A, B et C. On a :  $\text{Mes}(\widehat{AB; AC}) = \text{Arg} \left( \frac{c-a}{b-a} \right)$

**EXERCICE 2 : 2 points**

Pour chacune des affirmations ou énoncés incomplets (1, 2, 3 et 4) suivantes, quatre réponses (A, B, C et D) sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse vraie.

- 1- Soit  $a$  un nombre réel non nul. L'intégrale  $\int_{-a}^a x^3 \cos x \, dx$  est égale à :

A-  $a^3 \cos a$ ;                      B-  $\pi$ ;                      C- 0;                      D-  $-2\pi^3$ .

- 2- Soit  $P(x) = \ln^3 x - \ln^2 x - 4 \ln x + 4, \forall x > 0$ . Un zéro de P est :

A- 1;                      B-  $e$ ;                      C-  $\frac{1}{e}$ ;                      D- 2.

- 3- La suite numérique (V) définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = 2 \ln(n+1)$  a pour huitième terme la valeur

A-  $2 \ln 7$ ;                      B-  $6 \ln 2$ ;                      C-  $4 \ln 3$ ;                      D-  $2 \ln 6$ .

- 4- Une primitive sur l'intervalle  $\mathbb{R}$  de la fonction définie par  $x \mapsto -3 \sin x \cos^2 x$  est la fonction :

A-  $x \mapsto \sin^3 x$ ;    B-  $x \mapsto 3 \sin^2 x$ ;    C-  $x \mapsto 3 \cos^2 x$ ;    D-  $x \mapsto \cos^3 x$

### EXERCICE 3 : 2,5 points

On considère la fonction  $h$  définie de  $[1; +\infty[$  vers  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

- 1- a- Dresse le tableau de variation de  $h$  sur l'intervalle  $[1; +\infty[$ .  
b- Justifie que l'équation  $h(x) = x$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[1; +\infty[$ .
- 2- On admet que  $h$  est dérivable sur  $[1; +\infty[$ . Démontre que :  $\forall x \in [1; +\infty[, |h'(x)| \leq \frac{1}{2}$ .
- 3- Déduis-en des questions précédentes que :  $\forall x \in [1; +\infty[, |h(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2} |x - \alpha|$ .

### EXERCICE 4 : 4 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité 1 cm.

Soit le point A d'affixe  $i$  et  $(\Gamma)$  l'ensemble des points M d'affixe  $z$  vérifiant :  $|(1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} - i| = 6$ .

- 1- Démontre que  $M \in (\Gamma)$  si et seulement si  $|z - i| = 3$ .
- 2- Déduis-en la nature de  $(\Gamma)$ .
- 3- On considère les points B et C d'affixes respectives  $\sqrt{3}$  et  $-4i$ .  
Soit S la similitude directe qui applique A sur O et B sur C. On admet que pour tout point M d'affixe  $z$  a pour image par S le point M' d'affixe  $z'$ .  
a- Démontre que l'écriture complexe de S est :  $z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} - i$ .  
b- Déduis en les caractéristique de S. (On notera  $\Omega$  son centre.)  
c- Soit  $(\Psi)$  l'image de  $(\Gamma)$  par S. Détermine  $(\Psi)$  puis construis  $(\Psi)$  et  $(\Gamma)$  dans le même repère.
- 4- Soit D le point de  $(\Omega B)$  tel que  $\Omega D = 2\Omega B$ .  
a- Construis dans le même repère le point D.  
b- Démontre que le triangle  $\Omega CD$  est équilatéral.
- 5- Soit R la rotation de centre  $\Omega$  qui applique C en D.  
a- Détermine l'écriture complexe de R.  
b- Calcule l'affixe du point D.

### EXERCICE 5 : 4,5 points

On considère la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  de  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{1-e^{-x}} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct  $(O; I; J)$  d'unité graphique 2 cm.

- 1- Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = 1 - (x + 1)e^{-x}$ .  
a- Justifie que  $g$  est décroissante sur  $]-\infty; 0[$  et croissante sur  $]0; +\infty[$ .  
b- Montre que pour tout réel  $x$  de  $\mathbb{R}$ ,  $g(x) \geq 0$ .
- 2- a- Justifie que  $f$  est continue en 0. (On pourra faire apparaître l'expression  $\frac{e^x - 1}{x}$ )  
b- Justifie que  $f$  est dérivable en 0.
- 3- a- Calcule  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et interprète graphiquement le résultat.  
b- Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 4- a- Justifie que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x$  est asymptote oblique à  $(C_f)$  en  $+\infty$ .  
c- Etudie la position relative de  $(C_f)$  par rapport à  $(\Delta)$ .
- 5- On admet que  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$ .  
a- Justifie que :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(1-e^{-x})^2}$   
b- Justifie que  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .  
c- Dresse le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 6- Détermine une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse 0.
- 7- Trace dans le même repère, les courbes  $(C_f)$  et  $(T)$  et  $(\Delta)$ .

## EXERCICE 6 : 5 points

En préparation d'un séminaire PANAFRICAÏN sur l'intelligence artificielle à ABIDJAN qui se tiendra dans le courant du mois de JUILLET 2026, L'entreprise ivoiro-chinoise DJAHASHI-TECH, spécialisée dans l'internet très haut débit, dans la

gestion et traitement des bases de données est sollicitée pour couvrir l'événement pendant 5 jours d'affilée. L'installation du système est composée de 10 serveurs identiques, chaque serveur fonctionnant indépendamment des autres.

Chaque jour, la probabilité qu'un serveur tombe en panne est 0,1. Et le système est considéré comme opérationnel et

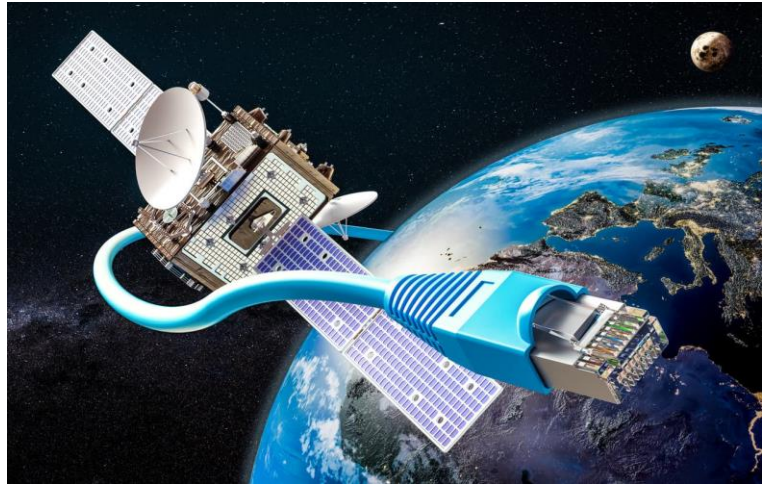
efficace si au moins 8 serveurs sur les 10 fonctionnent correctement dans la journée.

Le directeur, Monsieur DJAHA veut que son entreprise fasse sensation quitte à accroître sa crédibilité et valoriser sa cote à la BRVM.

Pour se rassurer, Monsieur DJAHA souhaite que la probabilité que le système soit opérationnel au cours d'une journée dépasse les 90 % et que la probabilité que le système mis en place fonctionne sans interruption durant les 5 jours dépasse 70 %.

Il te sollicite en tant que l'un de ses stagiaires.

Réponds à chacune de deux préoccupations du directeur et dis monsieur DJAHA sera rassuré ou pas.



« Si la jeunesse africaine savait pourquoi THALES et PYTHAGORE étaient venus en Afrique, et l'histoire témoigne de leurs fameux théorèmes ».

Lord DJAHA, Le Hibou grand-duc de Blackistone.