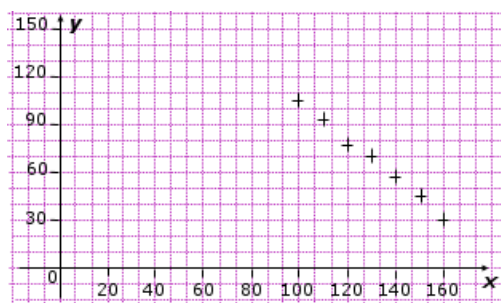


EXERCICE 1 : 2 points

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de vrai (V) si l'affirmation est vraie ou suivie de Faux (F) si elle est fausse.

- 1- La fonction $x \mapsto e^x$ est une solution de l'équation différentielle définie par $y'' - y = 0$.
- 2- Le conjugué du nombre complexe i est égale à son opposé.
- 3- La composée d'une fonction et sa réciproque est appelée application identité.
- 4- La covariance de cette série statique double $(X ; Y)$ présentée par le nuage de point ci-contre est négative.



EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacune des affirmations ou énoncés incomplets (1, 2, 3 et 4) suivantes, quatre réponses (A, B, C et D) sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse vraie.

- 1- La fonction $x \mapsto \frac{1-e^x}{e^{-x}-2}$ a pour ensemble définition :
A- $\mathbb{R}$; B- $\mathbb{R} \setminus \{-\ln 2\}$; C- $] -\infty ; 2[$; D- $\mathbb{R} \setminus \{\ln 2\}$
- 2- La forme exponentielle du nombre complexe $8 - 8i\sqrt{3}$ est:
A- $8e^{-i\frac{\pi}{3}}$; B- $8e^{i\frac{\pi}{3}}$; C- $16e^{-i\frac{\pi}{3}}$; D- $64e^{-i\frac{\pi}{3}}$
- 3- On considère une suite numérique (V) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{n^{10}}{2^n}$. On admet la relation $V_{n+1} \leq 0,95V_n$. Cette relation est équivalente à :
A- $(1 + \frac{1}{n})^{10} \leq 1,9$; B- $(1 + \frac{1}{n})^{10} \geq 1,9$; C- $(1 - \frac{1}{n})^{10} \leq 1,9$; D- $(1 - \frac{1}{n})^{10} \geq 1,9$
- 4- La solution de l'inéquation $:x \in \mathbb{R}, e^{3x} - 1 \geq 0$ est l'ensemble :
A- vide ; B- $[0 ; +\infty[$; C- $[3 ; +\infty[$; D- $[\frac{1}{3} ; +\infty[$

EXERCICE 3 : 2 points

- 1- Démontre que : pour tout entier naturel $n \geq 2$ et tout nombre réel $x > 0$, on a : $(1+x)^n > C_n^2 \times x^2$.
- 2- Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 2$ par : $u_n = \frac{1+n}{2^n}$.
 - a- Prouve que : pour tout entier naturel $n \geq 2$, $u_n \leq \frac{2(1+n)}{n^2-n}$.
 - b- Etudie la convergence de la suite (u_n) .

EXERCICE 4 : 4 points

Une entreprise dispose de deux machines, appelées machine « a » et machine « b », pour fabriquer le même type de pièces. Certaines des pièces produites sont écartées comme défectueuses :

- pour la machine « a » la probabilité d'obtenir une pièce sans défaut est 0,9;
- pour la machine « b » cette probabilité est 0,95.

La machine « a » fournit les deux tiers de la production, la machine « b » le tiers restant.

On notera $p(E)$ la probabilité d'un événement E , $p(E/F)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.

1. On choisit une pièce au hasard, avec équiprobabilité des choix.

a. Calcule la probabilité des événements suivants :

A : « la pièce provient de la machine "a" »; B : « la pièce provient de la machine "b" ».

b. Soit S l'événement : « la pièce est sans défaut ». Calcule $p(S/A)$ et $p(S/B)$.

c. Déduis-en que $p(S) = \frac{11}{12}$.

2. On considère un échantillon de 7 pièces produites par l'entreprise et on admet que le choix des 7 pièces suit une loi binomiale.

a. Calcule la probabilité que l'échantillon ne comporte que des pièces sans défaut.

b. Calcule la probabilité que l'échantillon comporte exactement 6 pièces sans défaut.

c. Déduis-en la probabilité d'avoir au moins 2 pièces défectueuses dans l'échantillon. (Les résultats de cette question 2 seront donnés à 10^{-3} près).

EXERCICE 5 : 5 points

PARTIE A :

1- Soit P le polynôme tel que : $P(x) = 3x^3 - 2x^2 - 1$.

a- Vérifie que $P(x) = (x - 1)(3x^2 + x + 1)$

b- Etudie le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x sur $\mathbb{R}$.

2- Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^3 - x^2 + 1 - \ln x$.

a- Etudie le sens de variation de g sur $]0; +\infty[$ puis dresse son tableau de variation. (On ne calculera pas les limites aux bornes de son domaine de définition)

b- Déduis-en que : $\forall x \in]0; +\infty[, g(x) > 0$.

PARTIE B :

Soit la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2\ln x}{x} + x^2 - 2x + 3$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal direct $(O; I; J)$ d'unité graphique $OI = 2$ cm et $OJ = 1$ cm.

a- Justifie que

1- Calcule la limite à droite en 0 de f et interprète graphiquement le résultat.

2- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interprète graphiquement les résultats.

3- a- Justifie que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{2g(x)}{x^2}$

b- Déduis-en le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

4- a- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$.

b- Détermine une valeur approchée de cette solution α au dixième près.

5- Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1.

6- Etudie la position relative de (C_f) par rapport à (C_B) où B est la fonction $x \mapsto x^2 - 2x + 3$.

7- Trace dans le même repère, les courbes (C_f) et (T) et les asymptotes relatives.

8- a- En remarquant que, pour $x > 0$, $\frac{\ln x}{x}$ s'écrit $\frac{1}{x} \times \ln x$, détermine une primitive de $x \mapsto \frac{2\ln x}{x}$.

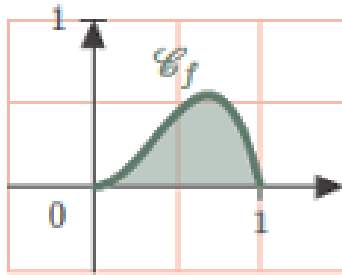
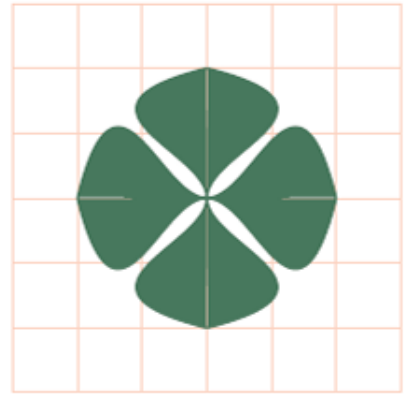
b- Calcule l'aire en cm^2 de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f) , la courbe (C_B) , et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.

EXERCICE 6 : 5 points

L'entreprise DJAHA-DESIGN PRO a reçu une commande de logo à imprimer sur les maillots d'une équipe de sport. Le modèle de logo choisi est illustré par la figure ci-contre qui est un trèfle à quatre feuilles ou à huit demi-feuilles accolées.

Les ingénieurs de conception ont modélisé chaque demi-feuille à partir de la fonction définie sur l'intervalle $[0;1]$ par :

$f(x) = -x^4 - 2x^3 + 3x^2$ et dont la représentation graphique est illustré dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm pour 0,5 cm sur la figure suivante :



Par souci de contraintes financières, afin d'éviter de payer cher la pose de logo du fait du prix de la gomme colorée, le client souhaiterait que la surface totale du logo n'excède pas $2,5 \text{ cm}^2$.

Tu es sollicité(e) par l'un des ingénieurs pour vérifier si la modélisation pourra satisfaire le souhait du client.

Réponds à la préoccupation de l'ingénieur.

.

« En mathématiques, "évident est le mot le plus dangereux". » Temple.