

EXERCICE 1 : 2 points

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai (V) si l'affirmation est vraie ou suivie de Faux (F) si elle est fausse.

- 1- Soit f une fonction croissante sur l'intervalle $]a; b[$ et ℓ un nombre réel. Si f est minorée sur l'intervalle $]a; b[$ alors $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \ell$.
- 2- Pour tout nombre entier naturel n et i le nombre imaginaire de $\mathbb{C}$, $i^{4n+2} = -1$.
- 3- Soit n un nombre entier naturel non nul supérieur ou égal à 2. On appelle fonction racine $n^{\text{ième}}$, la bijection réciproque de la fonction définie de $\mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ par $x \mapsto x^n$.
- 4- La somme des n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = 1$ et de premier terme u_0 est exprimée par $S_n = u_0 \times n$.

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacune des affirmations ou énoncés incomplets (1, 2, 3 et 4) suivantes, quatre réponses (A, B, C et D) sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse vraie.

- 1- On a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{2x}$ est égale à :
A- $\frac{2}{3}$; B- 6 ; C- $\frac{3}{2}$; D- 5.
- 2- Une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x \ln x}$ sur $]0; +\infty[$ est la fonction :
A- $x \mapsto \frac{1}{\ln x}$; B- $x \mapsto \ln(\ln x)$; C- $x \mapsto \frac{x}{\ln x}$; D- $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$.
- 3- Soit Y une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre n et p . si cette variable a pour probabilité $p = \frac{3}{4}$ et pour écart-type $\sigma_X = 6$ alors l'effectif de l'échantillon d'étude est :
A- $n = 192$; B- $n = 92$; C- $n = 182$; D- $n = 1920$.
- 4- Soit le système de nombres complexes (S): $\begin{cases} iz_1 - 3z_2 = 4i \\ z_1 - 2iz_2 = -1 \end{cases}$. Les nombres complexes z_1 et z_2 solutions de (S) définissent le couple :
A- $(z_1; z_2) = (i; 1)$; B- $(z_1; z_2) = (1; i)$; C- $(z_1; z_2) = (-i; i)$; D- $(z_1; z_2) = (-1; -i)$.

EXERCICE 3 : 3 points

On considère la série statistique double suivante :

X	35	40	35	65	p	65	85	90
Y	3	4	5	10	8	13	14	15

- 1- Détermine l'entier naturel p sachant que la droite de régression de Y en X passe par le point moyen G d'abscisse $\bar{X} = 65$.
- 2- Calcule le coefficient de corrélation linéaire de la série.
- 3- Détermine une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.

EXERCICE 4 : 4 points

On considère les nombres complexes z_n définis pour tout entier naturel n par :
$$\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}i\right)z_n \end{cases}$$

On note B_n le point d'affixe z_n dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité 1 cm.

- 1- a- Justifie que $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}i = \frac{2\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$.
b- Déduis-en la forme exponentielle de z_1 et z_2 .
- 2- a- Démontre par récurrence que : $\forall x \in \mathbb{N}, z_n = \frac{2\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{n\pi}{6}}$.
b- Déduis-en les valeurs de l'entier naturel n pour les points O , B_0 et B_n soient alignés.
- 3- On pose $d_n = |z_{n+1} - z_n|$.
a- Donne l'interprétation géométrique de d_n .
b- Calcule d_0 et d_1 .
c- Démontre que la suite (d_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
d- Exprime d_n en fonction de n .
- 4- a- Démontre que : $\forall x \in \mathbb{N}, |z_{n+1}|^2 = |z_n|^2 + d_n^2$.
b- Déduis-en la nature du triangle OB_nB_{n+1} .

EXERCICE 5 : 4 points

On considère la fonction f définie pour tout réel x de $]0; +\infty[$ par : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{2\ln x - 1}{x}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; I; J)$ d'unité graphique 2 cm.

PARTIE A :

Soit la fonction auxiliaire g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = -x^2 - 4\ln x + 6$.

On note (C_g) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; I; J)$.

- 1- a- Calcule la limite de g à droite en 0 puis donne une interprétation graphique.
b- Calcule la limite de g en $+\infty$ et celle de $\frac{g(x)}{x}$ en $+\infty$ puis donne une interprétation graphique.
- 2- a- Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variation.
b- Justifie que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$.
c- Justifie que : $1,8 < \alpha < 1,9$.
- 3- Montre que le signe de $g(x)$ est tel que :
$$\begin{cases} \forall x \in]0; \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$$

PARTIE B :

- 1- Calcule la limite de f à droite en 0 puis donne une interprétation graphique.
- 2- a- Calcule la limite de f à droite en $+\infty$.
b- Justifie que la droite (Δ) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 3$ est asymptote oblique à (C_f) .
- 3- Etudie la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) .
- 4- On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$.
a- Justifie que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.
b- Déduis-en les variations de f puis dresse son tableau de variation.
c- Exprime $f(\alpha)$ sans logarithme népérien.
- 5- Détermine les coordonnées du point K de la courbe (C_f) où la tangente (T) en A est parallèle à la droite (Δ) .
- 6- Trace dans le même repère, la courbe (C_f) , l'asymptote (Δ) et la tangente (T).

EXERCICE 6 : 5 points

Pour mettre sa population au diapason de l'intelligence artificielle (IA), Le maire de la commune d'AKOUEPE a décidé de faire construire une salle d'implémentation à très haut débit internet pour le projet IA-AKOUEPE qui permettra de faire connaître AKOUEPE tant sur les aspects géographiques, culturels et économiques. Cette salle d'implémentation d'espace ABCD grisée sera construite au centre d'AKOUEPE (entre les secteurs AKOUEPE 1 et AKOUEPE 2) comme l'indique la figure codée ci-contre.

Ces deux secteurs qui se font face ont pour délimitations naturelles respectives modélisées par les tracés (C_h) et (C_p) dont

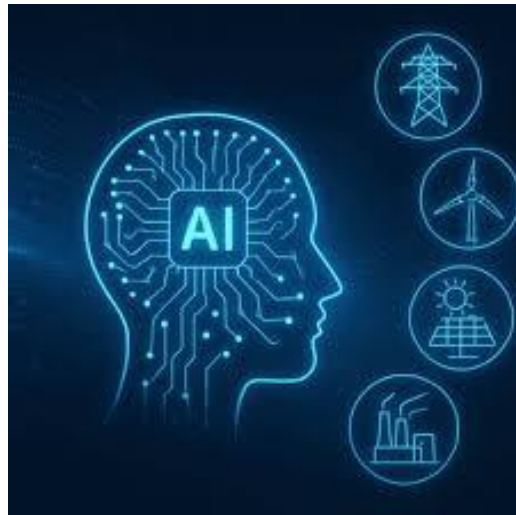
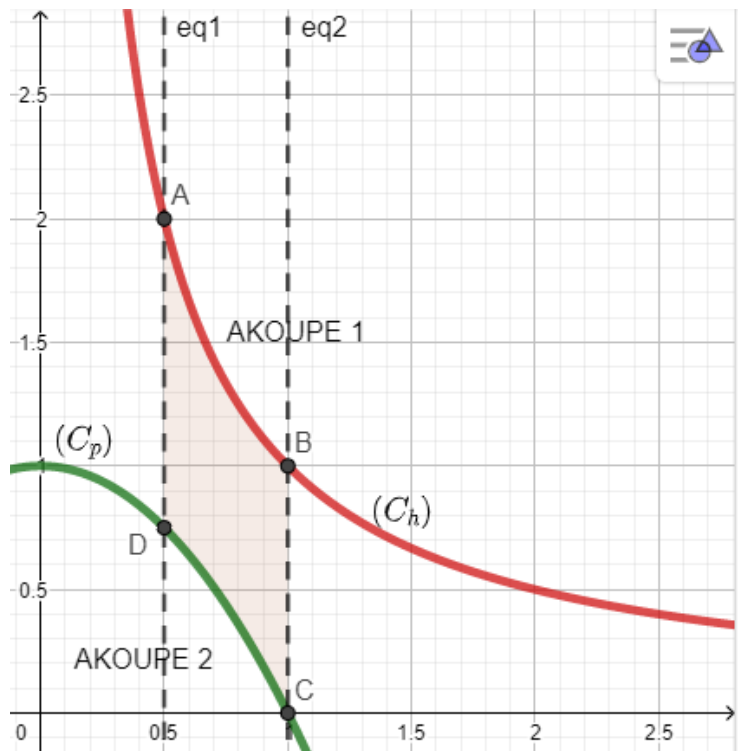
les fonctions définies sur l'intervalle $[0,5 ; 1]$ dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 0,5 Km sont exprimées par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{1}{x} \\ p(x) = 1 - x^2 \end{cases}$$

Cette zone IA, est située entre les deux voies distantes de 500 mètres (0,5 km) et marquées respectivement par les droites d'équation $x = 0,5$ et $x = 1$.

Le maire veut connaître l'aire la zone IA. Pour cela, il sollicite Monsieur DJAHA qui te confie cette tâche en comptant sur tes compétences.

Réponds à la préoccupation de Maire.



« Mes apprenants m'ont maintes fois demandé la signification du mot MATH, tellement qu'elle est incontournable. Eh bien c'est la magie absolue transmise à l'humanité. Quiconque l'adopte s'élève et quiconque la réprime régresse.

Les fondements de toute civilisation reposent sur les mathématiques qui agissent dans le subconscient sans que la conscience ne s'en rende compte.

Lord DJAHA, Le Hibou grand-duc de Blackistone.